

XIV.

Ueber aperiodische Bewegung gedämpfter Magnete.

Dritte Abhandlung.

(Gelesen in der Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin am 17. November 1873.)¹

§. I. W. SIEMENS' aperiodische Magnete ohne Astasirung.

Bei Besprechung der experimentellen Bedingungen, unter denen die Bewegung gedämpfter Magnete aperiodisch wird, sagte ich in der ersten Abhandlung über diesen Gegenstand: „Eine andere Art, unter übrigens „gleichen Umständen $r = 0$ oder reell zu machen, wäre Verkleinerung „des Trägheitsmomentes M . Es liegt in der Natur der Dinge, dass „man, ohne besondere Einrichtungen, diese nicht stetig und nicht am „sonst fertigen Apparate vornehmen kann. Aber je kleiner M , je dünner „z. B. bei sonst gleicher Gestalt ein Magnetspiegel ist, bei um so ge- „ringerer Astasie wird seine Bewegung aperiodisch.“² Seitdem dachte ich oft daran, ob es nicht gelingen würde, durch Verkleinerung des Trägheitsmomentes allein, ohne Astasirung des Magnetes, dessen Bewegung aperiodisch zu machen. Ich ging damit um, Magnete aus dünnstem Stahlblech in silbernen Dämpfern aufzuhängen, wobei nur die Schwierigkeit war, dass solche Spiegel im Fernrohr kein Bild geben, während Verbindung auch mit dem leichtesten Glasspiegel das Trägheitsmoment wieder zu sehr vergrößert.³

Inzwischen ist diese Aufgabe durch meinen Freund Hrn. Dr. W. SIEMENS in einer Weise gelöst worden, die um so sinnreicher erscheint, je fremdartiger beim ersten Anblicke die Lösung sich darstellt. Hr. SIEMENS hat ohne Astasirung aperiodisch sich bewegende Magnete zu Stande gebracht, welche, obschon auf Verkleinerung des Trägheits-

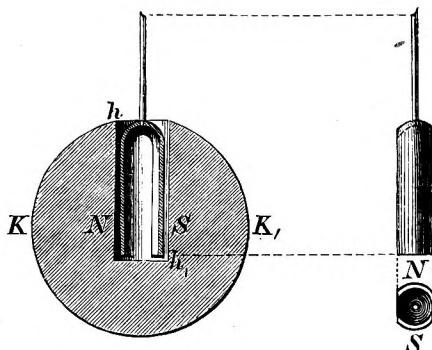
¹ Monatsberichte der Akademie u. s. w. 1873. S. 748.

² S. oben S. 309.

³ Archives des Sciences physiques et naturelles. P. N. t. XLV. 1872. p. 92.
E. du Bois-Reymond, Ges. Abh. I.

momentes Rücksicht genommen ist, doch kräftig genug sind, um sie ohne Schaden mit einem Glasspiegel verbinden zu können. Er hat die Güte gehabt, mir zu gestatten, diese Construction in seinem Namen der Akademie mitzutheilen. [749]

Fig. 26.



Man sieht sie in Fig. 26 in halber natürlicher Grösse dargestellt. *KK*, ist im Durchschnitt gezeichnet eine Kupferkugel, in der eine cylindrische Höhlung *hh*, ausgebohrt ist, deren Axe mit dem senkrechten Durchmesser der Kugel und der Drehaxe des darin versenkten Magnetes zusammenfällt. Von letzterem macht man sich am besten einen Begriff, wenn man sich denkt, dass durch einen Fingerhut oder eine Glocke aus Stahl zwei einander und der Axe parallele Schnitte in gleichem Abstände von dieser geführt seien. Es bleibt ein Bügel übrig, den die Hauptfigur in einem jenen beiden Schnitten parallel durch die Axe gelegten Durchschnitt, die Nebenfigur in einer senkrecht auf die erste genommenen Ansicht, sowie im Grundriss von unten gesehen, zeigt. Im Mittelpunkte seiner Wölbung trägt der Bügel in der Verlängerung seiner Axe einen Stiel, mittels dessen er in die cylindrische Höhlung des Dämpfers centrisch herabhängt, und an dem oben der Spiegel befestigt ist. Magnetisch gesprochen stellt der Spiegel ein Hufeisen vor, dessen Pole in den Schenkeln *N*, *S* einander gegenüber liegen. Hr. SIEMENS nennt solche Magnete Glockenmagnete.¹

¹ In anderem Sinne wohlbemerkt, als Hr. WIEDEMANN diesen Ausdruck braucht (Die Lehre vom Galvanismus und Elektromagnetismus. 2. Aufl. Bd. II. Braunschweig 1873. S. 483. §. 423). — Nachricht von den SIEMENS'schen Glocken-

[750] Durch diese Anordnung wird erreicht: 1. wegen der Hufeisenform hohe Intensität der Magnetisirung; 2. verhältnissmässig geringes Trägheitsmoment; 3. grosse Annäherung der Pole an die dämpfende Metallmasse; 4. Unabhängigkeit der Dämpfung von der Ablenkung.

Diese Umstände haben zur Folge, dass nicht allein der Magnet ohne Astasirung aperiodisch sich bewegt, sondern dass sogar ε erheblich $> n$ ist. Um den aus bekannten Gründen vortheilhaften Grenzzustand $\varepsilon = n$ zu erreichen, muss man entweder den HAUY'schen Stab in umgekehrtem Sinn anwenden, oder den Magnet ein Stück aus dem Dämpfer herausheben. Die SIEMENS'sche Anordnung verwirklicht also noch treuer als die meinige die ursprüngliche GAUSS'sche Conception. Ihre Empfindlichkeit, wenn der Glockenmagnet als Galvanometernadel verwendet wird, lässt nichts zu wünschen übrig. Die Stabilität bei Erschütterungen durch vorüberfahrende Wagen u. d. m. ist ausserordentlich gross. Die Beruhigungszeit des Glockenmagnetes ist nicht bloss in Betracht seiner Masse, sondern auch absolut genommen sehr klein, noch kleiner nämlich als die meines leichten Spiegels I,¹ da sie an einem von mir geprüften Exemplare, bei Fall von den Grenzen der freilich einen sehr kleinen Winkel umfassenden Scale, nur etwa 3" betrug.

§. II. Verschiedenes Verhalten aperiodischer Magnete bei teleskopischer und bei makroskopischer Ablenkung.

Die von GAUSS aufgestellte Differentialgleichung der Bewegung gedämpfter Magnete setzt voraus, dass die den Magnet nach seiner Ruhelage bei p treibende Richtkraft der Ablenkung $x - p$ proportional wachse. Die diesem hypothetischen Gesetze gehorchende Kraft heisse v ; setzen wir wie früher $p = 0$, und nennen das Trägheitsmoment M , so haben wir nach der von GAUSS eingeführten Bezeichnungsweise²

$$[751] \quad v = M n^2 \cdot x.$$

In Wirklichkeit aber wächst die Richtkraft nicht der Ablenkung proportional, sondern deren Sinus. Diese wirkliche Richtkraft heisse y ; man hat

$$y = M n^2 \cdot \sin x.$$

magneten findet sich schon in: ZETZSCHE, Kurze Mittheilungen über die in Wien 1873 von SIEMENS und HALSKE ausgestellten neuen Telegraphen-Apparate. In SCHLÖMILCH's, KAHL's und CANTOR's Zeitschrift für Mathematik und Physik. 1873. S. 427.

¹ S. oben S. 309.

² Hier und S. 359 ist ein Versehen des Originals berichtigt.

An Stelle der durch diese Gleichung vorgestellten Sinuscurve setzt also die Theorie eine Gerade, nämlich die an die Sinuscurve im Nullpunkte gelegte Tangente, denn diese hat zur Gleichung

$$v = M n^2 \cdot x.$$

Da die Sinuscurve concav gegen die Abscissenaxe ist, erhebt sich die Gerade vom Nullpunkt aus über sie fort; für $x = 90^\circ$ beträgt der Unterschied der Ordinaten beider Curven $M n^2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$; für $x = 180^\circ$, $M n^2 \cdot \pi$. S. die Curve $0y$ und die Gerade $0v$ in Fig. 27, in welcher $M n^2 = \frac{2}{3}$ gesetzt ist.

Im Folgenden soll vom verschiedenen Verhalten solcher Ablenkungen die Rede sein, für welche die Voraussetzungen der Differentialgleichung annähernd erfüllt sind, und solcher, auf welche diese Voraussetzungen nicht mehr passen. Da erstere im Bereiche der Scale bleiben und mit dem Fernrohr abgelesen werden, letztere darüber hinausgehen und mit unbewaffnetem Auge wahrnehmbar sind, nenne ich jene teleskopische, diese makroskopische Ablenkungen.

Nach Obigem ist klar, dass, wenn der Magnet aus makroskopischer Ablenkung fällt, an jedem Punkte seiner Bahn, bis in die Nähe des Nullpunktes, eine merklich kleinere Kraft auf ihn wirkt, als die Theorie annimmt, und dass folglich seine Geschwindigkeit eine kleinere sein wird, als die Theorie verlangt. Die Dämpfung ändert hieran nichts, da sie die Geschwindigkeit nur verkleinert.

Unter den Voraussetzungen der Differentialgleichung, und für $\varepsilon = n$, würde, wie ich gezeigt habe, der Magnet auch mit der Geschwindigkeit, mit der er aus dem Unendlichen fiele, den Nullpunkt nicht überschreiten. Ist $\varepsilon > n$, so muss, damit der Nullpunkt überschritten werde, die Geschwindigkeit des Magnetes jene Geschwindigkeit bei der Ablenkung ξ sogar noch um $2r\xi$ übertreffen. Um wie viel weniger wird in beiden Fällen zum Ueberschreiten des Nullpunktes die ungleich kleinere Geschwindigkeit [752] genügen, die der Magnet in Wirklichkeit erlangt, wenn er aus möglichst grosser Ablenkung, von 180° , fällt. Wie gross auch hier der Abstand zwischen theoretischer Voraussetzung und Wirklichkeit sei, diese Folgerung aus der Differentialgleichung, sollte man meinen, muss, weil gleichsam *a fortiori* bewiesen, in Wirklichkeit dennoch zutreffen.

Stellt man aber den Versuch mit Magnetspiegel und Dämpfer der WIEDEMANN'schen Busssole an, indem man der Bequemlichkeit halber den Spiegel sogar nur aus der Ablenkung von noch nicht ganz 90° fallen lässt, in der ein kräftiger Strom ihn hält, so ist wenigstens bei $\varepsilon = n$, oder nur mässig $> n$, der Erfolg nicht der erwartete, sondern

der Nullpunkt wird mehr oder minder, bei $\varepsilon = n$ an meinen Vorrichtungen um etwa 60^{sc}, überschritten. Der Grund liegt auf der Hand. Zwischen den Voraussetzungen der Differentialgleichung und der Wirklichkeit findet hier noch ein Unterschied statt. Die Differentialgleichung setzt voraus, dass ε constant sei. Wegen der Form unseres Dämpfers ist jedoch in Wirklichkeit ε eine periodische Function von x , die für $x = 0, x = \pi, \dots$ Maxima, für $x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, \dots$ sehr tief liegende Maxima hat. Der Magnet kommt also in der Gegend, wo die Voraussetzungen der Differentialgleichung merklich erfüllt sind, mit einer Geschwindigkeit an, welche die oben angegebene Grenze übersteigt. Um bei Fall des Magnetes aus so hoher Ablenkung ihn dem Nullpunkt asymptotisch sich nähern zu sehen, muss man daher durch Annähern des HAUÿ'schen Stabes n^2 verkleinern. Nicht bloss nimmt dadurch die Geschwindigkeit ab, welche der Spiegel in der Strecke seiner Bahn erhält, wo die Dämpfung gering ist, sondern es wächst auch die Grösse $2r\xi$, um welche die Geschwindigkeit des Spiegels die durch Fall aus dem Unendlichen erreichbare Geschwindigkeit bei ξ übertreffen muss, damit der Nullpunkt überschritten werde.

Soweit war, im Wesentlichen, die Untersuchung früher schon gediehen.¹ Da es aber hier nicht mehr um teleskopische Ablenkungen sich handelt, so ist weder mehr Möglichkeit, noch Nothwendigkeit da, den Ausschlag selber mit Spiegel, Fernrohr und Scale zu beobachten. Vielmehr ist die Beobachtung in der Nähe, [753] am Magnete selber, mit unbewaffnetem Auge vorzunehmen, mit einem Wort, aus einer teleskopischen in eine makroskopische zu verwandeln. Dies hatte ich damals versäumt. Seitdem habe ich darin ein für Demonstration des aperiodischen Zustandes recht vortheilhaftes Verfahren erkannt, welches überdies zu einer lehrreichen Wahrnehmung führt.

Es zeigte sich, dass zwar erwähntermaassen durch Annäherung des HAUÿ'schen Stabes ein Punkt erreicht wird, wo beim Oeffnen des Stromes der Magnet von 90° asymptotisch dem Nullpunkte sich nähert — beiläufig ein wunderbarer Anblick —; dass aber beim Schliessen des Stromes der Magnet nicht ebenso auf 90° sich einstellt, sondern erst nach ziemlich heftigen Schwingungen zur Ruhe kommt. Bei kleineren makroskopischen Ablenkungen wird die neue Ruhelage nur mehr oder minder überschritten. Vollends bei $\varepsilon = n$ findet das Gleiche statt. Dies ist, nur stärker ausgeprägt, sichtlich dieselbe Erscheinung, die ich bei teleskopischer Beobachtung schon früher spurweise wahrnahm. Ich

¹ S. oben S. 307. 308.

fand, dass, wenn $\varepsilon = n$ und die teleskopische Ablenkung gross ist, der Magnet sie um 2—3^{se} überschreitet, obschon er von ihr herabfallend asymptotisch dem Nullpunkte sich nähert. Ich brachte dies in Verbindung mit dem Ueberschreiten des Nullpunktes bei Fall aus makroskopischer Ablenkung und leitete beides von der Form des Dämpfers her. Doch erwähnte ich nebenher die Möglichkeit, dass das Ueberschreiten grösserer teleskopischer Ablenkungen auf nicht zu beseitigender Unbeständigkeit auch der besten Ketten beruhe.¹ Auf unsere gegenwärtige, makroskopische Beobachtung würde diese Erklärung nicht mehr passen, aber auch die Form des Dämpfers ist nicht der wesentliche Grund der scheinbaren Abweichung, wie sich jetzt leicht ergibt.

Hrn. SIEMENS' Glockenmagnet in seiner cylindrischen Höhlung² bietet nämlich Gelegenheit, diese Frage zu entscheiden. Hier ist die Dämpfung von der Ablenkung unabhängig.

[754] Wenn also das Ueberschreiten des Nullpunktes bei Fall von 90° an der WIEDEMANN'schen Busssole, und für $\varepsilon = n$, von Abnahme der Dämpfung mit wachsender Ablenkung herrührt, so muss es an der SIEMENS'schen Anordnung nicht eintreten. Wirklich geschieht es in so geringem Maasse, dass man es füglich auf die Schwierigkeit zurückführen kann, durch Fallversuche aus teleskopischen Ablenkungen ε genau = n zu machen.

Wenn zweitens das an der WIEDEMANN'schen Busssole für $\varepsilon = n$ bemerkbare Ueberschreiten grosser teleskopischer Ablenkungen auf demselben Grunde beruht, so muss auch dies an der SIEMENS'schen Anordnung fortfallen. Zu meiner Ueberraschung fuhr aber trotz der beständigen Dämpfung diese Abweichung fort sich kundzugeben, und jetzt scheint dafür nur die andere von mir gegebene Erklärung übrig zu bleiben, dass sie von Unbeständigkeit der Kette herrühre. Diese Erklärung erweist sich indess bei näherer Ueberlegung als unhaltbar. Die grossen teleskopischen Ablenkungen, bei denen das Ueberschreiten stattfand, waren durch einen vom Compensator abgeleiteten Stromzweig erzeugt.³ Das Schliessen des Busslokreises kann keine merkliche Verstärkung des Hauptstromes und demgemäss der Polarisation im Hauptkreise bewirken. An Erwärmung des Busslokreises ist schwerlich zu

¹ S. oben S. 313.

² Es wird natürlich nur von sehr geringem Einfluss sein, ob die cylindrische Höhlung in einer Kugel oder in einer sonstwie gestalteten Kupfermasse ausgebohrt ist, wofern nur diese nach allen Richtungen um einen gewissen Betrag ausgedehnt ist.

³ S. oben S. 307.

denken. Es muss für das Ueberschreiten eine andere Ursache geben, und man könnte geneigt sein, sie in Vergrösserung von n^2 in Folge temporärer Magnetisirung durch den Strom zu suchen, nur dass es wieder kaum glaublich ist, dass diese schon bei teleskopischen Ablenkungen von Einfluss werde. Hrn. POGGENDORFF's doppelsinnige Ablenkung¹ zeigt wohl, dass schon nahe dem Nullpunkte temporäre Magnetisirung stattfindet, allein durch Ströme, welche die Nadel senkrecht auf die Windungen stellen. In der That ergibt sich für das Ueberschreiten noch ein anderer Grund.

Wenn nun nämlich drittens die starken Schwingungen, die an der WIEDEMANN'schen Bussole sogar für $\varepsilon > n$ der auf 90° abgelenkte Spiegel zeigt, dadurch entstehen, dass an dieser Bussole bei 90° die Dämpfung vergleichsweise sehr gering ist, so müs- [755] sen bei der SIEMENS'schen Anordnung die Schwingungen auf dem 90° -Punkt ausbleiben, um so mehr, als zur Dämpfung durch den Dämpfer jetzt noch die durch das Multiplikator-Gewinde tritt. Allein auch hierin sah ich mich getäuscht. Jene Schwingungen bestehen trotz der beständig bleibenden, ja wachsenden Dämpfung fort. Auch sie haben also, wenigstens in der Hauptsache, mit der Abnahme der Dämpfung an der WIEDEMANN'schen Bussole nichts zu schaffen. Vielmehr beruhen sie, zugleich mit dem Ueberschreiten grosser teleskopischer Ablenkungen, auf folgendem naheliegenden, bisher von mir übersehenen Umstande.

In Fig. 27 stellen die Ordinaten der Curven $(\frac{\pi}{2})I$, $(\frac{\pi}{2})I_1$, $(\frac{\pi}{2})I_2$, $(\frac{\pi}{2})I_\infty$ für verschiedene Stromstärken I, I_1, \dots die ablenkende Kraft z, z_1, \dots des Stromes an jedem Punkte des zur Abscissenaxe entwickelten Quadranten vor. Gemäss unseren früheren Bezeichnungen² hat man

$$z = Mk \cdot \cos x, \quad z_1 = M k_1 \cdot \cos x, \quad \dots$$

Die Ordinaten der Cosinuscurven und die der Sinuscurve $y = Mn^2 \cdot \sin x$ [756] (s. oben S. 355), obschon auf derselben Seite der Abscissenaxe aufgetragen, sind entgegengesetzten Zeichens, wie selbstverständlich auch jenseit des Nullpunktes die Ordinaten der Sinuscurve, jenseit des 90° -Punktes die der Cosinuscurven das Zeichen wechseln. Der Schnidepunkt einer Cosinuscurve mit der Sinuscurve entspricht der jedesmaligen Ruhelage des abgelenkten Magnetes ξ, ξ_1, ξ_2 in der Figur.

Für sehr kleine Stromstärken liegt der Schnidepunkt dem Nullpunkte sehr nahe. In der Nähe des Nullpunktes aber fällt die Sinus-

¹ POGGENDORFF's Annalen u. s. w. 1838. Bd. XLV. S. 353.

² S. oben S. 303.

F_R um eine ungeheure Grösse übertrifft, welche für den 90° -Punkt selber unendlich wird. In gleicher Entfernung vom Ausgangspunkte wirkt also bei Ablenkung des Magnetes stets eine grössere Kraft auf ihn, als bei seinem Falle dem Nullpunkte zu. Unter dem Einflusse der durch F_A dargestellten ablenkenden Kräfte wird daher der Magnet eine grös- [757] sere Geschwindigkeit erlangen, als die, welche ihm die durch F_R vorgestellten Richtkräfte ertheilen. Er wird nicht allein die neue Ruhelage überschreiten, sondern, wie leicht sich zeigen lässt, auch um diese Lage schwingen.

In der Nähe des 90° -Punktes kann man nämlich die Sinuscurve ebenso durch die der Abscissenaxe parallele Tangente $y'y$, an ihrem Maximum ersetzen, wie in der Nähe des Nullpunktes die Cosinuscurve. Die Cosinuscurve dagegen fällt nahe dem 90° -Punkt in langer Strecke mit ihrer Tangente an jenem Punkte merklich zusammen. Es gilt daher hier für den unter dem vereinten Einflusse der Erdkraft, des Stromes und der Dämpfung sich bewegenden Magnet dieselbe Differentialgleichung, wie die auf S. 303 der ersten Abhandlung für den auf dem Nullpunkt unter denselben Einflüssen sich bewegenden Magnet aufgestellte, nur dass jetzt x den Abstand vom 90° -Punkte bedeutet, und dass k und n^2 die Plätze vertauscht haben, folglich $\varepsilon \geq \sqrt{k}$ Bedingung des aperiodischen Zustandes ist. Dieser Zustand kann aber hier nie erreicht werden. Annähern des HAUÿ'schen Stabes vermindert die, n^2 proportionale Steilheit der Sinuscurve: Oy sei die Curve, für die $\varepsilon = n$, oder ihre Steilheit die, für die eben Schwingungslosigkeit beginnt. Man braucht nur diese Steilheit mit der, k proportionalen Steilheit der Cosinuscurve $(\frac{\pi}{2}) I_2$ zu vergleichen, um zu sehen, dass der Natur der Dinge nach unter diesen Umständen \sqrt{k} stets viel grösser als n , folglich als ε ist, und also der Magnet um die neue dem 90° -Punkte nahe Ruhelage schwingen muss. Weiteres Annähern des HAUÿ'schen Stabes vermag über diese Schwingungen nichts. Denn der Magnet vollzieht sie nicht mehr unter dem Einflusse der auf beiden Seiten der Ruhelage in gleichem Sinne wirkenden Erdkraft, sondern unter dem Einflusse der ihn von beiden Seiten nach dem 90° -Punkt hin treibenden Stromkraft.

Uebrigens versteht es sich von selbst, dass, wenn auch die Schwingungen auf dem 90° -Punkte der WIEDEMANN'schen Bussole nicht allein den zuerst von mir gemuthmaassten Ursprung haben, sie doch dadurch begünstigt werden, dass ε dort ein Minimum hat, daher sie auch, soweit ein Vergleich möglich ist, an der WIEDEMANN'schen Bussole stärker erscheinen, als bei der SIEMENS'schen Anordnung.

Lassen wir die Stromstärke abnehmen, so sinkt zwar der Unterschied

$F_A - F_R$, in aller Strenge Null wird er aber erst für die [758] Stromstärke Null, wo die Flächenräume F_A, F_R beziehlich in die congruenten Dreiecke A, R übergehen. Jener Unterschied besteht also, wenn auch in abnehmender Grösse, noch für kleinere makroskopische und grössere teleskopische Ablenkungen. Um zu begreifen, dass für $\varepsilon = n$ auch im letzteren Falle daraus noch Ueberschreiten der neuen Gleichgewichtslage hervorgehe, muss man Folgendes erwägen.

In der ersten Abhandlung zeigt Fig. 24 auf S. 298 die Curven, die, für $\varepsilon = n$, die Geschwindigkeit x' vorstellen, mit welcher der Magnet von verschiedenem ξ fallend dem Nullpunkte sich nähert. Diese Curven sind einander ähnlich; am Nullpunkte verschmilzt ihre Schaar mit der Geraden $x' = -\varepsilon x$, welche die Geschwindigkeit bei Fall aus dem Unendlichen vorstellt.

Erhält bei irgend einem ξ der Magnet eine grössere Geschwindigkeit, als die, mit welcher er dort aus dem Unendlichen anlangen würde, also absolut $> \varepsilon \xi$, so überschreitet er den Nullpunkt (s. oben S. 355). Fällt der Magnet von ξ aus, so muss ihm also, damit er den Nullpunkt überschreite, gleich anfangs bei ξ durch einen Stoss eine Geschwindigkeit $> \varepsilon \xi$ ertheilt werden. Ist aber der fallende Magnet dem Nullpunkte schon sehr nahe, so reicht die kleinste Beschleunigung aus, um ihn ein wenig über den Nullpunkt fortzutreiben: weil er nämlich, er komme aus Ferne oder Nähe, hier stets schon die Grenzgeschwindigkeit $x' = -\varepsilon \xi$ hat.

Bei kleinen teleskopischen Ablenkungen, und für $\varepsilon = n$, ist die Curve der Geschwindigkeit, mit welcher der Magnet seiner neuen Ruhelage zueilt, das seitliche Spiegelbild der Curve der Geschwindigkeit, mit welcher er von ξ fallend dem Nullpunkte sich nähert. Der Magnet nähert sich also der neuen Ruhelage, als käme er aus dem Unendlichen, und die kleinste in ihrer Nähe ihm ertheilte Beschleunigung würde ihn über jene Lage hinaustreiben.

Bei grösseren teleskopischen Ablenkungen kommt nun in diesem Sinne in Betracht, dass, wie wir sahen, die ablenkende Kraft Ordinate um Ordinate bereits etwas grösser ist als die Richtkraft. Letztere ist so abgemessen, dass eben der Nullpunkt nicht mehr überschritten wird, also der Magnet ihn erreicht, als käme er aus dem Unendlichen. Ebenso würde er die neue Ruhelage erreichen, wenn die Flächenräume F_A und F_R genaue Spiegelbilder wären. Der Ueberschuss der Ordinaten der ablenkenden Kraft über die der [759] Richtkraft wirkt aber als Beschleunigung, welche den Magnet etwas über die neue Ruhelage hinausführt.

Für $\varepsilon > n$, und für kleinere makroskopische Ablenkungen lassen nach dem Gesagten die beschriebenen Erscheinungen sich leicht ableiten.

§. III. Von der besten Art, den HAUY'schen Stab anzubringen.

Die Art, den HAUY'schen Stab anzubringen, wurde ausführlich noch nie erörtert. Hr. MEISSNER und Hr. MEYERSTEIN brachten an ihrem Elektro-Galvanometer nach Hrn. WILH. WEBER's Vorgänge den Stab mit seinem Mittelpunkte senkrecht über dem des schwingenden Magnetes an. Sie zerlegten ihn überdies in einen stärkeren, unverrückt in grösserer Ferne bleibenden, und einen schwächeren verschiebbaren Stab. Diese Einrichtung bezweckte, die sehr feine Verstellbarkeit im Azimuth unnöthig zu machen, deren der stärkere Stab bedarf, wenn nur er da ist.¹ Ich habe bei früherer Gelegenheit diesen Kunstgriff gelobt,² glaube aber jetzt, dass derselbe Zweck besser erreicht wird, indem man einen recht kräftigen Stab aus entsprechend grosser Ferne wirken lässt. Dabei bleibt die Proportionalität der Richtkraft mit kleinen Ablenkungen sicher gewahrt. Dass dies bei MEISSNER's und MEYERSTEIN's Anordnung in gleichem Maasse der Fall sei, wäre erst noch zu beweisen. Sobald aber diese Anordnung nicht unbedingt Nutzen bringt, erscheint sie als nicht zu billigende Verwickelung.

Die Stellung des Stabes senkrecht über dem Magnet hat den Fehler, dass der Stab mit der Aufhängung des Magnetes zusammentrifft, woraus allerlei Schwierigkeiten entspringen. Ich brachte deshalb den Stab senkrecht unter dem Magnet an,³ indem ich ihn [760] an einer vom Grundbrett der Bussole herabsteigenden Leiste verschiebbar machte. Auch diese Anordnung hat ihre Nachtheile. Das Consol muss durchbohrt sein, um die Leiste durchzulassen, und man kann die Bussole nicht aus der Hand setzen, wo nicht, wie etwa zwischen zwei Tischen, Raum für die abwärts sich erstreckende Leiste ist.

Aber noch eine andere Rücksicht macht sich hier geltend. Ist einmal die Entfernung des Stabes gefunden, für die $n = \varepsilon$ ist, so hat man lange Zeit daran nichts zu ändern. Zwar würde bei genauer Beobachtung die tägliche Variation der Intensität sich in einer Schwankung jenes Abstandes aussprechen, unter den gewöhnlichen Umständen ist indess ihr Einfluss verschwindend. Noch weniger kann Aenderung eines Abstandes des Stabes nöthig werden, für den $n < \varepsilon$. Dagegen an der Stellung des Stabes im Azimuth hat man fortwährend zu ändern, weil wegen der

¹ HENLE's und PFEUFER's Zeitschrift für rationelle Medicin. 3. R. 1861. Bd. XI. S. 194. — POGGENDORFF's Annalen u. s. w. 1861. Bd. CXIV. S. 132.

² S. oben S. 156.

³ S. die schematische Figur oben S. 314.

täglichen Schwankung der Declination Nullstrich der Scale und Faden nur zu bestimmter Tageszeit sich decken. Diese Störung wird um so bedeutender, je kleiner n , also je mehr εn übertrifft. Innerhalb gewisser Grenzen hilft man sich durch Verschieben der Scale,¹ doch kommt, wenigstens bei meinen Vorrichtungen, ein Punkt, wo dies nicht mehr geht, und wo nichts übrig bleibt, als durch Drehung des Stabes im Azimuth mittels der dazu bestimmten Mikrometerschraube den Spiegel wieder senkrecht auf die durch den Nullstrich der Scale gehende optische Axe des Fernrohres zu stellen. Es empfiehlt sich überhaupt, jedesmal bei Beginn der Arbeit diesen Zustand herbeizuführen. Ohne Hülfe ist dies ein sehr mühseliges Geschäft. Man muss zwischen Fernrohr und Bussole vielleicht zehnmal hin- und hergehen, um seinen Zweck doch minder vollkommen zu erreichen, als wenn man vom Fernrohr aus den Stab bewegen könnte.

Ich habe daher die Einrichtung getroffen, dass die Stellung des Stabes im Azimuth vom Sitzplatz am Fernrohr aus durch einen Schnurlauf beherrscht wird, der mittelbar den Kopf der Mikrometerschraube dreht. Es würde nun natürlich nicht angehen, den Zug des Schnurlaufes auf einen langen, mit der Bussole selber verbundenen Hebel wirken zu lassen, wie die den Stab tragende Leiste [761] ihn vorstellt. Man würde die Bussole erschüttern, vielleicht sie von der Stelle rücken.

Ich trennte deshalb die den Stab tragende Leiste von der Bussole, und befestigte sie am Consol. Es fehlt in der That an jedem Grunde dafür, den Stab mit der Bussole zu verbinden. Was aber die Stellung des Stabes zum Magnete betrifft, so zeigt folgende Betrachtung, dass auch hierin die frühere Einrichtung verfehlt war.

Jede für den HAUY'schen Stab passende Lage muss dreierlei leisten: der Stab muss die Richtkraft des Magnetes um den nöthigen Betrag vermindern,² dabei aber die mittlere Declination, und, wenigstens bei kleinen Ablenkungen, das Gesetz, wonach die Richtkraft mit der Ablenkung wächst, unverändert lassen. Alle diese Lagen kommen darin überein, dass der Stab im magnetischen Meridiane sich befindet; übrigens zerfallen sie in zwei Systeme, und zwar haben diese die beiden Lagen

¹ S. oben S. 156.

² Da dieser Betrag einen sehr ansehnlichen Theil, keinesweges ein Differential der Richtkraft vorstellt, lassen sich die von GAUSS gegebenen „Vorschriften zur Berechnung der magnetischen Wirkung, welche ein Magnetstab in der Ferne ausübt“ (Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahr 1840. Leipzig 1841. S. 26; — C. F. GAUSS Werke u. s. w. Göttingen 1867. 4^o. Bd. V. S. 427) hier nicht anwenden, wie Hr. MEISSNER zu glauben scheint (HENLE's und PFEUFER's Zeitschrift u. s. w. A. a. O. S. 195).

über und unter dem Magnet, in denen bisher der Stab sich befand, mit einander gemein.

Man denke sich Stab und Magnet im magnetischen Meridian, ihre magnetischen Axen horizontal, ihre Mittelpunkte in passendem Abstand in einer Senkrechten, den Stab über oder unter dem Magnet. Das erste System von Lagen entsteht, indem der Stab, sich parallel, um den Magnet geführt wird, so dass sein Mittelpunkt um den des Magnetes einen auf der Declinationsebene senkrechten Kreis beschreibt. Man sieht leicht, dass das vom Stab auf den Magnet wirkende horizontale Kräftepaar in jedem Punkte des Kreises dasselbe bleibt. Befinden sich Stab und Magnet in der Horizontalebene, so wird der Magnet, durch Abstossung des Stabes, etwas vom Loth abgelenkt; wie er, bei senkrecht über oder unter dem Magnet befindlichem Stabe, gleichsam beziehlich et- [762] was schwerer oder leichter wird. In den Zwischenlagen verbinden sich beide Wirkungen in wechselndem Verhältniss. Die Erfahrung lehrt aber, dass innerhalb der für uns geltenden Grenzen der Genauigkeit überhaupt nichts darauf ankommt.

Es giebt somit für uns keinen Grund, den Stab gerade über oder unter dem Magnet anzubringen, und die daraus erwachsenden Schwierigkeiten lagen in einer zufälligen und willkürlichen Lösung der Aufgabe, nicht in dieser selber. Jede Stellung des Stabes, welche einem Punkte des bezeichneten Kreises entspricht, leistet für unseren Zweck dasselbe. Es ist nicht einmal nöthig, dass die Verschiebung des Mittelpunktes des Stabes im Radius jenes Kreises geschehe. Man kann z. B., ohne irgend einen namhaften Vortheil aufzugeben, die den Stab tragende Leiste auf der Fläche des Consols horizontal so befestigen, dass der Mittelpunkt des Stabes in einer durch den Aufhängefaden gehenden Aequatorialebene liegt. Dies erreicht man, indem man bei noch nicht fest angezogenen Schrauben die Leiste sich parallel verschiebt, bis im Fernrohr Nullstrich und Faden sich decken, wie ohne Stab. Freilich misst nun die Theilung auf der Leiste nicht mehr unmittelbar den Abstand des Stabes vom Magnete, sie dient aber ohnehin mehr dazu, den Stab um bestimmte Grössen verschieben und ihm dieselbe Entfernung wiedergeben zu können.

Anstatt den Mittelpunkt des sich parallelen Stabes einen Kreis in der Aequatorialebene beschreiben zu lassen, kann man auch dem Stab in der Declinationsebene, nördlich oder südlich vom Magnet, darüber oder darunter oder in gleicher Höhe, mit horizontaler oder geneigter Axe jede Stellung geben, bei welcher er auf den Magnet umgekehrt wie die Erde wirkt. So entsteht das zweite, viel mannigfaltigere System für den Stab zulässiger Lagen. Bis das Elektro-Galvanometer mich verleitete, den Mittelpunkt des Stabes in eine Senkrechte mit dem des Magnetes

zu bringen, arbeitete ich mit einem so aufgestellten Stabe, und neuerlich hat Hr. VIKTOR VON LANG bei dem von ihm gebauten „Spiegelgalvanometer mit regulirbarer Dämpfung“ diese Anordnung vorgezogen.¹ Einen entscheidenden Grund für Aufstellung des Stabes mit seinem [763] Mittelpunkt in der Declinations- oder der Aequatorialebene giebt es nicht, und man wird sich bei der Wahl zwischen beiden Ebenen durch Rücksichten der Bequemlichkeit leiten lassen, wie die Oertlichkeit sie vorschreibt. Aber auch bei Wahl der Declinationsebene empfiehlt es sich, den Stab von der Bussole getrennt am Consol zu befestigen, natürlich so, dass jetzt der Stab der Leiste parallel liegt.

Die Befestigung des Stabes am Consol hat den Vortheil, dass der Zug des Schnurlaufes unschädlich wird, da er nur noch das Consol trifft. Die Einzelheiten des Mechanismus, durch den vom Sitzplatz aus der Stab im Azimuthe gedreht wird, lassen sich ohne Abbildungen nicht verdeutlichen. Es genüge zu sagen, dass neben dem Beobachter eine Scheibe am Arbeitstisch sich befindet, deren Drehung mit der Hand durch den Schnurlauf auf den Kopf der Mikrometerschraube mittelbar sich überträgt. Die Bewegung wird dabei so verkleinert, dass auch für ε ansehnlich $> n$ Nullstrich und Faden leicht zur Deckung gebracht werden.

§. IV. Sir WILLIAM THOMSON's aperiodische Magnete ohne Dämpfung.

Zu den in der ersten Abhandlung aufgezählten Versuchen, Schwingungslosigkeit der Magnete mechanisch herbeizuführen,² ist noch der des Hrn. NEUMANN in Königsberg zu zählen, welcher an der verlängerten Axe der Bussolnadel eine in Oel schwimmende Korkscheibe befestigte.³ Unter allen denen aber, die mit solchen Versuchen sich befassten, hat wohl den glücklichsten Griff Sir WILLIAM THOMSON mit seinen neuen aperiodischen Bussolspiegeln gethan.⁴ Dies sind äusserst leichte Glaspiegel, an deren Rückseite ein Stück Uhrfeder klebt. Sie hängen an einem ganz kurzen Faden in einer äusserst engen flachcylindrischen Kammer, [764] in der sie nur zu ganz geringen Ausschlägen Raum

¹ Sitzungsberichte der Kais. Akademie der Wissenschaften zu Wien. II. Abth. Jahrg. 1873. Bd. LXVII. S. 101.

² S. oben S. 321.

³ S. WILD, Die NEUMANN'sche Methode zur Bestimmung der Polarisation u. s. w. In der Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. 2. Jahrg. Zürich 1857. S. 236. 237.

⁴ Vergl. WIEDEMANN, Die Lehre vom Galvanismus und Elektromagnetismus. 2. Aufl. Braunschweig 1872. Bd. I. S. 262.

haben. Ihre Bewegung wird aperiodisch durch den verhältnissmässig sehr grossen Luftwiderstand, den sie vermöge der Enge der Kammer und ihrer eigenen geringen Masse erfahren. Ihre Beruhigungszeit ist nur ein Bruch einer Secunde. Sie sind nicht für Beobachtung mit dem Fernrohre bestimmt, sondern zum Zurückwerfen eines Lichtstrahles auf die von mir beschriebene Art. Es muss also auch dahingestellt bleiben, ob ihre Bewegung streng aperiodisch ist, oder nur dem unbewaffneten Auge so erscheint. Da die Gesetze dieser Bewegung unbekannt sind, wird man für genaue galvanometrische Versuche wohl die durch Dämpfung erzeugte Schwingungslosigkeit vorziehen. Doch zweifle ich nicht, dass Sir WILLIAM THOMSON's Spiegel durch die ungemeine Geschwindigkeit ihrer Anzeigen, wie bei der Telegraphie, auch in gewissen Gebieten thierisch-elektrischer Versuche vortreffliche, ja kaum anders zu erlangende Dienste leisten würden.
