

Erklärung der BRENTANOSchen optischen Täuschung.

Von

F. AUERBACH.

Als ich, gelegentlich des Studiums einer anderen Abhandlung den 6. Band dieser Zeitschrift durchblättern, die Figur 1 auf Seite 2 erblickte, war ich mir nicht nur sofort darüber klar, daß es sich bei ihr um eine optische Täuschung handle, und daß diese in der irrthümlich ungleichen Schätzung der in Wahrheit gleichen Entfernungen der Scheitelpunkte besteht, sondern ich fand auch fast momentan und rein intuitiv die Erklärung dieser merkwürdigen Täuschung. Wenn ich trotzdem ohne Zögern den Aufsatz nachlas, so geschah es also lediglich aus Interesse an dem offenbar reichhaltigen Detail der Betrachtungen, von denen ich mir viel Anregendes versprach, und in denen ich, wie ich gleich vorweg bemerken will, auch viel Anregendes gefunden habe. Um so größer aber war mein Erstaunen, nicht nur meine Erklärung der Erscheinung in den Zeilen nicht zu finden, sondern statt ihrer auf zwei andere Erklärungen zu stoßen, deren eine von dem Verfasser herrührt und der anderen gegenüber in seinem Aufsatze der sich als eine Replik darstellte, verteidigt wurde. Unter diesen Umständen erscheint es mir angezeigt, meine Erklärung, zumal da sie eine sehr verbreitete und wichtige Erscheinung betrifft, hier darzulegen; ich will mich jedoch, um das einem Physiker gewährte Gastrecht nicht zu mißbrauchen, so kurz wie möglich fassen.¹

Eine der übrigens nicht in wesentlichen Punkten verschiedenen Formen, in denen man die Täuschung darstellen

¹ Litteratur: F. BRENTANO, *diese Zeitschr.* 3, S. 350,—5, S. 61,—6. S. 1.
— LIPPS, ebenda 3, S. 498. — DELBOEUF, *Rev. scient.* 51, S. 237.

kann, ist folgende. Von drei Punkten (Fig. 1), die in einer geraden Linie und in gleichen Abständen voneinander liegen, gehen die Schenkel von gleichen Winkeln aus, und zwar bei dem links gelegenen Punkte nach rechts, bei dem mittelsten

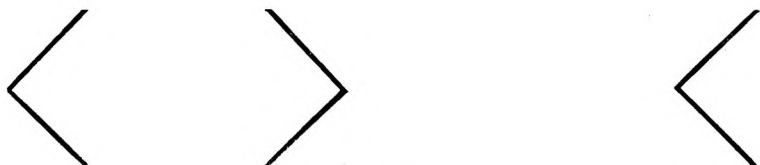


Fig. 1.

nach links und bei dem rechts gelegenen wieder nach rechts. Beim Ansehen dieser Zeichnung schätzt man die Abstände der Scheitelpunkte nicht gleich, sondern man schätzt den zwischen den konvergierenden Schenkeln gelegenen Abstand kleiner, als den zwischen den divergierenden Schenkeln gelegenen; mit anderen Worten: man hat den Eindruck, als ob die durch die drei Scheitelpunkte geteilte Linie nicht in zwei gleiche, sondern in zwei ungleiche Teile geteilt sei. Diese Täuschung ist eine rein physiologische und überaus natürlich und einfach; sie ist eine Folge der Beeinflussung dessen, was man sehen soll, durch das, was man daneben noch indirekt sieht. Über und unter der Linie *abc* (Fig. 2) nimmt das Auge zahlreiche

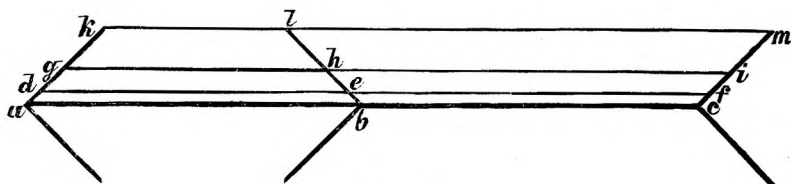


Fig. 2.

andere, der ersten parallele Linien wahr, die durch Punkte auf den Schenkeln der Winkel begrenzt resp. geteilt sind: die Linien *def*, *ghi*, *klm*, und ebenso auf der unteren Hälfte der Figur. Diese Linien sind aber durch den mittelsten Punkt nicht in gleiche, sondern in ungleiche Teile zu Ungunsten der linken Seite geteilt, und hierdurch wird der Eindruck der Hauptlinie und ihrer gleichen Teilung getrübt. Die Linie *abc* soll im folgenden als Hauptlinie, die Linien *def* u. s. w. als

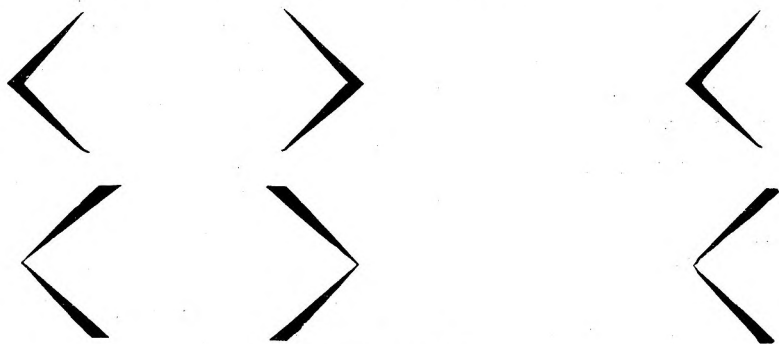
Nebenlinien bezeichnet werden. Richtet man zunächst einmal das Auge auf die ganze Figur, um zu beurteilen, wie groß durchschnittlich die rechten Teile aller dieser Linien gegenüber den linken sind, so wird man ein bestimmtes Verhältnis zu Gunsten der ersteren finden; wenn z. B., wie in der Figur, die oberste Linie im Verhältnis von 2,6:1 geteilt ist, so wird man sich aus dem Teilungsverhältnis der Hauptlinie (1:1) und dem der äußersten Nebenlinie (2,6:1) einen Durchschnitt¹ bilden und sagen: Die Linien rechts sind im Durchschnitt 1,6 mal so lang, wie die links. Statt dessen kann man auch sagen: Die Fläche rechts ist 1,6 mal so groß wie die Fläche links. Nun soll man aber nicht so, wie angenommen, verfahren, man soll vielmehr das Augenmerk ausschließlich auf die Hauptlinie *abc* richten; das kann man nicht, und folglich wird man für ihr Teilungsverhältnis einen Wert finden, der zwar vermutlich nicht so falsch ist, wie der obige Durchschnittswert, aber immerhin falsch. Man kann auch sofort quantitative Anhaltspunkte für den Schätzungsfehler, der zu erwarten ist, gewinnen. Er wird zunächst desto größer sein, je ungleicher das Teilungsverhältnis der obersten Nebenlinie ist, bei gleicher Winkelgröße also desto größer, je länger die Schenkel sind; er wird zweitens desto größer sein, durch je mehr Nebenlinien die Hauptlinie, resp. ihr Anblick gestört wird, also je höher die Figur ist, d. h. bei gleichem Winkel wiederum, je länger die Schenkel sind. Drittens endlich wird er desto größer sein, je näher gleich stark störende Nebenlinien der Hauptlinie sind, was bei gleicher Winkelgröße nicht vorkommt. Mit wachsender Schenkellänge muß also (aus den beiden ersten Gründen) die Täuschung zunehmen. Dagegen wird die Abhängigkeit der Größe der Täuschung von der Größe des Winkels keine einfache, sondern von zusammengesetzter Natur sein, weil hier die verschiedenen Einflüsse in entgegengesetztem Sinne wirken. Bei großen Winkeln wird die Täuschung zwar klein sein, weil die Ungleichheit der Teilung der obersten Linie nicht beträchtlich ist und weil die erheblicher abweichend geteilten Linien von der Hauptlinie schon ziemlich entfernt sind, sie wird aber groß sein, weil

¹ Wie eine kleine Rechnung zeigt, handelt es sich nicht um den arithmetischen Mittelwert, sondern um eine etwas kleinere Zahl.

die Höhe der ganzen Figur, also auch die Zahl der störenden Nebenlinien, ziemlich groß wird; und umgekehrt bei kleinen Winkeln. In beiden Fällen kämpfen also die Einflüsse miteinander, und daraus folgt nach einem allgemeinen mathematischen Grundsatz, daß die Täuschung weder bei großen noch bei kleinen, sondern bei einem gewissen mittleren Winkel am größten sein wird. Daß bei sehr spitzen Winkeln die Täuschung besonders geringfügig ist, hat übrigens noch den besonderen Grund, daß die fast horizontale Erstreckung der Schenkellinien hier keine rechte Anschauung der störenden Nebenlinien zu stande kommen läßt. Alle diese Forderungen werden durch das Experiment bestätigt; hinsichtlich des letzten Punktes hat BRENTANO selbst gefunden, daß die Täuschung bei Winkeln von etwa 60° am stärksten ist; mir scheint sie eher bei Winkeln von 90° am stärksten zu sein, und das würde auch theoretisch verständlich sein, weil dann die Schenkel unter 45° nach oben, resp. unten gehen, bei dieser Neigung aber die Entfernung von der Hauptlinie und die Abnahme, resp. Zunahme der Nebenlinienabstände einander gleich sind.

Die Theorie läßt aber noch eine so große Zahl weiterer, zur Prüfung geeigneter Schlüsse zu, daß ich mich hier auf einige wenige beschränken muß. Alles, was dem direkten Sehen, gegenüber dem indirekten Sehen, zu statuten kommt, muß die Täuschung vermindern. So werden verschiedene Personen die Täuschung verschieden stark wahrnehmen, je nachdem sie mehr an diffuses oder mehr an konzentriertes Sehen gewöhnt sind. Das Letztere gilt in besonders hohem Maße von den Vertretern gewisser Berufe, z. B. von den Jägern und den Mathematikern, und in der That stellt sich in Beispielen dieser Art der Fehler als ungewöhnlich klein heraus, nämlich bei mittlerer Schenkellänge als geschätztes Verhältnis des größeren zum kleineren Abschnitte 1,05 bis 1,25, während es sonst meist 1,2 bis 1,5 ist. Ferner vermag eine und dieselbe Person mit einiger Anstrengung des Auges und des Willens die Konzentration zu erhöhen, und dann nimmt die scheinbare Ungleichheit der Abschnitte zusehends ab, wenn es auch den meisten kaum gelingen wird, sie völlig zum Verschwinden zu bringen. Wenn man die Zeichnung mehr und mehr vom Auge entfernt, wird die Täuschung immer größer, wie es sein muß, da die störenden Nebenlinien der Hauptlinie

hierbei, gemessen durch den Sehwinkel, näher kommen. Zeichnet man die Schenkel der Winkel nadelartig anschwellend, so wird die Täuschung schwächer oder stärker, je nachdem die Abschwellung vom Scheitel nach den Enden oder von den Enden nach dem Scheitel hin verläuft (Figg. 3a und 3b). Sie wird



Figg. 3a und 3b.

aber auch dann schon stärker, wenn man die Schenkelstriche gleichmäfsig verdickt, und das führt uns auf einen für die ganze Frage sehr wichtigen Punkt. Die drei Punkte, deren Abstände verglichen werden sollen, sind als selbständige Punkte in der Zeichnung nämlich gar nicht vorhanden, sie existieren nur als die Orte, wo die Schenkel zusammentreffen; sie hängen also mit den Schenkeln nicht nur zusammen, sie hängen geradezu von ihnen ab und sind ihnen untergeordnet: kein Wunder, daß diese Linien selbst eine grofse Rolle spielen. Verstärkt man nun die Schenkellinien, so treten diese deutlicher hervor und ziehen die Aufmerksamkeit stärker auf sich, während die Scheitelpunkte zwar auch gewissermaßen gröber werden, aber doch nach wie vor abstrahiert werden müssen. Wie wichtig diese Erwägung ist, sieht man ein, wenn man die Scheitelpunkte durch kleine Kreisscheibchen besonders hervorhebt (Fig. 4a), die Täuschung hört dann sofort fast gänzlich

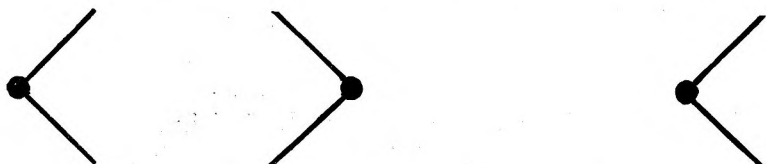


Fig. 4a.

auf; sie wird auch dann sehr erheblich schwächer, wenn man die Scheitelpunkte, ohne sie stärker als die Schenkel zu zeichnen, von diesen loslöst (Fig. 4 b). Sehr frappant ist auch die Wirkung,

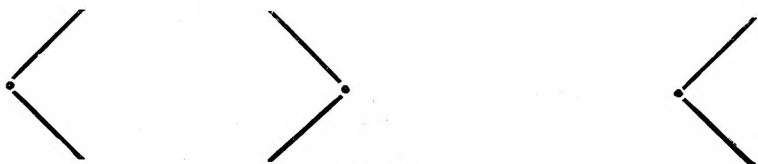
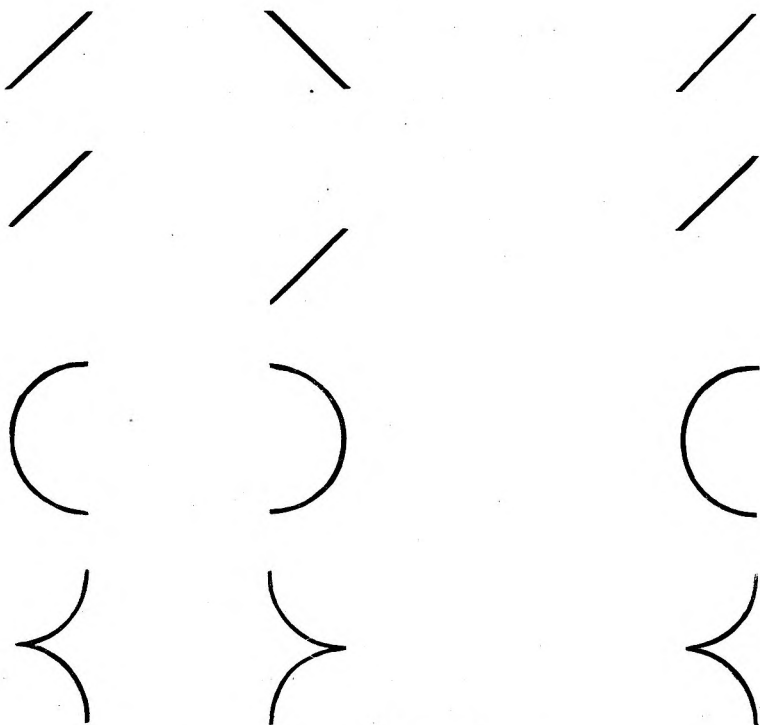


Fig. 4b.

die entsteht, wenn man die Scheitelpunkte in abweichender, lebhafter Farbe zeichnet. Es sind das eben alles Mittel, um das direkte Sehen zu fördern und dem Einflusse des indirekten Sehens zu entziehen.

Von anderen Modifikationen des Versuches seien noch kurz die vier in Figg. 5a, 5b, 5c, 5d zusammengestellten angeführt.



Figg. 5a, 5b, 5c, 5d.

Bei 5a ist nur die obere Hälfte der Figur gezeichnet, die Täuschung ist hier nur wenig abgeschwächt. Bei 5b ist für jeden Winkel ebenfalls nur ein Schenkel gezeichnet, es sind diesmal aber drei einander parallele gewählt; hier ist die Täuschung geringfügiger, weil keine störenden horizontalen Nebenlinien vorhanden sind; daß die Täuschung immerhin noch ziemlich kräftig ist, erklärt sich dadurch, daß hier schiefe Nebenlinien vorhanden sind, welche, da sie zwischen den beiden linken Schenkeln kürzer, zwischen den beiden rechten länger sind, einen, dem früheren gleichartigen, ihrer geringeren sich aufdrängenden Kraft wegen jedoch schwächeren Einfluß ausüben. Bei 5c (ein auch von BRENTANO betrachteter Fall) sind die Winkel durch Bögen ersetzt, und doch bleibt die Täuschung, wenn auch abgeschwächt, bestehen; sie bleibt bestehen, weil die störenden Nebenlinien vorhanden sind, sie wird schwächer, weil das Gesetz, nach welchem die Ungleichheit des Abschnittsverhältnisses, von der Hauptlinie aus, zunimmt, ein sanfteres ist. Umgekehrt ist dies Gesetz bei 5d ein schrofferes, und deshalb die Täuschung besonders lebhaft. Endlich sei an die Figuren 7 und 8 der ersten BRENTANOSchen Abhandlung erinnert, die mit ihrem fast völlig negativen Täuschungsergebnis durchaus den Forderungen unserer Theorie entspricht, und zwar so genau, daß sich auch der verbleibende Täuschungsrest durch die Existenz zweier kürzerer Nebenlinien in Figur 7, nämlich der beiden äußersten links und rechts, erklärt.

Zum Schlusse mögen die Ergebnisse einiger Versuche, das Problem auch quantitativ zu behandeln, hier Platz finden. Natürlich wurde dabei die Thatsache benutzt, daß man mit viel größerer Sicherheit die Gleichheit zweier Raumgrößen konstatieren als für ihre Ungleichheit Schätzungswerte angeben kann. Es wurde daher auf einem Blatte die Figur 1 sechsmal untereinander gezeichnet, wobei der Abstand der beiden linken Scheitelpunkte immer derselbe war, der der rechten jedoch von Fall zu Fall um ein Kleines verschieden gewählt war, bei der obersten Figur am kleinsten, bei der untersten am größten, nämlich gleich dem linken Abstand. Der Beschauer wurde dann aufgefordert, zu erklären, in welcher Figur er die Abschnitte für gleich halte, resp. zwischen welchen beiden Fällen er glaube, daß die Wahrheit liege, und welche dieser beiden Figuren ihr näher komme. Ergab sich so als wirkliches Ver-

hältnis der für gleich gehaltenen Abschnitte $\alpha:\beta$, so konnte das Schätzungsverhältnis wirklich gleicher Abschnitte gleich $\beta:\alpha$ gesetzt werden. Natürlich wurde darauf gehalten, daß lediglich geschätzt wurde, außerdem aber stets der erste, frische Eindruck, nicht der allmählich sich meist etwas ändernde berücksichtigt. Auf diese Weise wurden immerhin schon recht empfindliche Zahlen erhalten. Es wurden Winkel von 90° gewählt und die zuerst sehr kurz gezeichneten Schenkel allmählich immer mehr verlängert, so daß das Abschnittsverhältnis der beiden äußersten Nebenlinien immer ungleicher wurde. Es ist ganz erstaunlich, mit welcher Regelmäßigkeit hierbei die für richtig gehaltene Figur von unten nach oben wandert. In der folgenden Tabelle giebt Spalte I die Schenkellänge (mm), II das dieser Schenkellänge entsprechende äußerste Abschnittsverhältnis, III A und B das von zwei Personen geschätzte Verhältnis wirklich gleicher Abschnitte, IV A und B die entsprechenden Schätzungsfehler, ausgedrückt in Bruchteilen der wirklichen durchschnittlichen Verschiedenheit aller rechten und aller linken Horizontalinien; der Deutlichkeit halber sei angeführt, daß, wenn das äußerste Abschnittsverhältnis z. B. 2,0 (d. h. 2:1), also die wirkliche Verschiedenheit dieser Teilung 1,0 ist, die durchschnittliche Verschiedenheit aller Horizontalinien 0,4 ist (nämlich nach der obigen Anmerkung nicht das arithmetische, sondern ein anderes Mittel zwischen 0 und 1). Die wirkliche Länge jedes Abschnittes betrug 50 mm.

I	II	III		IV	
		A	B	A	B
5	1,33	1,16	1,25	1,0	1,7
$7\frac{1}{2}$	1,50	1,24	1,28	1,0	1,3
10	1,70	1,31	1,39	1,0	1,3
13	2,03	1,43	1,47	1,0	1,1
16	2,57	1,47	1,51	0,8	0,9
20	3,55	1,51	1,56	0,6	0,7

Die Zahlen können nur eine mittlere, keine allgemeinere Bedeutung beanspruchen, da sie sich auf eine bestimmte Winkelgröße, Strichdicke, Sehweite und nur auf zwei Beobachter beziehen, deren Zahlen übrigens, von einer gewissen persönlichen Differenz abgesehen, ziemlich parallel laufen. Die Zahlen unter III zeigen eine überraschend große Gesetzmäßigkeit.

keit des Anwachsens mit der Schenkellänge. Besonders interessant sind die Zahlen unter IV, insofern sie erkennen lassen, in welchem Verhältnis die störende Kraft des indirekten Sehens zur gewollten Kraft des direkten Sehens steht. Bei dem Beobachter *A* macht sich diese störende Kraft bei kurzen Schenkeln mit dem vollen Betrage, dann successive mit einem immer geringeren Bruchteile geltend, was leicht verständlich ist. Der relative Verlauf der Zahlen ist bei dem Beobachter *B* ganz analog, die Zahlen für kurze Schenkel sind aber hier merkwürdigerweise wesentlich größer als 1, d. h. der Beobachter läßt sich von dem indirekten Sehen sogar stärker beeinflussen, als von dem direkten — ein Ergebnis, das als äußerst paradox bezeichnet werden müßte, wenn nicht wiederum daran zu erinnern wäre, daß die durch die Winkelscheitel dargestellten Punkte relativ schwer aufzufassende und von den Schenkeln abhängige, die ganzen Flächen hingegen sich stark aufdrängende Gebilde sind.

Weiter auf den Gegenstand einzugehen, scheint mir nicht genügendes Interesse zu bieten. Überhaupt muß ich gestehen, daß die Erscheinung, je länger man sich mit ihr von dem hier eingenommenen Standpunkte aus beschäftigt, desto mehr den Charakter des Selbstverständlichen annimmt.

Daß meine Betrachtungen irgendwie neu seien, ist mir an sich wenig wahrscheinlich. Es muß aber wohl so sein, da doch sonst in den Aufsätzen, durch welche der meinige hervorgerufen wurde, irgend etwas an sie Anklingendes¹ zu finden sein müßte.

Jena, Februar 1894.

¹ Wie ich bei der Korrektur erfahre, findet sich ein solcher Anklang in einer von BRENTANO nicht genannten Arbeit von MÜLLER-LYER.