VI.

Allgemeines Maass der mechanischen Arbeit. — Scheinbare Ausnahmen vom allgemeinen Gesetze.

Ich werde Ihnen im Laufe dieser Vorlesungen den Beweis liefern, dass sich dem Gesetze von der Erhaltung der Kraft, ähnlich wie die Schwere und Cohäsion, erfahrungsgemäss auch die anderen wirkungs- oder arbeitsfähigen Naturkräfte insgesammt, ohne Ausnahme, fügen, und dass somit nicht die kleinsten Quantitäten von Kraft oder Arbeit erschaffen oder vernichtet werden können. Um jedoch die strenge Allgemeingiltigkeit unseres Gesetzes nachzuweisen, müssen wir zunächst und vor Allem ein exactes und allgemeines Maass für die Quantität der mechanischen Kraft in ihren verschiedenen Aeusserungsformen suchen. Die Formeln, nach denen der numerische Ausdruck für die Quantität der Kraft zu berechnen sein wird, werden nothwendig verschieden gestaltet sein müssen, da wir die verschiedenen Arten oder Formen der Kraftäusserungen zu berücksichtigen genöthigt sind, die wir erfahrungsgemäss kennen gelernt haben.

1) Es sei eine Kraft gegeben, welche in irgend einer Richtung auf einen Punkt wirkt, so lässt sich immer ein bestimmtes Gewicht denken, welches, in entgegengesetzter Richtung auf denselben Punkt wirkend, ihr gerade das Gleichgewicht halten wird. Dieses Gewicht (P) ist dann offenbar das Maass der neutralisirten Kraft, und man kann auf diese Weise einen numerischen Ausdruck dafür in Pfunden oder Kilogrammen finden.

Beiläufig sei hier in Erinnerung gebracht, dass das Product aus der Dichtigkeit (D) und dem Volumen (V) eines Körpers seine Masse (M) heisst:

$$M = V \cdot D;$$

ferner, dass die Masse (M) eines Körpers, multiplicirt mit einer constanten Grösse (g), welche der Beschleunigung entspricht, die ein jeder

Körper, welches auch seine Natur und Masse sein mag, bei freiem Falle durch die Schwere in der Zeiteinheit erfährt, das Gewicht (P) des Körpers ausdrückt:

$$P = M \cdot g.$$

2) Jede Kraft übt, wenn sie durch eine in entgegengesetzter Richtung wirkende im Gleichgewicht gehalten wird, ähnlich wie die Schwere eines auf dem Boden ruhenden Körpers, zwar einen Zug oder Druck aus, allein sie bewirkt keine Lagenveränderung, keine Verschiebung der Massen im Raum, — sie liefert keine Triebkraft, sie leistet keine mechanische Arbeit. Soll Arbeit geleistet werden, so genügt es nicht, dass eine Zug- oder Druckkraft vorhanden sei; hierzu ist erforderlich, dass die Kraft den Widerstand, welcher ihr das Gleichgewicht hält, überwindet und die widerstandleistende Masse im Raume verschiebt. Um also den Werth der geleisteten Arbeit oder die Quantität der Kraft, welche diese Arbeit zu leisten vermag, zu bestimmen, müssen zwei Dinge berücksichtigt werden:

a) die Grösse des überwundenen Widerstandes, und

b) die Länge des Weges, um welche die Verschiebung der Massen im Raume stattgefunden hat.

Nehmen wir an, eine Maschine werde durch ein Gewicht von 1 Pfund getrieben, welches in 24 Stunden 6 Fuss herabsinkt; so wird, wenn wir uns zwei solche Maschinen von genau derselben Art und Construction gleichzeitig thätig denken, durch die zwei vorhandenen Pfundgewichte die doppelte Arbeit geleistet. Daraus ergibt sich, dass bei gleicher Fallhöhe das Quantum Trieb- oder Arbeitskraft der Grösse des Gewichtes proportional ist. — Geben wir dagegen dem Seil, an welchem das Gewicht hängt und zieht, die doppelte Länge, so dass das Gewicht, statt 6 Fuss, 12 Fuss fallen kann, so wird es die Maschine zwei Tage lang im Gang erhalten, und es wird im Ganzen abermals eine doppelte Arbeit geleistet; die Quantität der Trieb- oder Arbeitskraft ist also unter übrigens gleichen Umständen auch der Fallhöhe proportional.

Hieraus folgt, dass das Product aus der Grösse des Gewichtes (P) mit der Höhe (h), aus der es herabsinken kann, — $P\,h$ — das Maass ist sowohl für geleistete mechanische Arbeit als für die Quantität der Kraft, welche diese Arbeit leistet. Um 4 Kilogramm 1 Meter hoch zu heben, brauche ich offenbar 4mal soviel Kraft, als um 1 Kilogramm 1 Meter zu heben; aber mit demselben Kraftquantum, welches hinreicht 4 Kilogramm auf 1 Meter Höhe zu heben, kann ich auch 1 Kilogramm 4 Meter oder 2 Kilogramm 2 Meter hoch heben u. s. w.

In der That, die Einheit des von den Technikern allgemein angewendeten Maasses für Arbeitsgrössen ist das Fusspfund oder Kilogrammmeter. Diese Maasseinheit ist aber deshalb technisch allgemein verwendbar, weil sich jede Maschine, mag sie welche Art mechanischer Arbeit immer zu leisten haben, durch ein hinreichend schweres, hinreichend hoch gehobenes Gewicht treiben liesse, wenn es aus jener Höhe herabsinken kann, und weil man jede solche Maschine wiederum so arbeiten lassen könnte, dass die Art der geleisteten Arbeit einfach in der Hebung einer Last bestände.

Um der technischen Formel — $P \cdot h$ — den allgemeinen wissenschaftlichen Ausdruck zu geben, hat man den Begriff und das Zeichen der Masse (M) in dieselbe eingeführt. Ich habe Sie vorhin daran erinnert, dass das Gewicht P durch $M \cdot g$ ausgedrückt werden kann. Substituiren wir $M \cdot g$ für P in unserer Formel, so finden wir, dass

$$P \cdot h = M \cdot g \cdot h.$$

Diese beiden Ausdrücke sind nun das Maass, nach welchem wir ein jedes Quantum von Arbeitsleistung sowohl, wie von Trieb- oder Arbeitskraft, wie es uns in Form von Spannkraft oder potentieller Energie eines gehobenen Gewichtes, eines gespannten elastischen Körpers u. s. w. entgegentritt, zu messen haben.

3) Wir müssen aber noch eine Formel für das gleiche Quantum von Arbeitsleistung und Trieb- oder Arbeitskraft in Form von lebendiger Kraft oder actueller Energie finden, was durch folgende einfache Berechnung geschieht:

Jedes elementare Lehrbuch der Physik enthält und beweist den Satz: dass die Geschwindigkeit (v), welche ein aus der Höhe (h) frei herabfallender Körper durch die fortwährende Beschleunigung der Schwere (g) am Ende des Fallraumes erlangt hat, zu der Gleichung führt

$$v = \sqrt{2g \cdot h}, \text{ oder } v^2 = 2g \cdot h.$$

Multiplicirt man beide Theile der letzteren Gleichung mit der halben Masse $\left(\frac{M}{2}\right)$ des Körpers, so hat man:

$$\frac{M}{2} \cdot v^2 = \frac{M}{2} \cdot 2g \cdot h = M \cdot g \cdot h, \text{ und somit}$$

$$\frac{M \cdot v^2}{2} = M \cdot g \cdot h = P \cdot h.$$

$P \cdot h$ ist die technische Formel, $M \cdot g \cdot h$ die allgemeine wissenschaftliche Formel für die geleistete Arbeitsgrösse und für die Quantität der Spannkraft oder potentiellen Energie, während nach der Formel $\frac{M \cdot v^2}{2}$ dieselbe Quantität geleisteter Arbeit und Triebkraft in

Form von lebendiger Kraft, actueller Energie oder erlangter Geschwindigkeit der bewegten Masse berechnet wird, wobei es natürlich gleichgiltig ist, auf welche Art und Weise diese Masse ihre Geschwindigkeit erlangt hat, da die erlangte Geschwindigkeit unter allen Umständen ein Triebkraftquantum repräsentirt, welches die Masse (M) auf eine Höhe (h) zu heben vermag, aus welcher frei fallend sie jene Geschwindigkeit erlangen würde, die sie im Augenblick factisch besitzt.

Ausgerüstet nunmehr mit der Kenntniss und dem Verständniss der fundamentalen Begriffe und Formeln für ein allgemeines Maass der mechanischen Kraft in allen ihren Aeusserungsformen, wenden wir uns jetzt wieder zur Betrachtung einzelner concreter Fälle, um nach und nach das Gesetz von der Erhaltung der Kraft in seiner allgemeinen Gültigkeit erfahrungsgemäss hervortreten zu sehen. Scheinbar freilich stossen wir nicht selten auf widersprechende Erfahrungen; bei genauer Würdigung jedoch werden sie sich insgesammt dem allgemeinen Gesetze unterworfen zeigen. Bei den Schwingungen des Pendels und ebenso bei jenen des Metallstabs lenkte ich Ihre Aufmerksamkeit auf die scheinbaren Verluste hin, welche die Spannkraft wie die lebendige Kraft zu erleiden haben, heute will ich Ihnen eine Reihe von entgegengesetzten Fällen vorführen, in welchen bei oberflächlicher Betrachtung Kraft ohne entsprechenden Aufwand und Verbrauch gewonnen, also so zu sagen aus Nichts erzeugt zu werden scheint, was abermals im flagrantesten Widerspruche zu unserem Gesetze stünde.

Ich habe hier eine Armbrust und eine Bolzbüchse. Ich mache beide in kürzester Zeit und mit leichter Mühe schussbereit, drücke ab, und der Bolzen wie der Pfeil fliegen mit solcher Gewalt gegen die Scheibe, dass sie tief und fest darin stecken bleiben. Hier ist ein augenscheinliches Missverhältniss zwischen dem Aufwand an Kraft und dem Effect. Mit aller Anstrengung meiner Muskeln hätte ich diesen Effect ohne Vermittelung der beiden Instrumente niemals zu Stande gebracht. Es muss also wohl irgendwie in ihnen Triebkraft hinzugekommen, d. h. neu entstanden sein. Sehen wir zu, wie sich dieser scheinbare Widerspruch gegen unser Gesetz löst.

Indem ich den Bogen der Armbrust spannte und die Feder der Bolzbüchse aufzog, leistete mein Arm Arbeit, welche, genau wie beim Heben des Pendelgewichts oder beim Dehnen des Kautschukstreifens, in Spannkraft des Bogens und der Feder »umgesetzt« wurde. Aber, beachten Sie wohl, die Arbeit meines Armes dauerte eine gewisse Zeit und so wurde ein Quantum Spannkraft allmählich aufgespeichert. Beim Abschiessen der Armbrust und Büchse wurde hingegen in Einem

Momente der ganze Kraftvorrath auf einmal in lebendige Kraft verwandelt, und dadurch allein den Massen des Pfeiles und Bolzens eine so bedeutende Geschwindigkeit ertheilt, wie sie solche durch einen Wurf aus freier Hand niemals hätten erlangen können. Dieser Effect ist also nicht etwa dadurch erreicht worden, dass Armbrust und Büchse Triebkraft neu erzeugt haben, sondern dadurch, dass sie den Vorrath an Spannkraft, den ich langsam und allmählich aufgespeichert hatte, plötzlich und auf einmal verausgabt haben. Und wodurch gelang es denn, die Triebkraft meines Armes derart in beiden Waffen anzusammeln? Allein dadurch, dass sie einem unüberwindlichen Hinderniss begegnete, welches sie in der Richtung ihres Bewegung erzeugenden und beschleunigenden Bestrebens hemmte. Die Kraft nun, durch deren Wirkung wir das Hinderniss fortschafften, nennt man die auslösende Kraft, und sie kann möglicherweise so gering gegen den Spannkraft-Vorrath sein, dass die aus der Spannkraft entstehende lebendige Kraft, der schliessliche Effect, in gar keinem Verhältniss zur auslösenden Kraft steht. Es handelt sich hier eben nicht um ein causales Verhältniss zwischen der auslösenden Kraft und dem Effect, sondern nur um ein zeitliches, um ein Successions-Verhältniss. — Es ist um so wichtiger, sich mit dem Principe der »Auslösung der Spannkräfte« vertraut zu machen, weil namentlich die Kraftäusserungen und lebendigen Thätigkeiten der thierischen Organismen vielfach gerade auf diesem Princip beruhen.

Einen der »Auslösung« entgegengesetzten Effect beobachten wir bei unseren Uhren, sei es, dass sie durch Gewichte oder durch Federn getrieben werden. Indem wir sie nämlich aufziehen, speichern wir in kürzester Zeit einen Vorrath von Spannkraft in ihnen an, welchen sie so allmählich verbrauchen, dass sie Tage, Wochen, ja selbst Jahre ununterbrochen gehen können.

In beiden Fällen also, bei den Geschossen wie bei den Uhren, handelt es sich einfach um eine verschiedene Vertheilung und Verausgabung des ihnen mitgetheilten Kraftvorrathes in der Zeit. Der Widerspruch dieser Erfahrungen gegen das Gesetz von der Erhaltung der Kraft ist also ein nur scheinbarer. Gewinn und Verlust an Arbeitskraft erweisen sich immer blos als illusorisch.

Hier ist auch der Ort, von jenen Vorrichtungen oder Maschinen zu sprechen, welche dazu dienen, sehr bedeutende mechanische Effecte unter verhältnissmässig geringer Anstrengung hervorzubringen. Wer da z. B. glaubt, bei der Anwendung von Hebel, Flaschenzug und Winde einen Gewinn an Arbeitskraft zu bewirken, ist in einer Täuschung befangen, der Gewinn ist eben nur ein scheinbarer; denn wir überzeugen uns leicht, dass der schliesslich erzielte Effect, das Quantum der während einer bestimmten Zeit geleisteten Arbeit, niemals grösser ist, als das Quantum der Triebkraft, welche wir während dieser Zeit aufwenden.

Wir können allerdings vermittelst eines Hebels 2 Pfund durch 1 Pfund heben; aber während das Pfundgewicht 2 Fuss fällt, steigt das doppelt so schwere Gewicht nur auf die halbe Höhe; die Anzahl der Fusspfunde geleisteter Arbeit und der ins Spiel gekommenen lebendigen Kraft bleiben sich absolut gleich. Ja, die totale Arbeitsgrösse, d. h. die Summe aus dem Quantum der ursprünglich als Spannkraft vorhanden gewesenen Triebkraft und dem Quantum der in der gegebenen Zeit wirklich geleisteten mechanischen Arbeit ist sogar immer merklich kleiner, als dem ursprünglichen Spannkraftsquantum eigentlich entspricht; denn dieses hätte dasselbe Quantum Arbeit in kürzerer Zeit leisten können, wenn nicht ein Theil der Triebkraft zur Ueberwindung des Reibungswiderstandes u. s. w. dem mechanischen Nutzeffect verloren gegangen wäre. Von einem Gewinn an Arbeitskraft ist also hier in keiner Richtung die Rede.

Dies gilt ebenso auch für den Flaschenzug und die Winde. Beim Gebrauch dieser Maschinen fällt noch ein anderer Umstand, nämlich das Verhältniss, in welchem die Geschwindigkeit, mit welcher sie eine bestimmte Arbeitsleistung verrichten, zu dem scheinbar erzielten Kraftgewinn steht, ganz besonders in die Augen. Ich kann z. B. vermittelst dieser Winde mit sehr geringer Anstrengung ein Gewicht, das ich mit freier Hand kaum zu heben im Stande bin, 1 Fuss hoch heben; um es aber 6 Fuss hoch zu heben, brauche ich 6mal so viel Zeit, wenn ich die Anstrengung nicht entsprechend vergrössern will. Ich habe also schliesslich doch keine Kraft gewonnen, sondern gerade so viel verbraucht als eben nöthig ist. Auch hier handelt es sich daher nur um eine verschiedene Vertheilung und Verausgabung des zur Erreichung eines Effectes nöthigen Kraftvorrathes in der Zeit.

Was auf den ersten Blick als Ausnahme erscheinen könnte, dient bei genauerer Betrachtung nur dazu, die allgemeine Regel zu bestätigen: es kann nirgends Kraft verloren, nirgends Kraft gewonnen werden.