Über ein optisches Paradoxon.

(Zweiter Artikel.)

Von

Franz Brentano

in Wien.

1. „Habent sua fata libelli", der alte Spruch bewährt sich immer neu, und so auch mir wieder bei einem kleinen Aufsatze, den jüngst die Zeitschrift vor den Leser brachte.[1] Sein Problem war ein verschwindend kleiner Punkt im weiten Raum psychologischer Forschung, und, aufrichtig gesagt, besorgte ich, die Abhandlung werde darum kaum beachtet, und so auch einem allgemeineren Interesse, das ich im Auge hatte, wenig damit gedient werden. Denn freilich war es mir um etwas mehr zu thun, als einen vereinzelten Fall optischer Täuschung aufzuhellen; an anschaulichem Beispiel wünschte ich zu zeigen, was geordnetes psychologisches Verfahren vermag, und wie zwischen rivalisierenden Hypothesen, auf dem Gebiete des Geistes nicht anders als auf dem der Natur, ein experimentum crucis mit Sicherheit entscheidet.

So war ich denn angenehm überrascht, als ich nun doch bemerkte, wie da und dort jemand mit eifrigerer Teilnahme der Untersuchung folgte, und zumal, als ich der freundlich eingehenden Besprechung begegnete, die schon im unmittelbar folgenden Heft Th. Lipps der kleinen Arbeit gewidmet hat.[2]

---

[1] Über ein optisches Paradoxon, von F. Brentano. *Zeitschrift für Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorgane* III, S. 349 ff.

[2] Zu Franz Brentanos „Über ein optisches Paradoxon", *Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorgane* III, S. 498 ff.

Indes war ich keineswegs so glücklich gewesen, LIPPS zu überzeugen. Statt meiner Erklärung, die er verwirft, befürwortet er selbst eine wesentlich andere Lösung des Rätsels. Da möchte es denn geschehen, dafs auch solche, die zunächst meinem Ergebnis vertraut hatten, jetzt an mir irre werden. Ja, im Gegensatze zu dem, was jeder Freund philosophischen Fortschritts wünschen mufs, wird vielleicht einer achselzuckend die Blätter aus der Hand legen: „Da haben wir wieder unsere Philosophen! der eine fafst die Sache so, der andere deutet sie anders, und des Zweifels ist kein Ende."

So halte ich mich denn für genugsam gerechtfertigt, wenn ich das Problem, so unansehnlich es war, heute nochmals zur Sprache bringe.

Ich hoffe nämlich in Kürze zu zeigen,

einmal, dafs die von LIPPS, zum Teil nicht ohne Schein, geltend gemachten Einwände sich ausnahmslos widerlegen; und

dann (da in seinem Erklärungsversuch eine neue rivalisierende Hypothese auftaucht), dafs seine Auffassung, ähnlich den früher von mir verworfenen, nicht wahrhaft den Thatsachen entspricht.

I.

2. Keiner der Einwände von LIPPS soll unbeantwortet bleiben; doch an die von ihm gewählte Ordnung werde ich mich nicht halten. Denn vor allem scheint es nötig, jene Angriffe zurückzuweisen, welche die Grundlage des ganzen Aufbaues erschüttern wollen.

Meine Erklärung des optischen Paradoxons stützte sich auf die Thatsache, dafs kleine Winkel überschätzt, grofse unterschätzt zu werden pflegen.[1] Dieses Gesetz hat LIPPS[2] beanstandet, und es gilt darum vor allem, zu zeigen, dafs es trotz seines Widerspruchs unzweifelhaft besteht.

Schon in der früheren Erörterung wurden mehrfache Belege von mir erbracht,[3] und leicht und vielfach hätte ich sie vermehren können; nur scheute ich mich, bei einer, wie ich glaubte, allgemein zugestandenen Thatsache allzulange zu verweilen.

---

[1] A. a. O. S. 350, S. 356.

[2] A. a. O. No. 2 f., S. 500 f.

[3] A. a. O. S. 356.

So konnte ich auf den bekannten Fall verweisen, wo von zwei einander gleichen Nebenwinkeln der eine in kleinere Winkel, wie etwa in neun Winkel von je 10^0 zerlegt wird. Die Summe dieser neun Winkel scheint dann sofort gröſser als der ungeteilt gebliebene rechte, den man nunmehr für einen spitzen Winkel zu nehmen geneigt ist. (Fig. 1.) Auch darauf konnte ich mich berufen,

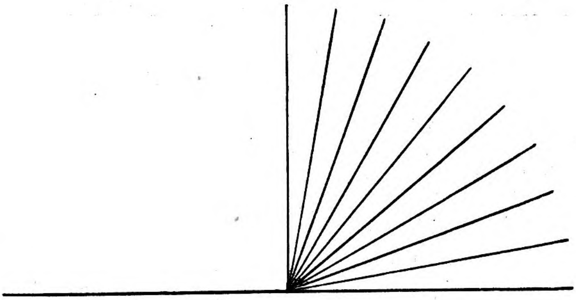

Fig. 1.

was wir erfahren, wenn eine gerade Linie von anderen geraden, die in breitem Winkel strahlenförmig von einem nahen Punkte ausgehen, getroffen wird. (Fig. 2.) Sie scheint dann nicht mehr gerade, sondern in jedem Berührungspunkte leicht gebrochen, wie ein Stück eines in eine schwach gekrümmte Kurve gezeichneten Polygons. Die Täuschung kann hier nicht, wie bei den Zöllnerschen Figuren, darauf beruhen, daſs bei schiefen Nebenwinkeln der kleinere im Verhältnis zum gröſseren überschätzt wird, vielmehr erkennt man leicht, daſs die relative Überschätzung und Unterschätzung, welche den Schein der Brechung erzeugen, bei dem Vergleich von je zwei an einer Dreiecksseite anliegenden Winkeln, wie zwischen $\sphericalangle\ \alpha$ und $\sphericalangle\ \beta$, $\sphericalangle\ \gamma$ und $\sphericalangle\ \delta$, $\sphericalangle\ \varepsilon$ und $\sphericalangle\ \zeta$ u. s. w., statthat. Und so sehen wir hier das Gesetz unter beträchtlich ver-

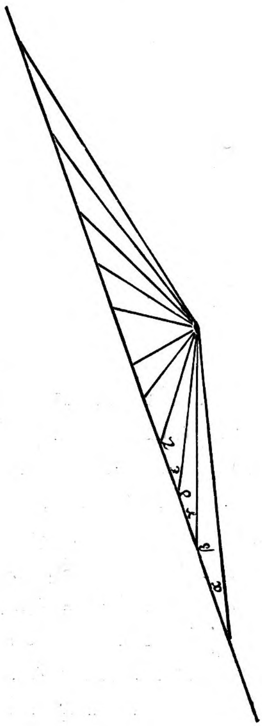

Fig. 2.

änderten Umständen sich bewähren. Ähnliches finden wir, wenn wir einen Strahlenbüschel nicht von einem einheitlichen Punkte ausgehend, sondern ihm zustrebend die gerade Linie treffen lassen. In Fig. 3 sind z. B. $\sphericalangle\,\alpha$ und $\sphericalangle\,\beta$, sowie auch $\sphericalangle\,\gamma$ und $\sphericalangle\,\delta$ ein Winkelpaar, bei welchem der kleinere Winkel im Verhältnis zum gröſseren überschätzt wird.

So bewährt sich, was ich sagte; es stand mir frei, die bestätigenden Erfahrungen beliebig zu vermehren.

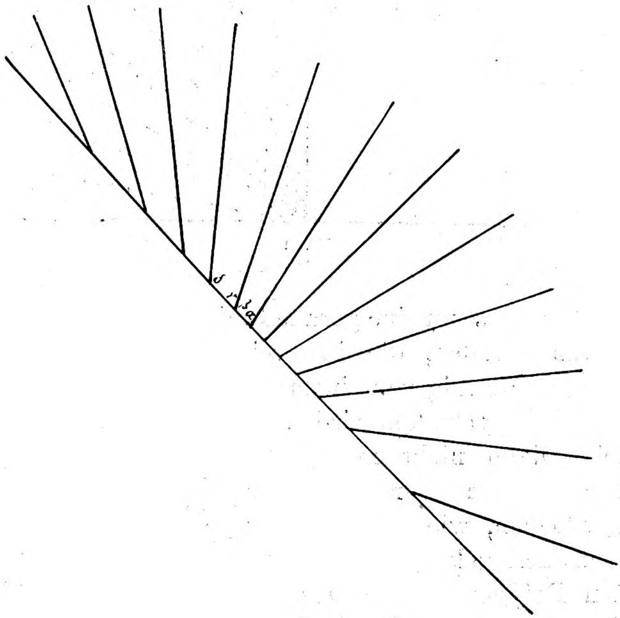

Fig. 3.

3. Und kräftiger noch als durch die Häufung solcher Beispiele konnte ich meine Behauptung sichern, wenn ich mich darauf einlieſs, den tieferen Grund, auf welchem das Gesetz beruht, namhaft zu machen. Man kann nämlich zeigen, daſs es eine notwendige Konsequenz des Satzes ist, daſs bei ungleichen Gröſsen, wenn sie gleiche Zuwüchse erfahren, das Wachstum der kleineren merklicher ist.

Wenn z. B. eine Linie von 1 Zoll und eine andere von 30 Schuh Länge um je einen Zoll vergröſsert werden, so pflegt die Veränderung bei jener ungleich mehr als bei dieser in die Augen zu fallen. Gewiſs hat jeder tausendfach solche Erfahrungen gemacht und wird ohne neuen Versuch dem Gesagten zustimmen. Ganz so mufs es sich nun auch bei Winkelgröfsen verhalten. Wenn z. B. ein Winkel von 5 Grad zehnmal nacheinander um weitere 5 Grad vergröfsert, und so schliefslich in einen Winkel von 55 Grad verwandelt wird, so wird darum jeder folgende Zuwachs minder merklich sein, als der vorhergehende; und auch der erste schon minder merklich, als die ursprünglich gegebene Gröfse von 5 Grad, wenn wir, was ja anstandslos zu gestatten ist, diese wie einen Zuwachs zu einem Winkel von 0 Grad betrachten. Ein Zuwachs, der merklicher ist als ein anderer, wird nun begreiflicherweise für gröfser gehalten (glaubten doch Fechner und jüngst noch Wundt,[1] gleichmerkliche Gröfsen einfach als gleich betrachten zu dürfen). Und so ist denn die relative Unterschätzung der grofsen und die Überschätzung der kleinen Winkel etwas, was von vornherein erwartet werden mufste.

4. Von alledem habe ich in meiner ersten Abhandlung, da ich, wie gesagt, es nicht für nötig hielt, der Kürze halber nicht gesprochen. Und ebensowenig verweilte ich dabei, auf die Ausnahmen aufmerksam zu machen, die allerdings unleugbar für das Gesetz bestehen und sich grofsenteils aus seinem eben dargelegten Erklärungsgrunde selbst ergeben.

So erkennt man z. B. leicht, dafs das Gesetz nur innerhalb gewisser Grenzen Geltung hat. Winkel können ja unmerklich kleine Gröfsen sein, und ebenso die ersten Zuwüchse zu einem Winkel. Hebt nun ein abermaliger Zuwachs, an sich nicht gröfser als einer der früheren, wie man zu sagen pflegt, die Winkelgröfse über die Schwelle, so ist es klar, dafs er in Ansehung seiner Merklichkeit nicht hinter den früheren gleichen Zuwüchsen zurücksteht, sondern sie übertrifft.

Ferner ist es unleugbar, dafs ein grofser Winkel, durch Zwischenlinien in kleinere zerlegt, nicht aufhört, derselbe grofse Winkel zu bleiben, wohl aber mag er aufhören, im Vergleich zu einem kleineren unterschätzt zu werden, er wird jetzt vielleicht sogar überschätzt. Indem die Zwischenlinien die Gröfse seiner Teile merklicher machen, bringen sie natürlich auch die Gröfse des Ganzen mehr zur Geltung.

---

[1] In der ersten Auflage seiner *Physiol. Psychol.* S. 295. Vgl. dagegen meine *Psychologie vom empir. Standpunkte* I. S. 9. f.

Endlich wird ähnliches auch dann eintreten, wenn solche Zwischenlinien zwar nicht objektiv gegeben sind, aber besondere Umstände es mit sich bringen, dafs sie subjektiv, in unserer Einbildungskraft, mit Notwendigkeit oder doch mit vorzüglicher Leichtigkeit und ganz spontan gezogen werden. Unausbleiblich werden sie dann ähnlich wie im früheren Falle wirken.

Schon die zuletzt besprochenen beiden Ausnahmen könnte man als Fälle von indirekter Schätzung bezeichnen, es ist aber leicht ersichtlich, dafs eine solche auch noch in vielfach anderer Weise statthaben und dann zu abweichenden Resultaten führen kann. Vergleichen wir z. B. bei zwei Paaren schiefer Nebenwinkel die stumpfen Winkel miteinander, so werden wir unvermeidlich zugleich einen Vergleich der zugehörigen spitzen Winkel vollziehen, und dieser wird unsere relative Schätzung der stumpfen zu einander mitbestimmen. Nun könnte einer allerdings zunächst meinen, dafs dies für das Resultat völlig gleichgültig sein werde. Aber eine nähere Untersuchung zeigt, dafs dies keineswegs der Fall ist; und die Folgen davon treten vielfach, und so z. B. auch bei den Zöllnerschen Figuren, deutlich hervor. Bekanntlich ist der Grad der Täuschung hier nicht immer gleich und hängt, wie schon ihr Erfinder dargethan hat, insbesondere auch von dem Mafse der schiefen Winkel ab. Ein gewisser mittlerer Fall, den Zöllner empirisch bestimmt,[1] ergiebt das Maximum der Täuschung. Vergleichen wir nun zwei Systeme, deren eines dieses Maximum verwirklicht, während bei dem anderen die stumpfen Winkel gröfser, die spitzen kleiner als in dem der Täuschung günstigsten Falle sind, so ist es aus dem verschiedenen Grad scheinbarer Ablenkung der Parallelen offenbar, dafs die kleineren stumpfen im Verhältnis zu den gröfseren nicht überschätzt, sondern unterschätzt werden, was, wie man bei einigem Nachdenken finden wird, auf die indirekte Schätzung unter Vermittelung der spitzen Nebenwinkel zurückzuführen ist.[2]

---

[1] Es ist der, wo die spitzen Winkel 30^0 betragen.

[2] Wenn ein Winkel von 10^0 mit einem Winkel von 5^0 verglichen und relativ unterschätzt wird, so scheint er weniger als zweimal so grofs. Aber hiermit wäre es wohl vereinbar, wenn der eine für einen Winkel von 12^0, der andere für einen Winkel von $6^1/_2{}^0$ gehalten würde. Nehmen wir nun an, dies sei der Fall, so würde dann der Nebenwinkel des ersten auf 168^0, der des zweiten auf $173\frac{1}{2}^0$ geschätzt, d. h. der eine für $\frac{168}{173\frac{1}{2}}$

Noch in mannigfach anderer Weise kann unser Urteil über das Verhältnis von Winkelgröfsen durch indirekte Schätzung beeinflufst werden. Ich mache, als auf einen bekannten und weitgreifenden Fall, hier nur noch auf die Thatsache aufmerksam, dafs die Gewohnheit perspektivischer Deutung uns bei der Winkelschätzung mitzubestimmen pflegt; ist es doch für den Maler eine oft schwierige Aufgabe, sich von ihrer Herrschaft zu befreien.

5. Was ist also das Ergebnis unserer Untersuchung? besteht oder besteht nicht ein Gesetz, wonach grofse Winkel unterschätzt, kleine überschätzt zu werden pflegen, wie ich es bei meiner Erklärung des optischen Paradoxons zum Ausgangspunkte genommen habe? Ich glaube, die eben geführten Erörterungen entheben uns hierüber allen Zweifels. Wir haben in direkter Induktion die verschiedenartigsten Belege dafür gegeben, und wir haben es aus tieferliegenden Prinzipien abgeleitet. Freilich haben wir dann gefunden, dafs es nur innerhalb gewisser Grenzen gilt, ja dafs es auch hier nicht ausschliefslich bestimmend ist, insofern die Schätzung von Winkelgröfsen gleichzeitig von anderen Umständen beeinflufst werden kann. Aber hierin liegt nichts, was den befremden könnte, der da weifs, dafs alle Gesetze der genetischen Psychologie wegen der Komplikation der Verhältnisse und der Unmöglichkeit einer bis zu den letzten Prinzipien zurückgehenden Analyse an ähnlicher Unbestimmtheit leiden. So z. B. die sog. Gesetze der Ideenassoziation, die darum doch nicht aufhören, für die psychologische Erklärung von höchster Wichtigkeit zu sein. Wir sollten, dieser Inexaktheit Rechnung tragend, eigentlich nicht sagen: „unter diesen Bedingungen geschieht“, sondern: „unter diesen Bedingungen pflegt zu geschehen“. Doch eben weil diese beschränkende Formel eigentlich allgemein

---

des anderen gehalten werden, während er thatsächlich $\frac{170}{175}$ beträgt. Jenes ist $= \frac{11760}{12145}$, dieses $= \frac{11798}{12145}$; somit würde der kleinere stumpfe dem gröfseren gegenüber hier unterschätzt, im Gegensatze zu dem, was einer auf Grund des Gesetzes der relativen Überschätzung des kleineren Winkels erwarten möchte. Und doch würde dies so wenig gegen das Gesetz Zeugnis geben, dafs vielmehr, wer den Zusammenhang begreift, den Fall als einen solchen erkennt, wo dasselbe sich wesentlich mafsgebend erwiesen hätte.

nötig wäre, erscheint sie, als selbstverständlich, nirgend mehr im einzelnen Falle geboten.

6. Wenn nun das Gesetz zu Recht besteht, wie widerlegen sich die Einwände, die LIPPS dagegen geltend macht?

Es sind deren vier:

Erstens beruft er sich[1] auf seine „Ästhetischen Faktoren der Raumanschauung“, worin er gezeigt habe, es sei „ein Irrtum, zu meinen, spitze Winkel würden als solche überschätzt, stumpfe unterschätzt.“

Aber wie immer es mit der Verlässigkeit jener Ausführungen sich verhalten möge, eines ist offenbar, daſs er hier den von mir angerufenen Satz weder dem Wortlaute noch auch dem Sinne nach getreu wiedergiebt. Er identifiziert meine Termini „groſs“ und „klein“ mit den Begriffen „stumpf“ und „spitz“, was durchaus nicht angeht und den Sinn des Gesetzes wesentlich verändert. Denn wenn in einem Fall zwei stumpfe, in einem anderen zwei spitze Winkel von verschiedener Gröſse in Vergleich gebracht werden, so ist in dem ersten nicht bloſs der groſse, sondern auch der kleine Winkel stumpf, in dem zweiten nicht bloſs der kleine, sondern auch der groſse Winkel spitz. Wie „Unterschätzung“ und „Überschätzung“ relative Begriffe sind, so waren auch die Ausdrücke „groſs“ und „klein“ in relativem Sinne zu nehmen, was wir denn auch in unserer ganzen obigen Erörterung gethan haben.[2]

7. Die Aufklärung dieses Miſsverständnisses entledigt uns aber nicht bloſs des ersten Einwandes, welcher in der gegen mich polemisierenden Abhandlung nicht weiter ausgeführt wird, sondern sie entkräftet auch einen zweiten Vorwurf. LIPPS meint nämlich, meine Lehre führe zu der ungereimten Folgerung, daſs rechte Winkel gar nicht anders als richtig geschätzt

---

[1] A. a. O., No. 2, S. 500.

[2] Natürlich sind, wo es sich um den Vergleich von spitzen mit stumpfen Winkeln handelt, die stumpfen die groſsen, die spitzen die kleinen. Und so konnte es geschehen, daſs ich, während ich, den Satz allgemein formulierend, nie von „stumpfen“ und „spitzen“, sondern immer nur von „groſsen“ und „kleinen“ Winkeln sprach, da, wo ich (a. a. O. S. 356) speziell von den ZÖLLNERschen Figuren handelte, sagte, die veränderte Beurteilung der Richtungen finde hier „im Sinne der Überschätzung der spitzen und Unterschätzung der stumpfen Winkel“ statt. Zu meinem Bedauern scheint diese Stelle das Miſsverständnis begünstigt zu haben.

werden könnten.[1] Dies ist so wenig der Fall, daſs wir oben[2] zur Erläuterung des Gesetzes uns des Beispiels der Unterschätzung eines rechten Winkels bedienten. Übrigens wäre auch aus anderem Grund, nämlich wegen des Einflusses fremdartiger Momente, welche die Schätzung beeinflussen können,[3] die Folgerung nicht stichhaltig.

8. Interessanter sind zwei weitere Argumente, die Lipps unter No. 3 seiner Abhandlung geltend macht. „Es befinden sich", sagt er, „auch unter den Brentanoschen Fällen solche, bei denen zweifellos nicht die von Brentano vorausgesetzte, sondern die entgegengesetzte Winkelschätzung stattfindet." Und er bringt dann die Zeichnung einer Figur, die als Fragment der Zöllnerschen Figur angesehen werden kann, bei der aber merkwürdigerweise die parallelen Linien in der entgegengesetzten Richtung, als bei Zöllner, abgelenkt scheinen. Ich gebe sie hier unverändert, nur an einigen Punkten mit Buchstaben bezeichnet, wieder. (Fig. 4 vgl. Lipps, a. a. O. Fig. I, S. 500.) Die einander parallelen Linien *a b* und *c d* scheinen sich nach *a* und *c* hin voneinander zu entfernen, *c d* und die nächstfolgende Parallele sich nach dieser Seite zu nähern, und so geht es weiter und weiter in fortwährendem Wechsel, wobei, wie gesagt, der Gegensatz zu der Zöllnerschen Figur frappiert. Wenn sich nun bei der Zöllnerschen Figur die Täuschung aus einer Unterschätzung der stumpfen und Überschätzung der spitzen Winkel erklärte, so scheint Lipps hier mit Recht die Täuschung auf eine Überschätzung der

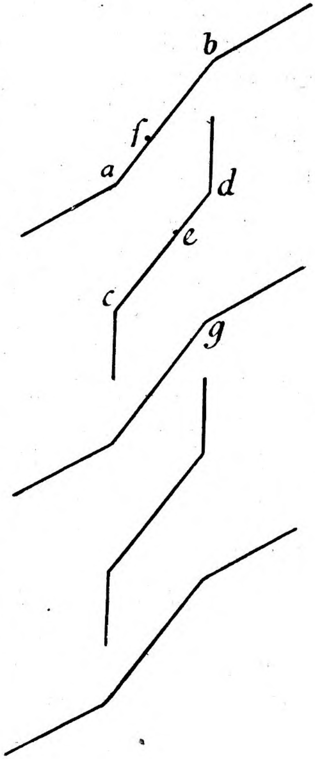

Fig. 4.

[1] Ebenda. S. 502, No. 5.
[2] Vgl. No. 3.
[3] Vgl. oben No. 4 und 5.

stumpfen Winkel (den einzigen, die in der Zeichnung vorkommen) zurückzuführen; und daraufhin erklärt er mein Prinzip für widerlegt.

Aber dennoch ist er im Irrtum. Vor allem könnte ich wiederum zu meiner Verteidigung geltend machen, dafs mein Prinzip nicht erheische, dafs stumpfe Winkel schlechtweg, sondern nur, dafs stumpfe Winkel im Vergleiche mit kleineren, also insbesondere mit spitzen, unterschätzt würden; in dem Fragment der Zöllnerschen Figur, das Lipps giebt, seien aber die spitzen entfallen. Aufser den stumpfen Winkeln seien in seiner Zeichnung nur noch jene erhabenen Winkel da, welche die stumpfen Winkel zu vier rechten ergänzten. Diesen gegenüber seien die stumpfen Winkel kleine Winkel; also sei es nicht meinem Prinzip entgegen, sondern ihm entsprechend, wenn nunmehr die stumpfen Winkel für gröfser gehalten würden, als sie sind. Doch das wäre wohl ein gutes argumentum ad hominem, aber keineswegs eine dem wahren Thatbestand entsprechende Antwort. Der Fall ist nämlich einer von denen, wo, wie wir oben sagten, die Einbildungskraft getrieben wird, gewisse Linien zu ziehen. Unwillkürlich verlängert sie z. B. die beiden senkrechten Teile der zweiten gebrochenen Linie über *c* und über *d* hinaus. Aber freilich nicht in der Vollkommenheit, dafs sie die genau senkrechte Richtung einhielte, welche nach *a*, beziehungsweise *g*, führen würde, vielmehr weicht sie über *c* hinausgehend nach links, über *d* hinausgehend nach rechts von der senkrechten Richtung ab. Es entstehen so in der Einbildung spitze Winkel, und diese haben zur Folge, dafs nun die objektiv gegebenen stumpfen nicht überschätzt, sondern unterschätzt werden. Die besprochenen Abirrungen nach links und rechts sind hierfür selbst ein sprechender Beweis. Lipps scheint sie, so auffällig sie sind, nicht bemerkt zu haben, sonst hätte er sich hier, trotz des Mifsverständnisses meines Prinzips, von der Nichtigkeit seines Arguments überzeugen müssen.

Fragt man mich, wie ich nun unter den obwaltenden Umständen die Täuschung begreiflich machen wolle, so antworte ich, dafs hier zwei Momente in Betracht kommen, von welchen, je nach der Güte des Beobachters, das eine oder andere oder auch beide bestimmend werden. Dem minder vorsichtigen Beobachter mag es begegnen, dafs er aufser dem Abstand der

Teile zwischen *a f* und *e d* auch den Abstand von Teilen der beiden gebrochenen Linien, die diesseits oder jenseits dieser Punkte liegen, mit einbezieht, und die dort bestehende Divergenz und Konvergenz irrtümlich den Linien *a b* und *c d* zuschreibt. Der vorsichtigere dagegen wird, um über die relativen Richtungen von *a b* und *c d* zu urteilen, besonders die Abstände *a e* und *f d* in Vergleich bringen. Indem er nun diese Punkte im Geiste sozusagen durch Linien verbindet, mufs er aus den in meiner früheren Abhandlung dargelegten Gründen, weil an *a e* aufser drei rechten ein stumpfer, an *f d* aufser drei rechten ein spitzer Winkel anliegt, die Linie *a e* etwas gröfser als *f d* zu schätzen geneigt sein, und so, wenn auch in geringerem Mafse, derselben Täuschung verfallen.[1]

Auch dieser Angriff liefs also im Grunde eine leichte Abwehr zu.

9. Verfänglicher ist ein viertes Argument, welches unser scharfsinniger Gegner bringt; und vielleicht hat er, um in einer Art von logischem Klimax die Reihe zu ordnen, ihm die letzte Stelle angewiesen. Hier (durch seine zweite Figur)[2] scheint nämlich der Nachweis erbracht, dafs zwei stumpfe Winkel von je 135° einem rechten gegenüber, der mit ihnen in die 360° der Winkelebene sich teilt, überschätzt werden.

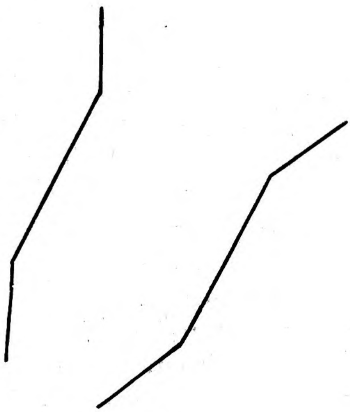

Fig. 5.

Und doch ist auch hier seine Beweisführung mangelhaft. Um ihre Schwäche darzuthun, erinnere ich daran, dafs es hinsichtlich der objektiv gegebenen Linien und Winkel eine doppelte Art von optischer Täuschung giebt. Die eine beruht darauf, dafs unsere Phänomene dem objektiv Gegebenen nicht entsprechen; wie z. B. wenn ein Stab, ins Wasser getaucht, gebrochen, eine Zeichnung,

[1] Ausschliefslich aus dieser Quelle dürfte die schwache Versuchung zur Täuschung entspringen, welche für uns übrig bleibt, wenn wir die von Lipps gegebene Figur durch veränderte Nebeneinanderstellung der Parallelen in die folgende (Fig. 5) verwandeln.

[2] A. a. O. S. 501.

auf einer Kugel oder einem Konus sich spiegelnd, verzerrt erscheint. Die andere dagegen, für die der Name „Urteilstäuschungen“ im engeren Sinne üblich geworden ist, entspringt aus einer falschen Beurteilung phänomenal gegebener Verhältnisse, wie sie sich z. B. mit auffallender Kraft bei den Zöllnerschen Figuren uns aufdrängt.

Das Gesetz der Überschätzung kleiner und Unterschätzung grofser Winkel will nun ein Gesetz für Täuschungen dieser zweiten Klasse sein. Und so ist es denn auch Lipps nicht eingefallen, gegen das Gesetz einen von den zahlreichen Fällen anzurufen, wo infolge perspektivischer Verschiebung oder auch der Vermittelung von geschliffenen Gläsern ein objektiv gegebener rechter oder selbst spitzer Winkel einem stumpfen gegenüber unterschätzt wird. Er führt ein Beispiel vor, das er selbst, und das mit ihm wohl die meisten für einen Fall von Urteilstäuschung im engeren Sinn halten dürften.

Nichtsdestoweniger ist eine hohe Wahrscheinlichkeit vorhanden, dafs auch dieser Fall vielmehr der ersten Klasse optischer Täuschung zuzurechnen sei. Die Zeichnung von Lipps zeigt uns nämlich die rechten Winkel in zwei Lagen, in welchen wir, auch wenn keine stumpfen Winkel neben ihnen wären, sie für spitz zu halten geneigt sein würden, indem sie den einen mit symmetrisch gehobenen Schenkeln auf die Spitze stellt, den anderen mit symmetrisch sinkenden Schenkeln mit der Spitze nach oben kehrt. Das Urteil ändert sich darum sofort, wenn wir die Zeichnung drehen. Ja es schlägt, wenn wir sie um einen rechten Winkel drehen, ganz unverkennbar in sein Gegenteil um; die früher für spitz gehaltenen rechten scheinen nun stumpf.

Diese Änderung des Urteils über die Winkelgröfse steht in Zusammenhang mit der bekannten Thatsache, dafs von zwei gleichen geraden Linien, von denen die eine senkrecht, die andere horizontal verläuft, die senkrechte für gröfser gehalten wird als die horizontale. Ein objektiv gegebenes Quadrat, auf eine seiner Seiten senkrecht gestellt und ohne perspektivische Verschiebung dem Auge dargeboten, erscheint darum höher als breit. Eben darum scheinen aber dann bei einem symmetrisch auf eine seiner Winkelspitzen gestellten Quadrat die Scheitel des oberen und unteren Winkels weiter voneinander entfernt, als die der beiden seitlich liegenden; mit anderen

Worten, das Quadrat scheint hier ähnlich einem Rhombus, worin die senkrecht stehende Diagonale die längere ist. Hiermit ist gesagt, dafs der obere und untere Winkel kleiner, die seitlich liegenden gröfser als ein rechter zu sein scheinen.

Fragen wir nun nach dem Grunde dieser Täuschung, so ist eine der möglichen Annahmen, und vielleicht die wahrscheinlichste unter allen, die, dafs sie auf einem Unterschied zwischen den phänomenalen und objektiven Verhältnissen beruhe.[1] Dann aber gehört die Täuschung nicht hierher. Lipps hat also hier einen Fall geltend gemacht, den er noch stark bearbeiten müfste, um zu beweisen, dafs er uns auch nur im geringsten etwas angehe.[2]

So bleibt denn, wenigstens was unser Prinzip betrifft, nicht ein einziger der von Lipps erbrachten Einwände bestehen.

II.

10. Doch Lipps hat nicht blofs unser Prinzip bestritten, er versucht auch noch des weiteren zu zeigen, dafs aus dem Gesetz, angenommen es bestände wirklich, die in unserem Falle gegebene Urteilstäuschung sich nicht begreiflich machen liefse. Auch hierfür bringt er mehrere Argumente, die wir, eines um das andere, zu prüfen haben.

Das erste unter ihnen ist das, womit er die ganze Abhandlung eröffnet.[3] Er behauptet hier, dafs, die Überschätzung und Unterschätzung der Winkel in den von mir besprochenen Fällen zugestanden, die Überschätzung und Unterschätzung der Distanzen sich nicht aus ihr ableiten lassen würde.

---

[1] Dafs in diesem Fall nicht auch das Bild auf der Netzhaut, verglichen mit dem aufser dem Auge gegebenen Objekt, der Höhe nach unverhältnismäfsig gestreckt sein müfste, braucht kaum ausdrücklich bemerkt zu werden und wird besonders deutlich ersichtlich, wenn man an die identischen Netzhautstellen und an die phänomenale Umkehr der Netzhautbilder denkt. Freilich haben manche, aber mit allzugrofser Kühnheit, auch diese auf blofse Urteilstäuschungen zurückführen wollen.

[2] Lipps sagt (a. a. O., S. 501), indem er von dem Falle handelt: „Übrigens thut man gut, die Figur von verschiedenen Seiten zu betrachten ... Der Eindruck wird dann, obgleich die Gröfsenverhältnisse sich scheinbar verschieben, deutlicher.“ Diese Worte haben mich seltsam berührt. Lipps glaubt, sein Argument zu kräftigen, und leitet zu einem Versuche an, der gerade die Schwäche desselben erkennen läfst.

[3] A. a. O. No. 1, S. 499 f.

Aber ich habe in dem früheren Aufsatze[1] diese Ableitung wirklich gegeben, und der Zusammenhang scheint mir so klar und einfach, daſs ich kaum glauben kann, daſs der Widerspruch von LIPPS hier bei jemandem ernste Zweifel zu erwecken vermöge. Ich kann LIPPS schlechterdings nicht zugeben, daſs, wenn in der folgenden Figur (Fig. 6, mit welcher ich Fig. 17 meines ersten Aufsatzes zu vergleichen bitte) der Punkt *a* und die beiden Endpunkte der Linie *b c* ein stumpfwinkeliges Dreieck bilden, und der stumpfe ∢ *b* unterschätzt, der spitze ∢ *c* aber überschätzt wird, dies auf die Schätzung der Distanzen von *a* und *b*, und von *a* und *c* ohne Einfluſs bleiben werde. LIPPS will der Folgerung durch die an und für sich richtige Bemerkung entgehen, daſs die Linie *bc* bei *b* und bei *c* etwas gekrümmt scheine, in der Art wie es unsere Figur (nur wesentlich verstärkt) in den punktierten Linien andeutet. Wie er aber glauben kann, dadurch mich widerlegt zu haben, ist mir unerfindlich. Vielmehr ist es offenbar, daſs ohne diese von mir behauptete Distanzverschiebung die von *b* und die von *c* ausgehende krumme Linie nicht, wie es doch augenscheinlich der Fall ist, ein und dieselbe Linie sein könnten.[2]

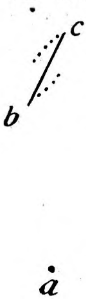

Fig. 6.

11. Scheinbarer ist wohl ein anderes Argument, worin LIPPS zu erweisen sucht, daſs gewisse Fälle, die offenbar derselben Klasse optischer Täuschung angehören, wie die von mir erklärten, sich nicht meinem Prinzip unterordnen lieſsen.

Zu dem Behuf ändert er[3] Fig. 2 meines früheren Aufsatzes in der Art ab, daſs er eine gerade Linie erhält, mit welcher an jedem der beiden Endpunkte zwei andere gerade Linien unter Winkeln von je 120° zusammentreffen, wodurch also bei jedem Endpunkte drei einander gleiche Winkel entstehen. Hier, meint er, könne von einer Unterschätzung der stumpfen Winkel nicht mehr die Rede sein, und nichtsdestoweniger bestehe immer noch

---

[1] A. a. O, S. 356 f.

[2] Man vergleiche hierzu die zweite Figur dieser Abhandlung, wo sich sogar unter erheblich erschwerenden Bedingungen mit der falschen Beurteilung der Winkel eine falsche Beurteilung der Distanzen verknüpft, ohne welche ja die scheinbare polygonale Brechung der geraden Linie undenkbar wäre.

[3] A. a. O. No. 5, S. 502.

eine gewisse Neigung, die Distanz der Endpunkte für gröſser zu halten, als die von zwei ebensoweit voneinander entfernten isolierten Punkten, die man damit in Vergleich bringe.

Die letzte Bemerkung ruht auf einer richtigen Beobachtung. Und auch darin hat LIPPS recht, daſs die hier bestehende schwächere Täuschung aus demselben Prinzip mit der bei meiner Fig. 2 bestehenden stärkeren begriffen werden müsse. Er irrt aber darin, daſs mein Prinzip dies nicht auch wirklich zu leisten vermöge. Wenn wir behaupten, groſse Winkel würden unterschätzt, so besagt dies nach der oben gegebenen Erklärung allerdings nicht, daſs stumpfe Winkel unter allen Umständen überschätzt werden, vielmehr wird die Überschätzung nur da auftreten, wo kleinere Winkel damit in Vergleich kommen. Und zunächst scheint darum die Meinung von LIPPS, da in der Figur keine anderen Winkel als die sechs stumpfen von je 120° sichtbar sind, vollkommen begründet. Allein man braucht nur auf unsere obige Fig. 6 zu achten (anderer, die meine frühere Abhandlung brachte,[1] gar nicht zu gedenken), so erkennt man, daſs, wie wir auch früher bemerkten, objektiv nicht gezogene Linien, durch die Einbildungskraft ersetzt, oft ähnlich wirksam sind, als wenn sie in äuſserer Wirklichkeit gezogen wären. Und indem dies auch hier der Fall ist, kommt es zur Bildung spitzer Winkel, denen gegenüber die Unterschätzung der stumpfen als groſser Winkel unserem Gesetz entsprechend stattfindet und dann auch zur falschen Schätzung der Distanzen führt. Die folgende Figur (Fig. 7), in welcher die punktierten Linien zwei bloſs subjektiv gezogene Linien andeuten sollen, wird genügen, dies anschaulich zu machen.

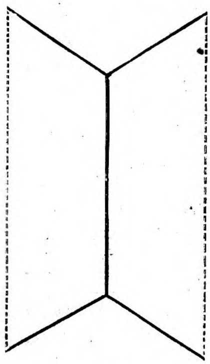

Fig. 7.

12. Doch LIPPS bringt noch einige weitere Instanzen,[2] durch welche meine Erklärung zu nichte werden soll, und merkwürdigerweise dienen ihm dazu Fälle, welche ich selbst zur Unterstützung meiner These vorgeführt hatte, nämlich Figg. 7, 8, 23, 24

---

[1] Wie z. B. a. a. O. S. 352, Figg. 5 und 6, S. 354, Figg. 10 und 15, und die Figuren auf S. 357.

[2] A. a. O. No. 4, S. 501 f.

meines ersten Aufsatzes, und auch Fig. 4, „wenn man“, sagt er, „hier die Bogen so zeichnet, dafs die vertikale Linie zur gemeinsamen Tangente derselben wird“. In Bezug auf diese also noch ein kurzes Wort.

Was Fig. 4, in der von Lipps versuchten Modifikation, und Fig. 23 anlangt, so ist die Täuschung, welche besteht, aber freilich auch die relative Schwäche der Täuschung, aus meinem Prinzip vollkommen begreiflich. Im ersteren Falle kommt Lipps von selbst der Zweifel, ob dies nicht der Fall sein möge; im letzteren dürften die soeben (No. 11) geführten Erörterungen, die sich leicht darauf übertragen lassen, ihn wecken. Was Fig. 24 anlangt, so kann ich auf Grund erneuerter Versuche mit verschiedenen Beobachtern nur das wiederholen, was ich S. 357 f. meines ersten Aufsatzes gesagt habe. Bei einiger Sorgsamkeit erkannte man sofort, dafs sowohl an den oberen als unteren Ecken, und somit auch für die ganzen vertikalen Linien, links und rechts der Abstand gleich sei. Dagegen zeigte sich allerdings, dafs in Fig. 7 und 8 die Täuschung mächtiger auftrete, als es bei den von mir ursprünglich entworfenen Zeichnungen der Fall war, auf welche sich der von mir gegebene Bericht[1] bezieht: „ich fand, dafs selbst wenig geübte Beobachter bei einiger Aufmerksamkeit der Täuschung nicht mehr erliegen, sondern alsbald für die Gleichheit der Linien sich aussprechen.“ Der Unterschied der Wirkung ist offenbar auf die Abänderung zurückzuführen, die beim Drucke vorgenommen worden ist. Die beiden Figuren wurden sehr nahe aneinandergerückt. Infolge davon dürften jetzt die meisten den Vergleich in einer beträchtlich anderen Weise vornehmen, als es bei meiner Zeichnung geschehen, indem sie ihre Augen, oder wenigstens ihre Aufmerksamkeit, sowohl oben als unten querüber streifen lassen, bei diesem Prozesse aber über die Vorsprünge sozusagen mit dem Blicke stolpern, unbewufst von der horizontalen Richtung abkommen und dann, die Abweichung wieder ausgleichend, mit Bewufstsein ihm heben und senken. Bezeichnend dafür ist es, dafs die Täuschuug abnimmt, wenn man abwechselnd die eine oder andere Figur verdeckt; ja sogar wenn man die Lage der Figuren verändert. Blickt man sie in schiefer Lage an, so ist

[1] A. a. O. No. 4, S. 353.

in dieser, den Täuschungen sonst vorzüglich günstigen Stellung die Versuchung geringer. Und was so zunächst verwundern mag, wird dem Nachdenkenden als Folge der eben gegebenen Erklärung verständlich werden.[1]

III.

13. Ich habe im Anfange des Aufsatzes versprochen, nicht blofs dafs ich die zum Teile so wohl erdachten Einwände von Lipps widerlegen, sondern auch dafs ich seine eigene Erklärung des optischen Paradoxons als mit den Thatsachen unvereinbar erweisen werde.

In der That, wer seine Streitschrift liest, erkennt sofort, dafs dies schon darum unerläfslich erscheinen mufste, weil Lipps diesen seinen Versuch in gewisser Weise als einen letzten und vielleicht nicht gerade schwächsten Einwurf geltend machen will. Er behauptet nämlich,[2] dafs sein Erklärungsprinzip, selbst wenn das meinige sonst unanfechtbar wäre, das vor ihm voraushabe, dafs es mit den von mir beachteten Erscheinungen einheitlich auch solche, auf welche mein Prinzip unanwendbar sei, begreife. Auf Grund dieser bereits feststehend und alle meine Fälle miterklärend, mache es „Brentanos Erklärungsprinzip gegenstandslos“.[3]

---

[1] Ich benütze die Gelegenheit, auf einige andere Fehler, die beim Abdrucke meiner ersten Abhandlung sich eingeschlichen, aufmerksam zu machen.

S. 350, Z. 12 v. ob., und Z. 2 v. unt., sowie S. 352, Z. 6 v. ob., lies Stricke (st. Striche);

S. 356, Z. 7 v. ob., ist vor *abg* das Winkelzeichen ausgeblieben;

S. 354 ist Fig. 13 eine nutzlose Wiederholung von Fig. 12 geworden; bei meiner, nicht mehr in meinen Händen befindlichen, Zeichnung war wohl einer der geradlinigen Ansätze auf der entgegengesetzten Seite angebracht;

bei Fig. 21 sollten die ineinanderliegenden Winkel den Scheitelpunkt gemein haben, und bei dieser sowohl als bei der folgenden Fig. 22 die Abstände genau gleich sein, während sie, hier die durch die Täuschung bewirkte Schätzung erhöhend, dort sie herabsetzend, beidemal aber störend, nicht unbeträchtlich sich unterscheiden.

Endlich ist bei der Zählung der Figuren No. 11 übersprungen.

[2] A. a. O. No. 6, S. 502.

[3] A. a. O. No. 6, S. 502; womit der am Ende (No. 8) ausgesprochene Tadel, dafs es „ein gefährliches Unternehmen“ sei, wenn man, so wie

Wir wollen jetzt unser Wort auch in diesem Punkte einlösen.

Der Grundgedanke von Lipps, wie er von ihm a. a. O. S. 305 ausgesprochen wird, ist folgender: Jede Linie, meint er, repräsentiert eine Bewegung. Erscheint eine gerade Linie an den Enden in derselben Richtung oder wenigstens ohne allzustarke Abweichung von ihr fortgesetzt, so scheint die Bewegung „frei und siegreich aus sich herausstrebend“; andernfalls, wie wenn sie sich an den Enden gar nicht oder in sehr starker Abweichung von der früheren Richtung, z. B. in einem spitzen Winkel, fortsetzt, scheint sie „abgeschnitten, angehalten, gehemmt“. Die „siegreich aus sich herausgehende“ Bewegung wird nun überall hinsichtlich der Weite des Weges, den sie durchmessen, überschätzt, die „gehemmte“ unterschätzt. Lipps erläutert diesen Gedanken durch Hinweis auf die optische Täuschung, vermöge deren uns ein Quadrat, wenn man zwei parallele Seiten über die Ecken hinaus verlängert, in der betreffenden Richtung gestreckt erscheint. Er verwertet ihn aber für unseren Fall, indem er sagt, „aus hier nicht anzuführenden Gründen“ unterlägen wir in allen von mir aufgeführten Beispielen „in besonderem Maſse dem Eindruck einer frei aus sich heraus oder in die Weite gehenden, von einer Mitte fortstrebenden“, in allen Beispielen der Unterschätzung „dem einer in sich zurückkehrenden, einer Mitte zustrebenden Bewegung“.

Es ist nun wohl hier nicht der Ort, die Anschauung von Lipps in ihrer Allgemeinheit zu würdigen. Hinsichtlich des Thatsächlichen aber, das er erbringt, wird man nicht umhin können, zuzugestehen, daſs die Behauptung von der scheinbaren Verlängerung des Quadrats in der Richtung der verlängerten Parallelen richtig ist. Auch wird, wer die beifolgende Figur (Fig. 8) ins Auge faſst, bemerken, daſs wir geneigt sind, den Abstand zwischen den beiden kleinen geraden Linien für gröſser zu halten, als den ihm gleichen Abstand zwischen

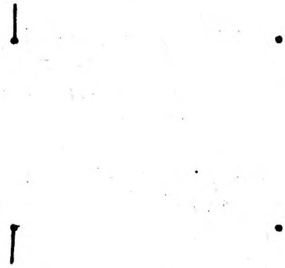

Fig. 8.

ich es gethan, versuche, „einzelne optische Täuschungen oder Gruppen von solchen für sich zu erklären“, ohne Zweifel in Zusammenhang zu bringen ist.

den zwei vereinzelten Punkten. Und es ist kein Zweifel, daſs sich diese Täuschung als Folge des von LIPPS vertretenen Grundgedankens erklären würde, während sie auf mein Prinzip der Unterschätzung groſser und Überschätzung kleiner Winkel nicht zurückführbar erscheint.

Nun könnte einer zwar sagen, die Begrenzung durch einen Punkt sei scharf, die durch eine Linie sozusagen verwaschen, und hierauf ruhe die relative Überschätzung. Aber, wenn sich dies auch an und für sich recht wohl hören läſst,[1] so bleibt doch LIPPS unzweifelhaft im Vorteil, wenn er diese Erscheinung mit tausend anderen, und insbesondere auch mit den von mir betrachteten paradoxen Fällen wirklich einheitlich zu erklären vermag.

Doch gerade dies ist, wie ich jetzt darzuthun hoffe, wenigstens was meine Fälle betrifft unmöglich. Meine Gründe dafür sind folgende:

1. Wenn LIPPS behauptet, daſs wir in den von mir angeführten Beispielen der Überschätzung dem Eindruck einer „von einer Mitte fortstrebenden“, in denen der Unterschätzung dem einer „der Mitte zustrebenden“ Bewegung unterlägen, so vermag ich ihm, soweit seine Aussage ihn selbst betrifft, natürlich nicht zu widersprechen, in betreff meiner und der allermeisten stelle ich aber das, was er sagt, auf das entschiedenste in Abrede. Ja für Figg. 5 und 6 meines ersten Aufsatzes, wo doch die Täuschung hochgradig besteht, wage ich getrost das gerade Gegenteil zu behaupten. Die einander zugekehrten Winkelspitzen machen mir den Eindruck, als strebten sie „einer Mitte zu“, die voneinander abgekehrten, als strebten sie „von einer Mitte fort“, und zwar wohl deshalb, weil sie mich an Pfeile erinnern, die in der Richtung der Spitze die Luft durchschneiden.[2]

Sollte dies bei irgendwem weniger der Fall sein, so dürfte die Wirkung doch unausbleiblich auch für ihn eintreten, wenn er statt bloſser Spitzen ganze Pfeile zeichnet, wie ich es in den folgenden Figuren (Figg. 9 u. 10) thue. Aber die Täuschung wird auch dann noch ungeschwächt für ihn bestehen.

---

[1] Vergl. meine frühere Abhandlung, No. 4, S. 352 f., u. No. 5, Anm. 1, S. 354.

[2] Dasselbe gilt für Figg. 10, 21 und 22.

2. Wenn wir Figg. 1 und 2 meines früheren Aufsatzes in der Art abändern, daſs wir die zu vergleichenden geraden Linien beide nach oben und unten verlängern, so besteht, wie

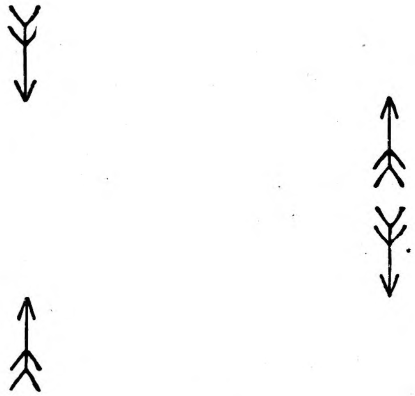

Fig. 9.

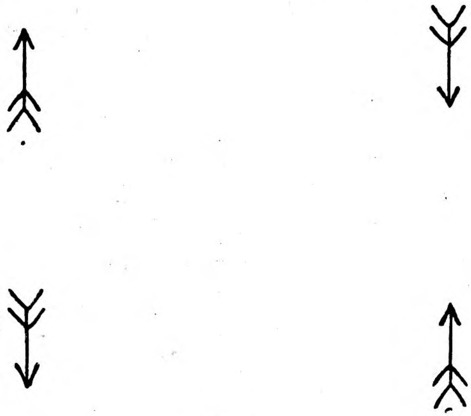

Fig. 10.

die folgende Figur (Fig. 11) zeigt, die Täuschung ungeschwächt, ja, für mich wenigstens, sogar etwas verstärkt fort. Nach LIPPS aber müſste sie, da nun auch die scheinbar verkürzte Linie „siegreich aus sich herausstrebt", gar nicht mehr oder doch jedenfalls geschwächt bestehen, da das Mächtigerwerden einer schon gegebenen freien Bewegung nach auſsen nicht so auffällig sein kann, als der Umschlag der Bewegung in ihr

Gegenteil beim Sieg über die vorher zurückdrängenden Hemmnisse.

Fig. 11.

3. Endlich, wenn ich zugebe, dafs der durch zwei kleine gerade Linien, wie in Fig. 8, abgegrenzte Abstand gröfser scheint, als der durch zwei vereinzelte Punkte abgegrenzte, so kann ich doch keineswegs zugestehen, dafs dies in dem Mafse der Fall sei, wie es der Fall sein müfste, wenn hier, in der Weise wie Lipps den Zusammenhang erklärt, dieselbe Ursache wie in den von mir betrachteten Fällen wirksam wäre. Wir hätten dann, da es sich um geradlinige Fortsetzungen handelt, den der Täuschung günstigsten Fall vor uns, sie müfste also hier in vorzüglicher Kraft sich offenbaren, während sie vielmehr ungleich schwächer auftritt.

In den folgenden Figuren (Figg. 12—14) habe ich ein Mittel gefunden, die hier und die in meinen Fällen wirkende

Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14.

Kraft sich im Kampfe messen zu lassen. Und da zeigt denn der Erfolg, dafs man es bei den letzteren mit einem anderen, weil ungleich mächtigeren Prinzip zu thun hat. Weder gleichgerichtete Fortsetzungen, noch verdoppelte Fortsetzungen, von denen die eine gleichgerichtet ist, während die andere in ihrer Richtung sehr wenig von der Richtung der zu vergleichenden Linien abweicht, vermögen es zu verhindern, dafs die Ansätze kleiner gerader Linien unter spitzen Winkeln von 30^0 und stumpfen von 150^0 in durchschlagender Weise ihre Tendenz zur Täuschung zu Geltung bringen.

Das ist, was ich gegen Lipps zur Verteidigung meines früheren Ergebnisses zu sagen hatte. Indem ich dieselbe abschliefse, kann ich nicht umhin, nochmals meiner Freude Ausdruck zu geben, dafs mein unscheinbarer kleiner Aufsatz den gewissenhaft eifrigen Forscher zu so mannigfaltigen Erwägungen anregen konnte. Unzweifelhaft bleiben seine Einwände, selbst wenn meine Antwort sie als nicht unwiderleglich erwiesen haben sollte, etwas, was das Verständnis der Frage wahrhaft fördert.