

Krümmungskontrast

Von

Dr. ALOIS HÖFLER,

Professor an der k. k. Theresianischen Akademie in Wien
und Privatdozent an der Universität Wien.

(Mit 4 Figuren im Text.)

An den Vorgebäuden der niederösterreichischen Landesirrenanstalt in Wien findet sich als architektonisches Motiv ein Spitzbogen, welcher in nachstehenden Figuren 1 und 2 nach Photographien reproduziert ist, die zum Zwecke dieser Mitteilung angefertigt worden sind.¹ Mir war nämlich an diesem Spitzbogen vor mehreren Jahren aufgefallen, daß er auf den ersten Blick an der Spitze von zwei nach unten konvexen Kurven (in der Weise mancher maurischer Bogen) abgeschlossen zu sein scheint, während, wie schon genaues Hinsehen zeigt (wenn auch nicht ganz leicht und für verschiedene Personen, die ich aufmerksam machte, überhaupt nicht ganz zweifellos),² die Begrenzungslinien bis zur Spitze völlig gerade sind. Wenigstens ergab sich bei einer direkten Prüfung der Be-

¹ Ich sage hier Herrn Dozenten Dr. C. BODENSTEIN meinen Dank für die Anfertigung der Photographien, den Herren Primarien Dr. STARLINGER und Dr. BUBENIK dafür, daß sie durch Werkleute die Geradheit der fraglichen Linien feststellen ließen.

² Über dem einen der Bogen befindet sich ein nachträglich angebrachtes Blechdach, welches wirklich an der Spitze die besprochene Krümmung besitzt. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß der Verfertiger des Blechdaches dem Eindruck der scheinbaren Krümmung des Mauerwerkes unterlegen ist und im Stil zu bleiben glaubte, wenn er sie im Dache nachahmte, wenn auch in vielleicht bewußter Übertreibung. Desgleichen findet sich auch im Rahmenwerk der Fenster, das ja wahrscheinlich auch erst nach dem Mauerwerk und diesem angepaßt angefertigt wurde, einige Male eine wirkliche Krümmung an der Spitze, aber nicht ganz konsequent — es ist, wie wenn hier das Urteil des Zeichners der Rahmen beim freien Nachbilden des Mauerbogens geschwankt hätte.

grenzungslinien keinerlei merkliche Abweichung von der Geraden; und auch auf den Photographien, sowie auf beistehenden Nachbildungen weist das Lineal das Nichtvorhandensein einer dem Schein entsprechenden konvexen Krümmung nach.

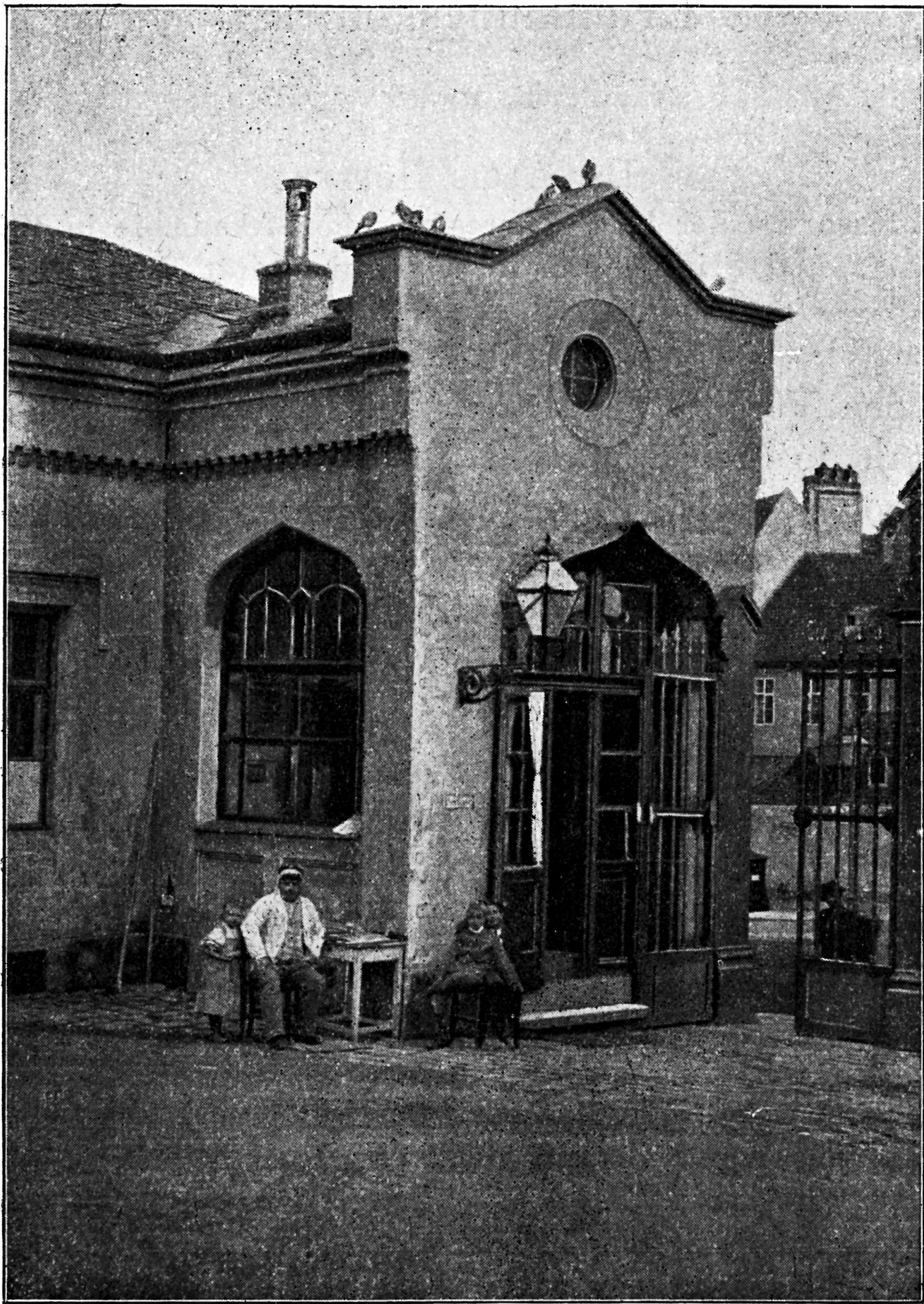


Fig. 1.

Eine Erklärung der scheinbaren Krümmung, welche in Figur 3 etwas übertrieben durch die punktierte Linie de' angedeutet ist, ergäbe sich sofort daraus, daß, wenn beim Übergang aus dem vertikalen Teil ab durch die nach unten konkave Krümmung bei bc in den schiefen Teil des Randes cd gleichsam der Blick sich durch letzteren längs einer Geraden

geführt fühlt, dieser Übergang aus dem Krummen ins Gerade überschätzt wird, wie beim simultanen Farbenkontrast nach HELMHOLTZscher Erklärung. Nennen wir die Krümmung bei $b c$ eine negative (weil der zweite Differentialquotient der auf das

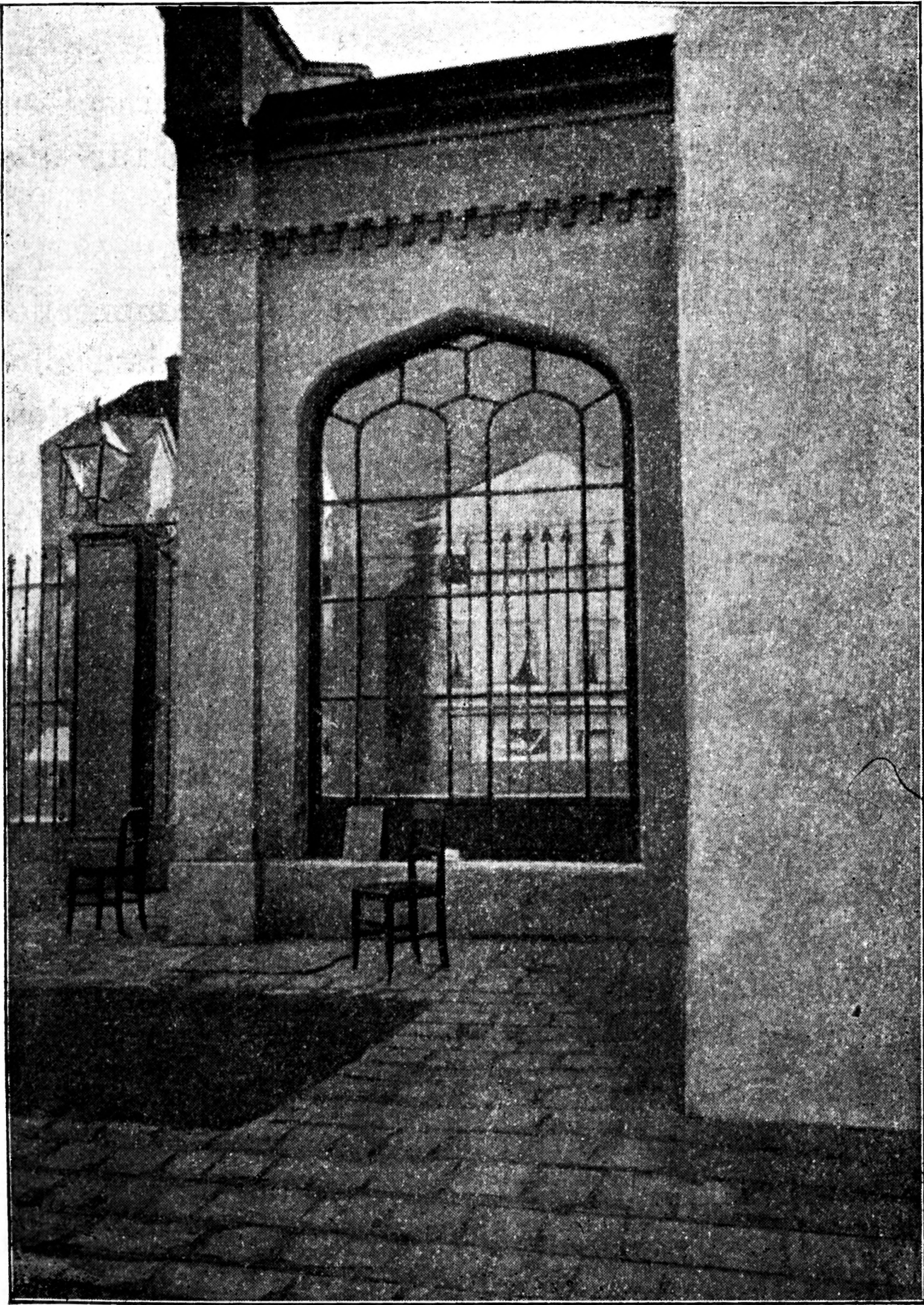


Fig. 2.

Koordinatensystem OXY bezogenen Kurve daselbst negativ ist), so ist die Krümmung von c bis d gleich Null, von d bis e , bzw. e' wird sie positiv.

Angesichts der Thatsache, daß HELMHOLTZ' psychologische Theorie des simultanen Kontrastes durch HERINGS physiologische einen starken Angriff erfahren hat, sei auch die angedeutete

Erklärung der Erscheinung zunächst nur als eine mögliche mitgeteilt. Nichtsdestoweniger dürfte für das, was an der Beobachtung unter vorläufiger Fernhaltung womöglich jeder Theorie eine Tatsache ist, die Bezeichnung „Krümmungskontrast“ immerhin noch passend gefunden werden. Der Gedanke an eine Ähnlichkeit mit der Täuschung durch ZÖLLNERS Figuren¹ liegt nahe, sei aber, weil ebenfalls sogleich auf theoretische Deutung führend, nur erwähnt, insofern er die bei ihrer Variierung gemachten Erfahrungen für unsere Erscheinung nutzbar zu machen anregt.

Die Tatsache giebt nämlich ebenfalls vor allen Erklärungsversuchen Stoff zur mannigfachen experimentellen Variierung.

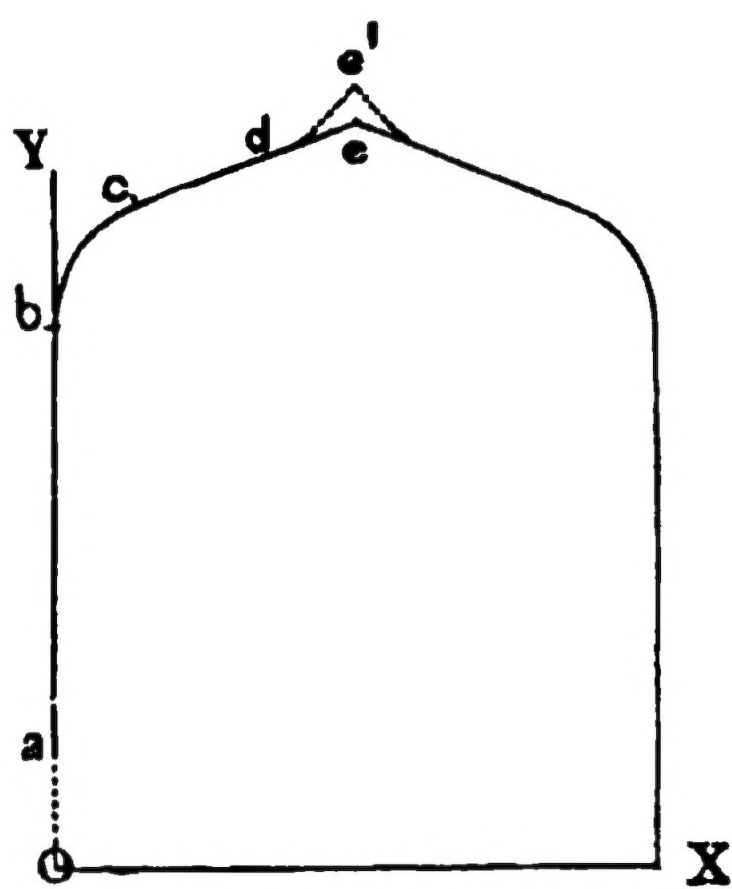


Fig. 3.

1. Wie lange darf die Gerade ce im Vergleich zur Länge des Bogens bc oder seines Krümmungshalbmessers sein, damit überhaupt noch ein Schein von Krümmung von d bis e' sich einstelle? 2. Bei welcher Neigung der ce gegen die Horizontale, oder was dasselbe ist, bei welchem Gradmaß des Bogens bc wird der Schein am stärksten? 3. Läßt sich der Schein vielleicht steigern, indem man nicht konstante (Kreis-) Krümmung, sondern eine in bestimmter Weise variable längs bc anwendet? 4. Ist dieser Schein daran gebunden, daß sich die Linie $abcde$ jenseits von der Symmetrieaxe (die durch $e \parallel OY$ geht) wiederhole? Eine Verstärkung durch solche Symmetrie ist ja von vornherein wahrscheinlich. Wieviel von dem Schein der Zuspitzung kommt aber 5. auf Rechnung des Sichschneidens zweier Geraden unter einem Winkel? 6. Was geschieht, je

¹ Auf das ihnen und verwandten Erscheinungen zu Grunde liegende „Falschsehen schiefer Winkel“ (HERING, *Hermanns Handbuch*, III. Bd. 1. T., S. 372, 580 u. a.) wendet HELMHOLTZ (*Physiol. Opt.* I. Aufl. S. 571) den Ausdruck „Kontrast für Richtungen“ an. (Vergl. auch MEINONG, Beiträge zur Theorie der psychischen Analyse, *diese Zeitschr.* VI. Bd. S. 347, Anm.) Rein mathematisch genommen verhielten sich Richtungs- und Krümmungskontrast wie endliche Differenzen und Differentialquotienten der die „Richtungen“ darstellenden ersten Differentialquotienten. Vergl. aber die unten angeführten Worte von MACH.

nachdem dieser Winkel ein stumpfer oder spitzer ist? Das Gesetz, daß stumpfe Winkel unter-, spitze überschätzt werden, kompliziert sich hier mit der unter 2 genannten Variierung; wann fördernd, wann hemmend? 7. Mit Rücksicht auf die Thatsache, daß der Schein der Richtungsverschiedenheit beim ZÖLLNERSchen Muster am stärksten wird, wenn die Längslinie 45° gegen die Medianebene des Beschauers einschließt, liegt die Frage nahe, ob der Schein der Krümmung bei *de'* am stärksten ist bei vertikaler Kopfhaltung des Beschauers, allgemeiner: bei Parallelismus der Symmetrieaxe der Figur und der Längsaxe des Beschauers, oder bei welchem Winkel beider Richtungen? 8. Die Figuren wären teils zu zeichnen, teils (um Begrenzungslinien ohne Dicke zu haben) aus Papier auszuschneiden und dieses auf andersfarbigen Grund zu legen (vielleicht ließen sich auch Schatten von



Fig. 4.

Drähten unter wechselnder Projektion anwenden). 9. Welchen Einfluß hat die absolute Größe, 10. welchen der Abstand vom Auge, 11. bei monokularem, binokularem Sehen, 12. bei ruhendem, bewegtem Auge u. s. f.? 13. Auch andere Verbindungen und Geraden zeigen die Kontrasterscheinungen. So sind z. B. für mich die in Fig. 4 an den Kreisbogen angesetzten Geraden sehr auffallend nach oben konkav.

Da für die experimentelle Behandlung dieser und einschlägiger Fragen (welche mir von Herren, die an dem psychologischen Laboratorium in Graz arbeiten, in Aussicht gestellt worden ist) voraussichtlich während der Experimente selbst sich die passendste Fragestellung erst ergeben wird, so mögen nur noch einige allgemeinere Bemerkungen über die theoretische Tragweite des Thatsachenkomplexes hier stattfinden.

Vor allem ist bemerkenswert der Umstand, daß die Kontrastwirkung hier stattfindet zwischen Vorstellungsinhalten, die man nur sehr uneigentlich noch wird Empfindungsinhalte nennen können: findet doch konkave und konvexe Krümmung erst in

dem negativen bzw. positiven Vorzeichen zweiter Differentialquotienten ihren adäquaten begrifflichen Ausdruck. Nun bricht sich allerdings mehr und mehr die Einsicht Bahn, daß viele von sehr primitiven Inhalten, die man zuerst unbedenklich Empfindungsinhalte nennen mochte, diesen Namen nicht verdienen, sondern daß z. B. schon eine einfache Raumstrecke als solche nur beim Hinzutreten von Distanzvorstellungen¹ im Bewußtsein vorhanden ist: „Unter Distanz aber verstehen wir, das Wort hier in einem für manche ungewohnt weiteren Sinne nehmend, nicht bloß räumliche und zeitliche, sondern auch qualitative und solche der Intensität, und definieren das Wort: Grade der Unähnlichkeit.“ (STUMPF, *Tonpsychol.* I. Bd. S. 57).

Da überdies nach EHRENFELS² jede räumliche Gestalt, also auch schon die Strecke, eine „Gestaltsqualität“ darstellt, muß dies um so mehr von Krümmung gelten; ja es dürften die unmittelbar anschaulichen Bilder von konkaver oder konvexer Krümmung³ sogar besonders geeignet sein, jenen Namen, den

¹ Hierhergehöriges soll ein nächster Aufsatz „Zur Analyse der Vorstellungen von Abstand und Richtung“ behandeln.

² Vergl. *diese Zeitschr.* II. Bd. S. 245 ff. den Bericht über EHRENFELS' „Gestaltsqualitäten“ (*Vierteljahrschr. f. wiss. Philos.* 1890. S. 249—292) in dem Aufsatze von MEINONG „Zur Psychologie der Komplexionen und Relationen.“

³ Zu den Stellen, von denen EHRENFELS eingangs seines Aufsatzes sagt: „Als Ausgangspunkt hierzu ergaben sich mir wie von selbst in der Schrift von E. MACH, „*Beiträge zur Analyse der Empfindungen*“ (Jena 1886), eine Reihe von Bemerkungen und Hinweisen, welchen ich, obgleich sie in einem ganz anderen Zusammenhange entstanden zu sein scheinen, dennoch eine wesentliche Festigung meiner Ansichten über die hier dazulegenden Verhältnisse verdanke“ — gehört wohl wesentlich auch die folgende (MACH, S. 47, 48): „Die physiologische Bedeutung der Richtung einer betrachteten Geraden oder eines Kurvenelements können wir uns noch durch folgende Betrachtung vermitteln. Es sei $y = f(x)$ die Gleichung einer ebenen Kurve. Durch den bloßen Anblick können wir den Verlauf der Werte von $\frac{dy}{dx}$ an der Kurve absehen, denn dieselben sind durch deren Steigung bestimmt, und auch über die Werte von $\frac{d^2y}{dx^2}$ giebt das Auge qualitativen Aufschluß, denn sie sind durch die Krümmung der Kurve charakterisiert. Es liegt die Frage nahe, warum man über die Werte von $\frac{d^3y}{dx^3}$, $\frac{d^4y}{dx^4}$ u. s. w. nicht ebenso unmittelbar etwas aussagen kann. Die Antwort ist einfach. Man sieht natür-

EHRENFELS den von ihm entdeckten Vorstellungsgebilden gegeben hat und den er dann zu Gunsten des von MEINONG vorgeschlagenen Namens „fundierte Inhalte“ aufgegeben hat, zu illustrieren; denn gerade bei Konvexität und Konkavität drängt

lich nicht die Differentialquotienten, welche Verstandessache sind, sondern man sieht die Richtung der Kurvenelemente und die Abweichung der Richtung eines Elementes von jener eines anderen.“

Wie EHRENFELS (a. a. O. S. 250) bezüglich MACHS Terminus „Empfindung“ in solchen Fällen allgemein bemerkt, kann auch speziell von „Sehen“ der Krümmung nur so die Rede sein, daß „der Verfasser . . . lediglich die Unmittelbarkeit des Eindruckes im Auge hatte und dessen Unabhängigkeit von jeglicher intellektuellen Verarbeitung durch das Subjekt hervorzuheben gewillt war.“ In diesem Sinne nun ist es z. B. eine von mir durch Umfragen oft erprobte, aber von der Schulgeometrie, wie es scheint, nicht beachtete Thatsache, daß von allen „Definitionen“ des Kreises die, er sei die „Linie konstanter Krümmung“, der ganz unbefangenen Auffassung jedesmal bei weitem am nächsten liegt (viel näher, als die nach „konstanten Radien“). Es dürfte sich MACHS Bemerkung aber noch etwas erweitern lassen, indem wir zunächst doch auch für endliche Unterschiede von Krümmungen noch eine sehr sichere unmittelbare Auffassung haben; und auch für stetige Änderung der Krümmung fehlt dem geschulten Auge der „Blick“ keineswegs. Wir erfassen z. B. die Gleichmäßigkeit des Abnehmens der Krümmung einer durch $r = k \cdot \varphi$ definierten Archimedischen Spirale wohl kaum schlechter, als etwa die Gleichmäßigkeit eines Crescendo (STUMPF, *Tonpsychol.* I. S. 393); daß freilich hier die Proportionalität nicht mehr Krümmungshalbmesser und Bogenlänge, sondern Radiusrektor und Polarwinkel betrifft, dürfte wohl für die meisten schon unter der Unterschiedsschwelle liegen. (Messende Versuche hierüber und über das folgende wären erst anzustellen.) Aber auch Krümmungsänderungen, die nach komplizierteren Gesetzen erfolgen, also dritte Differentialquotienten, werden vom geschulten Blick in ihrer besonderen Gesetzmäßigkeit erfaßt; so unterscheidet jeder Geometer die parabolische Krümmung auf den ersten Blick von der hyperbolischen (wenigstens an Stellen, die nicht zu nahe beim Scheitel liegen) — und es ist ja wohl auch hier wieder, wie beim Kreis, die Krümmung, welche vorwiegend zum unmittelbaren Gestaltenbild beiträgt. — Daß alles Gesagte nur dasjenige Maß von Genauigkeit quantitativer Bestimmungen verträgt, wie sie anschaulichen Vorstellungen (richtiger: Vergleichen solcher) im günstigsten Falle zukommt, versteht sich von selbst; auch schon daß $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$, d. h. eine Gerade, erkennen wir ja als solche durch „Sehen“ nur unter dem Vorbehalt untermerklicher „Buckel“.

Nur vorläufig führe ich hier an, daß sich die ganze Betrachtung vom Geometrischen auf das Phoronomische übertragen läßt: auch die

sich uns das Qualitative innerhalb des Räumlichen¹ besonders lebhaft auf. Doch dies nur nebenbei. Was für uns an der Thatsache des Krümmungskontrastes besonders bemerkenswert erscheint, ist der Umstand, daß überhaupt das Kontrastverhältnis mit einer anschaulichen Lebendigkeit, wie es, wenn zwischen wirklichen Empfindungsinhalten wie Farben auftretend, zu HERINGS physiologischer Theorie führen konnte, auch hier, also zwischen Vorstellungsinhalten sich wirksam zeigt, für die man eine Modifikation durch physiologische Beeinflussung schwer denken kann. Insoweit es überhaupt ohne theoretische Vorwegnahme

Analoga zu $\frac{dy}{dx}$ und $\frac{d^2y}{dx^2}$, nämlich die Geschwindigkeit $\frac{ds}{dt}$ und die

Beschleunigung $\frac{d^2s}{dt^2}$ werden von uns als Gestaltqualitäten erfaßt,

— sofern wir uns nicht gewöhnt haben, auf unsere von Kindheit geläufigen Anschauungsbilder größer, kleiner, wachsender.. Geschwindigkeiten zu Gunsten der rein abstrakten Definition der Mechanik: „Geschwindigkeit ist der Weg in der Zeit 1“ u. dergl. zu verzichten. EHRENFELS' Theorie der Gestaltsqualitäten hat mir für das, was ich seit zwanzig Jahren als einen Mangel der herkömmlichen Darstellungen der Mechanik fühlte, den vorläufig wenigstens mich selbst überzeugenden Gesichtspunkt zu künftigen „psychologischen und logischen Analysen“ dieser und mancher anderen Grundbegriffe der theoretischen Mechanik gegeben.

Während ich dies niederschreibe [— es war im Februar 1894; ich habe die Publikation bis jetzt verschoben, da ich den Raum der Zeitschrift durch die zwei Artikel „Psychische Arbeit“ sehr in Anspruch genommen hatte], finde ich hierher gehörige Andeutungen in dem soeben erschienenen Hefte *dieser Zeitschr.* (VI. Bd. S. 472) von SCRIPTURE unter dem Terminus Änderungsempfindlichkeit (Geschwindigkeits-, Beschleunigungsempfindlichkeit) mitgeteilt.

¹ Es ist nur cum grano salis zu nehmen, wenn oft Qualität, Intensität, räumliche und zeitliche Bestimmungen wie einfach koordinierte Inhalte aufgezählt werden (von STUMPF, z. B. *Raumvorstellung, Tonpsychologie* an verschiedenen Stellen, von mir in meiner *Logik* 1890 u. a.). Es giebt eben Qualitäten auch innerhalb des Räumlichen, wie oben gesagt, und sogar Qualitäten innerhalb der Qualitäten; z. B. das Eigentümliche von Heiß und Lau innerhalb der Wärmequalität; die „spezifische Helligkeit“ (— in der diesen Titel führenden Arbeit hat HILLEBRAND jedenfalls übersehen, daß schon SCHOPENHAUER, *Sehen und Farben*, § 5, von einem „jeder Farbe wesentlichen und eigentümlichen Grad von Helle oder Dunkelheit“ spricht) neben dem Farbenton und der Sättigung, welche „Helligkeit“ keineswegs als Intensität angesprochen werden kann (ohne daß hiermit schon HERING beigestimmt sein müßte, welcher gar keine eigentliche Intensität der Lichtempfindungen will gelten lassen).

von spezielleren Versuchsergebnissen erlaubt ist, den Krümmungszum Farben- (bezw. Helligkeits-) Kontrast in Analogie zu setzen, entspricht der Bogen bc der induzierenden Farbe, die Gerade de dem grauen Grunde, auf welchem die Kontrastfarbe induziert wird. (Dafs hier ein Stück der Geraden, nämlich cd ungeändert bleibt und das Kontrastphänomen sich erst von d an geltend macht, stört die Analogie freilich bedenklich; ob die Bedenken unüberwindlich sind, müßten erst Versuche darüber zeigen, wie weit sich d verkürzen, etwa auf Null bringen läßt (wozu Figuren wie 4 einen Ausgangspunkt bieten). Hält man sich an die durch unser Portal gegebenen Maße, so wird man den Eindruck haben, dafs der Blick Gelegenheit haben müßte, erst ein Stück sich längs einer Geraden vorgeführt zu fühlen — was wieder keine Theorie über Augenbewegung u. dergl. einschließen soll, immerhin aber im Sinne von LIPPS Theorie¹ gedeutet werden könnte — um dann, wenn er längs dieses Stückes den Eindruck vom Nullwert der Krümmung empfangen hat, durch den Schein der entgegengesetzten Krümmung gegen die von bc reagieren zu können. Für die grofse Streitfrage, ob psychologische oder physiologische Erklärung des simultanen Farbenkontrastes, möchte wenigstens ein neuer Wahrscheinlichkeitsgrund für erstere Erklärungsweise darin liegen, dafs es einen nicht wohl physiologisch zu erklärenden Kontrast nicht erst zwischen Riesen und Zwergen (den auch HERING als psychologisch gelten läßt, vielleicht, weil hier neben dem Auffassen der stark verschiedenen Gröfsen als solcher doch auch schon eine kaum vollständig zu analysierende Beziehung zwischen der „Gröfse“ als rein geometrischem Bestimmungsstück und spezifisch menschlicher Gröfse mit ihren Extremen „Riesigkeit“² und „Winzigkeit“ in Betracht kommt), sondern dafs es psychologischen Kontrast schon zwischen Inhalten giebt, die wie die Krümmung immer noch sehr primitiver Natur, aber doch schon nicht mehr Sinnesinhalte sind. Ganz nebenbei bemerkt, müßte sich ja aber die psychologische und die physiologische Erklärung überhaupt nicht ausschließen, da sie doch

¹ Vergl. *diese Zeitschr.* III. Bd. S. 123 ff.

² Ich habe *Vierteljahrsschr. f. wiss. Philos.* 1883, S. 484, auf den Unterschied von „quantitas“ und „magnitudo“ als auf einen hingewiesen, der geeignet ist, das Dogma von der „Relativität aller Gröfse“ in die richtigen Schranken zu bringen. Desgleichen meine *Logik* (1890) S. 61.

beide einen Umstand namhaft machten, der mit dem anderen nicht unverträglich ist. Ob ein solcher Vermittelungsvorschlag annehmbar ist, könnten freilich wieder erst Versuche von der Art des von HERING (*Lichtsinn*, S. 22) ersonnenen zeigen, welcher die Analogie zum Kontrast Riese—Zwerg dadurch in die Enge treibt, daß wir „den Menschen von mittlerer Größe neben dem Riesen im strengsten Sinne des Wortes plötzlich zusammenschrumpfen sehen“ müßten. Sollte im „Krümmungskontrast“ wirklich ein physiologisches Motiv (etwa Augenbewegung — allenfalls auch Muskelempfindung davon) und ein psychologisches (etwa LIPPS *Ästhetische Faktoren*) zusammenwirken, so wären für die Abgrenzung, was des einen und was des anderen ist, erst so feine differenzierende Versuche auszudenken, wie der erwähnte HERINGSche.

So viel aber dürfte heute schon zu sagen sein, daß unsere Thatsache, wie auch ihre Erklärung ausfalle, durch die ebenfalls thatsächliche Konsequenz über ein bloß isoliertes Interesse hinausreiche, indem sich EHRENFELS' Gestaltsqualitäten wieder in einer Hinsicht den Empfindungsinhalten analog, nämlich dem Kontrastverhältnis unterliegend, erweisen, wodurch dieser Krümmungskontrast uns wieder in seiner Weise Ähnlichkeiten und Unterschieden primärer und fundierter Inhalte näher bringt.
