

Die Form des Himmelsgewölbes und das Größer-Erscheinen der Gestirne am Horizont.

Ausführliche Begründung
meines kurzen Nachtrages zu meiner Arbeit über
„Geometrisch-optische Täuschung“.

Von
Prof. W. VON ZEHENDER,
Obermedicinalrath.

Wenn ich auf die Frage nach der scheinbaren Form des Himmelsgewölbes noch einmal zurückzukommen mir erlaube, so geschieht dies hauptsächlich, um den kurzen Nachtrag zu meiner Arbeit über „Geometrische Täuschung“ (*diese Zeitschrift* 20, S. 65 ff.) zu vervollständigen und meine Ansichten über das Größererscheinen der Gestirne am Horizont etwas ausführlicher zu begründen, als es damals geschehen konnte.

Das Problem, von welchem hier die Rede ist, bewegt sich um die von Alters her bekannte Beobachtung, daß bei einer nach Augenmaafs versuchten Winkeltheilung am Himmelsgewölbe der horizontalwärts gerichtete Winkel (die Höhenschätzung) gemeiniglich zu klein ausfällt. Aus diesem zu klein gefundenen Winkel (welchen wir mit dem Buchstaben α bezeichnen wollen) hat man die „scheinbare“ Form des Himmelsgewölbes berechnet, und aus der berechneten Himmelsform hat man weiterhin das Größererscheinen des Mondes und der übrigen Gestirne am Horizonte zu erklären versucht.

Meine Einwendungen richten sich bedingungsweise gegen die Beobachtung selbst; unbedingt aber gegen die Zulässigkeit einer mathematischen Deduction, deren rechnerische Voraussetzungen nicht vollkommen sicher sind. Die Rechnung selbst bleibt

dabei völlig unangetastet; nur das Resultat der Rechnung wird in diesem Falle anfechtbar.

Zunächst nehme ich Act von einer — wie ich glaube — ziemlich allgemein als richtig anerkannten Bemerkung, wonach die Gröfse des Winkels α „eine besonders einschneidende Bedeutung nicht besitzt“.¹

Dementsprechend glaube ich annehmen zu dürfen, dafs insbesondere die Astronomie keine Veranlassung findet, die scheinbare Form des Himmelsgewölbes als eine ausschließlich vor ihr eigenes Tribunal gehörige Frage betrachten zu wollen.

Ist diese Annahme richtig, dann fällt die Beurtheilung offenbar in das Gebiet der physiologischen Optik und zwar — da die meisten Autoren die Erscheinung der abgeflachten Himmelswölbung für Täuschung erklären — in das Capitel der optischen Täuschungen.

Als Täuschung entzieht sich diese Frage aber auch der Mathematik, denn mit Täuschungen pflegt die Mathematik sich nicht gerne zu befassen; es sei denn in der Absicht, Täuschungen zu berichtigen.

Ueber Täuschung oder Nichttäuschung entscheidet zuletzt immer die Sinnesempfindung. — Die Beantwortung der hier vorliegenden Frage erfordert also weder grofse Gelehrsamkeit noch auch grofsen Scharfsinn; sie erfordert nur ein gesundes, unbefangenes, soweit möglich durch eigene Erfahrung und durch eigenes Urtheil richtig geleitetes Sehverständnis.

1.

Bevor wir der Sache selbst näher treten, wird es nicht überflüssig sein, einen kurzen Rückblick zu werfen auf die Ansichten und Schlussfolgerungen derjenigen Autoren, die sich am eingehendsten mit dieser Frage beschäftigt haben. Es liegt aber nicht in dem Plan unserer Arbeit, eine erschöpfende Abhandlung über das vorliegende Thema zu schreiben. Wir verzichten deshalb im Voraus auf literarische und historische Vollständigkeit und beziehen uns vorwiegend nur auf einige der hervorragendsten

¹ SIEGM. GÜNTHER, *Mathemat. Geographie*, S. 53. 1890.

— OP sei die Gröfse eines Menschen (von 5 bis 6 Fufs), O sein Augenpunkt, PA das 5000fache seiner Gröfse ($AP = 5000 \times PO$), dann verschwindet die mit zunehmender Entfernung scheinbar immer kleiner werdende Gröfse eines Menschen im Punkte A vollständig; sie wird hier $= 0$. Die kleine noch etwas weiter entfernte Kirche kann von O aus zwar immer noch gesehen werden, aber die Entfernung AC ist unsichtbar. Wäre sie sichtbar, dann müfste die Verbindungslinie OC die Senkrechte $AB (= PO)$ in D schneiden. Danach müfste eine Menschengröfse in A gleich AD erscheinen. Nach der Voraussetzung ist aber AD gleich Null, folglich fallen DC und AC in einander als geradlinige Fortsetzung des Winkels PAO , und von O aus kann die gröfsere Entfernung AC nicht mehr gesehen werden, weil sie in der Richtung der Gesichtslinie liegt. In Folge dieser Unsichtbarkeit der Entfernung AC soll nun — nach R. SMITH — die kleine Kirche C , wie auch die Wolken F und G und alles was etwa noch weiter entfernt liegt, nicht in C oder in F oder in G , sondern an der Grenze unseres Horizontes in AB zu stehen scheinen.

Nun läfst R. SMITH einen, gleichviel wie weit entfernten, aber scheinbar an der Grenze unseres Horizontes befindlichen Gegenstand (eine imaginäre Mauer) über den Kopf des Beobachters hinweg bis an die jenseitige Begrenzung des Horizontes rotiren, sagt aber sogleich, dafs diese Rotation nicht kugelförmig, sondern flacher gewölbt sein soll, weil die Horizontalebene eine sichtbare Ebene sei, welche die Vorstellung einer überallhin gleichen Entfernung giebt, wogegen in verticaler Richtung nichts liegt, was die Vorstellung einzelner Theile erwecken kann.¹ In welcher — anders als kugelförmig gedachten — Rotationsbewegung die fingirte Mauer sich über den Kopf des Beobachters hinwegbewegen soll, wird nicht näher angegeben.

R. SMITH versichert nun, dem Augenscheine nach sei die Concavität des Himmels weniger (a less portion) als eine Halbkugel; das Centrum dieser Kugelkrümmung liege tief unter (nicht in) dem Standpunkte des Beobachters. — Es kommt also darauf an, die Gröfse des Halbmessers dieser gröfseren Kugelkrümmung oder die tiefere Lage ihres Krümmungsmittelpunktes zu bestimmen.

¹ „there is nothing that affects the sense with an idea of its parts.“

Im Mittel von mehreren Beobachtungen findet R. SMITH, daß die Distanzen am Himmelshorizont scheinbar etwa 3 bis 4 mal größer sind als in der Himmelshöhe über unserem Haupte und findet ferner, daß dementsprechend, in einer Höhe von etwa 23° über dem Horizont, der Himmelshalbbogen in zwei scheinbar gleiche Bogenhälften getheilt zu sein scheint. Bei einer Höhe von 30° erscheint ihm die obere Hälfte des getheilten Quadranten schon kleiner, und erst bei 18° oder 20° entschieden größer als die untere Hälfte. Danach wird das scheinbare Verhältniß der Zenithhöhe zur Entfernung der Horizontgrenze wie 3 zu 10 angegeben.

Wie dieses Verhältniß — welches mit noch einfacheren Zahlen annähernd wie 1 zu 3 bestimmt werden kann — gefunden worden ist, wird nicht angegeben. Es folgt aber aus dem Verhältniß von 1 zu 3, daß die Entfernung des Mittelpunktes der gesuchten Kugelkrümmung unter dem Standpunkte des Beobachters = 4 und der Krümmungshalbmesser = 5 sein muß. Diese sehr einfachen Zahlenverhältnisse ergeben die abgeflachte Form des scheinbaren Himmelsgewölbes.

KÄSTNER, der deutsche Uebersetzer von R. SMITH's Lehrbegriff der Optik, hat gezeigt, wie dieses Zahlenverhältniß auf analytischem Wege gefunden werden kann, wenn der Höhenwinkel (= 23°) gegeben ist.

DROBISCH hat keine eigenen Messungen ausgeführt; er hat aber die mathematische Seite der Frage einer vielseitigen Prüfung unterworfen und hat aus „einem rein mathematischen Gesichtspunkte“ sich mit Verallgemeinerung und mit weiterer Untersuchung der vorliegenden Rechnungsaufgabe beschäftigt. DROBISCH bemerkt alsdann (l. c. S. 107):

„Die Erscheinung (daß der Himmel uns als ein gedrücktes Gewölbe erscheint) besitzt nicht die gleiche wissenschaftliche Sicherheit, deren sich die Erklärungen anderer optischen Phänomene erfreuen es mag fürs Erste dahingestellt bleiben, ob eine streng physikalische Erklärung überhaupt möglich ist, indem es denkbar wäre, daß bloße subjective Gewohnheitsurtheile, die sich der mathematischen Berechnung nicht unterwerfen lassen, wesentlichen Einfluß auf die Erzeugung des täuschenden Scheines ausüben“

R. SMITH's Bestimmung der Gestalt des scheinbaren Himmelsgewölbes beruht — wie DROBISCH sagt — auf einer Fundamentalbeobachtung und einer Rechnungshypothese. Offenbar komme es nun auf Verificirung des constanten Werthes des Winkels (α) an, also auf Wiederholung der von R. SMITH angegebenen Fundamentalbeobachtung.

Weiterhin bemerkt DROBISCH (l. c. S. 111):

„Es könnte wohl sein, daß der geübte Astronom“ (der gewohnt ist, nicht die Bogen, sondern die Winkel am Himmelsgewölbe zu vergleichen) „in Folge dieser Gewöhnung die scheinbare Mitte des Himmels nahe bei 45° fände, indem er nicht den verticalen Bogen, der am Himmelsgewölbe zwischen Zenith und Horizont liegt, sondern den rechten Winkel halbirt, den die Axe des Horizonts mit dessen Ebene macht Und so könnte es kommen, daß zwischen der Schätzung der scheinbaren Mitte des Himmels durch den Astronomen und der eines unbefangenen, sich nur dem sinnlichen Eindruck hingebenden Beobachters eine sehr erhebliche Differenz einträte.“

Hieraus entnehmen wir — was uns sehr wichtig zu sein scheint — daß die Halbierung des Himmelsquadranten nach Augenmaafs, auf zweierlei Art, und zwar mit voraussichtlich „erheblich differentem Resultat“, ausgeführt werden kann.

E. REIMANN hat eine ungemein große Anzahl von Schätzungsmessungen selbst ausgeführt und von Anderen ausführen lassen.

Aus einer Reihe von Versuchen, die, unter seiner Leitung, gemeinsam mit Anderen (Lehrern, Candidaten und Schülern) unternommen wurden, lernen wir das, was DROBISCH vorausgesehen hatte, sogleich praktisch kennen.

Den charakteristischen Winkel (α), dessen Höhe R. SMITH im Mittel = 23° angiebt, und den REIMANN nach seinen Hirschberger Beobachtungen = $21,47^\circ \pm 0,08$ gefunden hat, wurde von zwei „mathematisch gebildeten“ Mitbeobachtern in maximo = $41,5^\circ$ und $40,0^\circ$ angegeben. „Man erkennt sofort“ — so berichtet REIMANN — „daß die beiden mathematisch gebildeten Herren den Winkel und nicht die Bogenlänge zwischen Zenith und Horizont zu halbiren bestrebt gewesen sind.“

Der eine dieser beiden Herren, „nachdem er wiederholt darauf aufmerksam gemacht worden war, um was es sich handelt,“ ist zwar später, bei mehrmals wiederholten Versuchen, bis auf ein Minimum = $25,0^\circ$ heruntergegangen, man erfährt aber nicht, wie diese veränderte Himmelsanschauung bei ihm sich entwickelt hat.

Die übrigen Beobachter haben den fraglichen Winkel im Mittel = $29,4^\circ$, also immerhin noch bedeutend höher eingeschätzt als REIMANN selbst.

REIMANN fragt sich nun:

„Sehen diese Herren wirklich den Tageshimmel höher gewölbt als SMITH, KÄMTZ und ich, oder begehen sie einen gewissen, gemeinsamen Fehler beim Taxiren der Mitte? So lange nicht unbefangen, mit gutem Augenmaafs begabte und genügend geschulte Beobachter ihr Interesse diesem Gegenstande widmen und systematisch lange Beobachtungsreihen anstellen, wird es schwer halten, die Frage zu lösen und dem Zweifel zu entgehen, ob die Schätzung eine fehlerfreie ist und die gefundene Mitte der thatsächlich erblickten Himmelswölbung entspricht.“

REIMANN betrachtet — wie hieraus ersichtlich — die Himmelswölbung nicht als eine Täuschung, sondern als eine Realität, als etwas „Thatsächliches“, was „bei gutem Augenmaafs“ und „bei genügender Schulung“ fehlerfrei geschätzt, und dann natürlicher Weise auch fehlerfrei berechnet werden kann. Er ist aber — wie es scheint — nicht ganz zufrieden mit den Resultaten seiner gesammelten Schätzungen.

Wir wollen inzwischen nicht unbeachtet lassen, das gerade die beiden „mathematisch gebildeten Herren“, denen man doch vorzugsweise ein vorurtheilsfreies und gut geübtes Augenmaafs zutrauen möchte, der wahren Mitte (45°) am nächsten gekommen sind, und das der Eine von ihnen wiederholt darauf aufmerksam gemacht werden mußte auf das, um was es sich handelt, um dann erst ein thatsächlich weniger richtiges Schätzungsurtheil abzugeben.

KÄMTZ sagt (l. c. S. 44):

„. . . Da übrigens das ganze Phänomen nur auf einer Täuschung beruht, so ist es wahrscheinlich, das nicht jeder Beobachter genau dieselbe Gröfse finden

wird; vielleicht auch, daß die Beschaffenheit der Himmelsfarbe einigen Einfluß darauf hat.“

Um jedoch zu zeigen, daß die Schätzungen sich im Allgemeinen von der Bestimmung von R. SMITH (= 23°) nur wenig entfernen, fügt er fünf eigene Schätzungen hinzu, die er in der Schweiz auf hohen Bergspitzen (Rigi ca. 5000 Fufs und Faulhorn ca. 8000 Fufs) gemacht hat, welche innerhalb sehr niedriger Grenzen (19° 20' und 24° 15') liegen.

Bemerkenswerth ist, daß bei einer dieser Schätzungen auf der Höhe des Faulhorns (am 30. Sept. 1832) am nordwestlichen Horizont bis zu einer Höhe von mehreren Graden „eine Bank von Cirrostratis“ sich zeigte, während der höhere Theil des Himmels heiter war. Hier lag der Halbirungspunkt in einer Höhe = 19° 20'. In nordöstlicher Richtung war der Himmel bis zum Horizont rein blau; in dieser Richtung schien der Halbirungspunkt in einer Höhe = 22° zu liegen. — Obwohl ausdrücklich angegeben wird, daß diese letztere Schätzung nicht ebenso sicher sei wie die erste, so dürfte doch anzunehmen sein, daß jene Bank von Cirrostratis in N.W. eine Mitursache jenes Unterschiedes in der Winkelschätzung gewesen sein wird.

2.

ROBERT SMITH bemerkt ausdrücklich, daß die flachere Wölbung des Himmels nicht real, sondern scheinbar sei, und fügt hinzu: nur das Auge kann die scheinbare Concavität des Himmels richtig beurtheilen.¹ Wenn diese Behauptung richtig ist, dann muß es Jedem gestattet sein, sich auf das Urtheil seines eigenen Auges zu berufen.

Nach der Sinnesempfindung meines eigenen Auges — es mag ja bei verschiedenen Menschen sich etwas verschieden verhalten — ist am wolkenfreien Himmel nur blaue Himmelsfarbe wahrzunehmen; nirgends, wohin ich auch blicke, sehe oder erkenne ich die geringste Spur einer Wölbung. Am Horizont steigt die blaue Farbe wie eine steile Wand senkrecht in die Höhe, und über mir schließt sich das Himmelsblau — ich kann nicht sagen, wie? — ich kann nur sagen, daß es sich über mir schließt. Wenn ich durch einen kreisförmigen

¹ The eye is the only judge of an apparent figure. l. c. pag. 63.

Ausschnitt in einem Pappbogen oder in anderer geeigneter Weise, etwa durch ein weites Rohr, welches mir alle terrestrischen Dinge verdeckt, den Himmel betrachte, dann sehe ich — wohin ich auch blicke — das Blau des Himmels in seinen einzelnen Theilen immer nur wie eine plane Fläche!

Ist die in solcher Weise betrachtete Himmelsfläche sehr groß, dann mischt sich unvermerkt allerdings ein instinctiv gewordenes Urtheil, oder — wie HELMHOLTZ sagen würde — „ein unbewusster Schluss“, in die unmittelbare Anschauung hinein, wonach der Schein einer plan en Himmelsform mehr und mehr schwindet und die Meinung entsteht, als ob man mit eigenen Augen sehen oder wahrnehmen könne, was man, anders als unter der Form einer Wölbung, sich gar nicht denken oder vorstellen kann.

Weiterhin bemerke ich allerdings auch noch, daß die blaue Himmelsfarbe nicht zu allen Zeiten und nicht an allen Stellen des wolkenfreien Himmels vollkommen gleichmäfsig ist. Gewöhnlich erscheint am Horizont das Blau etwas blasser oder etwas heller als in der Zenithregion; zuweilen verliert sich das Blau am Himmelsrande fast ganz und geht über in ein mattes Weiß, oder auch in ein trübes, mehr oder weniger dunkles Nebelgrau; allein diese Differentiation der Farbennüance läßt nicht das geringste unmittelbare Zeichen einer Wölbung erkennen.

Mit dem gestirnten Nachthimmel verhält es sich ähnlich, wenn auch nicht ganz ebenso. Ich sehe die Sterne nicht wie angeheftet an eine irgend wie bestimmt geformte Wölbung; ich sehe sie einzeln vielmehr wie die Mücken eines stillestehenden Mückenschwarmes, und zwar so, daß mir die größten und hellleuchtendsten als die nächsten, die kleineren und kleinsten als die entfernteren und entferntesten erscheinen. — Dahinter liegt erst das undurchdringliche und ungeformte Dunkel der Nacht!

Ganz anders erscheint mir dagegen der Wolkenhimmel. Wenn ich, bei bewölktem Himmel, mich einer leicht möglichen Täuschung überlasse, wonach die Wolken auf der Fläche des Himmelsgewölbes wie gemalt zu liegen scheinen, dann kann diese Täuschung allerdings Veranlassung geben zu der Vorstellung, daß das unsichtbare Himmelsgewölbe dieselbe Form habe, wie die sichtbare Wolkenschicht. Ist der Himmel in weiter

Ausdehnung ganz übersät mit kleinen, von der Erdoberfläche gleich weit entfernten Wölkchen (sogen. Schäfchenwolken), dann ist die Erscheinung einer flach gewölbten Gestalt des Wolkenhimmels zuweilen ganz frappant. Es sieht dann zuweilen wirklich so aus als ob der Wolkenhimmel wie ein Baldachin über die ganze sichtbare Erdoberfläche ausgespannt ist. — In diesem besonderen Falle ist die abgeflachte Form aber nicht eine optische Täuschung, sie ist die wahre und wirkliche Form der Wolkenschicht — nicht des blauen Himmelsgewölbes! — Die Wolken liegen wirklich in einer mit der Erdoberfläche concentrischen Schicht, welche durch die nach allen Richtungen verlängert gedachte Horizontalebene, in deren Mitte der Beobachter steht, als ein Kugelabschnitt von größerem Radius, mithin auch von flacherer Wölbung, abgeschnitten wird, wie aus der nebenstehenden Figur unmittelbar ersichtlich ist.

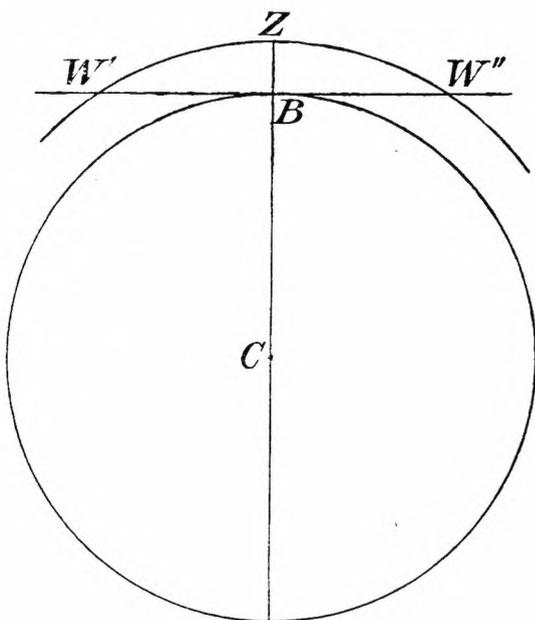


Fig. 2.

Der Kreis ist die Erdoberfläche, auf welcher der Beobachter in dem Punkte B steht.

$W'ZW''$ ist ein Stück d. concentrischen Wolkenschicht.

$W'BW''$ ist die Horizontalebene.

Die Wolken sind aber nicht immer so regelmäfsig am Himmel vertheilt, dafs der Wolkenhimmel den Eindruck eines überallhin gleichmäfsig geformten Gewölbes hervorruft; gewöhnlich liegen sie in mannigfaltiger Schichtung und Richtung, und in verschiedener Entfernung von der Erdoberfläche, über und unter und neben einander, oft dünn und durchscheinend, oft dicht und dunkel, oft auch hell und weifs, zuweilen näher, zuweilen entfernter, zuweilen so nahe, dafs sie als Regen mit der Erdoberfläche in unmittelbaren Contact gerathen; gewöhnlich aber erscheinen sie doch so, dafs ihre Tiefendimension gegen die Flächenausdehnung erheblich zurücktritt. Aus diesem ver-

schiedenartigen Verhalten und unter jeweiliger Berücksichtigung der Beleuchtung läßt sich zwar ein (immerhin sehr unsicherer) Schluß ziehen auf die relative Gröfse und Höhe und Lagerung der einzelnen Wolkenzüge, es läßt sich daraus aber kein Schluß ziehen auf die scheinbare Form und Höhe des Himmelsgewölbes. Gewöhnlich erscheint der Wolkenhimmel, wegen der Unregelmäßigkeit der Wolkenbildung, wie ein sehr ungleichmäßig geformtes Himmelsdach.

Wenn ich dagegen bei wolkenlosem Himmel in die durchsichtige Grenzenlosigkeit der atmosphärischen Luft hineinsehe, dann fehlt mir jede sinnliche Empfindung, die mich über Form und Ferne belehren könnte.

ROBERT SMITH dagegen behauptet — meiner Ansicht nach mit Unrecht — die scheinbare Abflachung des Himmelsgewölbes sei nicht von den Wolken abhängig, und giebt zu verstehen, er selbst sei geneigt, sie „durch Lichtreflexion in der reinen Luft“ zu erklären, ohne jedoch sich bestimmter hierüber zu äußern.¹

Die atmosphärische Luft ist in der That nicht vollkommen rein und durchsichtig; sie enthält, auch in relativ reinem Zustande, immer noch feine Bestandtheile, die auf gröfsere Distanzen ihre Durchsichtigkeit merklich trüben und Reflexionserscheinungen hervorrufen können. Diese Theilchen sind aber — soweit unsere terrestrischen Verhältnisse in Betrachtung kommen — zum gröfsten Theil Verunreinigungen durch Beimengung von Staub und Rauch und Wasserdünsten. Wir dürfen indessen annehmen, dafs auch die reinste Luft noch Bestandtheile anderer Art enthält, die auf weite Entfernungen die Empfindung blauer Farbe hervorrufen, im Uebrigen aber fast absolut durchsichtig sind.

Die Verunreinigungsbestandtheile entwickeln sich vorwiegend aus und auf der Oberfläche der Erde; sie sind deshalb in der Nähe der Erde immer am reichlichsten vorhanden. Ganz besonders sind es die Wasserdünste, die dem Blau des Himmels am ganzen Horizonte eine Beimischung von Weifs (ein blässeres Blau) geben. Dieses blässere Blau, welches zuweilen in Weifs,

¹ And when the sky is either partly overcast or perfectly free from clouds, it is a matter of fact we retain much the same idea of its concavity as when it was quite overcast. But if any one thinks that the reflexion of light from the pure air is alone sufficient to suggest that idea, I will not dispute it. l. c. pag. 162.

mitunter aber auch in ein nebelgraues Dunkel übergeht, verschleiert natürlich alle weit entfernten Gegenstände — und zwar umsomehr, je größer die Entfernung.¹ Man kann deshalb aus dem höheren Grade der Verschleierung auf die größere Entfernung schließen, wiewohl immer nur unter der Voraussetzung, daß die Luftverunreinigung eine constante sei. Ebenso kann man auch umgekehrt, bei bekannter Entfernung, auf den inconstanten Grad der jedesmaligen Luftverunreinigung zurückschließen.

Hieraus folgt allgemein, daß weit entfernte Gegenstände um so deutlicher erscheinen, je reiner die Luft. Weil aber die Luft in höheren Regionen immer reiner und durchsichtiger ist, als in der Nähe der Erdoberfläche, so durchschaut man die (reineren) Luftschichten zenithwärts leichter, und hält das, was dort etwa zu sehen ist — (gewöhnlich ist dort aber nichts zu sehen) — für näher als das, was, durch weniger reine Luftschichten gesehen, in etwa gleicher Entfernung horizontwärts liegt. — Also nicht deswegen, weil — wie ROBERT SMITH sagt — die Horizontalebene ringsherum sichtbar ist, während zenithwärts keine Theile zu sehen sind², sondern deswegen, weil die Luft zenithwärts reiner und durchsichtiger ist, erscheinen gleich weit entfernte Gegenstände zenithwärts deutlicher und näher als horizontwärts.

Aus demselben Grunde erscheinen die Bergeshöhen vom Thal aus betrachtet in der Regel klarer und deutlicher als die von Bergeshöhen betrachteten Thalebene; und aus demselben Grunde ist die Lage großer Städte an einer dunklen (durch Rauch- und Staubverunreinigung verursachten) Färbung am Horizontrande des Himmels oft schon von Weitem erkennbar, während man, wenn man sich der dunklen Staub- und Rauchwolke allmählich nähert, die Entfernung kleiner findet, als man erwartet hatte.³ — Aus demselben Grunde hat man an Meeres-

¹ Hierauf beruht bekanntlich zum größten Theil der malerische Effect der sogenannten Luftperspective.

² Because the horizontal plane was a visible surface, which suggested the idea of the same distances quite round the eye, but in the vertical plane extended between the eye and the ceiling, there is nothing that affects the sense with an idea of its parts

³ Diese Beobachtung stammt aus einer Zeit, da das langsame Fußreisen noch üblicher war als heute. l. c. S. 162.

küsten bei wolkenlosem Himmel oft Gelegenheit, zu bemerken, daß die über dem Meer lagernde (rauch- und staubfreie) Luft die Meeresgrenze, und alle Gegenstände, die etwa auf dem Meere herumschwimmen, klarer und deutlicher (und deshalb auch näher) erscheinen läßt, als Alles, was rechts und links, dem Festlande entlang, in ungefähr gleicher Entfernung liegt. Die Horizontebene erscheint dem Beobachter dann nicht kreisförmig, sondern elliptisch, mit nach rechts und links gerichteter großer Axe. Aus einer Rotation um diese große Axe würde von der Seeseite her eine Art ellipsoider Himmelsform entstehen müssen, wie sie KÄMTZ zuweilen wirklich bemerkt zu haben glaubt.

Wer in Gebirgsgegenden, wie z. B. in der Schweiz, längere Zeit gelebt hat, der weiß, daß es Zeiten und Tage giebt, in denen die Berge, aus gleicher Entfernung betrachtet, „näher“ erscheinen als zu anderen Zeiten. Die Kette der Berner Alpen ist während der Sommermonate bei dunstiger Luft von der Münsterterrasse in Bern zuweilen gar nicht zu sehen, oder sie erscheint so undeutlich, als ob sie in weitester Ferne gelegen wäre, während sie, bei klarem Herbstwetter, sich von dort aus in wundervollster Klarheit und „Nähe“ präsentiert. Für die Bewohner solcher Gegenden sind dies allbekannte Dinge; wir legen aber Gewicht darauf, sie hier mit besonderem Nachdruck hervorzuheben, weil diese Täuschung auf Bedingungen beruht, die mit einer scheinbar flachgewölbten Himmelsform nichts zu thun haben. Genauer betrachtet, erweitert diese Täuschung zenithwärts den Fernblick und verengt oder verkürzt ihn horizontwärts.

Wenn wir die weißliche Beimischung zum Himmelsblau als Verunreinigung betrachten, dann muß dem gegenüber das reinste (tiefste) Blau als die ureigene Farbe des reinsten Aethers betrachtet werden.

Wie diese blaue Himmelsfarbe entsteht, kann heute wohl noch Niemand befriedigend erklären. Soviel wird man aber annehmen dürfen, daß sie von unsichtbar kleinsten Theilchen herrührt, die, obwohl im höchsten Grade durchsichtig, dennoch durch Accumulation einen blauen Farbenschimmer annehmen. Vielleicht ist der ganze Weltenraum von solchen feinsten und durchsichtigsten Aethertheilchen erfüllt, die durch reflectirtes Sonnenlicht von der Erde aus erleuchtet, und von der Erde aus

betrachtet, in blauer Farbe erscheinen. Die von R. SMITH muthmaafslich angenommene Lichtreflexion aus reiner Luft ist zur Berechnung der Dämmerung und der Höhe unserer Erdatmosphäre wohl verwendbar, doch wird nicht anzunehmen sein, daß eine solche Reflexion die durchsichtige Blaufarbe erzeugen und eine bestimmte Form des Himmelsgewölbes vortäuschen kann. Wo nichts Anderes zu sehen ist als durchsichtiges Blau, da kann von einer Grenze des Sehens und also auch von einer bestimmbar Form des Himmelsgewölbes überhaupt nicht die Rede sein.

Eine andere, auf die Vorstellung der Himmelsform viel stärker einwirkende Erscheinung liegt wohl in der verschiedenen Intensität der Blaufarbe der Luft. — Besonders wichtig sind in dieser Hinsicht die Beobachtungen A. VON HUMBOLDT'S, der auf seinen Reisen, an verschiedenen Orten der Welt, die Abstufungen der blauen Farbe mit seinem Cyanometer gemessen, und gemeinhin gefunden hat, daß die Intensität der blauen Farbe, vom Zenith bis zum Horizont in annähernd gleichem Verhältniß wie die Sinus der (von 10 zu 10 Graden) gemessenen Höhenwinkel, abnimmt.

Wenn wir mit KÄMTZ annehmen wollen, daß „aus der Combination der ungleichen Färbung und Helligkeit der verschiedenen Theile der Atmosphäre die scheinbare Gestalt des Himmelsgewölbes“ sich ergiebt¹, dann können wir nicht unterlassen die Bemerkung hinzuzufügen, daß den cyanometrischen Messungen A. VON HUMBOLDT'S keine andere Form, für die den Erdbewohnern sichtbare Hälfte des Himmels, besser entsprechen würde als die Halbkugelform.

3.

Die richtige Zweitheilung einer geraden horizontalen Linie von etwa 10 cm Länge gelingt, bei gut geübtem Augenmaafs und hinreichender Aufmerksamkeit, vielleicht bis auf einige Bruchtheile eines Millimeters. Ist die Linie einen Meter lang, dann wird man sich auf eine entsprechend gröfsere Fehlschätzung gefafst machen müssen; und ist sie noch viel länger, dann muß man — um sicher zu gehen — den Maafsstab zu Hülfe nehmen.

¹ KÄMTZ l. c. S. 44.

— Allgemein hin gesagt: je länger die schätzungsweise zu theilende Linie, um so größer der wahrscheinliche Schätzungsfehler!

Bei der Theilung einer sehr langen horizontalen Linie werden die lateralen Augenbewegungen und — wenn dies nicht genügt — auch noch laterale Kopfdrehungen um die verticale Körperaxe erforderlich, um die Endpunkte dieser Linie scharf ins Auge fassen zu können. Denn darin besteht ja der intellectuelle Act des Theilens, daß wir mit der Gesichtslinie — gleichsam wie mit den Spitzen eines Cirkels — von einem Endpunkte der zu theilenden Linie die Mitte suchen, und dann vergleichen, ob von dem anderen Endpunkte abgeschätzt, dieselbe Distanz mit demselben Punkte zusammenfällt. Beide Endpunkte müssen scharf ins Auge gefaßt werden können.

Bei der Theilungsschätzung einer sehr langen verticalen Linie ist der Schätzungsfehler aus verschiedenen Gründen gewöhnlich noch größer als bei horizontalen. Insbesondere wird bei der Halbirungsschätzung einer größten verticalen Schnittlinie, die von der Zenithhöhe bis zum Horizont hinabreicht, der wahrscheinliche Fehler voraussichtlich sehr groß sein müssen. Die Augenbewegungen sind in diesem Falle völlig unzureichend; man muß, in sehr ungewohnter und sehr unbequemer Weise, den Kopf stark nach hinten überbeugen, um die Blicklinie in die Zenithrichtung zu bringen. Dazu kommt, daß eine solche, das Himmelsgewölbe durchschneidende Linie am Horizont zwar einen scharf bezeichneten Endpunkt findet, wogegen am Zenithpunkte ein solcher Endpunkt in keiner Weise markirt ist: man muß auch diesen Punkt erst schätzungsweise ermitteln. Wegen dieser doppelten Unbestimmtheit sind wiederholte Controlschätzungen kaum ausführbar.

Es kommt endlich noch eine Schwierigkeit ganz eigener Art hinzu. — Wir haben schon erwähnt, daß DROBISCH sowohl wie REIMANN, zwei verschiedene Theilungsmodalitäten des Himmelsbogens anerkennen. DROBISCH meint: es könne wohl sein, daß der „geübte Astronom“ die scheinbare Mitte des Himmels nicht durch Theilung des verticalen Bogens (von 90°), der am Himmelsgewölbe zwischen Zenith und Horizont liegt, sondern durch Halbirung des rechten Winkels, die Mitte zu finden sucht, während der, unbefangen sich dem sinnlichen Eindruck hingebende Beobachter zu erheblich verschiedenen anderen Resultaten gelangen könne. Und REIMANN findet factisch, daß

seine „beiden mathematisch gebildeten“ Mitbeobachter erheblich richtiger (seiner eigenen Meinung nach freilich unrichtiger) als die Anderen, die gesuchte Mitte der Himmels-
höhe gefunden haben.

Welche von beiden Schätzungsarten ist nun die richtige?

Rein geometrisch betrachtet kann eine in der verticalen Ebene liegende Schnittlinie — sie mag geformt sein wie sie wolle — wenn sie aus der Ebene der Schnittlinie nicht austritt — dem mit der Blickrichtung ebenfalls in der Schnittebene bleibenden Auge immer nur als Projection einer geraden Linie erscheinen, weil die Schnittebene keine dritte Dimension besitzt. Erscheint die durch das Himmelsgewölbe gezogene gedachte Schnittlinie anders — erscheint sie wirklich bogenförmig, dann muß der bogenförmige Schein durch irgend etwas hervorgerufen sein, was außerhalb der Schnittebene liegt, denn geometrisch genommen kann — wie gesagt — bei der vorausgesetzten Blickrichtung eine Wölbung oder eine Krümmung in der Schnittebene nicht wahrgenommen werden.

— Dieses außerhalb der Schnittebene liegende Etwas ist ohne allen Zweifel die Anwesenheit von Wolken oder wolkenähnlichen Gebilden, deren unvermeidlicher Anblick auf das Urtheil störend einwirken muß, wenn man den Wolkenhimmel nicht scharf und strenge von dem blauen Himmelshintergrunde unterscheidet. Daß solche störende Nebeneinwirkung, wenn sie — um mit KANT zu reden — „durch Gewohnheit den Schein der Nothwendigkeit überkommt“, auch dann sich geltend machen kann, wenn solche Wölkchen am Himmel thatsächlich nicht vorhanden sind (bei wolkenlosem Himmel), halten wir nicht für ausgeschlossen.

Große Genauigkeit wird also bei diesen Schätzungen nach Augenmaafs in keinem Falle zu erwarten, und eigentlich überhaupt gar nicht möglich sein.

In dankenswerther Weise hat nun E. REIMANN — wie schon erwähnt worden — eine sehr große Anzahl von Schätzungen der Höhe des halben Himmelsbogens nicht bloß selbst ausgeführt, sondern unter seiner Leitung auch von Anderen ausführen lassen. Wir entnehmen diesem Zahlenmaterial die nachstehenden Angaben.

Abweichend von ROBERT SMITH (= 23°) hat REIMANN nach seinen Hirschberger Beobachtungen gefunden, daß „die durch-

schnittliche Mitte des scheinbaren Himmelsgewölbes bei Tage in einer Höhe von :

$$21,47^{\circ} \pm 0,08$$

liegt.“

Hinsichtlich der Jahreszeiten findet REIMANN folgende „corrigirte Mittelzahlen“ :

Frühling	= 20,42 ^o
Sommer	= 21,48 ^o
Herbst	= 21,98 ^o
Winter	= 20,74 ^o

Das corrigirte Mittel beträgt nach REIMANN :

bei völlig klarem Mondscheinhimmel	= 26,55 ^o \pm 0,24
ohne Mondschein	= 29,95 ^o \pm 0,19

Zu vorstehender Tabelle wird (S. 10) noch bemerkt:

„aus den Mittelwerthen geht klar hervor, daß im Sommer und Herbst (Juni bis November) der Himmel sich stärker wölbt, als im Winter und Frühjahr (December bis Mai), wo er am flachsten erscheint.“

„Den größten Einfluß übt die Bewölkung aus“

bei völlig heiterem Wetter	= 22,49 ^o
bei völliger Bedeckung	= 20,55 ^o
bei heiterem Wetter	= 21,85 ^o
bei wolkeigem Wetter	= 21,10 ^o

„Ich habe nämlich wiederholt den Eindruck gehabt, als sei der Himmel in der Nähe der Sonne gewölbter als an entfernteren Stellen, und ebenso auch der Nachthimmel in der Nähe des Mondes.“

(S. 11.) „Ist dagegen der Horizont dunstig und damit der horizontale Radius des Himmelsgewölbes ein verkürzter, so rückt die Mitte desselben in die Höhe.“

Aus den mit verschiedenen Personen vorgenommenen Schätzungen — um zu prüfen, ob „individuelle Verschiedenheiten sich geltend machen“ — entnehmen wir, daß die gesuchte Höhe über dem Horizont, im Mittel aus allen Beobachtungen

$$= 29,4^{\circ}$$

gefunden worden ist. — Das wäre immerhin noch mehr als 6^o höher als ROBERT SMITH, und beinahe 8^o höher als REIMANN (in

Hirschberg i. Schl.) die durchschnittliche Höhe des Himmelsgewölbes gefunden hat.

Die neun Personen, welche unter REIMANN's Anleitung Versuche angestellt haben, haben zusammen 19 mal beobachtet. Bei jeder Beobachtung wurden mehrere — im Ganzen 133 — Schätzungen vorgenommen.

Individuell vergleichend läßt sich aus der gegebenen Uebersicht nur wenig entnehmen. Dagegen ist die Differenz zwischen Maximum und Minimum der einzelnen sowohl wie der Summe aller Schätzungen bei den neun Beobachtern aus folgender Uebersichtstabelle ersichtlich:

	Zahl der Schätzungen	Maximum	Minimum	Differenz
I.	12	30,5	24,4	6,1
II.	3	29,7	28,6	1,1
III.	17	34,2	26,0	8,2
IV.	2	24,3	22,3	2,0
V.	23	32,9	25,3	7,6
VI.	23	41,5	25,0	16,5
VII.	36	34,9	20,9	14,0
VIII.	15	33,1	26,8	6,3
IX.	4	40,0	35,0	5,0
	133	41,5	20,9	20,6

Nicht ganz übersehen wollen wir, daß diejenigen Herren, welche die meisten Schätzungen gemacht haben, anfänglich stets höher geschätzt haben als bei den letzten Schätzungen. Am auffallendsten ist dies bei VI und VII; aber auch bei V fällt das Maximum in die erste, das Minimum in eine spätere (nicht in die letzte) Schätzungsreihe. Zur Klarstellung der hier vorliegenden Frage wäre von höchstem Interesse zu erfahren, wie es möglich geworden, daß einer der „beiden mathematisch gebildeten Herren“ (Nr. VI), welcher an drei (nicht weit aus einander liegenden) Tagen, im Ganzen 23 Schätzungen gemacht hat, von denen die höchste (der Wahrheit am nächsten kommende) Schätzung sich = 45,5 " und die niedrigste (am 3. Tage vorgenommene) = 25,0 " ergeben hat. Doch über diesen, innerhalb weniger Tage sich vollziehenden, stetig von der Wahrheit weiter abweichenden Schätzungswechsel erfahren wir weiter nichts, als daß der Beobachter „wiederholt aufmerksam gemacht worden sei, um was es sich handelt“. — Demnach wird es erlaubt sein anzunehmen, daß hier eine Art von Suggestion mitgewirkt hat, die sich

„der mathematischen Berechnung nicht unterwerfen läßt“, und daß die Schätzungen der übrigen Herren wahrscheinlich auch nicht ganz ohne einige Beeinflussung ausgeführt sein werden.

Die Beobachtungen des Herrn E. REIMANN sind übrigens mit größter Umsicht und Genauigkeit ausgeführt worden — darüber ist kein Zweifel möglich. Es wäre vergebliches Bemühen „Schätzungen nach Augenmaafs“ noch sorgfältiger ausführen zu wollen. Dennoch können wir kein rechtes Vertrauen dazu fassen, zum Theil deswegen nicht, weil — wie es scheint — eine gewisse Belehrung dazu gehört, um das zu sehen, was gesehen werden soll, zum Theil aber auch deswegen nicht, weil zugegeben wird, daß es zweierlei Weisen giebt, die Mitte der Himmelshöhe zu bestimmen, die zu „erheblich verschiedenen Resultaten“ führen können. Ist dem so, dann hätten diese beiden verschiedenen Weisen nothwendig getrennt — neben einander gestellt, und getrennt von einander berechnet werden müssen. Ob solche Trennung überhaupt möglich, und wie sie möglich zu machen wäre, müssen wir dahingestellt sein lassen; auf jeden Fall aber kann man, wenn die Verschiedenheit zugegeben wird, und bei der Berechnung unberücksichtigt bleibt, dem Endresultat kein großes Vertrauen entgegenbringen.

Herr Dr. VON SICHERER, Privatdocent der Augenheilkunde an der Universität München, hat, auf meine Veranlassung die Güte gehabt, in der Umgebung von München einige Höhenschätzungen vorzunehmen und unter seiner Leitung von Anderen vornehmen zu lassen. Diese Schätzungen wurden principiell nur bei völlig wolkenfreiem, oder bei gleichmäfsig trübe bedecktem, grauem Himmel, oder bei sternklarer Nacht (um 11 Uhr) ausgeführt; zur Vergleichung wurden nachträglich noch einige Schätzungen am bewölkten Himmel vorgenommen. — Soweit irgend thunlich, wurde jede auch nur andeutungsweise suggestionsverdächtige Bemerkung sorgfältigst vermieden. Es wurde vom Beobachter nur verlangt, die Mitte zwischen dem Horizont und der Zenithhöhe anzugeben, wobei jedoch auf möglichst richtige Bestimmung des Zenithpunktes mit besonderer Sorgfalt geachtet wurde. Wir hatten nämlich bemerkt, daß bei ungenügender Aufmerksamkeit der Zenithpunkt gewöhnlich etwas zu niedrig (zu wenig weit rück-

wärts) genommen wird, wobei dann natürlicherweise die Mitte zu niedrig geschätzt werden muß.

Die 13 Beobachter, welche sich bei diesen Versuchen betheiligt haben, waren — mit einer einzigen Ausnahme — sämtlich emmetropisch.¹ Drei von ihnen waren ungefähr 15 Jahre alt, drei waren älter als 20, vier waren älter als 30 Jahre, und einer (der Ametrop) war 58, zwei andere Herren 65 und 69 Jahre alt. — In der Regel wurden zur Zeit nicht mehr als 3 Schätzungen gemacht; etwaige weitere Schätzungen am gleichen Tage wurden gewöhnlich erst nach viertelstündiger Pause fortgesetzt.

Das für diese Beobachtungen benutzte, aus Messing construirte und in der Construction, von Herrn Dr. VON SICHERER in zweckmäßiger Weise verbesserte Instrument ist von dem sehr geschickten Mechaniker CAMINADA im Haag angefertigt worden.

Das Ergebnifs dieser Schätzungen zeigte — was bei der sorgfältigen Vermeidung jeder suggestiven Andeutung nicht unerwartet war — im Allgemeinen weit gröfsere Differenzen als die bisherigen in ähnlicher Weise vorgenommenen Schätzungen. Einzelne Schätzungen reichten nicht unerheblich über die wahre Mitte (45°) hinaus; im Mittel blieb jedoch die Schätzung — wenn auch nur wenig — unter der Mitte zurück.

Wenn man den mittleren Werthen einer nicht sehr grossen Zahl (114) von Einzelbeobachtungen einiges Vertrauen schenken will, dann ist aus der hier nachfolgenden Zusammenstellung wenigstens soviel ersichtlich, dafs bei bewölktem Himmel die Höhenschätzungen entschieden niedriger ausfallen als bei unbewölktem oder bei gleichmäfsig grauem oder bei sternklarem Himmel.

	Gesamtübersicht aller 114 Schätzungen	Specielle Uebersicht der 36 Schätzungen des Herrn Dr. VON SICHERER
wolkenlos	42,0 ^o	43,10 ^o
sternklar	42,4 ^o	47,0 ^o
trübe	43,6 ^o	42,3 ^o
bewölkt	37,7 ^o	38,5 ^o

¹ Unter den neun Mitbeobachtern REIMANN's waren fünf Brillenträger (vermuthlich Myopen), einer war kurzsichtig, „hat aber mit freiem Auge die Schätzungen ausgeführt“; die drei übrigen, sowie Herr REIMANN selbst, „haben keine Augengläser nöthig“.

Man wird uns, wie wir hoffen, nicht entgegnen wollen, daß unsere Versuche mit weniger Sorgfalt und Umsicht, oder mit minderwerthigen Mitteln, oder mit weniger gut geeigneten Personen ausgeführt worden sind als alle bisherigen, wemgleich sie zu anderen Resultaten geführt haben.

4.

ROBERT SMITH hat nicht angegeben, wie er, aus dem Höhenwinkel = 23° das Verhältniß der scheinbaren Höhe des Himmelsgewölbes zum scheinbaren halben Durchmesser der Basis (wie 3 zu 10) gefunden hat. — Am wahrscheinlichsten ist, daß er die Sache auf Papier gezeichnet, und nun mit Cirkel und Maafsstab die gesuchten Verhältnisse abgemessen hat.

Der große Mathematiker KÄSTNER, damals noch außerordentlicher Professor der Mathematik in Leipzig, hat das Werk von ROBERT SMITH — nicht übersetzt im gewöhnlichen Sinne des Wortes; er hat es — wie der Titel besagt: — „mit Aenderungen und Zusätzen ausgearbeitet“ oder, wie er im Vorworte vom 3. Buche selbst sagt: er hat es „nicht aus dem Englischen ins Deutsche, sondern aus dem synthetischen Vortrage in den analytischen übersetzt“. — Zur vorliegenden Frage hat er, in einer Anmerkung unter den Text, die analytische Entwicklung der Aufgabe gegeben.

Daß KÄSTNER an der Sache selbst großes Interesse gehabt habe, geht aus dieser Anmerkung nicht hervor; es scheint vielmehr, als ob ihn vorwiegend nur die mathematische Beweisführung, und auch diese nur nebensächlich beschäftigt habe: „Es verlohnt sich der Mühe, wenigstens die Art zu weisen, wie man diese Untersuchung anstellen kann.“ Mit diesen Worten leitet er seine Beweisführung ein, und sagt am Schlusse derselben: „Ueberhaupt fällt in die Augen, daß ohne einigen Beweis angenommen wird, die scheinbare Gestalt des Himmels sey ein Kreisbogen. Wem also diese Untersuchung wichtig genug scheint, der kann u. s. w.“

Diese Worte verrathen nicht, daß KÄSTNER selbst die Untersuchung für besonders wichtig gehalten, wohl aber zeigen sie deutlich, daß ein Beweis für die scheinbare Gestalt des Himmelsgewölbes damit gar nicht gegeben wird, und nicht

gegeben werden soll. — Die Aufgabe, welche gelöst werden soll, lautet vielmehr nach KÄSTNER's eigenen Worten:

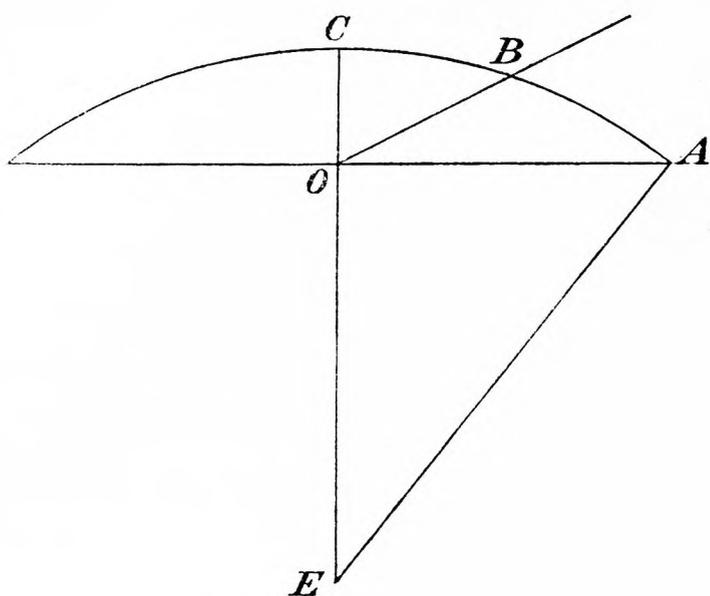


Fig. 3.

„Es wird der Winkel AOB (vergl. die Fig. 3) und seine Ergänzung zu $90^\circ BOC$ gegeben nebst der willkürlichen Länge BO . — Man soll in der lothrechten Linie COE den Mittelpunkt E eines Kraises ABC finden, welcher dergestalt liegt, daß die Bogen AB und BC gleich sind.“

Daß dieser Kreisbogen ABC das Profil des schein-

baren Himmelsgewölbes sei, wird weder behauptet, noch bewiesen, noch wird durch die Worte der Aufgabe ein solcher Beweis verlangt. Die Rechnung giebt (also) keine Antwort auf die Frage nach der scheinbaren Form des Himmelsgewölbes. Anders wäre der Sachverhalt, wenn nachgewiesen werden könnte, daß die Fehlschätzung am Himmelsgewölbe durch nichts Anderes als durch die scheinbare flachgedrückte Form des Himmelsgewölbes bedingt sein kann. So lange dieser Nachweis fehlt, wird rücksichtlich der Himmelsform nur bewiesen, was als Voraussetzung in der Beweisführung selbst schon enthalten ist.

Die Voraussetzung, von welcher ROBERT SMITH ausgeht, ist nämlich eben die, daß die Wölbung des Himmels — wie KÄSTNER sagt: „ohne einigen Beweis“ — dem Auge als ein kleinerer Theil eines Kreisbogens erscheint, dessen Mittelpunkt tief unter dem Augenpunkt liegt.¹ — Es kann sich also nur darum handeln, ob der wolkenlose Himmel dem Auge wirklich so erscheint wie vorausgesetzt wird oder ob diese Voraussetzung — wie wir annehmen — nur auf den Wolkenhimmel paßt.

KÄMTZ, der die KÄSTNER'sche Rechnungsweise ausführlich wiedergiebt, sagt: „da jedoch der Himmel als ein flach

¹ The concavity of the heavens appears to the eye to be a less portion of a spherical surface than the hemisphere: I mean that the center of the concavity is much below the eye.

eingedrücktes Gewölbe erscheint, so ist nur die erste der drei Wurzeln brauchbar.“ — Auch diese Worte zeigen deutlich genug, daß die Rechnung nicht das flachgedrückte Gewölbe beweist, sondern daß das Flacheingedrücktsein bei der Rechnung vorausgesetzt wird.

Wenn der scheinbaren Form des Himmelsgewölbes auf mathematischem Wege beizukommen wäre, dann hätte HELMHOLTZ gewiß nicht unterlassen, in seiner physiologischen Optik näher darauf einzugehen. Wir finden dort aber nur, daß die Vorstellung von einer flach kuppelförmigen Wölbung des Himmels als eine „sehr vage, unbestimmte und veränderliche Vorstellung“ bezeichnet, und daß die KÄSTNER'sche Rechnung dort gar nicht einmal erwähnt wird.

Die KÄSTNER'sche Formel, welche später — wie DROBISCH sagt — „von BOHNENBERGER in bequemer Form entwickelt worden ist“ (wodurch das Endresultat selbstverständlicherweise nicht verändert wird), lautet:

$$x^3 + \frac{s^2 - 3c^2}{2s} ex^2 - 2e^2 c^2 x + \frac{2c^4 e^3}{s} = 0.$$

x ist der gesuchte Halbmesser, s der Sinus des beobachteten Höhenwinkels, c der Sinus seines Complementärwinkels und e der Radius vector zur (unrichtig) geschätzten Mitte.

Setzt man nun (nach R. SMITH) $s = \sin 23^\circ$, dann ist $c = \sin 67^\circ$. Setzt man ferner $e = 1$ und berechnet numerisch, dann ergibt sich hieraus:

$$x^3 - 3,0575 x^2 - 2,6956 x + 3,6749 = 0.$$

KÄSTNER setzt den Nullwerth dieser Gleichung $= y$; ihre drei Wurzeln, verglichen mit den entsprechenden y -Werthen, ergeben alsdann:

$$\begin{aligned} x_{\text{I}} &= + 3,2302 \quad \text{und} \quad y_{\text{I}} = 0,0001 \\ x_{\text{II}} &= + 0,9836 \quad \text{„} \quad y_{\text{II}} = 0,0005 \\ x_{\text{III}} &= - 1,15645 \quad \text{„} \quad y_{\text{III}} = 0,00012. \end{aligned}$$

Aus der ersten Wurzel (3,2302) berechnet sich ($e = 100$ gesetzt):

$$CO = \frac{2c^2 e^2}{x} = 52,46$$

$$AO = \frac{2ce}{x} \sqrt{x^2 - c^2 e^2} = 176,46,$$

woraus

$$CO : AO = 1 : 3,36$$

und der Winkel AEC (siehe Fig. 3) = $33^{\circ} 7'$ gefunden wird.

KÄSTNER hat gerechnet:

$$OC : OA = 52 : 180 \text{ oder } 1 : 3 \frac{6}{13} = 1 : 3,46$$

und fügt hinzu: „Wollte man die Sache genauer haben, so müßte man die Coëfficienten der Gleichung schärfer suchen, welches die Mühe kaum belohnen würde, da sich doch Alles auf eine bloße Bestimmung des Punktes, der mitten zwischen dem Scheitel und Horizonte zu seyn scheint, nach dem Augenmaasse gründet.“

Wir haben uns dieser kleinen „die Mühe kaum belohnenden“ Arbeit unterzogen und haben die Coëfficienten um eine Decimalstelle schärfer genommen, um den Einfluß der 4. Decimalstelle auf das Gesamtergebnis kennen zu lernen. — Groß sind die Differenzen nicht, und wenn man erwägt, daß „eine bloße Bestimmung des Punktes, der nach dem Augenmaasse mitten zwischen dem Scheitel und Horizonte liegt“ schon um eine nicht unerhebliche Anzahl von Gradeinheiten zu schwanken pflegt, dann wird man zugeben müssen, daß hier die Decimalstellen nur rechnerisch einen gewissen Werth haben, praktisch aber völlig werthlos und unbrauchbar sind.

Verzichtet man auf mathematische Genauigkeit — was bei der Unsicherheit einer nach Augenmaass geschätzten Größe wohl immer erlaubt ist — dann läßt sich das jedesmalige flachgedrückte Formverhältniß des Himmelsgewölbes fast ohne alle Rechnung leicht finden. Das Verhältniß der Höhe zum halben Durchmesser des vermeintlich berechenbaren Himmelsgewölbes ist nämlich der fehlsamen Gradschätzung bei der Halbierung ziemlich nahe proportional. Will man es noch genauer — fast ganz genau — haben, dann muß man dem zweiten Gliede der Proportion noch 0,01 der Differenz der beiden fehlgeschätzten Winkel hinzu addiren.

$$\text{z. B. } 20^{\circ} : 70^{\circ} = 1 : 3,5;$$

es ist aber $70 - 20 = 50$; anstatt 3,5 setze man also $3,5 + 0,5 = 4,00$.

Ebenso in einigen anderen Beispielen:

Verhältnifs der Fehlschätzung	Addition von 0,01 der Differenz beider Winkel	Genauere Berechnung nach KÄSTNER	Differenz
20 : 70 = 1 : 3,50	3,5 + 0,50 = 4,00	3,976	+ 0,02
23 : 67 = 1 : 2,913	2,913 + 0,44 = 3,353	3,362	- 0,01
25 : 65 = 1 : 2,60	2,60 + 0,40 = 3,00	3,029	- 0,03
30 : 60 = 1 : 2,00	2,00 + 0,30 = 2,30	2,358	- 0,06
40 : 50 = 1 : 1,25	1,25 + 0,10 = 1,35	1,424	- 0,07

Dieses sehr einfache Verfahren stimmt — wie man sieht — mit der genauen mathematischen Berechnung bis auf einige \pm Einheiten der zweiten Decimalstelle überein, differirt also von der genauen Berechnung durchschnittlich nur um etwa die Hälfte einer Einheit der ersten Decimalstelle (0,05). Das entspricht einer WinkelgröÙe von $0^{\circ} 3'$, an welcher das unbewaffnete menschliche Auge schon die Grenze seiner Erkennungsfähigkeit findet. Die fehlsamen Winkelschätzungen am Himmelsgewölbe differiren aber — wie wir oben gesehen haben — um 10 und selbst um 20 Winkelgrade. Eine bis auf 0,05 Grad übereinstimmende Genauigkeit ist also weit mehr als genügend.

Die KÄSTNER'sche Rechnung ergibt aber außerdem auch noch, daß der Kreisbogen, welcher das Profil des scheinbaren Himmelsgewölbes darstellen soll, d. h. daß der ganze, aus irgend einem Punkte der Erdoberfläche sichtbare Theil des Himmels, nur $66^{\circ} 14'$ zu betragen scheint, während doch, nach der Meinung der meisten Menschen, der sichtbare Himmelsbogen 180° — auf hohen Bergen sogar mehr als 180° — betragen wird. — Wer dem Rechnungsergebnisse mehr traut als den eigenen Augen, der wird sagen müssen: für die Bewohner der Erdoberfläche betrage die scheinbare GröÙe des sichtbaren Himmels nur etwa ein Dritteltheil von 180° .

Doch dies nur nebensächlich!

Wir haben nun noch die GröÙenverhältnisse etwas näher in Betracht zu ziehen; die Rechnung giebt nur die Form — nicht die GröÙe des scheinbaren Himmelsgewölbes.

Die Linie, welche, durch Rotation um die Lothrechte, rechnungsmäßig die scheinbare Form des Himmels darstellen soll,

ist entstanden unter der Voraussetzung $e = 1$. — Welchen bestimmten Werth sollen wir nun dieser Einheit beilegen? — Der einzig richtige Werth ist offenbar: „unendlich“. Unendlich läßt sich aber durch Zahlen nicht ausdrücken. — Wir sehen zwar die hell leuchtenden himmlischen Weltkörper trotz ihrer unendlichen Ferne, unser Auge durchdringt zwar mit Leichtigkeit den ganzen unendlichen Weltenraum; wir wissen aber auch, daß die Entfernung der Fixsterne durch keine terrestrischen Hüfsmittel gemessen werden kann, und — das Ende des Himmels ist jedenfalls noch sehr viel weiter entfernt als der entfernteste Fixstern!

Wir können also dem Buchstaben e nicht leicht einen zu großen Werth beilegen!

ROBERT SMITH hat — wie bereits oben gesagt wurde — die Entfernungsgrenze des menschlichen Sehens in der Horizontrichtung numerisch zu bestimmen versucht. Er nimmt an, daß die Entfernung dieser Grenze in der 5000fachen Gröfse des menschlichen Körpers oder ungefähr 5 englische Meilen weit entfernt liege. Alles was weiter entfernt ist, soll nicht weiter als 5 englische Meilen weit entfernt zu sein scheinen. — Wir haben die geometrische Richtigkeit dieser Bestimmung zwar anerkannt; sie gilt aber nur für die horizontale Fußsohlen-Ebene des Beobachters. Steigt der Beobachter auf einen 2 Fufs hohen Stuhl, dann muß in consequenter Schlußfolgerung die Entfernungsgrenze um 2mal 5000 Fufs weiter hinausrücken, und in demselben Verhältniß weiter, bei jedem noch höheren Standpunkte. — Andererseits kann die entfernteste Grenze aber auch viel näher liegen. Wenn z. B. die theoretisch als horizontal vorausgesetzte Ebene, vielleicht in der Entfernung von einigen hundert Schritten, factisch sich unmerklich bis zur Augenhöhe des Beobachters erheben, und alsdann wieder sich senken sollte, dann würde es dem aufmerksamsten Beobachter recht schwer sein zu entscheiden, ob z. B. eine weit entfernte hohe Stange, oder ein anderer Gegenstand von unbekannter Gröfse, weiter entfernt liegt als die höchste Erhebungshöhe der theoretisch als streng-horizontal vorausgesetzten Beobachtungsebene.

Principiell richtiger ist TREIBER's Darstellung des Sachverhaltes (vgl. d. Nachtrag). TREIBER verlegt die letzte Entfernungsgrenze des Sehens dahin, wo die Gegenstände unter der an die Rundung der Erdoberfläche gelegten Tangente verschwinden.

Bei einer Augenhöhe von „zwei geometrischen Schritten“ liegt dieser Grenzpunkt nach TREIBER's Berechnung in einer Entfernung von $\frac{3}{4}$ deutschen Meilen. Je höher der Augenpunkt, um so größer wird die Grenzentfernung. — Die Grenzentfernung des Sehens ist nicht — wie R. SMITH, und mit ihm auch MAIRAN, anzunehmen scheint — eine Constante; sie ist von der Augenhöhe über der Rundung der Erdoberfläche abhängig und muß nach dieser berechnet oder geschätzt werden.

MAIRAN¹, dessen Arbeit über die scheinbare Himmelsform zwei Jahre später erschienen ist als das große ROBERT SMITH'sche Werk, schließt sich der von Letzterem angegebenen Entfernungsgrenze des Sehens vollkommen an. MAIRAN sagt, es sei (durch optische Bücher) festgestellt, daß wir, wenn die Oberfläche der Erde vollkommen plan und unendlich weit ausgedehnt wäre, den Horizont doch nur in einer Entfernung von 4 bis 5 Tausend Toisen (1 Toise = 6 Par. Fufs), d. h. in der 5000fachen Höhe des Auges über dem Fußboden sehen würden, und daß jeder Gegenstand, „wäre er auch 100 Millionen Meilen weit entfernt“, uns doch nicht weiter als 4 bis 5 Tausend Toisen entfernt zu sein scheinen würde“. Er fügt — sehr richtig — noch hinzu, daß kein Grund vorliege anzunehmen, die größte Entfernungsgrenze des Sehens werde durch die Blickrichtung nach oben (oder überhaupt nach irgend welcher anderen Richtung) eingeengt oder verändert. In diesem letzteren Falle müßte — wie er selbst zugiebt — das Gewölbe des wolkenlosen Himmels nach allen Richtungen hin gleichweit entfernt und mithin kugelförmig erscheinen. — MAIRAN erklärt sich aber dennoch — mit Bezugnahme auf P. MALEBRANCHE — sehr entschieden für die *forme surbaissée* des Himmelsgewölbes²: „weil wir“

¹ *Histoire de l'acad. roy. des sciences*. Année 1740. Digression sur la courbure apparente du fond du ciel. pag. 47.

² MAIRAN erzählt bei dieser Gelegenheit, es sei bekannt, daß die Akademie diese Frage s. Zt. von vier großen, aus ihrer Mitte gewählten Mathematikern habe prüfen lassen, welche sämtlich sich zu Gunsten der Ansicht des P. MALEBRANCHE erklärt haben. „Il est donc bien certain“ — so schließt MAIRAN seinen Bericht — „que la voute du Ciel nous doit paroître par la fort surbaissée.“

Der Bericht der vier Akademiker, welchem MAIRAN so großen Werth beizulegen scheint, lautet wörtlich:

— so sagt er — „zwischen uns und einem Gestirn in der Zenith-
gegend Nichts sehen, so glauben wir dieses Gestirn sehr klein

Attestation pour le P. MALEBRANCHE, prêtre de l'Oratoire.

J'ai lu la Réponse du P. MALEBRANCHE à M. REGIS; et j'ai trouvé que les preuves qu'il rapporte de son sentiment touchant les diverses apparences de la grandeur du Soleil & de la Lune dans l'Horizon & dans le Méridien, étoient démonstratives, et clairement déduites des véritables principes de l'Optique.

Unterzeichnet ist diese Attestation von:

M. le marquis DE L'HOSPITAL, L'Abbé DE CATELAN, VARIGNON und SAUVEUR.

Journal des Sçavans. 1694. pag. 127.

Der Physiker REGIS, gegen den diese ziemlich bedeutungslose Declaration gerichtet ist, nimmt keinen Anstand die sämtlichen Mitglieder öffentlich zu desavouiren. Er sagt:

VARIGNON sei persönlich gegen ihn (REGIS) interessirt und deshalb kein unparteiischer Richter, und sei überdies zur Zurücknahme von Behauptungen (retractions) oftmals genöthigt worden.

Marquis DE L'HOSPITAL sei zwar ein illustrer Mathematiker, er sei aber seit alter Zeit mit MALEBRANCHE eng befreundet.

SAUVEUR sei ein Schüler von MALEBRANCHE, der für sein eigenes Fortkommen und Gedeihen stets größeres Interesse gezeigt habe als für die Ehre der Wissenschaft.

Vom Abbé DE CATELAN zu reden sei kaum der Mühe werth; seine Irrthümer seien in den verschiedenen Journalen so oft widerlegt worden, dafs er als kompetenter Richter nicht gelten kann.

Wir sind nicht in der Lage beurtheilen zu können, in wie weit diese öffentliche Gegenerklärung möglicherweise vielleicht nur „ab irato“ verfasst sein könnte.

Die Discussion selbst hat für den heutigen Stand der Frage keinen maafsgebenden Werth; wir möchten daraus nur hervorheben, dafs MALEBRANCHE (De la Recherche de la vérité 1675, Tom. I, Chap. VII, pag. 61) gelegentlich behauptet — fast wörtlich wie MAIRAN es ihm nachschreibt —:

(La lune) „estant fort haute, nous ne voyons point d'objets entre elle & nous, desquels nous sçachions la grandeur
. Mais quand elle vient de se lever, ou qu'elle est preste à se coucher, nous voyons entr'elle & nous plusieurs campagnes, dont nous connoissons à peu prés la grandeur, & ainsi nous la jugeons plus éloignée, & à cause de cela nous la voyons plus grande.“

„. lors qu'elle est élevée au dessus de nos testes quoyque nous sçachions qu'elle est dans une tres-grande distance, nous ne laissons pourtant pas de la voir fort proche et fort petite.“

An anderer Stelle (l. c. chap. IX, pag. 78) bemerkt MALEBRANCHE (was von späteren Autoren öfter wiederholt worden ist), dafs der aufgehende oder untergehende Mond von irgend einem Punkte der Erdoberfläche in der That ungefähr um einen halben Erddurchmesser entfernter ist, als wenn er in der Zenithrichtung über diesem Punkte steht. — Bedenkt man aber, dafs der

und sehr nahe zu sehen, während dasselbe Gestirn am Horizont, wo weitläufige Gefilde dazwischen liegen, viel gröfser und sehr viel weiter entfernt zu seint scheint. Im reciproken Verhältnisse muß demnach die Himmelsform flachgedrückt erscheinen. („Nous ne voyons rien entre nous et l'astre qui est près du Zénit; nous le jugeons fort petit et fort proche; nous voyons au contraire de vastes campagnes entre nous et le même astre à l'Horizon, nous le jugeons et beaucoup plus grand, et beaucoup plus loin, et en conséquence, car cela est réciproque, l'arc qu'il décrit au dessus de notre tête nous paroît surbaissé.“ l. c. pag. 50.)

Obwohl ROBERT SMITH sowohl wie MAIRAN die auf unserer kugelförmigen Erde realiter unmögliche Bedingung einer vollkommen planen und zugleich unendlich weit ausgedehnten Oberfläche voraussetzen, wird ihre Theorie doch stillschweigend auf diese unmögliche Bedingung aufgebaut — und zwar ganz allgemein hin. Mit keinem Worte wird die Unmöglichkeit einer solchen Annahme ausdrücklich erwähnt, — das Verhältniß von 3 zu 10 soll vielmehr Geltung behalten, gleichviel ob der Himmel bewölkt oder unbewölkt, und gleichviel ob die

Mond im Mittel etwa 60 Erdhalbmesser weit von uns entfernt ist, daß aber seine Entfernung von der Erde, wegen der Ellipticität seiner Bahn, zwischen 55 und 65 Erdhalbmessern schwankt, dann kann dieser, an sich zwar richtigen Bemerkung kein praktischer Werth zuerkannt werden.

Im Ganzen ist MALEBRANCHE'S Darstellungsweise klar und fließend und leicht verständlich; er fehlt aber darin, daß er das, was das Auge zu leisten nicht vermag, in geringschätzender Stimmung als Irrthum (erreur) verurtheilt, anstatt mit zufriedenen Gemüthe dasjenige hervorzuheben und dankbar anzuerkennen, was unsere Sinne zur Erforschung der Wahrheit wirklich zu leisten fähig sind. Der Hauptfehler, in welchen MALEBRANCHE verfällt, besteht aber darin, daß er wiederholt und nachdrücklichst betont: die Sinne seien nur dazu da, um Leib und Leben zu beschützen und zu erhalten. — Trotz oft wiederholter Versicherung, daß Seele und Sinne auf das Innigste mit einander verbunden sind, werden die Sinne, nicht wie treueste und stets bereitwillige Diener der Seele, sondern wie herrschsüchtige Anarchisten geschildert, die nur danach trachten, die Herrschaft über die Seele sich anzumaassen. („le vray usage qu'on en doit faire, est de ne s'en servir que pour conserver sa santé & sa vie, & qu'on ne les peut assez mépriser, quand ils veulent s'élever jusqu'à se soumettre l'esprit.“ l. c. livre I, cap. XX, pag. 142.)

Von REGIS (dem Gegner MALEBRANCHE'S) wollen wir (aus seiner Antwort auf Art. V, l. c. pag. 17) nur folgenden Satz herausheben:

„Je suis persuadé qu'il n'y a que l'Auteur (MALEBRANCHE) à qui la voute du ciel paroisse comme un demi sphéroïde applati.“

Schätzung auf hohen Bergen (wo KÄMTZ seine Beobachtungen angestellt hat) oder am Meeresstrande vorgenommen wird. Es bedarf indessen einer weiteren Auseinandersetzung gewifs nicht, daß man auf hohen Bergen den Wolken um die Bergeshöhe näher ist, und daß der Blick in die Horizontferne von dort aus weiter reicht als in der Ebene. — Wie weit? — Das ist eine Frage, deren Beantwortung hier nicht versucht werden soll. Dagegen erfordert die Behauptung, daß die Anwesenheit verschiedener Gegenstände die Entfernungen scheinbar vergrößert, hier noch eine kurze Gegenbemerkung:

ROBERT SMITH sagt kurz und bündig, die Zenithdistanz erscheint kleiner, weil in dieser Richtung keine Theile wahrgenommen werden, und MAIRAN schließt sich dieser Behauptung fast wörtlich an. Himmelwärts sind aber in allen Richtungen keine Theile zu sehen; wäre diese Schlußfolgerung richtig, dann müßte das ganze Himmelsgewölbe gleichmäfsig näher erscheinen, — nicht blos und nicht vorwiegend nur derjenige Theil desselben, welcher in der Zenithrichtung liegt; denn erst ganz in der Nähe der Horizontrichtung, wo verschiedene Gegenstände sich befinden, könnte von einem optischen Einfluß dieser Letzteren auf die Gröfse der Entfernungsschätzung die Rede sein. Diesem Verhältniß entsprechend müßte dann aber das Himmelsgewölbe eine Art conchoïder Form (die ja angeblich auch beobachtet worden ist) annehmen, wobei die, übrigens kreisförmige Rotationscurve, in der Nähe der Horizontrichtung sich abflacht und sich weiter vom Beobachter entfernt.

MAIRAN fügt noch etwas Neues hinzu; er behauptet nämlich, daß, wegen der Refraction (*réfractaires*), die Peripherie des Horizontes höher erhoben zu sein scheint, woraus ebenfalls eine scheinbar „conchoïde“ Form ganz anderer Art entstehen soll, die er durch eine schematische Zeichnung zu verdeutlichen sucht.

Die Anwesenheit von Gegenständen kann jedoch — so sollte man meinen — eine scheinbar gröfsere Entfernung nicht bewirken; wohl aber können Gegenstände von bekannter Gröfse sehr gut dazu dienen, Entfernungen richtiger zu taxiren. Wenn ich in großer Ferne einen Menschen in scheinbar halber Gröfse sehe, so kann ich — nach R. SMITH — annehmen, daß seine Entfernung ungefähr die Hälfte von 5000 mal eine Menschengröfse, oder etwa $2\frac{1}{2}$ englische Meilen beträgt.

Damit zugleich gewinnen wir allerdings auch noch die Möglichkeit, das noch weiter Entfernte im Vergleich hiermit richtiger zu taxiren als wenn nichts da wäre. Unbekannte Gegenstände, oder besser gesagt, Gegenstände von unbekannter Größe, werden aber schwerlich dazu beitragen können, die Entfernungen größer oder kleiner erscheinen zu lassen. Eine menschliche Figur, die soweit entfernt ist, daß man nicht entscheiden kann, ob es ein Kind oder ob es eine erwachsene Person ist, wird uns über die Größe der Entfernung in demselben Verhältniß im Zweifel lassen wie über die Größe der Person. Wenn kein Gegenstand von bekannter Größe sichtbar ist, dann ist eben alles Taxiren unmöglich.

Es bleibt noch eine wichtige Täuschung übrig, die ROBERT SMITH kaum berührt, TREIBER dagegen eingehend erörtert und vollkommen richtig beurtheilt¹: Die Himmelsgrenze und die Erdgrenze fallen für den Beobachter in eine und dieselbe Grenzlinie zusammen: Da wo die Erdgrenze aufhört sichtbar zu sein, beginnt die Grenze des Himmels sichtbar zu werden und umgekehrt; die gemeinsame Grenz- und Trennungslinie Beider liegt scheinbar in gleich großer Entfernung, obschon wir sehr wohl wissen, daß die Himmelsgrenze über die terrestrische Grenze weit hinausreicht. Zuweilen — wenn bei bewölktem Himmel die Bewölkungs- und Beleuchtungs-Verhältnisse ganz besonders günstig sind — gelingt es allerdings diese Täuschung bis zu einem gewissen (immerhin nur geringen) Grade zu überwinden, zuweilen gelingt es wohl den Gesichtseindruck zu bekommen, als ob der Wolkenhimmel (so wie es in Wirklichkeit der Fall ist) über die terrestrische Grenze noch weiter hinaus sich erstreckt. Bei unbewölktem Himmel wird diese Beobachtung schwerlich jemals gelingen.

Hierauf beruht offenbar auch die Verschiedenheit, wonach einige Autoren den scheinbaren Zusammenhang zwischen Himmel und Erde „spitzwinklig“, Andere dagegen „senkrecht gegen den Horizont geneigt“ finden (KÄMTZ).²

¹ Siehe den Nachtrag.

² Wir entnehmen diese Bemerkung aus REIMANN'S Schulprogramm 1891, S. 13, wo es heißt: „doch äußert sich KÄMTZ dahin indem die Himmelsfläche gegen den Horizont senkrecht und nicht unter spitzem Winkel geneigt sei.“ — Wir haben diese hier wörtlich nach REIMANN citirte Stelle bei KÄMTZ nicht auffinden können.

Man möchte glauben, „eine senkrecht gegen den Horizont geneigte Himmelsfläche „könne nichts Anderes bedeuten als eine am Horizont scheinbar senkrecht ansteigende Himmelswand. In diesem Falle kann aber die Himmelsform nicht zugleich flachgewölbt erscheinen. Und doch wird, auch in diesem Falle, der Höhenwinkel kleiner gefunden als sein Complement, und wird die Rechnung immer wieder dieselbe flachgewölbte Form — trotz „scheinbar senkrechter Neigung am Horizont“ — ergeben.

Dieser Widerspruch führt uns auf eine andere naheliegende Bemerkung.

Bekanntlich wird nicht nur eine Wölbung, sondern ebenso auch eine senkrechte Wand, ein Thurm oder dergl. gewöhnlich niedriger geschätzt als sie oder als er ist, und dementsprechend wird man auch finden, daß, beim Versuch nach Augenmaafs eine solche senkrechte Wand oder eine Thurmhöhe zu halbiren, die untere Hälfte kleiner zu sein pflegt als die obere. Wollte man die Principien der KÄSTNER'schen Rechnung auch auf diesen Fall anwenden (wobei der Halbmesser der aufrecht stehenden Wand = ∞ gesetzt werden müßte), dann würde die Rechnung ergeben, daß die Wand oder der Thurm scheinbar schief — mit seiner Spitze dem Beobachter zugeneigt — stehen muß. Man wird aber doch nicht gerne zugeben wollen, der Thurm stehe scheinbar schief, weil er, nach denselben Rechnungsprincipien beurtheilt, schief zu stehen scheinen muß.

5.

Durch die KÄSTNER'sche Analyse wird — wie wir gesehen haben — in der lothrechten Linie (*COE* Fig. 3) derjenige Punkt gesucht und gefunden, von welchem aus eine schätzungsweise unrichtig bestimmte Halbtheilung der Himmelshöhe, in zwei gleichgroße Hälften, und somit richtig getheilt erscheint. — Nichts Anderes! — Daß eine von diesem Punkte als Mittelpunkt gezogene Kreislinie die Profilansicht der Form des scheinbaren Himmelsgewölbes darstellt, wird durch die Rechnung weder bewiesen noch zu beweisen versucht, und KÄSTNER sagt ja selbst: es fällt in die Augen, daß ohne einigen Beweis angenommen wird, die Gestalt des Himmels sei ein Kreisbogen.

Nun wird aber dennoch die vermeintlich bewiesene flachgedrückte Form des Himmelsgewölbes dazu benutzt, um weiterhin zu beweisen, daß der Mond, wenn er hoch oben am Himmel steht, eben wegen der flachgedrückten Himmelsform näher und kleiner erscheinen muß, als in seiner angeblich scheinbar größeren Entfernung am Himmelsrande.

Der beweisführende Gedankengang ist aber in umgekehrter Folge entstanden. Der Astronom ROBERT SMITH hat zuerst seine Aufmerksamkeit gerichtet auf die Vergrößerung, resp. auf den größeren gegenseitigen Abstand der Gestirne in der Horizontnähe, und hat dann erst aus dem schätzungsweise (3- bis 4malig) angenommenen Größenunterschied die Form construirt, die der Himmel haben müßte, wenn der Größenunterschied durch die scheinbare Himmelsform erklärt werden soll. — Nun soll umgekehrt die construirte Form wieder dazu dienen, die Größenverschiedenheit zu erklären.

Dazu kommt dann noch die KÄSTNER'sche Gleichung dritten Grades, welche der Sache das Siegel scheinbar mathematischer Gewißheit aufdrückt.

Daß ein Gegenstand von constanter Größe und Entfernung um so kleiner erscheinen kann, je mehr die Vorstellung seiner größeren Nähe dominirt, wird von R. SMITH durch eine entsprechende Zeichnung veranschaulicht, deren Reproduktion kaum nöthig sein dürfte.¹

DESAGUILIER² führt zur Demonstration dieses Verhaltens aber auch noch folgenden Versuch an:

Zwei gleichgroße Lichter werden in einer gewissen Entfernung neben einander aufgestellt. Alsdann wird, ohne Vorwissen des Beobachters an Stelle des einen der beiden Lichter ein doppeltgroßes Licht in die doppelte Entfernung gestellt. Der Beobachter, wenn er nicht bemerkt hat, daß inzwischen etwas verändert worden ist, wird nun das doppeltgroße Licht in doppelter Entfernung für halb so groß (mithin für kleiner) halten als es wirklich ist.

¹ Dieselbe Zeichnung, mit den niedlichen kleinen und größeren Mondgesichtern, findet sich genau reproducirt, sowohl in der deutschen wie auch in der französischen Uebersetzung, und findet sich in etwas veränderter Form auch bei DESAGUILIER.

² *Philos. Transact.* **39** (444), 390. 1835/36.

Bleiben wir zunächst einmal nur bei der gewöhnlich fehlerhaften Halbtheilung des rechten Winkels stehen, und setzen — ohne auf die Berechnung der Himmelsform irgend welche Rücksicht zu nehmen — das in unserer Vorstellung unveränderlich bleibende Erinnerungsbild der mittleren Mondgröße = m . — Setzen wir ferner — wie nach R. SMITH angenommen werden soll — die fehlerhafte Halbtheilung wie 23° zu 67° , dann ist in des fehlgetheilten rechten Winkels

oberer Hälfte: 67° scheinbar = 45° und in seiner unteren Hälfte: 23° scheinbar = 45° .

Ein Grad ist demnach:

in der oberen Hälfte scheinbar = $\frac{67}{45}$ Grad,
in der unteren Hälfte scheinbar = $\frac{23}{45}$ Grad.

Das als unveränderlich vorausgesetzte Erinnerungsbild der mittleren Mondgröße würde in der fehlgeschätzten Halbrechten

oben = $\frac{67 \cdot m}{45}$, mithin größer, und

unten = $\frac{23 \cdot m}{45}$, mithin kleiner

sein müssen, als es ist, um in seiner unveränderten Größe (= m) erscheinen zu können. Das wirklich sichtbare Mondbild muß also, wenn oder weil das Erinnerungsbild seine Größe nicht ändert:

in der oberen Himmelshälfte kleiner,
in der unteren Himmelshälfte größer

erscheinen. Oder, wenn man für das unveränderliche Erinnerungsbild des Mondes seine astronomische Größe = $\frac{1}{2}$ Grad einsetzt, dann würde der Mond anstatt $\frac{1}{90}$ eines Halbrechten:

in der oberen Hälfte scheinbar = $\frac{1}{134}$, mithin kleiner,
in der unteren Hälfte scheinbar = $\frac{1}{46}$, mithin größer

als $\frac{1}{90}$ erscheinen.

Es verhält sich damit genau ebenso, wie mit einem nach richtiger Elle abgemessenen Band, welches mit zu großer Elle nachgemessen: zu klein, mit zu kleiner Elle nachgemessen: zu groß befunden wird.

Die fehlerhafte Höhenschätzung genügt also für sich allein — ohne den Schein eines flachgedrückten Himmelsgewölbes — schon vollkommen, um das Größer- oder Kleinererscheinen des Mondes in verschiedenen Himmelshöhen zahlen-

mässig daraus ableiten zu können, wenn die Verhältniszahl der fehlsamen Halbtheilung gegeben ist.

Da nun die Gröfse des Mondes sowohl wie seine Entfernung weit über Alles hinausreicht, was — den Gesichtssinn ausgenommen — sinnlich wahrnehmbar ist, und da der isolirte Gesichtssinn über Gröfse und Entfernung keine Auskunft giebt, so schwankt unser Urtheil über Nähe und Gröfse des Mondes beständig, und bemüht sich vergeblich zu einer definitiven Entscheidung zu gelangen. Das durch langjährige Gewohnheit in unserer Vorstellung sich bildende constante Erinnerungsbild der mittleren Mondesgröfse gestattet uns leicht, ein Größer- oder Kleinererscheinen zu bemerken; sinnlich vermögen wir aber nicht zu entscheiden, wie dieses Größer- oder Kleinererscheinen zu deuten ist. Jedes hierauf bezügliche Sinnesurtheil stützt sich immer auf ein anderweitig beeinflusstes Meinen.

Zwischenbemerkung. Unsere Sinne sind die Werkzeuge, mit deren Hülfe unsere Seele sich Kenntnifs der Dinge der Außenwelt verschafft. Die Dinge der Außenwelt wirken auf unsere Sinne nach einer absolut naturgesetzmäßigen Ordnung. Deshalb kann man wohl sagen: unsere Sinne täuschen uns nicht: sie können uns nicht täuschen. Wer sich täuschen läßt, der ist vergleichbar einem Handwerksmanne, der seinen Hammer nicht recht zu gebrauchen versteht und dem Hammer die Schuld zuschiebt, wenn er selbst mit dem Hammer den Nagel nicht auf den Kopf trifft. — Nicht unsere Sinne täuschen uns; wir täuschen uns selbst, wenn wir das, was unsere Sinne empfinden, nicht richtig beurtheilen, oder wir lassen uns täuschen, wenn das zum richtigen Verständnifs nöthige Wissen uns noch fehlt; denn — wie zur richtigen Führung des Hammers, ebenso gehört auch zum richtigen Verständnifs der Sinnesempfindungen: Erfahrung und Uebung!

Unsere Sinnesorgane sind uns — so wie sie sind — von Gott gegeben. Wir haben nur dafür zu sorgen, daß wir sie richtig gebrauchen, und daß wir nicht durch unrichtigen Gebrauch sie verderben; durch richtigsten Gebrauch können wir vielleicht dazu beitragen, sie zu verbessern und zu vervollkommen.

Von frühester Jugend an, und weiterhin das ganze Leben hindurch, haben alle Menschen von Natur das Verlangen, die Beschaffenheit der Dinge der Außenwelt und ihr Verhalten zu einander wahrheitsgemäfs kennen zu lernen.¹ Dabei sind alle unsere Sinne mitthätig; aber nicht so, dafs jeder Sinn für sich allein thätig ist, sondern so, dafs alle Sinne unter Leitung und unter Mitwirkung des Verstandes und der Vernunft, sich gegenseitig dabei unterstützen. Daraus entstehen Combinationserkenntnisse, welche die Leistungsfähigkeit jedes einzelnen Sinnes weit übertreffen.

Das Bild auf der Netzhaut unseres Auges kann für sich allein über Gröfse und Entfernung keine Auskunft geben; es zeigt nur den Gesichtswinkel an, unter welchem die Gegenstände der Außenwelt erscheinen; es giebt nur „die Idee von Gröfse“.² Erst wenn die Erfahrung anderer Sinne hinzukommt, lernt das Auge Entfernungs- und Gröfsenunterschiede kennen, und mehr oder weniger richtig beurtheilen.

Der allererste Anfang solcher Erfahrung fällt schon in die allerfrüheste Lebenszeit, über die wir freilich nur spärliche Beobachtungen besitzen. — Wenn ein Kind — besonders gegen Ende des sechsten Lebensmonats (Silex) — jetzt zuerst nach einem vorgehaltenen Gegenstand die Hände ausstreckt und mit den Händen den Gegenstand zu ergreifen versucht, dann dürfen wir wohl annehmen, dafs es dadurch, und dadurch zuerst, von der Entfernung eines Gegenstandes Kenntnifs und Verständnifs erhält. Im weiteren Verlaufe des Lebens und durch die unerschöpfliche Mannigfaltigkeit aller weiteren Erfahrung findet das Auge später gewisse eigenartige Merkmale, an denen und mit denen es Entfernung und Gröfse zu schätzen überhaupt erst fähig wird. Unter Mithülfe anderer Sinne und bei aufmerksamer Beobachtung — d. h. unter Leitung und unter Mitwirkung des Verstandes und der Vernunft — erlernt das Auge die Regeln der geometrischen Perspective, und die Regeln der Luftperspective, und die Regeln parallaktischer Verschiebung, und

¹ Omnes homines natura scire desiderant. ARISTOTELES, Metaphysik.

² Id volo, aeterna Dei lege ideam magnitudinis cum eo angulo esse conjunctam. Nunc fallimur, si ex eo solo angulo judicamus. — ALBERT VON HALLER, Elementa physiol., Tom. V, lib. XVI, Sect. IV, § 29.

Ebendasselbst wird auch BUFFON (T. III, p. 319) citirt, welcher sagt: qui distantiam non novit in magnitudine fere fallitur.

die Wirkungen von Licht und Schatten und wohl noch manches Andere; dadurch erst gewinnt es die Fähigkeit, in Verbindung mit seinem Gesichtswinkel ein Verstandesurtheil zu bilden über Gröfse und Entfernung der Dinge.

Die praktische Verwendung dieser, zum Theil vielleicht mit Mühe erlernten Regeln verwandelt sich durch die alltägliche, ja allstündliche lebenslängliche Uebung in eine scheinbar einfache Function des Gesichtssinnes: wir glauben zu sehen, was ursprünglich das Ergebnifs eines — nunmehr instinctartig gewordenen — Urtheils ist. Es ist nur scheinbar eine einfache Function des Gesichtssinnes; denn wenn man dem Auge die Möglichkeit einer Verwendung obiger Regeln benimmt, verfällt es sogleich wieder in sein ursprüngliches Unvermögen, Gröfse und Entfernung von einander zu unterscheiden.

Die Möglichkeit einer Verwendung der Regeln der geometrischen Perspective beruht auf der Anwesenheit von Gegenständen von bekannter Gröfse, in dem Zwischenraum zwischen dem Auge des Beobachters und dem unbekanntem Gegenstande, dessen Gröfse oder Entfernung man abschätzen möchte. Ist in diesem Zwischenraume nichts enthalten, dann fehlen auch alle Mittel, die ein perspectivisches Urtheil über Gröfse und Entfernung ermöglichen könnten. Es ist aber nicht richtig zu sagen: ein Gegenstand von unbekannter Gröfse und unbekannter Entfernung erscheine näher deswegen, weil keine Gegenstände (keine Theile) in dem Zwischenraum zu sehen sind; denn jeder Gegenstand erscheint sogleich in richtiger Entfernung, sobald wir — gleichviel wie — von seiner richtigen Gröfse Kenntnifs erlangen. Wir können die Entfernung eines auf offener See herumschwimmenden, übrigens aber noch völlig unkenntlichen Gegenstandes nicht taxiren; wir können nicht entscheiden, ob es in weiter Ferne ein großes Kriegsschiff oder ob es vielleicht eine in der Nähe schwimmende Schiffsplanke ist. Sobald wir aber an dem Gegenstande das Geringste erkennen, was uns an eine bekannte Gröfse erinnert, dann tritt wie mit einem Schlage sogleich die ganze Vorstellung von richtiger Gröfse und richtiger Entfernung klar und deutlich vor unser inneres Auge. — Matrosen und Küstenbewohner sind natürlicherweise in der Wahrnehmung solcher Merkmale geübter und erfahrener als Binnenländer; der intellectuelle Vorgang ist aber in allen Fällen derselbe. Wir unterscheiden Gröfse und Entfernung nur

dann, wenn eines von beiden, entweder Gröfse oder Entfernung, als bekannt vermuthet oder wirklich erkannt wird.

Auch die Möglichkeit einer Verwendung der Regeln einer parallaktischen Verschiebung ist abhängig von der Anwesenheit eines oder mehrerer Gegenstände, welche in dem Zwischenraum zwischen dem Auge des Beobachters und dem Ende der Entfernung liegen, in welcher die abzuschätzende Gröfse sich befindet. Die sonstige Beschaffenheit dieser Gegenstände ist ziemlich gleichgültig, sie müssen nur — wenigstens theilweise — in der, auf den abzuschätzenden Gegenstand gerichteten Gesichtslinie liegen, weil anderen Falles eine Parallaxe nicht entstehen kann.

Was endlich die Wirkungen des Lichtes betrifft, so ist es kaum nöthig zu bemerken, dafs mit Abnahme der Lichtintensität überhaupt jede Erkennungsmöglichkeit — und damit speciell auch die Erkennungsmöglichkeit von Gröfse und Entfernung — abnimmt, und dafs sie bei gänzlichem Fehlen des Lichtes vollkommen aufhört: In völliger Dunkelheit kann ein selbstleuchtender Gegenstand freilich immer noch wahrgenommen werden; über seine Entfernung und Gröfse kann aber das, durch die Dunkelheit isolirte Auge nicht die geringste Auskunft geben.

Nur im Vorbeigehen wollen wir noch an die bekannte Thatsache erinnern, dafs jedes Urtheil über Vertiefung und Erhöhung von der Richtung abhängt, in welcher Schatten und Beleuchtung den Gegenstand trifft. Das „unbewusste Urtheil“ über die eigene Empfindung richtet sich in diesem Falle immer nach der — richtig oder unrichtig — vom Beobachter selbst vorausgesetzten Richtung des Lichteinfalles.

Wir müssen weiterhin noch hinzufügen, dafs die hier angeführten Möglichkeitsbedingungen des Unterscheidens von „näher“ oder „ferner“ und von „größer“ oder „kleiner“, sich immer nur auf relativ kleine Entfernungen beziehen. Abgesehen von den ganz kleinen Entfernungen, in denen das Zusammenwirken beider Augen durch die mitwirkende Muskelaction der Convergenzstellung, oder das Accommodationsvermögen Einfluß auf richtige Schätzung von Entfernung und Gröfse gewinnt, erstreckt sich die Schätzungsfähigkeit überhaupt nur auf Entfernungen, deren Zwischenraum noch nach irdisch sichtbaren Gegenständen bemessbar ist, also

auf Entfernungen, die jedenfalls nicht weit über die größten auf Erden noch unterscheidbaren Entfernungen hinausreichen. Wenn, weit über diese Grenze hinaus, Gröfse und Entfernung noch unterschieden werden soll, dann muß eine andere Kraft dem Auge zu Hülfe kommen; dem Auge selbst fällt in diesem Falle nur noch eine ganz untergeordnete Rolle zu. — Das Auge vermag zwar den ganzen Weltenraum zu durchschauen, es eilt damit allen anderen sinnlichen Wahrnehmungen weit voraus, es läßt dieselben weit hinter sich zurück; über eine gewisse nicht sehr weit entfernte Grenze hinaus sieht es sich aber in seinen ursprünglichen Zustand des Unvermögens selbständiger Unterscheidung von Gröfse und Entfernung zurückversetzt und vermag nur noch das Verhältniß von Gröfse und Entfernung (den Gesichtswinkel), nicht aber jedes von beiden für sich zu erkennen. Die Kraft des Wissens muß hier dem Auge zu Hülfe kommen. Obwohl wir durch erfahrungsmäßig erworbene astronomische Kenntnisse wissen, daß der Mond etwa 50000 Meilen weit von uns entfernt ist, so kann unser, auf sich allein angewiesenes Auge, aus sich selbst nicht die geringste Empfindung einer so überirdisch großen Entfernung hervorbringen. — Man behauptet, daß Kinder zuweilen mit Steinen nach dem Mond werfen, in der Meinung ihn treffen zu können und daß Hunde zuweilen den Mond anbellen. Beruht diese Behauptung auf Wahrheit — was sehr wohl glaublich ist — dann ist sie dahin zu verstehen, daß das Auge, ohne astronomisches Wissen, absolut unfähig ist, die Entfernung des Mondes auch nur annäherungsweise zu beurtheilen. — Ist aber das astronomische Wissen, oder ist überhaupt erst nur eine bessere Vorstellung der Mondentfernung bereits da, dann versucht auch das Auge sich dieser Vorstellung zu bemächtigen; es bemüht sich so weit möglich auch sinnlich wahrzunehmen, was durch Vermittelung anderer Erkenntnißkräfte für wahr und richtig erkannt wird, und für wahr gehalten werden muß.

Es war daher ein guter und glücklicher Gedanke von ZOTH, eine „Rundfrage an ungefähr hundert Personen verschiedenen Standes, Alters, Geschlechtes und aus verschiedenen Gegenden“ ergehen zu lassen, um zu ermitteln, ob die alte Lehre von dem zwar Größer-, „aber zugleich doch auch Entfernter-Erscheinen“ des

Mondes am Horizonte, in dem Empfindungsglauben der heutigen Menschen wirklich noch vorherrscht, oder ob diese Lehre als eine veraltete Tradition zu betrachten ist. Die Antworten, welche ZOTH auf seine Rundfrage erhalten hat, stimmten „in merkwürdiger“ und „geradezu stereotyper Weise“ mit einander überein. Niemand gab an, daß ihm der Mond im Horizonte weiter entfernt erscheine, als wenn er höher am Himmel steht. Die Meisten erinnern sich ganz genau und deutlich, daß ihnen der Mond am Horizont rein und groß und näher (oder „viel näher“) erschienen sei, als wenn er höher über dem Horizont steht und daß er ihnen nicht an, sondern vor der Wand des Gewölbes der Himmelskuppel zu schweben scheint.

Hiermit ist auf schwer zu widerlegende Art bewiesen, daß die meisten, wenn nicht alle Menschen thatsächlich der Meinung sind: der Mond erscheine näher, wenn er am Horizonte, und entfernter, wenn er hoch am Himmel steht.

Das ist aber gerade das Gegentheil von dem, was durch die flachgedrückte Form des Himmelsgewölbes bewiesen werden soll!

6.

Wenn es wahr ist — meine Studien reichen nicht so weit in die Vergangenheit zurück — daß zuerst ALHAZEN die Vergrößerung des Mondes und der übrigen Gestirne am Horizonte von der scheinbar abgeflachten Form des Himmelsgewölbes abgeleitet hat, dann kann diese Erklärung allerdings auf ein fast tausendjähriges Alter zurückblicken.

In PRIESTLEY'S Geschichte der Optik¹ findet sich eine Stelle (S. 505), welche folgendermaassen lautet:

„— man möchte sich wundern, daß eine so vernünftige Hypothese, wie diese, je hat zurückgesetzt werden können, besonders da sie von angesehenen Schriftstellern so viele Jahre hindurch angenommen worden ist.“

Der deutsche Uebersetzer KLÜGEL bemerkt hierzu (S. 510):

„— verschiedene aber, die ich um ihre Empfindung befraget, versichern das Gegentheil (nämlich daß der Mond

¹ JOSEPH PRIESTLEY. Geschichte und gegenwärtiger Zustand der Optik. Uebers. von G. S. KLÜGEL. 1775.

am Horizont näher erscheint), und ich möchte selbst ihnen wohl beitreten.“

Ebenso urtheilen auch manche Astronomen und andere Sachverständige aus alter und aus neuer Zeit, wobei gelegentlich auch Vordersatz und Schlufssatz vertauscht, und gesagt wird: der Mond erscheint deswegen am Horizont größer, weil er uns dort näher zu sein scheint, oder umgekehrt: der Mond, wenn er im Horizonte steht, scheint deswegen uns näher zu sein, weil er, im Horizont stehend, uns größer erscheint.

Weiterhin ist noch zu bemerken, daß die scheinbare Größe des Mondes, bei verschiedenem Höhenstande, teleskopisch gemessen, unverändert bleibt. Wir dürfen demnach wohl annehmen, daß das Bild des Mondes — gleichviel ob er im Zenith oder im Horizonte steht — auf der Fläche unserer Netzhaut auch keine Größenverschiedenheit zeigen wird.

Der Versuch, mittels einer planparallelen Glasplatte das Reflexbild des Mondes vom Zenith zum Horizont und vom Horizont zum Zenith zu führen, um zu ermitteln, ob die Blickrichtung an der scheinbaren Größenverschiedenheit mitbetheiligt sei, ist ziemlich resultatlos geblieben. HELMHOLTZ sagt: „ich finde nicht daß das Reflexbild am Horizont entschieden größer aussieht, als der direct gesehene Mond oben am Himmel.“ — Andere Beobachter konnten, bei demselben Versuch, zu wesentlich anderen Resultaten ebensowenig gelangen. Nach meinen eigenen Versuchen erscheint das Spiegelbild des Mondes unter allen Richtungsverhältnissen um ein Weniges kleiner und näher als der wirkliche Mond oben am Himmel. Ich benutzte zu meinen Versuchen ein platinirtes Planglas, an welchem bei jeder Schrägstellung ein vollkommen scharfes (nicht doppelcontourirtes) Bild entsteht.

Bei Vergleichung der Mondgröße am Horizont mit terrestrischen Gegenständen sind noch verschiedene andere, die Größe und Form des Mondes und der Sonne betreffende, interessante Beobachtungen gemacht worden, die zum Theil auf Refraction in einer mehr oder weniger, vielleicht sehr ungleich mit Wasserdünsten erfüllten Luft, zum Theil aber auch auf andere, noch unbekannte Ursachen zurückzuführen sein dürften.

SAMUEL DUNN hat bei Sonnenuntergang zuweilen Protuberanzen und Einscheidungen (indentures) an der Sonne beobachtet, die sich von unten nach oben im Sonnenbild bewegen,

und die zuweilen, für einen sehr kurzen Zeitraum, sogar völlige Loslösungen von der eigentlichen Sonnenscheibe darstellen. Bei Sonnenaufgang ist dieselbe Bewegung in entgegengesetztem Sinne — oft sogar schon mit unbewaffnetem Auge erkennbar.

Interessant und sehr beachtenswerth sind die Untersuchungen von ZOTH, welcher gefunden hat, daß der scheinbare Gröfsenunterschied in jeder Körperlage besonders dann hervortritt, wenn die Augen stirnwärts gerichtet werden. — Aehnliche Versuche, sogar mit völliger Umkehrung des ganzen Körpers (den Kopf nach unten, die Füße nach oben), sind schon früher von FILEHNE und Anderen angestellt worden. Allein, auch diese Versuche geben keinen befriedigenden Aufschluß über die vorliegende Frage, solange nicht, mit der Verschiedenheit der Körperhaltung oder der Augenrichtung zusammenhängende, und davon abhängige Veränderungen im Innern des Auges nachgewiesen werden können.

Ueberraschend und neu war in letzterer Hinsicht eine ganz kurze Notiz des Astronomen SCHAEBERLE in SCHUMACHER's *Astronomischen Nachrichten*.¹ Derselbe meint:

Die Schwerkraft bewirke, daß der jeweilig horizontal liegende Durchmesser des Auges die grösste Ausdehnung annimmt und mithin die grösste Entfernung der Linse von der Netzhaut zur Folge hat. Blickt das Auge horizontalwärts, dann ist die Entfernung der Linse von der Netzhaut ein Maximum. Für einen constant bleibenden Gesichtswinkel wird das kreisförmige Netzhautbild (angular diameter) bei horizontaler Blickrichtung ein Maximum, bei verticaler ein Minimum werden, entsprechend den Gröfsenverschiedenheiten, die am Himmel beobachtet werden.

Wir enthalten uns einer Kritik dieser Idee (explanation) und entnehmen daraus zunächst nur den Beweis, daß die Frage, die uns beschäftigt, noch weit davon entfernt ist, von den Astronomen als definitiv gelöst betrachtet zu werden.

Hier wollen wir nun nicht versäumen, die sehr schätzenswerthen Arbeiten des Brüsseler Astronomen STROOBANT aus den Jahren 1884/85 in Erinnerung zu bringen, welche — vielleicht wegen der den althergebrachten Ansichten entgegnetretenden

¹ Nr. 3551, pag. 376. A simple physical explanation. Datirt: Berlin 21. Febr. 1899.

Ausführungen — die verdiente Beachtung nicht gefunden zu haben scheinen.

STROOBANT hat an der Decke eines völlig verdunkelten Saales zwei elektrische Fünkchen anbringen lassen, deren gegenseitiger Abstand = 20 cm betrug. Zwei andere elektrische Fünkchen, deren gegenseitiger Abstand nach Belieben von dem Beobachter geregelt werden konnte, waren in gleichgroßer Entfernung, in Augenhöhe, horizontalwärts angebracht. — Die Versuchsaufgabe bestand nun darin, die beiden bewegbaren Fünkchen in eine Entfernung von einander zu bringen, die mit der gegenseitigen Entfernung der an der Decke befestigten beiden Fünkchen (= 20 cm) übereinstimmend zu sein scheint. — Der Versuch ergab, daß die Distanz in der Zenithhöhe sich verhielt zu der horizontalwärts in der Augenhöhe gefundenen Distanz wie 100 zu 80, mit nur geringen Schwankungen (etwa zwischen 79,5 und 85,0). — Die Distanz im Zenith (100) erscheint also = 80 (mithin kleiner), wenn sie mit einer die scheinbare Gröfse horizontalwärts anzeigenden Vorrichtung verglichen wird.

Die Analogie dieses Versuches mit der scheinbaren Gröfsverschiedenheit des Mondes in verschiedener Himmelshöhe ist so vollkommen, daß es eines besonderen Hinweises auf dieselbe nicht bedarf. — Denkt man sich die beiden rechtsseitigen und die beiden linksseitigen Fünkchen durch Linien verbunden, dann ist dieses Experiment aber auch eine Wiederholung der VOLKMANN'schen Versuche in großem Maafsstabe: der Zwischenraum zwischen zwei vertical stehenden Linien muß oben ein wenig kleiner sein als unten (convergiren), um überall gleich groß (parallel) zu erscheinen. Hätte STROOBANT den Versuch auch noch in der Weise modificirt, daß die horizontalwärts gesehenen beiden Fünkchen unveränderlich, die zenithwärts angebrachten dagegen willkürlich verstellbar gemacht worden wären, dann hätte der gegenseitige Abstand der beiden oberen Fünkchen = 25 gefunden werden müssen, wenn der gegenseitige Abstand der beiden unteren Fünkchen = 20 gesetzt wird.

Ganz ähnliche Versuche sind in neuester Zeit auch von ZOTH¹ angestellt worden, nur mit dem Unterschiede, daß

¹ OSKAR ZOTH. Ueber den Einfluß der Blickrichtung auf die scheinbare Gröfse der Gestirne und die scheinbare Form des Himmelsgewölbes. *Archiv f. d. gesammte Physiologie* 78, 363 u. f.

Letzterer nicht die scheinbare Gröfse, sondern vorzugsweise die scheinbare Entfernung geprüft und abgeschätzt hat. — Die scheinbare Entfernung kann aber nicht ebenso sicher numerisch bestimmt werden wie die scheinbare Gröfse, deshalb sind beide Versuchsreihen nicht unmittelbar mit einander vergleichbar; sie führen aber — wie nicht anders erwartet werden kann — zu demselben Resultat.

ZOTH sagt (S. 383) bei einem Versuch, welcher genau mit demjenigen von STROOBANT (den der Verf. nicht gekannt zu haben scheint) übereinstimmt —, dafs in dem vollständig verdunkelten Hörsaale des Institutes, an der Decke des Saales und in der Augenhöhe des Beobachters, je zwei, parallel in 20 cm Entfernung von einander ausgespannte, schwach rothglühende Platindrähte aufgehängt wurden, und dafs nun der Abstand der zwei Linien in beiden Richtungen „kaum von einander verschieden erscheint“. Dagegen wird weiterhin bemerkt: „Die Täuschung, welche auftritt, betrifft vorzüglich die scheinbare Entfernung vom Beobachter: die in horizontaler Richtung gesehenen beiden parallelen Lichtlinien erscheinen dem Beobachter viel näher, als die mit erhobenem Blick betrachteten an der Decke.“

Wenn — wie es bei beiden Versuchsreihen beabsichtigt und erzielt worden ist — durch vollständige Verdunkelung des Beobachtungsraumes dem Auge alle Anhaltspunkte zur Unterscheidung von Entfernung und Gröfse genommen werden, dann bleibt nur noch das HALLER'sche „*id volo*“ (siehe die Anm. 2, S. 253) übrig: das Auge — abgeschnitten von aller anderweitigen Mit-hülfe — vermag nur noch das Verhältnifs von Gröfse und Entfernung, nicht aber Gröfse und Entfernung, jedes gesondert für sich, zu erkennen und zu schätzen. „Klein und entfernt“, oder „grofs und nahe“ sind für das durch völlige Dunkelheit isolirte Auge ununterscheidbare Bestimmungen.

Wenn also STROOBANT findet, dafs der Abstand beider Fünkchen zenithwärts gröfser als horizontwärts, und wenn ZOTH findet, dafs der Abstand beider rothglühenden Platinfäden in beiden Richtungen „kaum verschieden“, wohl aber die horizontwärts gelegenen Lichtlinien dem Beobachter „viel näher“ erscheinen als die bei erhobener Blickrichtung betrachteten an der Decke, so sind das offenbar vollkommen übereinstimmende Resultate.

Diese beiden, von einander völlig unabhängigen Beobachtungsreihen bestätigen beide eine im menschlichen Geiste prädominirende Vorstellungsweise, wonach verticalstehende Linien nach oben etwas convergiren müssen, wenn sie parallel zu einander zu sein scheinen sollen, oder anders ausgedrückt: wonach gleich große Dinge oben etwas größer sein müssen als tiefer unten, wenn sie gleich groß erscheinen sollen, oder — noch anders ausgedrückt — wonach sie, wenn oder weil sie überall gleich groß sind, oben etwas kleiner erscheinen, als tiefer unten.

Es ist nicht ausgeschlossen, daß die Zukunft uns über dieses eigenartige Verhalten näheren Aufschluß wird bringen können. Möglicherweise könnten die Refraktionsverhältnisse des Auges, insbesondere der sogen. physiologische Astigmatismus, zum künftig-besseren Verständniß des eigenthümlichen Sachverhaltes führen. Ferner wäre näher zu prüfen, ob wirklich — wie der Astronom SCHÄBERLE annimmt — die Form des Augapfels in seiner orbitalen Einbettung durch die Schwere verändert werden kann und verändert wird. Vielleicht könnte auch eine noch genauere anatomische Kenntniß der Topographie der querovalen Macula lutea, als wir sie heute besitzen, und — wer weiß was sonst noch — zur besseren Erklärung des VOLKMANN'schen Gesetzes neue Beiträge liefern.

7.

Wir sind nicht Willens, den vielen Hypothesen über die scheinbare Größenverschiedenheit des Mondes in verschiedener Himmelshöhe noch eine neue hinzuzufügen, wir haben nur den Wunsch, zu prüfen, ob wirklich — wie von kompetenter Seite (E. REIMANN) versichert wird — „bis jetzt kein Grund vorliegt, den von ROBERT SMITH“ (vor mehr als 150 Jahren) — „eingeschlagenen Weg zu verlassen“. — Indessen möge uns doch gestattet sein, unsere eigenen Gedanken und Vorstellungen über das vorliegende Sachverhältniß bei dieser Gelegenheit etwas ausführlicher darlegen zu dürfen.

A. W. VOLKMANN hat — wie bekannt — durch eine große Reihe sorgfältigst ausgeführter Versuche gezeigt, daß vertical stehende Linien gemeiniglich nur dann genau parallel zu einander erscheinen, wenn sie oben ein wenig convergiren. Wir haben in

dieser Zeitschrift¹ zu zeigen versucht, wie aus diesem Täuschungsgesetze einige andere optische Täuschungen leicht abzuleiten sind, und wie insbesondere daraus folgt, daß spitze Winkel, die sich nach oben (oder unten) öffnen, gemeiniglich für kleiner gehalten werden als sie wirklich sind und deshalb größer erscheinen, und wie, dementsprechend, spitze Winkel, die sich seitwärts öffnen, kleiner erscheinen müssen.

Experimentell läßt sich diese letztere Täuschung leicht nachweisen durch den Versuch, einen rechten Winkel in zwei gleiche Hälften (von je 45°) zu theilen (vergl. l. c. S. 97), wobei die dem horizontalen Schenkel des rechten Winkels anliegende Hälfte gewöhnlich kleiner als 45° , und dementsprechend die andere Hälfte größer geschätzt wird als 45° . Nach unseren Versuchen hat sich eine mittlere Fehlschätzung von 43° zu 47° ergeben. Je größer der zu theilende rechte Winkel, um so größer ist in der Regel die Fehlschätzung; bei kleineren Dimensionen wird ein gut geübtes Auge sich verhältnißmäßig selten und weniger leicht täuschen lassen.

Die von alter Zeit her bekannte Fehlschätzung am Himmelsgewölbe beruht — soweit sie ohne Vorurtheil nachgeprüft und bestätigt werden kann — offenbar auf demselben VOLKMANNschen Gesetze. Der Unterschied liegt nur in der ungewöhnlichen Größe des zu theilenden Objectes, wodurch die Unsicherheit der Schätzung entsprechend größer wird, und zweitens darin, daß die Blickrichtung zusammenfällt mit der Ebene des zu theilenden Objectes, während, bei der Theilung eines rechten Winkels in der Ebene eines flachliegenden Papierblattes, die Blickrichtung mehr oder weniger senkrecht zur Papierebene gerichtet wird. Beides trägt dazu bei, die richtige Schätzung erheblich zu erschweren.

Die von Dr. VON SICHERER und seinen Mitbeobachtern am wolkenreinen Himmel vorgenommenen Schätzungen (vgl. S. 237) zeigen deutlich, daß bei Ausschluß jeder Bewölkung die Fehler geringer werden, d. h. daß sich die Schätzungen von der wahren Mitte weniger weit entfernen. Die persönlichen Differenzen der Fehlschätzungen sind zwar recht beträchtlich; die berechneten Mittelzahlen entfernen sich aber nur wenig von der wahren Mitte.

¹ *Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. der Sinnesorgane* 20, 65 u. f.

Wollte man zugeben — wozu wir wenig geneigt sind —, daß die Fehlschätzung der Höhe den Schein einer flachgedrückten Form des Himmelsgewölbes zur Folge hat oder voraussetzt, dann darf, unter Berücksichtigung der bei wolkenlosem Himmel und völlig suggestionstfreier Geistesverfassung erhaltenen Resultate, nicht unbeachtet bleiben, daß der Unterschied von Höhe und halber Basis erheblich geringer wird, als man nach ROBERT SMITH anzunehmen gewohnt ist, daß also damit zugleich auch die scheinbare Abflachung sehr viel geringer werden würde.

Nimmt man hierzu noch die — wie man wohl sagen darf — unrichtige Angabe von ROBERT SMITH und MAIRAN, wonach das menschliche Auge alles, was weiter als 5 engl. Meilen entfernt liegt („und wäre es 100 Millionen Meilen weit entfernt“, MAIRAN) nicht weiter als 5 engl. Meilen, sondern immer nur als höchstens in der Entfernung von 5 engl. Meilen liegend wahrgenommen werden kann, und nimmt man ferner noch hinzu, daß am wolkenlosen Himmel, wo überhaupt keine Grenze und kein Ende zu sehen ist, die Vorstellung größtmöglicher Entfernung jedenfalls vorherrscht, und nicht — wie ROBERT SMITH und MAIRAN behaupten — die Entfernungen zenithwärts kleiner erscheinen, weil dort „keine Theile zu sehen sind“, so wird man zugeben müssen, daß der Schein einer flachgedrückten Form des Himmelsgewölbes am wolkenlosen Himmel schliesslich allen Schatten eines Daseins verliert.

Wir haben bei früherer Gelegenheit in dieser Zeitschrift¹ unsere Ansicht über die Entstehung des Raumbegriffes dahin definirt, daß die Begriffe von Gröfse und Entfernung oder — was damit gleichbedeutend ist — daß der Begriff des Raumes auf dem Wege der Erfahrung erworben wird, indem der Raum zuerst nur als eine allen Dingen anhaftende Eigenschaft (als Eigenschaft des „Raumeinnehmens“) wahrgenommen wird. Diese Ansicht stützt sich freilich auf den Glauben an eine reale Möglichkeit von Erfahrung und Urtheil in der allerfrühesten Zeit unseres Lebens, mithin unter Bedingungen, die — nach anderer Anschauungsweise — auch wohl als angeboren betrachtet werden könnten, oder wenigstens von angeborenen Begriffen schwer unterscheidbar sein würden. — Je mehr die Individuen heranwachsen, um so reiner und um so zweifelloser

¹ *Zeitschrift f. Psycholog. u. Physiolog. der Sinnesorgane* 18, 91 u. f.

tritt die Wirkung der Erfahrung im Zusammenhange mit dem wachsenden Bewußtsein des Urtheilens in die Erscheinung.¹ Die Raumvorstellung löst sich in Folge dessen immer mehr und immer deutlicher von ihrer Eigenschaftlichkeit an den Dingen los und verallgemeinert sich zum selbständigen und reinen Begriff des Raumes.

Nun aber gesellen sich im Laufe des Lebens noch andere Gedanken, Ansichten, Meinungen, Vorstellungen und Urtheile hinzu, die weit über alles Erfahrungsmögliche hinausreichen! — Dahin gehören die Gedanken und Vorstellungen über die Unendlichkeit des Raumes und über die Form des unendlichen Raumes.

Diese durch reine Verstandesthätigkeit, aber allerdings doch auch wieder auf dem Erfahrungsboden weiterhin aufgebauten Gedanken gelten der sinnlichen Empfindung — da wo die Sinne selbst nichts mehr zu leisten vermögen — gleichsam als Autorität. Die sinnliche Empfindung schmiegt sich in diesem Falle, so gut es eben gehen will, dieser Autorität an, und bemüht sich, solche Verstandesurtheile — sie mögen falsch oder richtig sein — mit- oder nachzuempfinden. Wenn die Uebereinstimmung im Mit- oder Nachempfinden nicht recht gelingen will, dann entstehen leichtbegreiflicher Weise optische, oder auch andere Sinnes-täuschungen.

Die Frage nach der Form des unendlichen Raumes erscheint von vornherein absurd. — Das Unendliche hat keine Mitte und hat keine Grenze; folglich kann es auch keine Form haben! — Dennoch hängen wir Erdenbürger zu sehr mit dem Irdischen zusammen, um den Gedanken an das Absolute und Formlose auf die Dauer ertragen zu können. Unwillkürlich bildet sich in aller Stille aus dem Unendlichsten und Formlosesten zuletzt doch wieder eine, wenn auch noch so

¹ Erfahrung und Urtheil befinden sich in allerfrühester Lebenszeit allerdings noch in einem so zu sagen embryonalen Entwicklungszustande, der nach gemeinüblicher Sprachweise mit diesen Worten noch nicht bezeichnet zu werden pflegt. HEGEL sagt deshalb — sprachüblich vollkommen richtig — das Kind hat nur die „reale Möglichkeit der Vernunft“; „die Vernunft existirt noch nicht an ihm, denn es vermag noch nichts Vernünftiges zu thun“. — Ebenso gut könnte man — wenn es sprachlich erlaubt wäre — auch sagen: das neugeborene Kind hat noch keine Hände; Hände existiren an dem Kinde noch nicht, weil es mit den Händen noch nichts thun, weil es die Hände noch nicht gebrauchen kann.

dunkle, imaginäre Formvorstellung, deren Entstehung zurückzuführen ist auf den unvertilgbaren menschlichen Naturtrieb das Unfaßbare als etwas Falsches sich vorstellen und es als falschlich empfinden zu wollen, weil nur dadurch die sprachliche Verständigung mit unseren Mitmenschen ermöglicht und die volle Gemeinschaft mit ihnen hergestellt werden kann.

Keine menschlich denkbare Form des Weltraumes bietet sich aber, als die einfachste und natürlichste Formvorstellung, dem menschlichen Geiste so unbefangen dar, wie die **Kugelform!**

Wir erinnern daran, daß schon im klassischen Alterthum — besonders von ARISTOTELES — die Kugelform als die einzig mögliche, natürlichste und gleichsam göttliche Form des Weltalls bezeichnet wird.

KEPLER bringt die Kugelform dem Gottesgedanken noch näher, wenn er sagt:

„Mundi Archetypus Deus ipse est cujus nulla figura similior est (si qua similitudo locum habet) quam sphaerica superficies.“

KEPLER vergleicht sogar die einzelnen Eigenschaften des *Ens Entium* mit den Eigenschaften der Kugel und gelangt zu dem Schlusse:

„Nam uti Deus est *Ens Entium* sic sphaericum etiam easdem rudi quodam modo proprietates habet inter ceteras figuras“ „Credibile igitur est, mundum rotunda superficie finiri.“

Es wäre nicht undenkbar, daß unser ganzes Denken und Vorstellen von der Kugelform des Weltalls so vollständig beherrscht wird, daß verticalstehende Parallellinien (im Gedanken an ihre Verlängerung nach oben) von uns immer als größte Meridiankreise empfunden werden, welche zenithwärts convergiren. In diesem Zusammenhange betrachtet würde das VOLKMANN'sche Gesetz nicht bloß für Zeichnungen auf dem Papier, sondern im allergrößten Maafsstabe auch für die Erscheinungen am Himmel, volle und allgemeinste Gültigkeit erhalten. Die zu niedrige Höhenschätzung am Himmel würde sich ganz von selbst auf die alle Vorstellung beherrschende Kugelform des Weltraumes und damit zugleich auf das VOLKMANN'sche Gesetz zurückführen. Unter der Vorherrschaft dieser Formvorstellung würde das Kleiner-Erscheinen des Mondes am hohen Himmel ebenso natürlich erscheinen, wie das perspec-

tivische Kleiner-Erscheinen entfernt stehender Menschen auf der Oberfläche der Erde.

Wir sehen — wie wiederholt betont wurde — Entfernungen und Gröfsen überhaupt nicht, wir vermögen nur durch Vermittelung anderweitig erworbener Kenntnisse und Geschicklichkeiten eine besondere Art sinnlich-seelischer Vorstellung davon in uns zu erzeugen. Bei Entfernungen, die über alles irdische Maafs hinausreichen, lassen uns aber alle sinnlichen Vermittelungen ganz im Stich. Hier kann nur ein besseres Wissen dem rathlosen Auge zu Hülfe kommen. Wir wissen, dafs Mond und Sterne sehr weit von uns entfernt sind, dadurch unterstützen wir die Bestrebung des Auges, diese Dinge als möglichst weit entfernt sehen zu wollen. — Das wie weit? ist unter diesen Umständen eine Frage, an deren genaue Beantwortung nicht gedacht werden kann. Nur so viel wird anzunehmen sein, dafs die Entfernungsempfindung des Auges sich, trotz aller Bemühung, nicht weit über die weitmöglichst sichtbaren Entfernungen, die es auf Erden giebt, wird hinausbewegen können; also jedenfalls verschwindend wenig weit im Vergleich zu den unermesslichen Entfernungen am Himmelsgewölbe.

Diese Bemerkung darf wohl auch für die in unserem Geiste prädominirende Kugelgestalt des Universums in Anspruch genommen werden. Wir wissen zwar, dafs der Durchmesser des Weltalls unermesslich grofs ist, wir sind aber nicht im Stande, ihn optisch gröfser zu empfinden als die allergröfsten Entfernungen auf der Oberfläche unserer Erde. — Dadurch erklärt sich die VOLKMANN'sche Täuschung um so leichter.

Bei der unendlichen Gröfse des Weltendurchmessers müfste die Täuschung eigentlich ganz von selbst verschwinden, weil der Verlauf der Meridianlinien einer unendlich grofsen Kugel, vom Parallelismus sich nicht mehr unterscheidet. Teleskopisch (das heifst hier soviel wie richtig) betrachtet, verschwindet deshalb auch aller Schein von Convergenz nach oben, sowie auch aller Schein einer Vergröfserung der Durchmesser von Sonne oder Mond, oder von der gegenseitigen Entfernung zweier Fixsterne in der Nähe des Horizontes. Je weniger unendlichgrofs die Kugelform des Weltalls in unserer Vorstellung empfunden wird, um so stärker mufs die Empfindung der meridionalen Convergenz verticalstehender Parallellinien hervor-

treten, um so leichter wird nach oben der täuschende Schein einer Verkleinerung des Durchmessers der zwischen je zwei Meridianlinien eingeschlossenen Dinge entstehen müssen.

Sollte die Zukunft neue, sinnlich erfafsbare Thatsachen enthüllen, welche zu besserer Uebereinstimmung unserer unmittelbaren Sinnesempfindung mit der von VOLKMANN erforschten optischen Täuschung führen, dann mag die Erklärung sich vielleicht noch anders und noch natürlicher gestalten; nach dem heutigen Stande unserer Wissenschaft wird sich nicht leicht ein besser befriedigender Zusammenhang finden lassen.

Recapitulation.

1. Jede concentrisch zur Erdoberfläche gelagerte atmosphärische Schichtung bildet mit einer die Erdoberfläche tangirenden und genügend erweiterten Ebene einen Kugelabschnitt. Je gröfser die Entfernung der Schicht, um so gröfser wird ihr Radius und je gröfser der Radius, umsomehr nähert sich das Verhältnifs der Höhe dieses Kugelabschnittes zu seinem halben Basisdurchmesser, dem Gleichheitsverhältnisse beider. Wird die Entfernung so grofs, dafs die Grösse des Erdhalbmessers dagegen vernachlässigt werden darf, dann besteht Gleichheit beider Halbmesser, also auch vollkommene Halbkugelform.

2. Faktisch bilden nur die Wolken eine sichtbare, concentrisch die Erde umgebende Schicht, welche gewöhnlich als eine mehr oder weniger unregelmäfsig geformte, flache Wölbung erscheint. Kennt man die Höhe der Wolken schicht, dann ist die abgeflachte Form des Wolkenhimmels leicht zu finden.

3. Am wolkenlosen Himmel ist nichts zu sehen, was die Sinnesempfindung einer wirklichen oder einer scheinbaren Formgestalt hervorrufen könnte. — Die am Horizonte meistens etwas blässere blaue Farbe des wolkenlosen Himmels, verglichen mit dem dunkleren Blau in den höheren Regionen, bewirkt nur die Empfindung einer Verschleierung, im Gegensatz zur schleierfreien Durchsichtigkeit in der Himmelshöhe. Die schleierfreie Durchsichtigkeit der Himmelshöhe kann allerdings den falschen Schein einer relativ gröfseren Nähe, die Verschleierung den Schein gröfserer Ferne hervorrufen; genauer betrachtet beruht aber der Schein gröfserer Nähe auf erleichtertem Durchblick in die Ferne. — Der in diesem Falle sprachlich

ganz allgemein recipirte Ausdruck des „Näher-Erscheinen“ ist demnach nicht correct; es wäre richtiger den erleichterten Fernblick, nicht das Näher-Erscheinen, als das charakteristische Merkmal des schleierfreien Durchblickens zu bezeichnen.

4. Das Auge durchsieht den ganzen Weltenraum, wofern die Gegenstände hell genug leuchten um in der Netzhaut eine Empfindung zu erregen; es kann aber für sich allein, Gröfse und Entfernung nicht von einander unterscheiden, es kann nur das gegenseitige Verhältnifs beider — den Gesichtswinkel, unter welchem ihm Gegenstände erscheinen — wahrnehmen.

5. Zur Unterscheidung von Gröfse und Entfernung sind anderweitig heranzuziehende (indirecte) Hilfsmittel erforderlich, nämlich: die bewufste oder unbewufste Mitverwendung der Perspective, der Parallaxe, der Beleuchtungswirkung, und Anderes.

– Wenn das Auge der Verwerthung dieser indirecten Hilfsmittel, absichtlich (experimentell) oder unabsichtlich beraubt wird, dann tritt das ursprüngliche absolute Unvermögen Gröfse und Entfernung zu unterscheiden wieder hervor. In tiefster Dunkelheit ist das Auge völlig unfähig zu unterscheiden, ob ein hell leuchtender Punkt wenige Schritte, oder ob er viele Meilen weit entfernt ist.

6. Um eine Entfernung abschätzen zu können, bedarf man vor allen Dingen eines sichtbaren Punktes, oder eines sichtbaren Gegenstandes, welcher das Ende oder die Grenze der abzuschätzenden Entfernung bezeichnet. Die Anwesenheit eines einzigen Grenz- oder Endpunktes genügt aber noch nicht, wenn nicht etwa die Gröfse dieses Gegenstandes bereits bekannt ist; es müssen zwischen dem Auge und dem Endpunkte der abzuschätzenden Distanz noch andere Gegenstände da sein, die dem Auge die Verwerthung der Regeln der Perspective und der Parallaxe ermöglichen, oder die, durch Verschiedenheit der Beleuchtung, den Unterschied von „näher“ und „ferner“ erkennbar machen. Fehlen derartige Gegenstände ganz und gar, dann ist das Auge wieder auf sich allein angewiesen (isolirt) und kann Gröfse und Entfernung nicht von einander unterscheiden.

7. Eine bis jetzt noch nicht befriedigend erklärte optische Täuschung besteht darin, dafs eine Linie, die durch kleine Striche mehrfach getheilt ist, länger zu sein scheint als eine gleichlange ungetheilte. (Vgl. die umstehende Fig. 4.)

Die angebliche Täuschung, wonach allgemein hin jede Ausdehnung, in welcher Gegenstände zu sehen sind, gröfser erscheinen soll als eine gleichgrofse Ausdehnung, in der nichts zu sehen ist, steht vielleicht mit dieser linearen Täuschung in

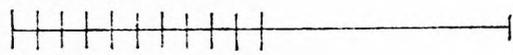


Fig. 4.

einigem Zusammenhange. Der Mond würde hiernach horizontalwärts, wo viele andere Gegenstände zu sehen sind, entfernter, in jeder anderen Richtung dagegen näher erscheinen müssen. — Wir wollen die Richtigkeit dieser Annahme und der daraus gezogenen Schlussfolgerungen nicht unbedingt bestreiten, wir behaupten nur, daß eine beliebige Entfernungsausdehnung, in der nichts — vielleicht nicht einmal ein Grenzpunkt — zu sehen ist, mit einer beliebigen anderen Entfernungsausdehnung, innerhalb welcher allerlei Gegenstände liegen und gesehen werden können, nicht unmittelbar verglichen werden darf.

8. Es wird angenommen, daß ein Gegenstand, dessen Gröfse = 1 gesetzt wird, in einer Entfernung = 5000, dem menschlichen Auge punktförmig entschwinde. Der hieraus zu berechnende Winkel ist ungefähr = $0^{\circ} 0' 40''$; jedenfalls kleiner als 1 Minute. Wird der Winkel noch kleiner, dann fallen, für das menschliche Auge, beide Schenkel in eine sich geradlinig fortsetzende Linie zusammen, die, in der Richtung der Blicklinie nur noch als Punkt, nicht als Linie, also auch nicht als Entfernung, gesehen werden kann.

ROBERT SMITH berechnet daraus die Entfernung, in welcher ein Gegenstand von der Gröfse eines Menschen dem Auge verschwindend klein zu werden beginnt = ca. 5 englische Meilen (= ungefähr einer deutschen Meile), und behauptet, daß alles, was weiter entfernt liegt, immer nur 5 englische Meilen weit, und nicht noch weiter entfernt zu liegen scheint. — Berücksichtigt man aber die Rundung der Erde und die Verschiedenheit von Meeres- und Bergeshöhe, dann findet sich, daß, eben wegen der Rundung der Erde, aus einer Höhe von etwa 10 bis 12 Fuß, in mehr als $\frac{3}{4}$ deutschen Meilen, überhaupt nichts Irdisches gesehen werden kann (TREIBER). Dagegen kann auf hohen Bergen (5000 oder 12000 Fuß hoch) die von dort aus kreisförmig um uns herum sichtbare Erdgrenze 20 oder 30 Meilen betragen, und

doch, in ihren einzelnen Theilentfernungen, noch unterscheidbar sein.

Eine bestimmte Grenze, an der die Unterscheidungsfähigkeit des Näher- oder Ferner-Gelegenen (in dem Sinne von ROBERT SMITH und MAIRAN) plötzlich aufhört, giebt es nicht. Je größer die Entfernung, um so schwieriger wird es allerdings sein, noch größere Entfernungen als solche zu unterscheiden; aber nicht ausschließlich von der Größe der Entfernung, sondern mehr noch von den in dem Zwischenraum liegenden Gegenständen und insbesondere von ihrer Fähigkeit dem seiner Natur nach hierzu unfähigen Auge hilfreiche Dienste leisten zu können, hängt es ab, ob Entfernungsunterschiede in sehr großer Entfernung als solche noch erkannt, oder ob sie nicht mehr erkannt werden können. — Der Mond wird durch die Parallaxe der vor ihm vorüberziehenden Wolken noch deutlich als weiter entfernt erkannt, aber freilich erscheint dabei der sehr viel größere Zwischenraum zwischen Mond und Wolken fast verschwindend klein gegen den Zwischenraum zwischen den Wolken und dem Beobachter. Aus demselben Grunde erscheint der kugelförmige Mond wie eine flache Scheibe, weil sein direct gesehener halber Durchmesser in so großer Entfernung verschwindend klein wird.

9. Die Zurückwerfung des Lichtes von der Luft, d. h. von den in der Luft enthaltenen Körpertheilchen, bewirkt nach Sonnenuntergang bekanntlich die Dämmerung. Wenn R. SMITH die scheinbare Abflachung des Himmels auf dieselbe Ursache zurückzuführen geneigt ist, und damit die scheinbare Abflachung und die Dämmerung wie nahe verwandte, wenn nicht ganz gleichartige Erscheinungen betrachtet, so lassen sich dagegen mancherlei Bedenken erheben.

Die Sonne durchscheint die Luft und die in ihr enthaltenen Körpertheilchen bei Tage so vollständig, daß — bei unbewölktem Himmel — nichts, oder nur sehr wenig davon zu bemerken ist. Erst nach Sonnenuntergang werden die reflectirenden Körpertheilchen in ihrer Gesamtheit sichtbar, weil das Licht der untergegangenen Sonne die, in höher liegender Luft befindlichen Theilchen noch erreicht, und also von dort zurückgeworfen werden kann. Diese sind nunmehr selbst gleichsam die Leuchtkörper des Dämmerungslichtes. Wollte man (mit R. SMITH) einen ähnlichen Vorgang für das Blau des Himmels annehmen,

dann fällt sogleich in die Augen, daß die Blaufarbe nicht in die Zeit nach Sonnenuntergang oder vor Sonnenaufgang, sondern gerade in die Zeit des hellen Sonnenscheins hineinfällt, wo jeder Sonnenreflex sich vorwiegend der Sonne selbst (nicht der Erde) zuwenden muß. — Ob die körperlichen Bestandtheile der Luft, welche die Dämmerung vermitteln, dieselben sind wie diejenigen, welche bei hellem lichtem Tage die blaue Farbe der Luft bewirken, muß z. Zt. wohl noch dahingestellt bleiben; wahrscheinlich ist aber, daß die blaue Farbe des Himmels durch das Reflexlicht des von der Erde zurückgeworfenen Sonnenlichtes bedingt wird, und daß die Reflexion nicht an denselben, sondern an anderen (einstweilen noch unbekanntem) körperlichen Luftbestandtheilen entsteht, die vielleicht weit über unsere Erdatmosphäre hinausreichen; denn die Blaufarbe ist am intensivsten auf den höchsten Bergen, also gerade da, wo die Luft am reinsten und am freiesten von fremden Bestandtheilen, und wo sie der Grenze der Erdatmosphäre am nächsten ist.

Wir sehen zwar den geometrischen Ort nicht, an dem die dämmerungsspendenden Lufttheile sich befinden, wir können aber an der Dauer der Dämmerung und an dem Zeitpunkt des Ueberganges von der Dämmerung in die völlige Dunkelheit der Nacht, den Ort berechnen, wo alle Reflexion aufhört, wo also keine das Sonnenlicht reflectirende Theilchen mehr vorkommen. Zur Berechnung des unsichtbaren geometrischen Entstehungsortes der Blaufarbe des Himmels fehlt uns jedwede dazu nöthige Voraussetzung.

10. Einige Bemerkungen, die, ohne den Zusammenhang zu stören, an anderer Stelle nicht gut hätten angebracht werden können, mögen hier noch in aller Kürze einen Platz finden.

Wenn ich den Vollmond eine Zeitlang binoculär betrachte und dann plötzlich das eine Auge mit der Hand bedecke, dann erscheint mir der Mond momentan kleiner. Die allgemeine Richtigkeit dieser Beobachtung glaube ich dem bestätigenden Urtheil anderer Personen entnehmen zu dürfen; auch finde ich in einer neuesten Arbeit von C. HESS, daß ihm ein heller Stern bei monoculärem Fixiren „eine Spur kleiner“ erscheint als bei binoculärer Fixation.¹ — ZOTH, der seine Beobachtungen meistens

¹ C. HESS. Ueber den Zusammenhang zwischen Accommodation und Convergenz. Vortrag, gehalten auf dem internationalen Ophthalmologen-Congress in Utrecht, 16. August 1899.

monoculär ausgeführt hat, berichtet dagegen, daß da, wo die binoculäre Beobachtung anstellbar war, keine wesentlichen Abweichungen sich ergeben haben.

Mit Beziehung auf das VOLKMANN'sche Täuschungsgesetz ist noch zu bemerken, daß, bei Betrachtung einer verticalen Linie oder eines anderen verticalen Gegenstandes, einer Telegraphenstange, eines Fabrikschornsteins, eines Kirchthurms oder ähnlicher Dinge, und bei raschem, mit den Händen bewirktem, abwechselnden Verschluss, bald des einen, bald des anderen Auges, das obere Ende des betrachteten Gegenstandes sich (in umgekehrtem Sinne) pendelartig scheinbar hin und her bewegt, und zwar oben nach links, wenn das linke, und oben nach rechts, wenn das rechte Auge geschlossen wird. Diese Bewegung vollzieht sich in regelmässig gleicher Weise, möge der abwechselnde Augenverschluss langsam oder schnell ausgeführt werden. Von einer dabei stattfindenden Bewegung des Auges ist subjectiv nichts wahrzunehmen, ebenso wenig ist von einer objectiv etwa sichtbaren Uebergangsbewegung der verticalen in die Schräglage, oder von einem etwaigen zufällig dabei stattfindenden „Zuviel“, oder „Zuwenig“ das Geringste bemerkbar. Die naheliegende Erklärung durch entsprechende Augenbewegungen wird hierdurch ausgeschlossen. — In jedem anderen Falle muß das Bild seinen Platz in der Netzhaut zwar unverändert beibehalten, muß aber, bei Projection nach außen, an anderer Stelle und in anderer Lage erscheinen, wenn die verticale Linie mit dem rechten, oder wenn sie mit dem linken Auge allein, und muß in noch anderer Lage und Stellung erscheinen, wenn sie mit beiden Augen zugleich (haploskopisch) betrachtet wird. Der sogenannte verticale Meridian jedes Auges würde demzufolge nicht vertical stehen im objectiven Sinne des Wortes; es würden vielmehr die verticalen Meridiane beider Augen nach oben ein wenig convergent zu einander stehen müssen, um binoculär die Erscheinung eines richtig vertical stehenden haploskopischen Bildes hervorzubringen.

Ausführlicher wollen wir auf dieses leicht controlirbare kleine Phänomen nicht eingehen; wir bemerken dazu nur noch, daß VOLKMANN sowohl wie HELMHOLTZ die monoculäre Schrägstellung verticaler Bilder schon längst bemerkt haben, und daß MEISSNER das Verhalten der Schrägstellung der Doppelbilder einer verticalen Linie erschöpfend bearbeitet hat. VOLKMANN hat bekanntlich

durch einen sinnreichen Versuch überzeugend bewiesen, „daß die Trennungslinien und die correspondenten Meridiane nicht zusammenfallen“. Er fixirte einen feinen, vor einem weissen Hintergrunde lothrecht aufgehängten schwarz-seidenen Faden mit beiden Augen, verdeckte dabei aber dem einen Auge die untere Hälfte des Fadens. Der binoculär fixirte Faden erscheint nun nicht mehr gerade, sondern gebogen oder gebrochen, und zwar in der dem halbabgeblendeten Auge entgegengesetzten Richtung.

Ob dieses eigenthümliche Verhalten, wobei anscheinend ein unwillkürlich-antagonistisches Bestreben besteht, eine verticale Linie, oben (oder auch unten), in entgegengesetzter Richtung gewissermaassen auseinander zu ziehen, mit dazu beiträgt, wirklich parallele Verticallinien als nach oben divergirend erscheinen zu lassen, dürfte schwer zu entscheiden, aber noch schwerer ganz zu verneinen sein.

Wir müssen im Zusammenhange hiermit noch an eine Reihe wohlbekannter Täuschungsfiguren mit schräggestellten Seitenwänden erinnern, von denen wir beispielshalber nur eine¹ hier reproduciren. Die schrägen Seitenlinien der Figur üben — den

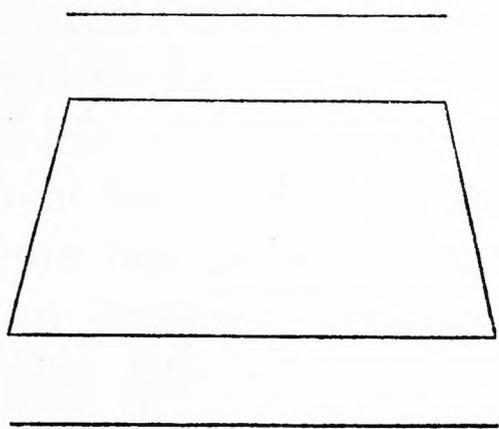


Fig. 5.

Meridianlinien vergleichbar — eine Art Fernwirkung auf die in einiger Entfernung darüber oder darunter angebrachten Linien aus, wodurch diese, der Convergenz gegenüber gröfser, der Divergenz gegenüber kleiner zu sein scheinen als jene. In Folge einer in der Vorstellung unbewusst sich vollziehenden Verlängerung der schrägen Seitenlinien, scheint es so, als ob die der Convergenzrichtung gegenüber liegende Linie kleiner, die der

Divergenzrichtung gegenüber liegende gröfser sein müfste, wenn sie ebenso lang sein soll wie die ihr zunächst liegende (in Wirklichkeit gleich lange) horizontale Seite des Trapezes.

Wenn wir das Resultat dieser Täuschungsfiguren auf den Mond beziehen und von einem mittleren, unveränderlich gleich grofs bleibenden Gedächtnisbilde der Mondgröfse ausgehen, dann wäre dieses, in der Vorstellung gleich grofs bleibende

¹ Vgl. diese Zeitschrift 20, 107 (Fig. 14).

Bild, in größerer Höhe offenbar zu groß, um gleich groß erscheinen zu können; es muß demnach kleiner — und tiefer unten größer erscheinen. Je geringer die Convergenz der Seitenlinien, um so geringer wird der scheinbare Größenunterschied.¹ — Bei völligem Parallelismus verschwindet natürlicherweise jeder Größenunterschied. Ebenso verschwindet auch jeder Größenunterschied bei teleskopischer Beobachtung, wobei die unermessliche Größe des Welthalbmessers zu richtiger Geltung gelangt und alle Meridiane parallel zu einander verlaufen. Bei verschiedenem Höhenstande erscheint deshalb der Mond, teleskopisch betrachtet, in unveränderter Größe. Das unbewaffnete Auge kann sich dagegen von der Vorstellung eines endlichen — und zwar eines verhältnißmäßig sehr kleinen endlichen Welthalbmessers nicht befreien. Daraus entsteht in verschiedener Höhenlage die scheinbare Größenverschiedenheit des Mondes. Wir mögen uns die Entfernung der Blaufarbe des Himmels so groß oder so klein denken wie es unsere Vorstellungskraft nur irgend zuläßt — immer schließt sich über uns das blaue Himmelszelt in scheinbar endlicher Entfernung, und zwar so, daß alle, von je zwei in der Peripherie des Horizontes gelegenen Punkten in senkrechter Richtung nach oben gezogen gedachten Linien convergiren, und schließlich den allseitigen Abschluß des Himmels im Zenith bilden, anstatt — wie es der Wahrheit nach sein müßte — in paralleler Richtung ins Unendliche fortzulaufen. Daß dieser Abschluß anders als kugelförmig gestaltet, und daß der Mittelpunkt der Kugelgestalt

¹ Diese Annahme ist, genau genommen, nicht ganz richtig. VOLKMANN hat gefunden, daß Parallellinien nicht bloß in verticaler, sondern auch in jeder beliebigen Schräglage, nach oben scheinbar divergiren. Der Grad der scheinbaren Divergenz nimmt jedoch ab, ohne ganz zu verschwinden, je mehr sich die Parallellinien der Horizontalrichtung nähern — und zwar nach einem experimentell ermittelten, ziemlich regelmäßigen arithmetischen Verhältniß von $0,5^\circ$ auf je 15° Winkelstellungsdifferenz (vgl. *diese Zeitschrift* 20, 90). Dementsprechend wird die Stellung der schrägen Seiten des Trapezes auch nur in demselben Verhältniß (1:30) auf die Täuschung über die Größendifferenz Einfluß ausüben können.

In diesem modificirten Sinne ist auch das Nachfolgende zu verstehen. Praktisch wird demnach, bei verschiedener Schrägstellung der Seiten des Trapezes, eine Verschiedenheit der Größe der Täuschung schwerlich nachweisbar sein; sie kann sogar, unter günstigen Umständen, auch bei Parallelstellung der Seitenwände des Trapezes noch fortbestehen.

anderswo als im Auge des Beobachters (tiefer unter demselben) gelegen sei, ist — bei richtigem Verständniß unserer Sinnesempfindung — anzunehmen nicht gut möglich.

Nachtrag.

M. JOHANNES FRIDERICUS TREIBER,
Osthusâ-Cranichfeldensis.

De figura et colore coeli apparente. Exercitatio
optico-astronomica. Jenae 1668.

Die Wissenschaft ist international; sie fragt nicht viel nach Nationalität, sie fragt — der besseren Ordnung wegen — nur nach dem Namen oder nach der Person des Erforschers, einer neuen wissenschaftlichen Wahrheit.

In anderem Sinne genommen ist es für die Sprach- und Stammesverwandten eine ganz natürliche Gemüthsfreude, einen ernstesten Forscher und Förderer der Wissenschaft als Landsmann bezeichnen und begrüßen zu dürfen.

ROBERT SMITH sagt in seinem oft citirten Werke: seines Wissens habe vor ihm noch Niemand versucht, die Form des Himmelsgewölbes zahlenmäsig zu bestimmen. Es ist mehr als wahrscheinlich, daß ihm die, in unansehnlichster Form i. J. 1668 erschienene Promotionsschrift von J. FR. TREIBER nie vor Augen gekommen sein wird; dennoch hat J. FR. TREIBER — 70 Jahre früher als ROBERT SMITH — die von Alters her bekannte „forma leniter depressa“ des Himmelsgewölbes rechnungs- und zahlenmäsig zu bestimmen versucht; zum Theil sogar unter richtigeren Voraussetzungen als ROBERT SMITH.

JOHANN FRIEDRICH TREIBER aus Kranichfeld in Thüringen beginnt seine exercitatio optico-astronomica mit der sehr richtigen Vorbemerkung, daß jede gründliche Untersuchung mit Worterklärung anfangen müsse, weil dem richtigen Verständniß der Worte sehr oft schon das richtige Verständniß der Sache ganz von selbst nachfolgt.

Seine Arbeit zerfällt in einen principiellen und in einen theoretischen Theil.

Im principiellen Theil wird die Bedeutung der Worte: Himmel, Luft, Aether, nach den Definitionen der klassischen Schriftsteller des Alterthums, in der griechischen, lateinischen und hebräischen Sprache eingehend geprüft und erörtert. — Der

theoretische Theil behandelt die specielle Frage nach der Form und Farbe des Himmels.

Im ersten Theil bemüht sich der Verfasser die Ansichten des Alterthums mit den Ansichten eines KEPLER, GALILAEI und TYCHO DE BRAHE in Verbindung, und — soweit thunlich — in Uebereinstimmung zu bringen. TYCHO DE BRAHE war — wie TREIBER aus dessen Episteln entnimmt — anfänglich noch Anhänger der aristotelischen Ansicht von der Festigkeit und Undurchdringlichkeit der himmlischen Sphären; er sei dann aber, besonders durch Beobachtung des anscheinend völlig regellosen Laufes der Cometen, von dieser Ansicht zurückgekommen, und habe — ebenso wie auch KEPLER — die Materialität des Aethers bezweifelt und habe in ernste Erwägung gezogen, ob nicht die Astronomie — im Widerspruch mit der Physik — den Aether als einen völlig leeren Raum betrachten dürfe.

TREIBER findet keine Veranlassung, sich für die eine oder die andere der beiden Hypothesen zu entscheiden; er begnügt sich mit dem Gesamtergebnisse, wonach der Himmel — so weit sich darüber etwas feststellen läßt — jedenfalls eine Substanz von äußerster Feinheit sein muß, die dem Durchgange der Lichtstrahlen nicht den geringsten Widerstand entgegenstellt, und also auch keine Lichtbrechung veranlaßt. Der Himmel kann bei solcher Beschaffenheit nicht gesehen werden. (*Coelum videri non potest. Diaphana per se visibilia non sunt.*) Dasjenige, was jenseits unserer Erdatmosphäre liegt und sich dem nach oben blickenden Auge des Erdbewohners darstellt, erscheint uns wie eine Ausdehnung (*sub forma expansi*), von welcher Sonne, Mond und Sterne herableuchten. Diese „Ausdehnung“ wird „Himmel“ genannt. Den Eindruck (*imago*), den diese Ausdehnung auf unser Auge macht, nennen wir: die „Form des Himmels“.

Der zweite Theil zerfällt in zwei Abtheilungen. Die erste Abtheilung dieses zweiten Theiles behandelt die Form; die zweite Abtheilung (auf deren Inhalt wir nicht näher eingehen wollen) die Farbe des Himmelsgewölbes. Erstere zerfällt wieder in drei Theoreme.

Beim ersten Theorem (*Coelum Terricolis apparet sub figura concava*) hält es TREIBER noch für nöthig zu beweisen, daß der Himmel den Erdbewohnern *concav* erscheinen muß. Er sagt: zwischen dem unsichtbaren Himmel und unserem Auge

liege die zwar dünne und durchsichtige, aber durch den Widerschein des Sonnenlichtes in größerer Entfernung an ihrer Begrenzung zwischen unserem Auge und den Sternen doch noch sichtbaren Luft.¹ Unser Auge könne — sich selbst überlassen — nicht unterscheiden zwischen „nahe“ und „fern“, wenn nicht in dem Zwischenraume noch andere deutlich erkennbare Dinge zu sehen sind; das Auge halte deshalb die näher gelegene Luft für den Himmel selbst. Die Luft aber, welche terrestrische Ausdünstungen enthält, kehrt ihre Innenfläche der Erde zu; sie muß also den Erdbewohnern *concau* erscheinen.² Dabei wird weiterhin noch erwähnt, daß die Luft in der Aequatorialgegend sich nach oben gleichsam zuspitzt (*acuminetur*) und von den kälteren Polarseiten zusammengedrückt wird, wodurch eine dem Oval sich annähernde Form entstehen muß (§ 21).

In einem gelehrten Anhange (Scholion) zu diesem Theorem bespricht der Verfasser die Ansichten mehrerer hervorragender Autoritäten, welche sämmtlich für die runde Form des Himmels, und gegen die Möglichkeit jeder denkbar anderen Form sich erklären.

Das zweite Theorem (*Coelum concavum Horizonti sensibili superimpositum, eidemque conterminum videtur*) behandelt mit kurzen Worten ein für die vorliegende Frage sehr wichtiges Sachverhältniß. Weil nämlich unser Auge das Nahe und das Ferne nicht von einander unterscheiden kann, wenn in dem Zwischenraum nicht deutlich erkennbare Dinge liegen, und weil ferner zwischen der sichtbaren Grenze der Erdoberfläche im

¹ Diaphana per se visibilia non sunt; etiam atmosphaera per se visibilis non est; sed sicut minutissimarum particularum per se visum subterfugientium congeries è longinquo terminat visum, ita atmosphaera terrestris vel Aër non in propinquo, sed eminus secundum externam, quâ terminatur, superficiem, est visibilis ut patet exemplo aquae purae, quae in vitro non secundum spissitudinem suam, sed secundum externam vitro conterminam superficiem est visibilis.

² ex superficie verò terraquea sursum respiciens Terricola, cujus visus sibi relictus non distinguit inter propius et remotius, nullis continuè interpositis corporibus distinctè visibilibus (§ 17), aërem sub forma expansi, ex quo Sol et stellae videntur lucere, ipsum esse coelum putet, ejusque imaginem pro ipsius coeli formam apprehendat; & verò aër in rotundam, concavitatem suam Terricolis obvertendo, se componat figuram, idcirco coelum Terricolis apparet sub figura concava. Q. E. D.

Grund erfinden (imaginari) kann, der diesen Zwischenraum als eine Entfernung kennzeichnet, so erscheint der Horizont unmittelbar angrenzend an die Entfernung, in der die Himmelsgrenze gesehen wird.

Das dritte Theorem (Coelum instar fornicis leniter depressi Terricolis apparet) behandelt die Hauptfrage. TREIBER nimmt schon an — was ROBERT SMITH (70 Jahre später) „nicht bestreiten will“ — dafs, durch den Reflex des Sonnenlichtes in der Luft, die Grenze der Luft, die wir für die concave Form des Himmels halten, sichtbar (visibilis) wird. Wir haben dann an dieser Grenze eine die Erdoberfläche concentrisch umgebende Schicht — ähnlich einer Wolkenschicht — deren „forma leniter depressa“ sich — mathematisch sehr leicht berechnen läfst. (Siehe Fig. 2, S. 227.)

Die Frage ist nur, ob diese Himmelsgrenze wirklich sichtbar ist, oder ob sie nur in der Imagination ihr vermeintliches Dasein hat.

Doch, auf diese Frage wollen wir nicht nochmals zurückkommen.

Die Höhe der Himmelsgrenze über der Erdoberfläche ist — nach TREIBER's Angabe — aus dem Anfange und dem Ende der Dämmerung, im Vergleiche mit der Tiefe des Sonnenstandes unter dem Horizont, genau zu berechnen, und ist — in damaliger Zeit — nicht höher als 4 deutsche Meilen hoch gefunden worden.¹

Die Länge des Erdhalbmessers setzt TREIBER = 860 deutsche Meilen; die Länge des Halbmessers der kugelförmigen Umgrenzung der Erdatmosphäre beträgt nach ihm mithin 864 deutsche Meilen. Daraus ist die dritte Seite DF des rechtwinkligen Dreieckes AFD (siehe die Figur) leicht zu berechnen. TREIBER berechnet hieraus den Halbmesser DF einer die Erdoberfläche tangirenden Horizontalebene, in deren Mitte der Beobachter steht: = 82 deutsche Meilen.

Von dem Grenzpunkt der Erdatmosphäre (B) aus betrachtet, würden die an die Erdoberfläche gezogenen, und weiterhin bis an die Grenze der Erdatmosphäre verlängerten Tangenten (BM und BN) jederseits gerade ebenso groß sein, wie der vom Stand-

¹ Nach den „astronomischen Vermuthungen“ der heutigen Zeit erreicht die atmosphärische Hülle der Erde eine Höhe von mindestens 169 km, also mehr als 20 geographische Meilen. — SIM. NEWCOMB, Populäre Astronomie, S. 428. Leipzig 1881.

punkte des Beobachters (F) betrachtete Durchmesser (DE) einer die Erdoberfläche (in F) tangirenden Horizontalebene. Von dort (vom Punkte B) aus gesehen, würden die scheinbaren Grenzen des Himmels in M und in N , mithin nach allen Richtungen hin doppelt so weit entfernt liegen wie vom Punkte F aus gesehen. Wenn die ganze Erde wie eine Kugel von 860 Meilen Halbmesser und vollkommen glatter Oberfläche (ohne Berge und Thäler) betrachtet wird — dann kann man auf ihr und von ihr in 82 Meilen Entfernung nichts mehr sehen. Die Grenze des Sehens liegt vielmehr da, wo die Gesichtslinie die runde Erdoberfläche tangirt, weil Alles, was weiterhin unterhalb der Tangentialrichtung liegt, wegen der Kugelgestalt nicht mehr sichtbar ist.

Streng geometrisch genommen, kann eine tangentielle Horizontalebene die Erdoberfläche nur in einem Punkte berühren; betrachtet man aber das Himmelsgewölbe von einem Punkte aus, der „zwei Schritte hoch“ über jenem Punkte liegt (oculi saltim ad duos passus Geometricos elevati), dann berechnet TREIBER den Centrumswinkel der Erde, welcher den Augenpunkt des Beobachters und den Berührungspunkt einer von dort aus an die Oberfläche der Erde gezogenen Tangente einschließt = $0^{\circ} 3'$, und berechnet danach die Länge des zugehörigen Bogens = 3000 Schritte. Die Höhe von „zwei Schritten“ wird als eine Größe bezeichnet, über welche nur Menschen von monströser Statur hinausreichen (quantam altitudinem nulla hominis non monstrosi statura excedit).

Hiermit ist das Princip ausgesprochen, nach welchem die irdisch sichtbare Horizontferne je nach der Höhe des Augenpunktes bestimmt werden muß.

Aus einer Höhe von zwei Schritten über der Erdoberfläche — die deutsche Meile zu 4000 Schritte gerechnet — ergiebt sich also eine Bogenlänge von etwa $\frac{3}{4}$ deutsche Meilen.¹

Bei Bestimmung der scheinbaren Höhe des Himmelsgewölbes scheint uns TREIBER weniger glücklich gewesen zu sein. Er führt noch eine neue optische Täuschung in die Rechnung ein, auf deren Prüfung wir nicht näher eingehen können. Er nimmt

¹ Wenn die deutsche Meile = 4000 Schritte gerechnet wird, dann muß ein geometrischer Schritt = 5 oder 6 Fufs gerechnet worden sein, denn

eine geogr. Meile ist = 23000 Rhein. Fufs,

= 22800 Paris. Fufs.

nämlich an, daß weit entfernte Gegenstände höher zu sein scheinen als der Standpunkt des Beobachters, daß also die Horizontalebene nicht plan, sondern *conca v* zu sein scheint¹, und citirt zur Unterstützung dieser Ansicht mehrere Autoren der älteren Zeit.

Ohne Berücksichtigung dieser neuen Täuschungsursache würde das Verhältniß der Höhe zum Basishalbmesser eines die Oberfläche der Erde tangirenden Kugelabschnittes von 4 Meilen Höhe (oder von 864 Meilen Halbmesser) sein:

$$FB : DF = 4 : 82 = 1 : 20,5.$$

Unter Mitberücksichtigung einer scheinbaren Concavität der Horizontalebene, deren Vertiefung der scheinbaren Himmels-
höhe über derselben gleichgesetzt wird, berechnet TREIBER:

$$8 \text{ zu } 82 \text{ (oder } 1 \text{ zu } 10,25).$$

TREIBER rechnet nun folgenderweise:

Die durch Luftreflexion angeblich sichtbare Grenze des Himmels beträgt in verticaler Richtung — wie nach dem damaligen Stande der astronomischen Wissenschaft angenommen wird — 4 Meilen; in horizontaler Richtung — wie berechnet worden — 82 Meilen. Die aus einer Höhe von zwei Schritten noch sichtbare Erdgrenze des Horizontes berechnet sich auf ungefähr 3000 Schritte. Daraus ergibt sich die Proportion:

$$82 : 4 = 3000 : x.$$

Man findet $x = 146$. — Unter Mitberücksichtigung der scheinbaren Concavität soll dieses x aber doppelt genommen, mithin gleich 292, oder rund gleich 300 gesetzt werden. — Daraus ergibt sich das Verhältniß der Höhe des Himmels-
gewölbes zum halben Durchmesser der sichtbaren Erdgrenze wie:

$$1 : 10.$$

Unser Referat über die TREIBER'sche Arbeit ist etwas ausführlicher geworden als ursprünglich beabsichtigt war. Das ist geschehen, weil diese, äußerlich sehr unansehnliche kleine Schrift nicht die Anerkennung gefunden hat, die sie unserer Ansicht

¹ „Quoniam vero Planorum oculo subjectorum, quae sensibilibus remotiora sunt, sublimiora apparent, igitur & visus Terrae superficiem leviter cavam esse putat, extremitatibus notabiliter assurgentibus (§ 20).

nach auch heute noch, neben ROBERT SMITH und MAIRAN, zu finden verdient.

Im Grunde genommen beweist die TREIBER'sche Arbeit aber nicht mehr und nichts Anderes, als daß eine zur Erdoberfläche concentrische Schicht mit einer die Oberfläche der Erde tangirenden Ebene einen Kugelabschnitt bildet, dessen Radius größer ist als der Radius der Erde. Problematisch bleibt nur die Annahme einer durch Luftreflexion sichtbaren Grenze unserer Erdatmosphäre, ebenso wie bei der KÄSTNER'schen Rechnung die Fehlschätzung der Himmelshöhe eine höchst problematische Rechnungsgrundlage bilden.

Im Uebrigen ist TREIBER principiell im Recht, wenn er — im Gegensatz zu der R. SMITH-MAIRAN'schen Hypothese — behauptet, daß man auf Erden nur so weit und nicht weiter sehen kann als bis zum Berührungspunkt einer vom Augenpunkt an die Erdoberfläche gezogenen Tangente; und ferner ist er im Recht, wenn er behauptet, daß man Nichts (d. h. keine Entfernung) sieht, wenn in der Sehrichtung nicht deutlich erkennbare Dinge liegen, weil dann — wie wir in diesem Falle erläuternd hinzufügen würden — alle perspectivischen, parallaktischen und sonstigen Erkennungshilfsmittel, die dem Auge das Unterscheiden von Entfernungen möglich machen, vollständig fehlen. Das ist aber nicht ganz gleichbedeutend mit der Behauptung von MALEBRANCHE, MAIRAN und R. SMITH, wonach unter solcher Bedingung allgemein hin jede Entfernung **kleiner** erscheinen soll.

Endlich ist nicht zu übersehen, daß der Mittelpunkt jeder mit der Erdoberfläche concentrischen Schicht mit dem Erdmittelpunkte zusammenfällt. Wir müßten also eigentlich jede concentrische Wolken- oder Himmelsschicht so sehen als ob sie parallel zur Erdoberfläche verlief. Von dieser factisch richtigen Annahme geht TREIBER aus. Wir können aber nicht einmal sehen daß die Erde rund ist; sie erscheint uns überall wo wir stehen und gehen, wie eine mehr oder weniger ebene Fläche, welche die parallel zu ihr verlaufende Wolkenschicht, trotz alles Parallelismus, doch irgendwo scheinbar durchschneidet. Diese scheinbare Durchschnittslinie liegt in einer für unser Auge schon unermesslich weiten Entfernung; sie würde aber in noch weit größerer Entfernung liegen, wenn wir die relativ geringe Höhe einer Wolkenschicht bis zur wahren un-

sichtbaren Himmelshöhe hinaufheben, oder wenn wir sie dorthin versetzen könnten.

In jedem Falle müssen wir das Unermeßliche außerordentlich stark verkleinern, um es unserer Vorstellung überhaupt nur erst näher zu bringen und annehmbar zu machen. — Um wie viel? — Das entzieht sich jeder ernstlichen Berechnung, weil diese Vorstellung nicht durch die Sinnesempfindung allein, sondern größtentheils bedingt wird durch die unberechenbare Mitwirkung anderweitig erworbenen Wissens.

Der Haupttäuschungsgrund über die scheinbaren Größenvverhältnisse am Himmelszelt liegt offenbar darin, daß jene eine Grenzlinie, an der Himmel und Erde sich zu berühren scheinen, eigentlich und in Wahrheit nicht eine, sondern zwei, im buchstäblichen Wortsinne **himmelweit** von einander entfernte Grenzlinien sind — die scheinbar in eine einzige Linie zusammenfallen.

Diese Täuschung trägt aber nicht dazu bei, den wolkenlosen Himmel als flachgedrückt erscheinen zu lassen!

(Eingegangen am 23. Juli 1900.)
