

Die Störung der Wahrnehmung kleinster Helligkeitsunterschiede durch das Eigenlicht der Netzhaut.

Von

H. VON HELMHOLTZ.

Es ist seit lange bekannt, daß FECHNER's Gesetz, wonach die kleinsten unterscheidbaren Helligkeitsunterschiede der ganzen Helligkeit proportional sein sollen, allerdings in einer sehr weiten Ausdehnung für die mittleren Abstufungen der Helligkeit gilt, aber die Empfindlichkeit des Auges sowohl für höchste Lichtintensitäten, wie auch für niedrigste sich geringer erweist, als sie nach dem genannten Gesetze sein sollte. Wenn sehr starkes Licht in das Auge fällt, wissen wir, daß dabei objectiv erkennbare und langsam schwindende Veränderungen in der Netzhaut entstehen, die für einige Zeit die Empfindungsstärke der getroffenen Netzhautstelle herabsetzen, und dürfen wohl darin den Grund für die gleichzeitige Herabsetzung der Unterschiedsempfindlichkeit für Helligkeiten suchen. Für die niedrigsten Helligkeiten hat schon FECHNER selbst die Vermuthung ausgesprochen, daß die Störung des Gesetzes durch die subjective Lichtempfindung der Netzhaut, das sogenannte Eigenlicht derselben bedingt sei, und VOLKMANN hat darauf eine Methode gegründet, durch die er die Stärke des Eigenlichts messen wollte. Er hat dabei aber einen auffallend niedrigen Werth gefunden, nämlich den der Helligkeit einer Fläche von schwarzem Sammt, die aus 9 Fufs Entfernung durch eine Stearinkerze beleuchtet ist. Daß dieser Werth viel zu gering sei, ergab sich schon aus der Thatsache, daß auch im dunkelsten Felde ein langsam eintretender, im Sehnerven abwärts fließender elektrischer Strom immer noch eine recht merkliche, gleich-

mäßige Verdunkelung hervorbringt, so wie auch daraus, daß die Flecken des Eigenlichts auf schwach beleuchteten Objecten, die man noch deutlich erkennen kann, und die viel heller sind als jene schwarze Sammtfläche, ganz deutlich hervortreten.

Neuerdings haben nun die sehr sorgfältig und zweckmässig durchgeführten Versuche der Hrn. A. KÖNIG und E. BRODHUN¹ über die Unterschiedsempfindlichkeit für die Helligkeit von Spectralfarben sowie von dem unzerlegten Licht eines weifs glühenden Zirkonplättchens gezeigt, daß auch der Gang der Curve der Empfindlichkeit deutlich und sicher abweicht von dem, der aus FECHNER's und VOLKMANN's Hypothese sich ergibt, wenn man unter der Voraussetzung einer gleichmäßigen Stärke des Eigenlichts rechnet. Nun ist aber in Wahrheit das Eigenlicht nicht gleichmäßig über den Grund der Netzhaut verbreitet, sondern wir sehen es stets unregelmässig fleckig; die Flecken sind theils groß, theils ganz feinkörnig und einem fortdauernden Wechsel ihrer Gestalt unterworfen. Ja, was man von dieser inneren Erregung der Netzhaut unter gewöhnlichen Umständen bei schwacher äußerer Beleuchtung überhaupt wahrnimmt, sind wohl nur die localen Unterschiede der Helligkeit in den Flecken, während man nur ausnahmsweise Gelegenheit hat, die mittlere Helligkeit des Grundes durch Vergleichung mit noch dunkleren Feldern abzuschätzen. Die einzigen Mittel solcher Art sind negative Nachbilder, deren Deutung aber bestritten wird, und die schon erwähnte Anwendung des absteigenden elektrischen Stroms.

Daß die Fleckigkeit des Eigenlichts wirklich das Haupthinderniß für die Wahrnehmung sehr schwach beleuchteter, namentlich kleinerer Objecte bildet, indem dieselben zwischen den Flecken des Eigenlichts verschwinden und mit solchen verwechselt werden, ist bei vielen Gelegenheiten zu erkennen, und ich möchte hier einige Erscheinungen beschreiben, die mich lange Zeit geneckt haben, bis ich ihre richtige Erklärung fand.

Mein Schlafzimmer ist durch dichte Vorhänge ziemlich stark verdunkelt, doch nicht so sehr, daß ich nicht um die Zeit des Sonnenaufgangs anfangen sollte, die Umrisse der Fenster

¹ A. KÖNIG u. E. BRODHUN: *Sitzber. d. Akad. zu Berlin* vom 26. Juli 1888 und 27. Juni 1889.

hinter den Vorhängen und die gröfseren Gegenstände im Zimmer zu unterscheiden. In der Nacht dagegen, selbst wenn draussen der Sternhimmel hell ist, oder der Mond an der abgewendeten Seite des Hauses am Himmel steht, sehe ich durchaus nichts von den Umrissen der Fenster, die hierbei doch diejenige Fläche bilden, von welcher alles Licht herkommen müfste, wenn wahrnehmbares Licht im Zimmer wäre. Natürlich sehe ich auch nichts von den Gegenständen im Zimmer, sondern nur die Flecken meines Eigenlichts. Nun habe ich aber seit einiger Zeit bemerkt, dafs ich, wenn ich die Arme bewegte, die Bewegung der sie bedeckenden weifsen Hemdärmel sehen konnte. Da nach photometrischen Gesetzen jede beleuchtete Fläche weniger hell sein mufs, als der hellste Theil der beleuchtenden Fläche, so schien es mir unmöglich, dafs ich die von den Fenstervorhängen, welche selbst unsichtbar blieben, her beleuchteten Hemdärmel mittels von ausfen kommenden Lichts sollte sehen können, und ich suchte nach anderen Erklärungen.

Ich dachte zuerst an Licht von Reibungselektricität. Aber alle Versuche durch absichtliche Reibung der Leinwand mit der Hand oder allerlei andern Körpern, die ich in der Nähe hatte, elektrisches Leuchten zu erzeugen, schlugen fehl.

Daneben war an Phosphoreszenz zu denken, da die Leinwand möglicherweise Spuren von phosphorescirenden Kalksalzen enthalten konnte und überhaupt schwache Spuren von Fluoreszenz, die doch nur eine schnell vorübergehende Phosphoreszenz ist, fast an allen organischen Stoffen vorkommen, wie ich aus früheren Versuchen über die Sichtbarkeit des Ultraviolett wufste. Das Aussehen der Erscheinung erinnerte in der That sehr an Phosphoreszenz.

Andrerseits waren auch die älteren Berichte von mehreren zuverlässigen Beobachtern zu bedenken, welche lebhaft vorgestellte Objekte im Gesichtsfelde gesehen zu haben versichern. Unmöglich wäre es ja nicht, dafs der Vorstellungsprocefs die inneren Enden unserer Sinnesnerven in Erregung setzte. Eine sehr unzweckmäfsige und bedenkliche Eigenthümlichkeit unserer Hirnthätigkeit wäre dies allerdings, wie die vielen pathologischen Fälle zeigen, wo dergleichen vorzukommen scheint.

Ich suchte zwischen beiden Annahmen zu entscheiden indem ich die Augen schlofs, und wieder meine Arme bewegte. Wenn die Vorstellung der Bewegung das dazu gehörige Ge-

sichtsbild hervorrufen konnte, mußte dies auch bei geschlossenen Augen geschehen können. Und ich glaubte in der That zuweilen die bewegten Arme auch durch die geschlossenen Lider hindurchzusehen, aber sie erschienen viel undeutlicher, und der Versuch mißlang sehr oft, während ich sie bei geöffneten Lidern unzweifelhaft bemerkte.

Wie ich hier betreffs dieser Frage über Wirkung der Vorstellung gleich bemerken will, fand ich schliesslich, daß unter absichtlich fester Fixirung der Gesichtslinie die Erscheinung bei geschlossenen Augen nie eintrat, und mir ist es also höchst wahrscheinlich geblieben, daß, wenn zufällig um die Zeit ein heller Fleck des Eigenlichts in der Mitte der Netzhaut lag, ich bei dem Versuch die Arme zu sehen, mit dem Auge dem vorgestellten Orte derselben folgte, und indem mein heller Fleck mit den Augen wanderte, er mir den Eindruck der bewegten hellen Objecte machte, von denen ich wußte, daß sie da waren und daß sie in übereinstimmender Weise sich bewegten.

Ich muß allerdings gestehen, daß, wenn man gleichzeitig darauf zu achten hat, daß die Lider geschlossen und die Fixationsrichtung festgehalten wird, die Vorstellung des bewegten Arms nicht so ungestört und lebhaft ausfällt, als wenn man sich ihr ganz hingiebt. Das kann einen Zweifel auf die von mir vorgetragene Erklärung der Erscheinungen bei geschlossenen Augen werfen.

Endlich aber fand ich, daß ich mit meinen Erklärungsversuchen große Umwege gemacht hatte. Denn als ich nun die Hand in Richtung der Fenster ausstreckte und dort hin und her bewegte, erkannte ich die Hand und selbst die Finger als dunkle Schatten viel deutlicher, als nach der dunklen Seite des Zimmers gewendet den Arm. Ich überzeugte mich also, daß eine große schwaches Licht aussendende ruhende Fläche vollkommen unter dem Eigenlicht der Netzhaut verschwinden kann, während sie doch genug Licht aussendet, um von ihr beleuchtete bewegte Objecte erkennbar zu machen. Daß man die verhältnißmäßig schnell eintretenden Wechsel der Beleuchtung, welche Körper von bekannter Form und bekannter Art der Bewegung in dem formlosen Lichtchaos des dunklen Feldes hervorbringen, leichter als Bild eines Objects interpretirt als ruhende helle Flächen, erklärt sich ohne Schwierigkeit. In der That haben wir es hierbei mit verhältnißmäßig schnell eintreten-

den, durch einen bewußten Willensact veranlaßten Erscheinungen zu thun, die dadurch deutlich von dem verhältnißmäfsig langsam und ohne bewußt gewordene Veranlassung eintretenden Wogen und Wallen des inneren Lichtes unterschieden sind.

Um zu zeigen, dafs in der That die Fleckigkeit des Eigenlichts einen ähnlichen Gang der Unterschiedsempfindlichkeit hervorzubringen geeignet ist, wie er in den Beobachtungen der Hrn. KÖNIG und BRODHUN sich zeigt, habe ich die folgende Rechnung angestellt, welche bei dem Mangel ausreichender empirischer Daten nur eben den Gang der Function erläutern soll.

Versuch einer Theorie des Einflusses der fleckigen Vertheilung des Eigenlichts der Netzhaut auf die Gröfse der Unterschiedsschwellen.

Es sei α die objective Lichtstärke, welche nöthig wäre, um dieselbe Stärke der Erregung in einer Stelle der Netzhaut hervorzubringen, wie sie im Eigenlicht derselben sich zu erkennen giebt. Da das letztere fleckig erscheint, wird α auf verschiedenen Stellen der Netzhaut verschiedene Werthe haben müssen. Der Flächenraum derjenigen Stellen dieser Membran, deren Eigenlicht dem Intervall α bis $(\alpha + d\alpha)$ entspricht, sei $\varphi \cdot d\alpha$, worin φ im allgemeinen eine Function von α sein wird.

Wir wollen zunächst Bezeichnungen einführen für zwei Integrale. Es sei a der höchste vorkommende Werth von α . Wir setzen

$$\int_0^a \varphi \cdot d\alpha = A \dots\dots\dots \} 1$$

A ist offenbar der Werth des Flächenstücks der Netzhaut, auf welches sich unsere Rechnung bezieht. Wir setzen ferner

$$\int_0^a \varphi \cdot \alpha d\alpha = A \cdot J \dots\dots\dots \} 1 a$$

Die Gröfse J bezeichnet hiernach den mittleren Werth, den die Intensität α für die ganze Ausdehnung der Fläche A hat.

Die Empfindungsstärke dE für den Helligkeitsunterschied dr bei der objectiven Lichtstärke r betrachten wir als Summe

aller Einzelwirkungen, die den einzelnen Helligkeitsstufen da entsprechen, und setzen nach FECHNER's Gesetz

$$dE = dr \cdot \int_0^a \frac{\varphi \cdot d\alpha}{\alpha + r} \dots\dots\dots \} 2$$

Um diese Integration auszuführen, führen wir statt α eine neue Variable ε ein, indem wir setzen

$$\alpha = J + \varepsilon$$

Hier bezeichnet ε offenbar die Abweichung der einzelnen Flecke vom Mittelwerth J .

Da α von 0 bis a steigen kann, kann ε von $(-J)$ bis $(J+a)$ steigen. Indem wir diesen Werth von α in die Function φ einsetzen, stellen wir diese als Function von ε dar.

Wir schreiben dem entsprechend die Gleichung 2)

$$dE = dr \int_{-J}^{a-J} \frac{\varphi \cdot d\varepsilon}{J+r+\varepsilon} \dots\dots\dots \} 2 a$$

Da die Grenzen der Integration immer dieselben bleiben, wollen wir sie nicht mehr bezeichnen.

Nun ist identisch

$$\frac{1}{J+r+\varepsilon} = \frac{1}{J+r} - \frac{\varepsilon}{(J+r)^2} + \frac{\varepsilon^2}{(J+r)^2 \cdot (J+r+\varepsilon)}$$

was leicht zu verificiren ist. Wenn wir dies einsetzen in die Gleichung 2 a, erhalten wir:

$$dE = \frac{dr}{J+r} \int \varphi \cdot d\varepsilon - \frac{dr}{(J+r)^2} \int \varphi \cdot \varepsilon \cdot d\varepsilon + \frac{dr}{(J+r)^2} \int \frac{\varphi \cdot \varepsilon^2 \cdot d\varepsilon}{J+r+\varepsilon} \} 2 b$$

Das erste Integral ist dasselbe wie das der Gleichung 1 und hat also den Werth A. Das zweite dagegen

$$\int \varphi \cdot \varepsilon \cdot d\varepsilon = \int \varphi \cdot (\alpha - J) \cdot d\alpha = 0$$

verschwindet.

Der ganze Werth von dE reducirt sich demnach auf folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} dE &= A \frac{dr}{J+r} + \frac{dr}{(J+r)^2} \cdot \int \frac{\varphi \cdot \varepsilon^2 \cdot d\varepsilon}{J+r+\varepsilon} \dots\dots\dots \} 2 c \\ &= \frac{A \cdot dr}{J+r} + \frac{dr}{(J+r)^2} \int \frac{\varphi (\alpha - J)^2 \cdot d\alpha}{\alpha - r} \end{aligned}$$

Da in dem letzteren Integrale alle Factoren in Nenner und Zähler nothwendig positiv sind, so ist der Werth des Integrals jedenfalls positiv. Dieser zweite Summand im Werthe von dE verschwindet bei großen Werthen von r gegen den ersten, welcher dem FECHNER'schen Gesetze bei gleichmäßiger Intensität J des Eigenlichts entspricht. Für kleine objective Lichtstärken r dagegen vergrößert das zweite Glied den Werth von dE in merklicher Weise, d. h. die Wahrnehmung des Unterschieds dr wird deutlicher, als sie nach dem FECHNER'schen Gesetz für die Intensität des Eigenlichts J sein sollte, und der Schwellenwerth dr kann also kleiner gemacht werden, ohne ununterscheidbar zu werden.

Das in (2c) noch vorkommende Integral hat dieselbe Form wie das in (2a) enthaltene, mit dem einzigen Unterschiede, daß die zusammengesetztere Function

$$\varphi \cdot \varepsilon^2 \cdot d\varepsilon = \varphi (\alpha - J)^2 \cdot d\alpha$$

unter dem Integralzeichen an Stelle von $\varphi \cdot d\varepsilon$ getreten ist. Man kann das neue Integral gerade wie das frühere behandeln, indem man setzt

$$\begin{aligned} \int \varphi \cdot (\alpha - J)^2 \cdot d\alpha &= A_2 \\ \int \varphi \cdot (\alpha - J)^2 \cdot \alpha \cdot d\alpha &= A_2 J_2, \end{aligned}$$

worin J_2 wiederum dem Mittelwerth der Function α über die ganze Fläche genommen, aber für eine andre Vertheilung der Werthe, wie sie durch $\varphi (\alpha - J)^2$ gegeben ist, bezeichnet. Dabei werden die mittleren Werthe einflußlos, da für sie

$$\alpha - J = 0.$$

So erhält man

$$dE = \frac{A \cdot dr}{J + r} + \frac{A_2 dr}{(J + r)^2 \cdot (J_2 + r)} + \frac{dr}{(J + r)^2 (J_2 + r)^2} \int \frac{\varphi \cdot (\alpha - J)^2 \alpha - J_2)^2 \cdot d\alpha}{\alpha + r}$$

Auch das neue Integral ist nothwendig positiv. Man kann so weiter gehen, und es läßt sich auch zeigen, daß die entstehende unendliche Reihe convergent sein muß selbst für kleine Werthe von r . Daß sie für größere Werthe von r schnell convergiren muß, ist leicht ersichtlich. Da die Reihe der verschiedenen A und J durch lauter positive Integrale gegeben wird, müssen sie auch alle positiv sein.

Bei dem bisher gewonnenen Material von Thatsachen wird es genügen, daß wir uns auf die ersten zwei Glieder dieser Reihe beschränken, um zu zeigen, in welchem Sinne die gemachten Annahmen das einfache FECHNER'sche Gesetz verändern. Setzen wir also

$$dE = dr \cdot \left\{ \frac{A}{J+r} + \frac{A_2}{(J+r)^2 (J_2+r)} \right\},$$

so ergibt dies

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dE} &= (J+r) \cdot \left[\frac{(J+r)(J_2+r)}{A(J+r)(J_2+r) + A_2} \right] \\ &= \frac{J+r}{A} \cdot \left[1 - \frac{A_2}{A(J+r)(J_2+r) + A_2} \right] \\ &= \frac{J+r}{A} - \frac{A_2}{A(J_2+r) + \frac{A_2}{J+r}} \dots\dots\dots \} \quad 2 f \end{aligned}$$

Im Nenner des zweiten Gliedes, welches an sich schon klein ist, wird sich das Glied mit r im Nenner für nicht zu kleine r ebenfalls vernachlässigen lassen. Dann bleibt nur stehen

$$\frac{dr}{dE} = y = \frac{J+r}{A} - \frac{A_2}{A(J_2+r)}$$

Betrachten wir hierin r und y als rechtwinkelige Coordinaten, so ist dies die Gleichung einer Hyperbel, deren eine Asymptote der y Axe parallel von dieser um J_2 nach der negativen Seite hin abstehend verlaufen würde. In Fig. 1 ist diese theoretische Curve dargestellt. O ist der Anfangspunkt der Coordinaten, längs der horizontalen Axe OR sind die Werthe der r aufgetragen, senkrecht dazu die Werthe der y , welche den Unterschiedsschwellen proportional sind, hier aber vergrößerten Maafsstab haben, um die Zeichnung deutlicher zu halten. AB und CC sind die beiden Asymptoten der Hyperbel, deren über OR liegendes Stück den den Beobachtungen entsprechenden Theil der Curve darstellen würde. Indessen stellt die Hyperbel, wie oben bemerkt, nur eine abgekürzte Art der theoretischen Formel dar. In der That würde die vollständigere Formel eine etwas niedrigere Führung der Curve dicht bei O bedingen, und in der That lassen auch die Beobachtungen eine Ab-

weichung in diesem Sinne erkennen. Doch ist hier in dem Gebiete der schwachen Lichtstärken die Genauigkeit der Beobachtungen wohl kaum zureichend, um noch ein weiteres Glied der Formel zu bestimmen. Die Versuche mit spectralem Licht zeigen außerdem, daß hier Abweichungen zwischen den verschiedenen Farben bestehen, und wahrscheinlich wird auch das Gesetz durch Mischung verschiedener Grundfarben noch verwickelter.

Die Lage der Asymptote AB indessen scheint nach den genannten Beobachtern für alle Farben ziemlich dieselbe zu sein, während die Lage der zweiten Asymptote und der Ab-

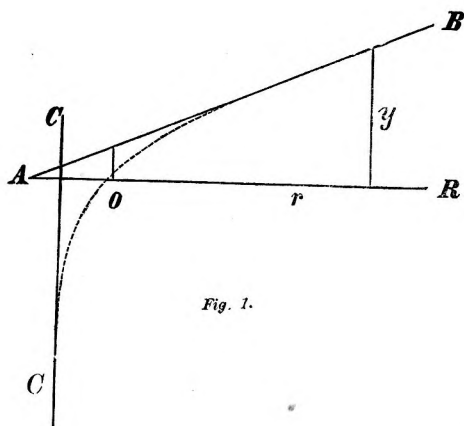


Fig. 1.

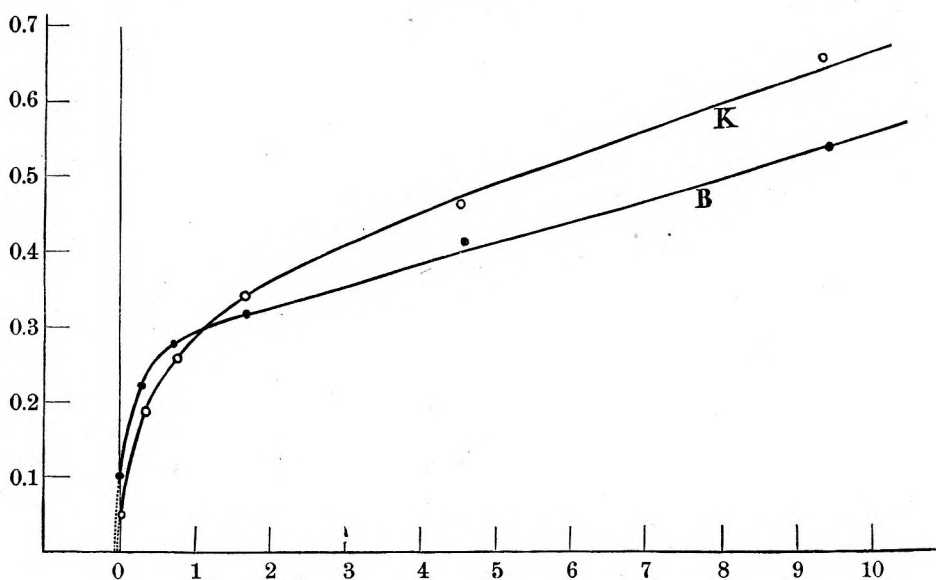
stand des Scheitels der Hyperbel vom Scheitelpunkt der Asymptoten (d. h. Mittelpunkt der Hyperbel) variiren würden, so weit eben die Hyperbeln überhaupt einen annähernden Ausdruck für den Gang der Function zu geben vermögen.

Ich gebe hier noch in Fig. 2 die nach den Beobachtungen von den genannten Beobachtern construirten Curvenformen für das spectrale Roth (Wellenlänge $670 \mu\mu$), wobei die Ordinaten im zehnfachen Maßstabe der Abscissen aufgetragen sind. Die Curve K gilt für das trichromatische Auge des Herrn A. KÖNIG, B für das dichromatische Auge des Hrn. E. BRODHUN. Die Punkte und kleinen Kreise entsprechen den wirklich ausgeführten Beobachtungen. Die Ähnlichkeit mit hyperbolischen Bögen ist augenfällig, namentlich in der Curve B . Aber man

würde geneigt sein die zweite Asymptote der Curve nicht gerade abwärts, sondern schräg geneigt zu ziehen.

Abweichend von der Deutung, welche die genannten Beobachter ihren Curven gegeben haben, würde nach den unsrer Formel zu Grunde gelegten Voraussetzungen die mittlere Stärke des Eigenlichts der Strecke AO (Fig. 1) entsprechen, welche nach der Rechnung gegen 50 der photometrischen Einheiten betragen würde, nach denen die Beobachter gerechnet haben. Dafs die Strecke, welche sie als Stärke des Eigenlichts deuten,

Fig. 2.



verhältnißmäfsig zu klein ist, selbst im Vergleich zu den Flecken des Eigenlichts, ist für meine Augen unzweifelhaft. Es wäre noch erst zu ermitteln, ob etwa das Lebensalter hierin große Verschiedenheiten bedingt. Ich selbst kann keinen größeren Einfluß des Lichtstaubs auf meine Sehschärfe erkennen, als ich seit jeher gekannt habe.

Abweichungen für hohe Lichtstärken.

Die Abweichungen von FECHNER's Gesetz, die für hohe Werthe der Lichtstärke r entstehen, können wir in der Formel ausdrücken, indem wir dem ersten und größten Gliede der

Gleichung (2f) noch einen mit r steigenden Factor im Nenner einzusetzen, wie ich dies schon in der ersten Ausgabe meiner *Physiologischen Optik* gethan. Setzen wir also:

$$dE = \frac{A \cdot dr}{(J + r)(1 + \varepsilon r)} + \frac{A_2 \cdot J_2 \cdot dr}{(J + r)^2 (J_2 + r)} \dots\dots\dots 3$$

Darin soll ε eine verhältnißmäßige kleine Größe sein, welche für alle Farben gleichen Werth zu haben scheint, so weit bisher die messenden Beobachtungen reichen. Da die letzteren nur für die schwächeren Grade der Blendung ausführbar sind, indem bei höheren Graden der Zustand des Auges zu schnell sich ändert, so läßt sich in der mathematischen Formulirung höchstens ein Correctionsglied angeben, was die kleinen Correctionen der Beobachtungen einigermaßen richtig darstellt.

Ich gebe in der folgenden Tabelle einen Vergleich der Ergebnisse dieser Formel mit den auf spectrales Roth bezüglichen Beobachtungen von Hrn. A. KÖNIG.¹ Als Einheit der Lichtstärke ist hierbei diejenige gebraucht, in der eine mit Magnesiumoxyd über einer Magnesiumflamme überzogene Fläche erscheint, die in einem Abstände von 1 m von einem Zehntel Quadratcentimeter schmelzenden Platinas bestrahlt wird (W. SIEMENS' Platinlampe), wenn der Beobachter dabei, um den Einfluß des Wechsels der Pupillenweite zu beseitigen, durch ein Diaphragma von 1 Quadratmillimeter Öffnung blickt. Bei der Rechnung ist $A=60,8825$ der Einheiten der Lichtstärke r gesetzt, $J=74,3933$, $J_2=25$. $A_2=2,5119$. A und $\frac{1}{\varepsilon}=150000$. Um ein Maaf für die relative Präcision der Beobachtungen zu geben, die bei Bestimmungen der kleinsten wahrnehmbaren Unterschiede sich nie sehr weit treiben läßt, habe ich in der vorletzten Columnne für die größeren Lichtstärken, bei denen die verschiedenen Farben nach dem Urtheil der beiden Beobachter keine regelmäßigen Differenzen der Unterschiedsschwellen zeigen, noch die Mittel der Werthe für die sechs durchgemessenen Spectralfarben hingesetzt. Die unterste Reihe der Tabelle bezieht sich auf die Reizschwelle. Hier ist eine größere Abweichung

¹ A. KÖNIG und E. BRODHUN: *Sitzungsber. d. Akad. zu Berlin*. 1888. 26. Juli. S. 922.

vorhanden; aber auch die Abweichung der darüber stehenden Zahl ist vielleicht nicht zufällig, sondern durch die Vernachlässigung der kleineren Glieder unserer Reihe bedingt.

Die letzte Columnne giebt aus den nach der Formel berechneten Werthen das Maafs der von mir als „Klarheit“ definirten Gröfse.¹

Höhere Lichtstärke ($r + dr$)	Unterschiedsschwelle dr für Roth von der Wellenlänge 670 $\mu\mu$		Mittelwerthe für die 6 beobachteten Spectral- farben	Maafs der Klarheit $\frac{r}{dr}$
	beobachtet	berechnet		
200000		7158,2	8500	27,94
100000		2684	2830	37,26
50000	1050	1080	1150	46,30
20000	320	370	371,2	54,05
10000	156	175	169,75	57,14
5000	88	85,4	82,5	58,55
2000	33	33,8	36,5	59,17
1000	16,9	17,6	18,02	56,82
500	10,1	9,30	9,57	53,76
200	4,40	4,36	4,50	45,87
100	2,92	2,64	2,59	37,88
50	1,88	1,69		29,59
20	0,89	0,98		20,41
10	0,655	0,656		15,25
5	0,459	0,457		10,94
2	0,343	0,316		6,329
1	0,258	0,255		3,921
0,5	0,188	0,240		2,083
0,06	0,060	0,217		1,000

In der letzten Columnne zeigt sich das Maximum der Klarheit bei der Lichtstärke 2000, aber von 500 bis 20000 weicht es höchstens um ein Zehntel von diesem Maximum ab, also innerhalb eines Gebiets, dessen obere Grenze die untere 40 mal an Lichtstärke übertrifft.

¹ H. v. HELMHOLTZ: *Handbuch der Physiologischen Optik*. II. Aufl. S. 394.

Bei dieser Lage des Maximum hat das mit A_2 multiplicirte Glied der Formel 3 kaum noch Einfluß, und man kann die Lage des Maximum allein aus dem ersten Gliede bestimmen. Nach der Definition ergibt sich der Werth der Klarheit K

$$K = \frac{r + dr}{dr} =$$

$$= \frac{Ar}{(J + r)(1 + \epsilon r)} + 1 = \frac{A}{1 - \epsilon J} \left[\frac{1}{1 + \epsilon r} - \frac{J}{J + r} \right]$$

Um das Maximum zu bestimmen, müssen wir den Differentialquotienten von K nach r gleich Null setzen.

$$0 = \frac{dK}{dr} = \frac{A}{1 - \epsilon J} \left[\frac{J}{(J + r)^2} - \frac{\epsilon}{(1 + \epsilon r)^2} \right]$$

Dies giebt das Maximum für

$$r = \sqrt{\frac{J}{\epsilon}}$$

Dieser Rechnung nach würde das Maximum der oben berechneten Reihe bei $r=3022$ liegen und den Werth 59,50 haben. Der Werth der Empfindlichkeit ist hier merklich kleiner als man bei anderen Vergleichsmethoden erreicht zu haben glaubte, vielleicht weil die Felder nicht sehr groß waren.