

Über den Einfluß der Blickrichtung auf die Gestalt des Himmelsgewölbes.

Von

ALOYS MÜLLER.

I.

Mit dem Problem der Gestalt des Himmelsgewölbes geht es ähnlich, wie mit manchen anderen Problemen der exakten und spekulativen Wissenschaften: sie scheinen eine befriedigende Lösung gefunden zu haben, die sich dem Zusammenhang der betreffenden Disziplin harmonisch einordnet; aber nachträglich, nach größerer oder kleinerer Zeit zufriedener Ruhe, stellen sich allerhand Bedenken ein, oft gerade in bezug auf die fundamentalsten Methoden jener Lösung.

Das Problem der Gestalt des Himmelsgewölbes schien durch REIMANN, ZOTH, FILEHNE u. a. glücklich und zufriedenstellend gelöst. Der Winkelwert von 22° für den halben Bogen Zenit-Horizont stand fest und das ganze damit zusammenhängende Täuschungssystem am Himmel, wie es etwa PERNTER in seiner „Meteorologischen Optik“ (Wien 1902, I. Abschn.) darlegte, schien widerspruchslos aufgebaut, wenn man auch noch einige Lücken füllen mußte und über den tiefsten physiologischen oder psychologischen Grund noch nicht ganz einig war. Neuerdings aber wenden sich immer mehr Stimmen gerade gegen die grundlegenden Untersuchungen REIMANN'S. Tatsächlich bieten die REIMANN'Schen Resultate und Methoden für Angriffe manche schwache Seiten. Was mir an ihnen hauptsächlich verfehlt erscheint, fasse ich in folgende drei Punkte zusammen, auf die teilweise zwar schon von anderen hingewiesen wurde, die aber wie mir, so auch jedem, der schon mit physiologischen Täuschungen gearbeitet hat und von einschlägigen Wissenschaften einige Vorstellungen besitzt, sofort auffallen müssen.

1. REIMANN hat sich über die tatsächlichen Zustände bei bedecktem Himmel und die daraus für seine Resultate sich ergebenden Folgen keine Klarheit verschafft.

Bei bewölktem Himmel ist die Erscheinung einer Kalotte keine Täuschung, sondern Wirklichkeit, wenn die Bedeckung nur den Eindruck eines zusammenhängenden Ganzen macht, wobei aber ein auch nur optischer Zusammenhang in der Bewölkung nicht zu bestehen braucht. REIMANN'S Werte für $\sphericalangle \alpha$ gehen zwar bei wolkiger Atmosphäre herab und erreichen das Minimum bei völliger Bedeckung. Das alles wufste man auch bisher. Es läßt sich aber weiterhin zeigen, daß seine Werte für bedeckten Himmel falsch sind. In Fig. 1 sei DCB ein Stück

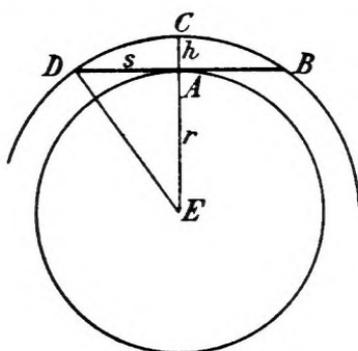


Fig. 1.

des Wolkenhimmels über dem Punkte A der Erde. Bezeichnen wir die Höhe der Wolken mit h , die Strecke AD mit s , den Erdradius mit r , so ergibt sich für das Verhältnis $\frac{h}{s}$ in einfacher Weise die folgende Gleichung:

$$\frac{h}{s} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2r}{h}}}$$

oder in einfacherer, aber etwas ungenauer und für die praktische Rechnung auch unbequemer Form

$$\frac{h}{s} = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{2r}}$$

Berechnet man nun dieses Verhältnis für einige Höhen, stellt man es zugleich nach REIMANN'S Beobachtungen mit Hilfe

der KÄSTNERSCHEN Gleichung dar, dann ergibt sich folgende Tabelle für die genäherten Werte.

Tabelle I.

$\frac{h}{s}$ berechnet	$\frac{h}{s}$ nach REIMANN'S Beobachtungen
für Stratus, mittlere Höhe 1000 m = $\frac{1}{113}$	bei wolkeigem Wetter ($\alpha = 20^\circ$) = $\frac{1}{4}$
für Cirrus, mittlere Höhe 9000 m = $\frac{1}{38}$	
für die prakt. Grenze der Atmosphäre, 64 km Höhe = $\frac{1}{14}$	bei völlig heiterem Wetter ($\alpha = 23^\circ$) = $\frac{1}{2.4}$
für die höchste Grenze der Atmosphäre, 300 km Höhe = $\frac{1}{6.6}$	

Da in die Richtigkeit des Weges, auf dem die Resultate der linken Seite erhalten wurden, kein Zweifel gesetzt werden kann, so sind, man mag an den berechneten $\frac{h}{s}$ noch so viele Korrekturen im positiven Sinn anbringen, REIMANN'S Werte für $\frac{h}{s}$ bei bedecktem Himmel zu groß. Sie sind schon zu groß, wenn ich, wie ich es bloß zum Vergleich getan habe, die größten Atmosphärenhöhen zur Rechnung benutze, geschweige denn, worauf es hier allein ankommt, die Wolkenhöhen; man müßte denn die verschrobene Annahme machen, die Täuschung sei beim bedeckten umgekehrt als beim heiteren Himmel. Wenn man nun noch beachtet, daß die Resultate der linken Seite noch zu groß sind, indem ja der Einfluss der Blickrichtung noch angerechnet werden muß, dann sind REIMANN'S Werte für bewölkten Himmel als völlig falsch zu bezeichnen. Die berechneten Resultate geben auch wohl die Deutung für eine Erscheinung, wie ich sie manchmal auf der Heide und auf Hochebenen beobachtete, daß nämlich der Wolkenhimmel geradezu auf einem zu lasten scheint und neben der wirklich vorhandenen psychischen sogar eine scheinbare physische Depression erzeugt.

Es folgt zunächst, daß der Mittelwert für α , den REIMANN aus allen Beobachtungen zieht, $\alpha = 21,47^\circ + 0,08$, falsch ist.

Es folgt aber noch etwas Weiteres, etwas Wichtigeres. Wenn REIMANN so exzessiv falsche Werte für $\frac{h}{s}$ beobachtete, welche

Zuverlässigkeit verbürgen dann noch seine Messungen am heiteren Himmelsgewölbe? Nicht als ob ich in seine Beobachtungskunst irgend welchen Zweifel setzte: es scheint etwas Wesentliches an seiner Methode nicht zu stimmen. Was das ist, legen vielleicht die beiden folgenden Punkte dar.

2. Da die Gesichtsfeldgrenze für Weiß (nach HIRSCHBERG) ungefähr 50", für Blau ungefähr 30° beträgt, so erhebt sich beim Visieren des Zenites die Blickebene für gewöhnlich noch über die Gesichtsfeldgrenze für Blau und bleibt nicht weit von der für Weiß. Es scheinen sich infolgedessen, nicht nur auf dem Boden einer exklusiven Blickrichtungstheorie, sondern auch auf dem experimentellen der Versuche ZOTHS und FILEHNES, aus dem Halbieren des Bogens Zenits Horizont wegen der Kopfhaltung Fehlerquellen zu ergeben, die in keiner Weise auch beim sorgfältigsten Beobachten zu vermeiden sind und die die Resultate unbestimmt machen.

3. Wer einmal experimentell in physiologischen Täuschungen gearbeitet hat, der wird den Einfluss erfahren haben, den das Wissen um die Täuschung oder das Erwarten eines bestimmten Resultates auf die Beobachtungen ausübte. Wenn schon im gewöhnlichen Leben, wie die schönen Forschungen von W. STERN u. a. ergeben haben, die Suggestion jeder Art einen unheimlichen Einfluss besitzt, welche suggestive Wirkung wird es dann erst ausüben, wenn die Aufmerksamkeit sich ausschließlich auf ein bestimmtes, von dem gewohnheitsgemäß vorausgesetzten Objektiven sich scharf abhebendes Faktum konzentriert und sich damit zugleich der Wunsch verbindet, etwas Neues zu entdecken, oder sogar die bestimmte und nie bezweifelte Erwartung verknüpft, das, was wirklich Tradition ist oder was man dafür hält, wiederzufinden! Und obgleich Fälle vorkommen können, wo ein solches Wissen oder Erwarten die Beobachtungen bei gewissenhafter Selbstzucht nicht beeinflusst, was man in diesen Fällen gewöhnlich nach den Resultaten selbst entscheiden kann, sollte doch prinzipiell bei Täuschungsforschungen das nicht-wissenschaftliche Verfahren eingeschlagen werden. Dafs er das nicht getan hat, darin liegt nach meinem Empfinden der Hauptfehler REIMANN'S. Zwei Tatsachen aus seinen Mitteilungen mögen das beweisen. Die meisten Schätzungen hat REIMANN selbst vorgenommen und fand das vorhin schon angegebene Mittel $\alpha = 21,47^\circ$. Die Schätzungen, die er von anderen hat vor-

nehmen lassen, ergaben als Mittel $29,4^\circ$. Da zeigt sich doch deutlich der Unterschied zwischen dem, der unter der sicheren Erwartung der von früher der Gröfse nach schon bekannten Täuschung stand, und denen, die theils unerfahren waren, theils eine dunkle Vorstellung von der Tatsache einer Täuschung im allgemeinen hatten. Noch deutlicher ist folgendes. Unter den Versuchspersonen REIMANNs stellten von zwei (mathematisch gebildeten) die eine anfangs auf 40° , die andere noch über 40° ein, als sie den Bogen Zenit-Horizont halbieren sollten. „Letzterer ist, teilt nun REIMANN wörtlich mit, in seinen Schätzungen allmählich herabgegangen, nachdem ich ihn aufmerksam gemacht hatte, um was es sich handelt.“ Da haben wir doch das klarste Beispiel einer unter suggestivem Einflusse gemachten Beobachtung.¹

Diese drei Gründe zeigen m. E. zur Genüge, dafs den REIMANNschen Werten das bisherige uneingeschränkte Vertrauen nicht mehr entgegengebracht werden darf. Die mühsamen Beobachtungen lehren uns, was im Grunde auch schon die einfache Erfahrung sagte, dafs eben eine Täuschung bestehe. Über die Gröfse der Täuschung sagen sie nichts Sicheres aus und können sie nichts Sicheres aussagen, solange nicht gewisse Vorsichtsmafsregeln getroffen sind, um die Fehlerquellen auf ein Minimum des Wirkens herabzusetzen.

II.

Eine von der REIMANNschen völlig abweichende, bisher wenig beachtete und bekannte Methode zur Bestimmung der Figur des Himmelsgewölbes benutzte Prof. DEICHMÜLLER in Bonn (in Verbindung mit Prof. FUCHS). Eine erste Mitteilung darüber gab er auf der Naturforscherversammlung in Düsseldorf;² eine gröfsere, umfassendere Arbeit, in die er mir Einblick gestattete und die manche interessante Punkte enthielt, wollte er noch herausgeben; der Tod hat ihn daran gehindert. Wenn DEICHMÜLLER meinte, mit Hilfe seiner Methode die absolute Gröfse des scheinbaren Himmelsgewölbes finden zu können, so beruht das auf der irrigen Voraussetzung, dafs wir die Sterne oder andere Himmelskörper

¹ Wahrscheinlich ist es ebenfalls suggestive Wirkung, wenn REIMANN bei sich und seinen Gehilfen keinen Einflusse der Blickrichtung auf die Gröfssenschätzung konstatieren konnte.

² Ber. der 70. Vers. der Ges. d. Naturf. u. Ärzte zu Düsseldorf 1898. Abt. für Mathem. u. Astron. S. 9 ff.

in bestimmter Entfernung sähen; seine Beobachtungen geben, genau wie die REIMANNS, nur die Form des Gewölbes. Die Idee seiner Methode, die nur Messungen am Nachthimmel gestattet, ist folgende.

Lege ich durch meinen Kopf und einen beliebigen Stern eine Vertikalebene und fälle von dem Stern in der Ebene die Senkrechte auf die Verbindungslinie des Beobachters mit dem Schnittpunkte der Ebene und des Horizontes, dann wird mir diese Senkrechte um so näher rücken, je höher der Stern steigt, um so weiter abrücken, je mehr er sinkt. Liegen nun in der Schnittlinie einer solchen Ebene mit dem Himmelsgewölbe viele Sterne, so liegen ihre Senkrechten auf der eben bezeichneten Verbindungslinie nebeneinander, in größerer oder geringerer Entfernung vom Beobachter. Befindet sich in der Vertikalebene ein hoher Gegenstand, etwa eine Turmspitze, dann ist es möglich, daß sie in eine solche Senkrechte hineinfällt; wenn nicht, kann sie durch Veränderung des Standpunktes des Beobachters leicht dazu gebracht werden. Anders ausgedrückt, je nachdem ich einer Turmspitze mich nähere oder von ihr mich entferne, kann ich dafür sorgen, daß ein Stern, der mit ihr und mir sich in einer Vertikalebene befindet, gerade über ihr steht. Dann läßt sich die Entfernung des Sternes berechnen, da ich seine Höhe kenne und die Entfernung des Beobachters vom Fußpunkte des betreffenden Signals messen kann. Nenne ich q die Entfernung des Sternes, h seine Höhe, b die Standlinie vom Beobachter zum Signal, dann ist (Fig. 2)

$$q = b \cdot \sec h.$$

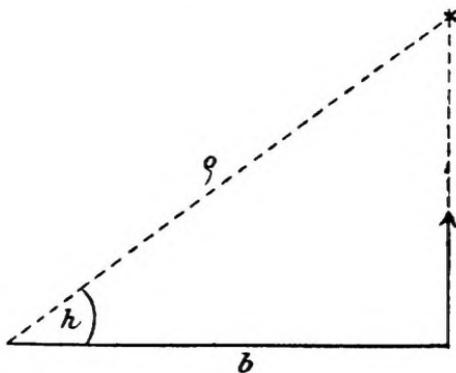


Fig. 2.

Es ist klar, daß ich in ϱ nicht den Ausdruck eines absoluten Maßes, sondern nur eine Hilfsgröße erblicken darf, die eine Funktion der Krümmung des scheinbaren Gewölbes ist, also lediglich zur Formbestimmung des Gewölbes dient.

Die Kurven, die DEICHMÜLLER nach seinen Beobachtungen zeichnet, ergeben eine Conchoidenform, die in der Nähe des Horizontes asymptotisch zu verlaufen scheint.

Eine Unzulänglichkeit, die sich aus dem Wesen seiner Methode ergibt, hat DEICHMÜLLER selbst erkannt. Die Höhe des Vergleichsobjektes hat nämlich bei größeren Werten von h großen Einfluß auf den Wert von ϱ , indem z. B. eine vergrößerte Höhe auch die Einstellung des Beobachters auf denselben Stern, also den Wert von b ändert. So ergibt sich etwa von $h = 45^\circ$ an die Ausbuchtung des Himmelsgewölbes um den Zenit herum. Ähnliches gilt für niedere Höhen, woher wohl auch der Asymptotencharakter zu kommen scheint. Eine andere Schwierigkeit liegt, wie ich mich oft durch Beobachtungen überzeugt habe, darin, daß in größeren Höhen, vor allem aber in niederen Höhen die Einstellung des Vergleichsobjektes auf einen Stern so unsicher ist, daß die gefundenen ϱ -Werte wertlos sind. Für mittlere Höhen ergeben DEICHMÜLLERS Beobachtungen eine Abflachung des Himmelsgewölbes. Ein bestimmter Wert läßt sich jedoch nicht ableiten, weil der Grad der Abflachung von der Höhe des Vergleichsobjektes abzuhängen scheint. Solange also der Einfluß der letzteren nicht eliminiert ist, kann ich in DEICHMÜLLERS Methode nur ein Hilfsmittel zur Bestätigung dessen erblicken, was uns ebensogut die einfache Erfahrung sagt.

Vielleicht läßt sich aber DEICHMÜLLERS Methode zu einer Methode der individuellen Differenzen machen. Mir scheint nämlich, daß man durch dieselbe, wenigstens für mittlere Werte von h , in einfachster Weise feststellen kann, ob, und vielleicht sogar inwieweit, die Täuschung und die Größe derselben vom Individuum abhängig ist. Der oben erwähnte Hauptfehler der Methode würde in diesem Falle nicht hindern.

III.

Es ist nun von Wichtigkeit einen Weg ausfindig zu machen, auf dem wir zu einem sicheren Werte für die Größe der Täuschung gelangen können. Wie wir sehen, versagen die beiden bisher einzig bekannten, direkt messenden Methoden. Stellen wir uns

auf den Standpunkt, dass die Blickrichtung der Haupttäuschungsfaktor ist, dann liegt offenbar eine indirekte Methode in der Messung der von der Blickrichtung bedingten Täuschungsgrösse.

Die ersten Versuche darüber hat der Astronom STROOBANT¹ angestellt, deren Original ich nicht erhalten konnte, die aber nach dem Urteile ZOTHS² zu keinen überzeugenden Ergebnissen führten. ZOTHS eigene, scheinbar ähnliche Versuche³ bezweckten den Nachweis, dass weniger Grössen-, sondern hauptsächlich Entfernungstäuschungen durch die Blickrichtung zustande kommen. Endlich hat GUTTMANN⁴ an Objekten in der Entfernung von rund 30 cm bei der Erhebung der Blickebene um 40° eine scheinbare Verkleinerung von $3\frac{1}{2}$ — $3\frac{2}{3}$ % gefunden. Die letzteren Versuche scheinen mir hauptsächlich wegen der Nichtberücksichtigung der Entfernungstäuschung nicht geeignet, einen zahlenmäßigen Ausdruck zu geben; es ist ja möglich, aber noch unbewiesen, dass die Entfernungstäuschung ohne Einfluss auf die Täuschung durch die Blickrichtung ist; da wir es nun beim Himmel stets, um mich kurz auszudrücken, mit sensoriiell unendlichen Entfernungen zu tun haben, ist es, bis jener Beweis erbracht ist, besser, unter derselben Voraussetzung auch die Versuche anzustellen. Nach den später mitgeteilten Versuchen ist tatsächlich die Entfernungstäuschung von grossem Einfluss auf die Täuschung durch die Blickrichtung. Unter Vorwegnahme der Resultate des IV. Abschnittes sei bemerkt, dass unter den dort formulierten Voraussetzungen in der Höhe, in der GUTTMANN beobachtete, bei Entfernungstäuschung eine Verkleinerung von rund 10 % eintritt. ZOTHS Beobachtungen scheiden hier aus, auch alle die von FILEHNE u. a., die nur die Tatsache einer Täuschung durch die Blickrichtung feststellen und feststellen können. Es bleiben so nur noch STROOBANTS Versuche übrig.⁵ Ich habe es

¹ Bull. de l'Acad. Roy. de Belg. 3. sér. 1884 (S. 719 ff.) u. 1885 (S. 315 ff.).

² NAGEL, Handb. d. Phys. d. Menschen. III. Bd. 1905. Braunschweig. S. 392.

³ Arch. f. d. ges. Psych. 78, S. 383.

⁴ Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorg. 32, S. 333. 1903.

⁵ Nachdem die obige Arbeit schon geschrieben war, kommen mir die Originaluntersuchungen STROOBANTS in die Hände. Die Arbeiten STROOBANTS sind zunächst unklar, was auch ihr Referent in der Akademie, VAN DER MENSBRUGGE, tadelt. So gibt er (Bull. 1885, S. 321) für die prozentuale Verkürzung in 45° Zenitdistanz den Wert 7,4 % an, während die Mittel seiner anderen Versuche, die mit nicht viel grösserer Höhe gemacht sein

nun unternommen, sie nachzuprüfen. Meine Absicht war dreifach:

1. Ich wollte durch möglichst exakte Berücksichtigung aller Beobachtungsbedingungen und Vermeidung aller Fehlerquellen einen zahlenmäßigen Ausdruck für die durch die Blickrichtung entstehende Größentäuschung erhalten.

2. Ich wollte nachprüfen, ob und in welchem Maße die Senkung der Blickebene von Einfluss ist.

3. Der erhaltene Wert sollte benutzt werden, zu konstatieren, ob die Blickrichtung der Haupttäuschungsfaktor ist und welchen Wert für $\sphericalangle \alpha$ sie nahelegt.

Die Versuchsanordnung, zu der mir der Direktor der Realschule an der Prinz-Georgstraße in Düsseldorf, Herr Prof. LEITRITZ, die Aula und die Apparate der Schule in dankenswerter Weise zur Verfügung stellte, und bei der, sowie bei den Versuchen selber, Herr Oberlehrer HÜLSKÖRTER mich freundlich unterstützte, war folgende:

Mit Hilfe zweier Akkumulatorenbatterien von je 4 Elementen und einem Wydtsinduktor von 15 cm Funkenlänge wurden durch einen Strom von 8×4 Voltampère vier Funkenstrecken erzeugt. Zwei davon wurden in Normalaugenhöhe aufgestellt, mit einer gegenseitigen unveränderlichen und genau ausgemessenen horizontalen Entfernung von 200 mm. In der Höhe von 26° befanden sich die beiden anderen Funkenstrecken; alle vier waren fast genau 10 m vom Beobachter entfernt.

können, zwischen 15—20% schwanken. Seine Versuche sind ferner wissenschaftlich unbrauchbar, weil er die Höhe nicht angibt, in der die beiden oberen Funken angebracht waren; er sagt nur: *près du plafond*.

Interessant ist folgendes Experiment von PLATEAU, das STROOBANT zitiert (nach Bull. 2. série t. 49). PLATEAU ging von der Regel aus: *La grandeur absolue que nous attribuons à une image accidentelle est proportionnelle à la distance où nous nous figurons la surface de projection*. Er stellte sich bei Vollmond vor eine Mauer. Dann blickte er abwechselnd den Mond und die Mauer an. Erschien ihm das Nachbild auf der Mauer kleiner, so entfernte er sich von ihr, erschien es ihm größer, näherte er sich ihr, bis die Bilder gleich groß waren. PLATEAU fand so für die mittlere Entfernung von der Mauer 51 m; für STROOBANT ergab dasselbe mit der Sonne angestellte Experiment 48 m. Natürlich sind diese letzteren Ergebnisse aus demselben Grunde, der STROOBANTS Blickrichtungsergebnisse wertlos macht, gleichfalls unverwendbar. Aber vielleicht bietet diese Methode der Nachbilder — ihre Richtigkeit vorausgesetzt — das beste Mittel zur Messung der Größentäuschung an Sonne und Mond.

Der kleine Erhebungswinkel wird vielleicht auffallen. Praktische Überlegungen legten ihn nahe. Ich hätte ihn aber auch angestrebt,

1. um die Versuche STROOBANTS und GUTTMANNs bei kleinerem Erhebungswinkel zu machen,

2. weil der Winkel von rund 30° ungefähr die Gesichtsfeldgrenze für Blau darstellt,

3. weil in der Wirklichkeit eine Erhebung der Blickebene um mehr als rund 30° ohne Änderung der Kopfhaltung nach meinen Beobachtungen selten vorkommt.

Die beiden oberen Funken waren auf einem Millimetermaßstabe angebracht, und zwar einer derselben auf dem beweglichen Noniusschieber, der andere fest, so daß der bewegliche Funke einen Spielraum von etwa 50 mm bis 280 mm, gerechnet von dem festen Funken aus, besaß. Die Stellung des beweglichen Funkens wurde nicht am Nonius abgelesen, weil sich seine genaue Entfernung vom Nullpunkte des Nonius schlecht messen ließ. Vielmehr wurden die Zehntelmillimeter geschätzt — bis auf 30 Beobachtungen alle von mir; durch astronomische Arbeiten hatte ich Übung im Schätzen. Entgegen STROOBANTS Versuchen waren also die oberen Funkenstrecken veränderlich, und zwar aus praktischen Gründen. Auch verschob nicht, wie bei STROOBANT, der Beobachter den Funken, weil das 1. nicht gut ohne Verzicht auf die Entfernungstäuschung und auf feine Einstellung möglich war und 2. die Gefahr vorlag, daß bei der Manipulation mit den Händen auf die Kopfhaltung nicht genügend geachtet wurde.

Zweierlei wurde bei den Versuchen genau angestrebt: 1. Unkenntnis der Versuchspersonen über das, worum es sich handelte; Kenntnis davon hatten bloß Herr Oberlehrer HÜLSKÖTTER und ich. 2. Völlige Entfernungstäuschung in bezug auf die Funken. Sie war vollständig. Bei den Versuchen, die wegen der Unmöglichkeit einer Verdunkelung der Aula in den Abendstunden angestellt wurden, erschienen die vier Funken wie vier Sterne etwa 2.—3. Größe auf völlig dunklem Hintergrunde. Auf die Entfernung von 10 m war auch nicht der kleinste störende Reflex an den noch exponierten Metallteilen der Apparate sichtbar. Bei konstantem Betrachten erschienen auch die je zwei zusammengehörenden Funken als konstante Sterne. Eine Schwierigkeit entstand beim Wandern der Blickebene von einem

Funkenpaar zum anderen. Dann schien man — indirekt — das Überspringen der Funken zu sehen, hatte also 4 zitternde Lichtbilder im Auge, was sehr störte und die Augen meistens hart angriff. Es wurde leicht verhindert, indem beim Hinauf- und Hinabgehen der Blickenebene die Augen geschlossen wurden, was von jedem ohne Übung sofort erreicht werden konnte.

Wenn ich mich einschliesse, hatte ich 13 Versuchspersonen zur Verfügung, in den Altersgrenzen von 16 bis 56 Jahren. Davon waren 9 emmetrop, 3 hypermetrop, 1 myop; eine sah mit dem linken Auge fast nicht.

Mit diesen Versuchspersonen wurden in der Zeit vom 19. April bis 7. Mai im ganzen 230 Beobachtungen gemacht. Es wurde dem Beobachter die Aufgabe gestellt, bei normaler Kopfhaltung und bei senkrecht zur Körperachse liegender Blickenebene als Ausgangsstellung blofs durch Heben resp. Senken der Augen die Funken zu betrachten und ein Zeichen zu geben, sobald nach seiner Schätzung die Entfernung der oberen Funken, von denen der eine langsam und stetig verschoben wurde, gleich der konstanten Entfernung der unteren Funken war. Die Versuchspersonen hatten also nichts anderes zu tun, als lediglich zu beobachten. Da gleich bei den ersten Versuchen bemerkt wurde, dafs der ungewohnte Anblick der vier Funken auf dem dunklen Hintergrund anfangs verwirrte, wurde jeder Versuchsperson vor der ersten Beobachtung, die sie machte, die Funkenstrecken in der Ruhelage gezeigt, um sie an den Anblick zu gewöhnen. Die Kopfhaltung ist stets richtig gewesen. Vor jeder Beobachtung wurde die betreffende Versuchsperson daran erinnert und zugleich gebeten, eine Veränderung in der Kopfhaltung sofort nach der Beobachtung anzugeben: es brauchte jedoch keine einzige Beobachtung wegen veränderter Kopfhaltung ausgeschaltet zu werden.

Noch ein Fehler war zu vermeiden. Ich nenne die Bewegung des beweglichen Funkens aus der Nahelage in die Fernlage positiv, die umgekehrte negativ. Bei Beobachtungen von der Art der unsrigen wird nun bei der positiven Bewegung die Schätzung zu klein, bei der negativen zu grofs; das ist eine längst bekannte Täuschung. Achtet man nicht darauf und nimmt man blofs eine Art der Bewegung — die $+$ -Bewegung liegt am nächsten —, dann begeht man offenbar einen Fehler, von dessen Gröfse man sich aus der später folgenden Tabelle einen Begriff machen kann.

Es wurde darum so eingerichtet, daß ohne jede Ausnahme jeder $+$ -Beobachtung sofort eine $-$ -Beobachtung entsprach, und diese Paarung von $+$ - und $-$ -Werten geht durch alle Beobachtungsreihen hindurch.

Von den 230 Beobachtungen wurden 154 in vertikaler Körperhaltung, also mit horizontaler Lage der Blickebene als Ausgangsstellung gemacht. 20 darunter habe ich selber angestellt; da aber meine Beobachtungen trotz des besten Willens ganz offenbar von dem Wissen um die Täuschung beeinflusst sind, so schliesse ich sie als unbrauchbar aus. Eine genaue Tabelle der Resultate folgt später. Hier stehe nur das genaue Mittel, das sich aus allen Beobachtungen für die obere Funkenentfernung ergab:

186,9 mm mit dem wahrscheinlichen Fehler von $\pm 0,98$.

Da öfter von den Versuchspersonen sofort nach der Beobachtung der $+$ -Wert als zu groß geschätzt angegeben wurde, da nachträglich aber keine Verbesserung mehr vorgenommen werden durfte, ist der obige Wert zweifellos noch etwas zu groß. Als annäherndes Maß, wie man eventuell zu verbessern hätte, mag angegeben sein, daß eine Verschiebung des Funkens um 3 mm die Entfernung nicht merklich zu ändern schien.

Eine Entfernungstäuschung, insofern als die beiden unteren Funken — ähnlich wie bei ZOTHS Versuch die beiden glühenden Drähte — dem Beobachter näher erschienen wären, fand durchaus nicht statt.

Eine zweite Versuchsreihe, im ganzen 76 Beobachtungen von 9 Versuchspersonen umfassend, wurde in horizontaler Körperhaltung vorgenommen. Die Versuchspersonen legten sich auf eine Bank und stützten den Kopf so, daß die Kopfhaltung zu den oberen Funken normal war. Sie hatten also bloß durch Senken der Blickebene die Gleichheit der Entfernungen zu schätzen. Ich hatte nach den Versuchen von FILEHNE und ZOTH erwartet, daß das Senken der Blickebene keinen oder nur höchst geringen Einfluss ausübe, während allerdings die Theorie, die den Täuschungsimpuls der Blickrichtung auf Konvergenzempfindungen zurückführt, einen Einfluss erschließen liefs. Das Resultat war eine Entfernung der oberen Funken von

190,5 mm.

Während bei dem ersten Resultat der wahrscheinliche Fehler noch keine Einheit der letzten Stelle vor dem Komma ausmacht,

ist er bei diesem Wert, wohl infolge der geringeren Anzahl der Beobachtungen, gröfser, nämlich

$$\pm 1,69.$$

Es ist vielleicht im ersten Augenblick nicht klar, was das Resultat bedeutet. Würde ich die Versuchspersonen in vertikaler Haltung gelassen und die beweglichen Funken 26° unter der Horizontalebene angebracht haben, dann hätte die Entfernung dieser beweglichen Funken rund 210 mm betragen müssen. Es entsteht also eine genügend scharf ausgesprochene Vergrößerung der Objekte bei Senkung der Blickebene, unter unseren Versuchsbedingungen eine Vergrößerung von 4,8 %.

Zweifellos beruht die Täuschung infolge Erhebung oder Senkung der Blickebene im wesentlichen auf Konvergenzempfindungen. Infolge der eigentümlichen Synergie der Obliqui und Recti s. und i. ist die Konvergenz bei Erhebung der Blickrichtung erschwert, bei Senkung erleichtert, was im ersteren Falle einen kleineren, im zweiten einen gröfseren Konvergenzwinkel zur Folge hat. Hält man das fest, dann läfst sich vielleicht aus den Werten für die Drehmomente ein Schluss auf die Gröfse der Täuschung ziehen.

Ich füge noch an, dafs die Konvergenztheorie mir eine Erscheinung erklärt, die auch andere schon wahrgenommen haben. Bei monokularem Sehen erscheinen mir Mond oder Sonne in der Nähe des Horizontes zwar mit der Gröfsentäuschung behaftet, aber doch um ein Merkliches kleiner als bei binokularem Sehen. Die Erklärung lautet wohl so. Bei monokularem Sehen wird bekanntlich infolge ihres Zusammenhanges der Konvergenzmechanismus durch den Akkommodationsmechanismus mit in Anspruch genommen, nur jedenfalls nicht in dem Mafse, als wenn er wesentlich selbständig arbeitete wie beim binokularem Sehen.

Es folgt nun eine Tabelle der Mittelwerte der einzelnen Versuchspersonen.

Bemerkungen zu der Tabelle II:

1. Die ziemlich grofsen Unterschiede unter den Einzelbeobachtungen, von denen die Tabelle fast nichts mehr zeigt, rühren von dem Umstande her, dafs es viel schwerer ist die Entfernungen je zweier Punkte, als die Gröfsen zweier Strecken zu vergleichen.

2. Individuelle Verschiedenheiten scheinen zu bestehen. Man vergleiche vor allem die Versuchsperson XII, deren Mittel weit unter dem allgemeinen Mittel bleibt. Um zu zeigen, daß das kein Zufall ist, sondern daß die Versuchsperson ausgezeichnet geschätzt hat, gebe ich noch eine kleine Tabelle der von ihr an einem Abend erhaltenen 16 Beobachtungen hinzu.

Tabelle III.

Versuchsperson	Vertikale Haltung		Horizontale Haltung	
	+	-	+	-
XII.	178,1	174,1	181,1	181,9
	166,3	181,1	184,8	179,1
	171,8	174,9	182,5	179,0
	176,1	171,7		
	181,6	172,2		

3. Ein klar ausgesprochener Einfluß der Hypermetropie oder Myopie ist nicht vorhanden.

4. Interessante Schlüsse lassen sich in bezug auf das positive und negative Einstellen ziehen, dem die beiden letzten Tabellenspalten dienen:

a) Der Fehler ist bei einer größeren Strecke kleiner (I, II, V, VI).

b) Während in den meisten Fällen bei der positiven Einstellung ein positiver Fehler gemacht wird, d. h. ein Fehler, der, zu der Einstellung addiert, das Mittel gibt, kommt bei 4 Versuchspersonen das Gegenteil vor: der Fehler ist bei positiver Einstellung negativ, bei negativer Einstellung positiv. Eine Versuchsperson (XII) hat bei vertikaler Haltung den gewöhnlichen, bei horizontaler den umgekehrten Fehler.

c) Bei den Versuchspersonen, die diesen vom Gewöhnlichen abweichenden Fehler haben, ist der Fehler auch, umgekehrt wie bei den anderen, bei der größeren Strecke größer (vgl. VIII, XII, XIII).

IV.

Für die wissenschaftliche Verwertung unserer Versuche zur Ableitung eines Wertes für $\rightarrow \alpha$ bedürfen wir zunächst der Voraussetzung, daß die Blickrichtung die Haupttäuschungsursache bei der Täuschung am Himmelsgewölbe darstellt. Die einzige Konkurrenz in dieser Rolle könnte ihr von dem Gedanken jener

entstehen, die in der Himmelsfläche eine Wirkung der Atmosphäre sehen, d. h. irgend eine Grenzfläche der Luft als Himmelsgewölbe ansprechen, eine Theorie, der auch REIMANN neuerdings bedenklich zuneigt.¹ Die Theorie stößt aber auf so viele physikalische Schwierigkeiten², daß sie noch kein halbes Dutzend nennenswerter Vertreter besitzt. Alle anderen Täuschungsmomente, die man seit den Zeiten des Ptolemäus namhaft gemacht hat, sind entweder zweifelhaft oder können ihrem ganzen Charakter nach keine Wirkung von einschneidender Bedeutung oder großer Konstanz hervorbringen; außerdem können, worauf man bisher wenig geachtet hat, Momente, die die Täuschung begünstigen, durch entgegenwirkende wieder aufgehoben werden. Da nun andererseits ein außerordentlicher Einfluss der Blickrichtung auf Größen- oder Entfernungsempfindungen teils durch einfache Beobachtungen, teils durch messende Experimente sicher steht, trage ich kein Bedenken, der Blickrichtung den Haupteinfluss bei der Täuschung am Himmelsgewölbe zuzuschreiben, lasse aber allen anderen physikalischen und physiologischen Momenten freien Spielraum und schränke das Gesagte aus einem später anzugebenden Grunde für die Täuschung an den Gestirnen wesentlich ein.

Jedoch noch eine zweite Voraussetzung müssen wir machen, wenn wir unsere Versuche benutzen wollen, die nämlich, daß die Blickrichtung eine ganz bestimmte Funktion des Erhebungswinkels ist, m. a. W. wir müssen uns entscheiden, welche Figur wir dem Himmelsgewölbe beizulegen haben. Es ist zweifellos, daß Versuche nach Art der unsrigen die experimentelle Entscheidung darüber leicht geben könnten: Es müßte von demselben Beobachter eine Untersuchung der Täuschung von Grad zu Grad stattfinden, wenigstens bis zur Höhe der Gesichtsfeldgrenze, und durch die Versuchsanordnung müßten eine mög-

¹ *Zeitschr. f. Psychol. u. Phys. d.* S. 37, 3. u. 4. H.

² Es müßte z. B. die unregelmäßige und variable Helligkeitsverteilung am heiteren Himmelsgewölbe berücksichtigt werden. Wenn REIMANN ferner im Zenit bald die Luftschichten erreichen lassen will, die als dunkel zu gelten haben, dann möge er doch zunächst einmal mit seiner Voraussetzung vereinigen, daß der Horizont viel heller ist, obwohl unser Blick horizontal bedeutend größere Luftschichten durchdringen muß als zenitwärts. Endlich gilt gegen diese Ansicht auch die eingangs gegen REIMANN in Punkt 1 gemachte Einwendung.

licht genaue Einstellung und Messung der Lichtpünktchen und vor allem auch, durch geeignete Apparate, die Konstanz der erforderlichen Kopfhaltung verbürgt sein. Keine der bisher vorliegenden Beobachtungsreihen zwingt zur Annahme einer selteneren Figur, und wenn W. C. BRENKE die Gestalt des Gewölbes durch ein Ellipsoid, W. ERNST durch ein Hyperboloid, DEICHMÜLLER noch durch eine kompliziertere Figur dargestellt finden, so sind die zugrunde liegenden Versuche teils, wie bei letzterem schon gezeigt wurde, falsch, teils in ihrer Methode und ihren Resultaten naturgemäfs so ungenau, dafs ihnen die Annahme einer Kugelkalotte ebensogut genügt. Soviel, dafs wir es in unseren Rechnungen berücksichtigen müfsten, scheint die Figur des Himmelsgewölbes von einer Kugelkalotte nach allem bisher Bekannten nicht abzuweichen. Ich gebe aber von vornherein zu, dafs die Figur des Gewölbes infolge des variablen Charakters der Gesamtwirkung der sekundären Täuschungsmomente um eine Kugelform gleichsam oszilliert, lasse auch die Möglichkeit offen, dafs die Figur infolge der Eigentümlichkeit der Augenbewegungen in der Nähe der horizontalen Ausgangsstellung am Horizonte eine kompliziertere Gestalt einnimmt.

Wenn wir nun unter diesen wahrscheinlichsten Voraussetzungen daran gehen, die Versuche zu verwerten, dann fällt uns sofort ihr direkter Gegensatz zu den Resultaten STROOBANTS auf: Während STROOBANT eine objektive Verkürzung seiner Versuchsstrecken horizontalwärts feststellte, ergaben unsere Versuche eine Verkürzung zenitwärts. Ich finde bislang noch keine ausreichende Erklärung für dieses Verhalten. Jedoch läfst eine kleine Überlegung die Benutzung unserer Resultate als berechtigt erscheinen. Nicht nur ist ein Einflufs der Blickrichtung durch unsere Versuche ohne jeden Zweifel erwiesen, sondern auch jede andere Täuschungsursache ist, soviel ich sehe, ausgeschlossen; ja wenn man STROOBANTS Versuche unter der plausibelsten Annahme eines Erhebungswinkels berechnet, sind unsere Resultate der absoluten Gröfse nach, also ohne Rücksicht auf das Vorzeichen, ohne Gegensatz zu denen des Brüsseler Astronomen. Nun kann sich aber ein Einflufs der Blickrichtung unter den Beobachtungsbedingungen der freien Wirklichkeit nur so äufsern, dafs sie, wie bei den Täuschungen am Himmelsgewölbe und den Gestirnen, Strecken in gröfseren Höhen subjektiv verkleinert. Das beweisen zunächst die Resultate der ein-

fachsten Beobachtungen. So haben ich und mehrere meiner Versuchspersonen, mit denen zu probieren ich Gelegenheit hatte, die Versuche von GAUSS, mit vor- oder rückwärtsgebeugtem Oberkörper den tief- oder hochstehenden Mond zu betrachten, ohne Schwierigkeit mit dem bekannten Erfolge nachgemacht. Das beweist auch fernerhin die einzig vernünftige Erklärung des Einflusses der Blickrichtung durch die Konvergenz. Das alles läßt darauf schließen, daß eine Konkordanz zwischen unseren und STROOBANTS Versuchen einestheils durch Berücksichtigung der Versuchsanordnung, anderenteils durch richtige Diskussion der physiologischen Tatbestände herbeigeführt werden kann.

Bei einer solchen Diskussion ist hier wie überhaupt in Sachen physiologischer Täuschungen vor allem der Fehler des geometrischen Denkens zu vermeiden. Man darf nicht meinen, wenn man eine Täuschung geometrisch richtig aus einer anderen abgeleitet habe, sei die Ableitung auch physiologisch richtig. Ein Beispiel wird hier Klarheit bringen. ZEHENDER sucht¹ eine Reihe physiologisch-optischer Täuschungen und auch die am Himmelsgewölbe und den Gestirnen durch das VOLKMANNsche Grundgesetz zu erklären, wonach zwei Linien, die parallel scheinen, nach oben divergieren. Ich sehe ganz davon ab, daß das keine Erklärung ist, daß vielmehr, wenn seine Darlegungen richtig sind, die VOLKMANNsche Täuschung den anderen koordiniert ist und allen eine gemeinsame Täuschungsursache zugrunde liegt.² Ich sehe auch davon ab, daß die innerhalb ganz kurzer Zeit eintretenden Schwankungen in der Größe der VOLKMANN-Täuschung und die Tatsache, daß für solche, die die Täuschung am Himmelsgewölbe und den Gestirnen unzweifelhaft sehen, die VOLKMANN-Täuschung bei binokularem Sehen verschwindet, gegen eine solche Verwertung des Gesetzes sprechen. Aber woher nimmt ZEHENDER das Recht, die Möglichkeit einer physiologischen Ableitung der Täuschung an den Gestirnen aus dem VOLKMANNschen Gesetz resp. seinen physiologischen Grundlagen ohne weiteres anzunehmen, wenn auch die geometrische Ableitung

¹ Über optische Täuschung. Leipzig, 1902.

² Ich habe im „Allgemeinen Literaturblatt“ (Wien, XIV. Jahrg., S. 58) ZEHENDER vorgeworfen, seine Anwendung des VOLKMANNschen Gesetzes beruhe auf einem Irrtum, indem, die Berechtigung zur Anwendung vorausgesetzt, das Gegenteil daraus folge. Es war das jedoch ein irrtümlicher Vorwurf meinerseits, den ich hiermit zurücknehme.

gelingt? Habe ich dann nicht das Recht, auch andere aus kleinen Verhältnissen bekannten „Gesetze“ resp. Täuschungen auf große Verhältnisse zu übertragen, falls ich nur geometrisch richtig verfare? Es bestehen zahlreiche Täuschungen von ganz oder teilweise entgegengesetztem Charakter nebeneinander, z. B. die VOLKMANNSche und die bekannte andere, daß man Gegenstände im oberen Teile des Sehfeldes gegenüber denen im unteren überschätzt. Diese Tatsache allein spricht schon entschieden gegen jede geometrische Verwendung einer Täuschung; denn, rein geometrisch gedacht, bieten jene Tatsachen offenbar Widersinniges, es müßte sich nach ZEHENDERS Verfahren aus VOLKMANNS Gesetz im oberen Teil des Sehfeldes eine Unterschätzung der Gegenstände ableiten lassen. Wenn ich ferner VOLKMANNS Gesetz auf große Verhältnisse anwenden darf, wer hindert mich an der analogen Anwendung des genannten anderen Gesetzes?³ Ich schliesse: Geometrische Richtigkeit der Ableitung einer physiologischen Täuschungserscheinung verbürgt noch keine physiologische Richtigkeit. Die Verhältnisse der Wirklichkeit sind komplizierter als man meint; das möge man bei einer Vergleichung unserer Versuchsergebnisse mit denen STROOBANTS nicht aus dem Auge verlieren. Indem ich also unsere Resultate und die Täuschungstatsachen der Wirklichkeit nicht mehr als Widersprüche, sondern nur als isolierte Tatsachen betrachte, gebe ich folgende empirische Interpolationsformel: Die Erhebung der Blickebene bringt unter den Verhältnissen unserer Versuche denselben Effekt an von ihr (indirekt) abhängigen inkonstanten Gegenständen im Objektfeld hervor, den sie unter natürlichen Verhältnissen an von ihr unabhängigen konstanten Objekten im Sehfeld hervorbringt.

Wir fragen uns nun: Wie ändert unter den genannten Voraussetzungen die nach unseren Versuchen konstatierte Täuschung die sichtbare Gestalt des Himmelsgewölbes?

Die folgende Überlegung möge uns eine vorläufige Antwort

³ Übrigens ist jede Zeichnung der VOLKMANN-Täuschung für das Doppelauge, d. h. jede Zeichnung mit zwei parallel scheinenden, tatsächlich aber nach oben divergierenden Linien nur eine Kombination aus den Tatbeständen bei monokularem Sehen. Bei binokularem Sehen verschwindet entweder, wie schon oben bemerkt, die Täuschung oder behält einen ganz minimalen Wert. Auch darin, daß ZEHENDER dies nicht beachtet hat, zeigt sich sehr kraft der irreführende Einfluß des rein geometrischen Denkens.

bringen. Man möge sich die mit Breiten- und Längenkreisen versehene kugelförmig angenommene Erde vorstellen und eine in geodätischen und ähnlichen Werken befindliche Tabelle der Länge eines Gradbogens der Parallelkreise in von Grad zu Grad fortschreitenden Breiten zur Hand nehmen. Objektiv verkürzt sich der Gradbogen eines Erdparallelkreises von 0° — 26° um $10,1\%$. Denken wir uns ins Zentrum der hohlen kristallinen Erdkugel versetzt; dann trüge diesen Charakter auch unsere subjektive Wahrnehmung, wenn unser Auge auf jener Täuschung infolge der Blickrichtung unterläge. Nehme ich bei den Resultaten unserer Versuche die Sehne als Bogen, was ich, da es hier auf Verhältniszahlen ankommt, ohne jeden nennenswerten Fehler tun darf, dann besitzt die Täuschung allein in einer Höhe von 26° den Wert von $6,5\%$. Für unsere Wahrnehmung würde also der Gradbogen in 26° Höhe eine Verkürzung von $16,6\%$ besitzen. Ich habe nun zu untersuchen, welcher Kugelkalotte eine solche prozentuale Abnahme genügt. Ein Blick in jene Tabelle zeigt, dass die Verkürzung zwischen $8,5^{\circ}$ und $34,5^{\circ}$ jenen Prozenten genügt. Vorausgesetzt einmal, dass unser Auge nicht täuschte, sondern dass das, was wir jetzt als Produkt der Täuschung und Wirklichkeit sehen, reine Wirklichkeit, reine Objektivität wäre, dann müssten wir, wenn wir uns wieder im Zentrum der hohlen Erdkugel denken, unseren Horizont um $8,5^{\circ}$ erheben; die dann über uns befindliche Kugelkalotte würde unseren Werten entsprechen. Da wir uns nun nur die Erdkugel ins Unermessene vergrößert zu denken brauchen, um in die Verhältnisse am Himmelsgewölbe zu kommen, so ergibt sich daraus

$$\rightarrow \alpha = 40,8^{\circ}.$$

Beachten wir, dass der Wert $186,9$ zu groß war, dann können wir ruhig für α rund 40° setzen. Mit REIMANN'S Wert $\alpha = 22^{\circ}$ rückwärts gerechnet, ergäbe die prozentuale Abnahme den Wert $45,9\%$; die Entfernung der oberen Funken müsste also, vorausgesetzt, dass der Blickrichtung der Haupteinfluss zufällt, $133,4$ mm betragen haben.

Zur Kontrollrechnung diene folgendes. Bekanntlich verhalten sich die Bogen der Parallelkreise von gleicher Winkelgröße wie die Kosinus ihrer Höhen. Berechne ich mit Hilfe dieses Satzes nach unseren Beobachtungen die Prozente der Verkleinerung, dann finde ich natürlich auch $16,6\%$. Kenne ich

nun in der zu suchenden Kalotte das untere Stück des Parallelkreises von $1,15^\circ$ Länge a , das obere b , die entsprechenden Höhenwinkel x und y , so erhalte ich offenbar die beiden Gleichungen

$$\frac{(a-b) 100}{a} = 16,6 \quad \text{und} \quad \frac{b}{a} = \frac{\cos y}{\cos x}.$$

Berechne ich aus der ersten das Verhältnis $\frac{b}{a} = 0,834$, so habe ich zu untersuchen, ob der Gleichung

$$\frac{\cos y}{\cos x} = 0,834$$

zwischen den von uns erhaltenen Werten der Winkel $y = 34,5^\circ$ und $x = 8,5^\circ$ Genüge geschieht. Tatsächlich stimmen die Berechnungen, wovon man sich durch eine einfache Rechnung mit natürlichen trigonometrischen Zahlen überzeugen kann, vollständig überein. Dafs selbst eine schlechtere Übereinstimmung genügen würde, mögen die beiden folgenden Angaben illustrieren:

$$\frac{\cos 34^\circ}{\cos 8^\circ} = 0,837 \quad \text{und} \quad \frac{\cos 35^\circ}{\cos 9^\circ} = 0,829.$$

Der vorstehenden Betrachtung kann man leicht eine mathematische Einkleidung geben. Ich nenne den Erhebungswinkel der Blickrichtung β und den prozentualen Wert der Verkürzung p' .

Wir denken uns nun wieder in dem Mittelpunkte einer Sphäre stehend. In Fig. 3 bezeichne b ein Stück des Breitenkreises in

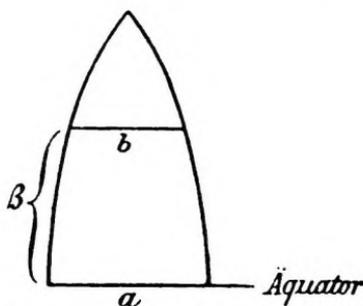


Fig. 3.

der Höhe β , a ein Stück des Breitenkreises von derselben Winkelgröße im Horizont, p das prozentuale Verhältnis der Verkürzung von a . Da sich nun die Stücke von Breitenkreisen mit derselben

Winkelgröße ihrer absoluten Größe nach verhalten wie die Kosinus ihrer Höhen, so ergeben sich unmittelbar die beiden Gleichungen:

$$\frac{b}{a} = \cos \beta$$

$$\frac{(a - b) 100}{a} = p.$$

Nach wenigen Umrechnungen und nach Einsetzen des Wertes für $\frac{b}{a}$ aus der ersten in die zweite Gleichung, erhalten wir

$$1) p = 200 \sin^2 \frac{\beta}{2}.$$

Ich denke mir nun den Horizont gehoben (Fig. 4), bis er in

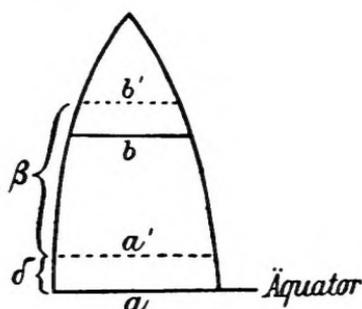


Fig. 4.

δ° Höhe mit einem Breitenkreisstücke zusammenfällt, dessen prozentuale Verkürzung im Verhältnis zu einem zwischen denselben Meridianbogen in der Höhe $(\beta + \delta)$ liegenden Stücke gleich $(p + p')$ ist. Das obere Stück nenne ich b' , das untere a' . Hierfür ergeben sich, ganz analog den ersten, die folgenden Gleichungen:

$$1) \frac{b'}{a'} = \frac{\cos(\beta + \delta)}{\cos \delta}$$

$$2) \frac{(a' - b') 100}{a'} = (p + p').$$

Setze ich zunächst den Wert für p nach Gleichung 1), dann den Wert für $\frac{b'}{a'}$ nach Gleichung 1) in Gleichung 2) ein, dann erhalte ich

wo m den Wert

$$\text{II) } m = 1 - \frac{p+p'}{100}$$

besitzt.

Ich fälle nun von C auf OE die Senkrechte CD . Dann ist $\sphericalangle DCB = \beta$.

Es ist

$$\text{tg } \beta = \frac{DB}{DC}$$

Setze ich ein für allemal den Radius = 1, so folgt hier für DC aus $\triangle OCD$

$$DC = \cos (\beta' + \delta).$$

DB ist gleich $DO - OB$. Setze ich für DO aus $\triangle OCD$, für OB aus $\triangle AOB$ ihre Werte ein, dann ist

$$DC = \sin (\beta' + \delta) - \sin \delta.$$

Also haben wir nun die folgenden beiden Gleichungen:

$$1) \frac{\cos (\beta' + \delta)}{\cos \delta} = m$$

$$2) \text{tg } \beta = \frac{\sin (\beta' + \delta) - \sin \delta}{\cos (\beta' + \delta)}$$

Rechne ich in der 2. Gleichung den Sinus der Summe aus und multipliziere 1) und 2), dann erhalte ich

$$3) \text{tg } \delta = \frac{m \text{tg } \beta - \sin \beta'}{\cos \beta' - 1}$$

Berechne ich in Gleichung 1) den Kosinus der Summe, und setze 3) ein, so folgt

$$m = \cos \beta' - \frac{m \text{tg } \beta \sin \beta' - \sin^2 \beta'}{\cos \beta' - 1}$$

Bringe ich $\cos \beta'$ über den Bruchstrich, dann bekomme ich mit Hilfe der Formel $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

$$1 + \frac{1}{m} = \text{tg } \beta \frac{\sin \beta'}{1 - \cos \beta'}$$

Indem ich nun die Gleichung reziprok mache, folgt mit Hilfe bekannter trigonometrischer Formeln

$$\text{III) } \text{tg } \frac{\beta'}{2} = \frac{m \text{tg } \beta}{m + 1}$$

Um eine logarithmierbare Formel für δ zu finden, verfähre ich auf folgende Weise. Ich drücke in $\triangle OBC \rightarrow \epsilon$ mit Hilfe von $\rightarrow \zeta$ durch β , β' und δ aus. Beachte ich nun, daß der Radius = 1, also $OB = \sin \delta$ ist, schreibe ferner $(\beta' - \beta) = \gamma$ und wende den Sinussatz auf das \triangle an, so folgt

$$\sin \delta = \frac{\sin (\gamma + \delta)}{\cos \beta'}$$

Bei passendem Gebrauch trigonometrischer Formeln und unter Berücksichtigung, daß $(\beta' - \beta)$ stets negativ ist, erhalte ich

$$\text{IV) } \cot \delta = \frac{2 \sin \frac{\beta'}{2} \cdot \sin \left(\beta - \frac{\beta'}{2} \right)}{\sin (\beta - \beta')}$$

Ich stelle nun die Formeln, die zur Berechnung von α dienen, nochmals zusammen:

$$\begin{aligned} p &= 200 \sin^2 \frac{\beta}{2} \\ m &= 1 - \frac{p + p'}{100} \\ \text{tg } \frac{\beta'}{2} &= \frac{m \text{ tg } \beta}{m + 1} \\ \text{tg } 2 \alpha &= \frac{2 \sin \frac{\beta'}{2} \cdot \sin \left(\beta - \frac{\beta'}{2} \right)}{\sin (\beta - \beta')} \end{aligned}$$

Berechnet man nach diesen Formeln unsere Versuche, dann erhält man

$$\begin{aligned} \beta' &= 25^\circ \\ \delta &= 9^\circ 48' \\ \alpha &= 40^\circ 6' \end{aligned}$$

Der Kontrolle wegen könnte man sich leicht nach der bereits erwähnten Tabelle der Längen der Erdparallelkreisgrade überzeugen, daß die prozentuale Verkürzung eines Grades von $9^\circ 48'$ bis $34^\circ 48'$ Höhe in der Tat genau 16,6% beträgt.

Der Wert $\alpha = 40^\circ$ ist natürlich individuell variabel je nach der Augenkonstitution des einzelnen und generell variabel wegen des ungemein großen Wechsels der physikalischen Bedingungen, unter denen das Himmelsgewölbe gesehen wird.

Da die vorstehenden Überlegungen unter der Voraussetzung durchgeführt sind, daß die Blickrichtung die größte Rolle bei der Täuschung spiele, sind jetzt zwei Annahmen möglich:

1. die Blickrichtung ist nicht der Haupttäuschungsfaktor oder
2. der REIMANN-Wert $\alpha = 22^\circ$ ist unter allen Umständen völlig falsch.

Weil wir aber in den Betrachtungen unter I gewichtige Gründe gegen die Zuverlässigkeit von REIMANN'S Methode fanden, scheint mir nur die zweite Annahme möglich.

Dazu kommt noch, dass die Schätzungen, die v. SICHERER auf Veranlassung v. ZEHENDERS¹ vornahm, ganz in der Nähe unseres Wertes $\alpha = 40^\circ$ liegen, und v. SICHERER hat die Hauptfehlerquelle REIMANN'S vermieden.

V.

Ist REIMANN'S Wert für α falsch, dann sind auch die Berechnungen, wie sie PERENTER² nach dem teilweisen Vorgang REIMANN'S anstellt, unrichtig. Sie stimmen übrigens mit der Wirklichkeit schlechter überein, als PERENTER glauben machen will. Nach seinen Berechnungen soll die Vergrößerung des Sonnendurchmessers im Horizont das 4fache, $5\frac{1}{2}$ fache und mehr je nach der Kulmination der Sonne betragen. Ich habe die Sonne oft beobachtet, oft sehr groß gesehen, doch so groß noch nie. Im übrigen bestehen so fundamentale Unterschiede zwischen den Erscheinungen an verschiedenen Tagen, dass sie den genannten Berechnungen entschieden widersprechen: Ich habe den Sonnendurchmesser an manchen Tagen fast doppelt so groß gesehen wie bei der gewöhnlichen Täuschung; wieder an anderen Tagen war von der Größentäuschung so wenig zu sehen, dass ich erstaunt war über die Kleinheit des Bildes.³

Der allgemeine Fehler jener Berechnungen scheint mir zu sein, dass man auf Täuschungserscheinungen kein geometrisch-astronomisches System von jener Vollständigkeit aufbauen darf; man läuft dann immer Gefahr, Geometrie an Stelle der Psychologie zu setzen. Ich möchte diesbezüglich auf zwei Punkte im PERENTER'Schen System aufmerksam machen. Zwischen 30° und 35° sollen wir nach ihm Sonne, Mond und Sternbilder in ihrer

¹ ZEHENDER a. a. O. S. 75f.

² Meteorol. Optik S. 18ff.

³ Den wechselnden Wert der Vergrößerung hat sehr gut EGINITIS hervorgehoben, besonders auch die gleichfalls von mir oft beobachtete plötzliche Änderung in der Nähe des Horizontes (Ann. de l'Obs. nat. d'Athènes, II, 17).

richtigen Größe sehen. Die Vergrößerung der Sonne am Horizont im Verhältnis zu ihrer „wahren Größe“ in jener Höhe ist ungefähr 3 (2,9). Ich kenne aber keine einzige Raum- oder Zeit-täuschung in der Psychologie, die an das Dreifache des wahren Wertes der betr. Größe heranreicht; mir scheint das also vom Standpunkte unserer bisherigen psychologischen Erfahrungen im großen Maße unwahrscheinlich zu sein.

PERNTER meint ferner, zwischen 30° und 35° sähen wir Sonne, Mond und Sternbilder in wahrer Winkelgröße. Ich frage mich vergebens, woher denn PERNTER ein Normalmaß für unser Bild der wahren Winkelgröße hat. Kann man überhaupt die Frage beantworten: Wann erscheint uns eine Strecke in der wahren Größe? Ich glaube nicht. Denn das, was wir wahre Größe nennen, ist zwar ein typisches, aber konventionelles Bild derselben. Ich kann es als Normalbild ansprechen, nach dem ich das Übrige beurteile; aber das Konventionelle und Willkürliche dieses Verfahrens darf ich nicht zum Absoluten machen. Das Bild der sich in mittleren Höhen wenig ändernden Sonne ist uns am meisten im Gedächtnis, so daß wir es unwillkürlich als Normalbild anwenden. Physiologisch richtiger wäre es, das bei horizontaler Blickebene erscheinende Bild als Normalbild anzusehen, wie wir es in analogen Fällen bei Gegenständen des praktischen Lebens auch tun¹; das würde jedoch in diesem Falle praktisch undurchführbar sein, weil die Größe des horizontalen Bildes manchen Schwankungen unterworfen ist. Wir dürfen also ein Normalbild der Sonne festhalten, aber seine Relativität nicht vergessen.

Wenn wir nun all das, was wir bisher zur Kritik des geometrischen Täuschungssystems vorbrachten, auf den Zusammenhang der Kalottenfigur des Himmelsgewölbes mit dem Größererscheinen der Gestirne anwenden, so scheint dieser Zusammenhang nicht so innig zu sein, wie man bislang annahm. Beim Größererscheinen der Gestirne am Horizont ist die Blickrichtung nicht, wenigstens nicht immer der Haupttäuschungsfaktor.

Andere Faktoren für die gesamten Täuschungserscheinungen am Himmel sind schon oft besprochen worden; wir verzichten

¹ ALLAN ALLANDER sprach den Gedanken aus, die scheinbare Vergrößerung der Sonne am Horizont sei in der Tat eine scheinbare Verkleinerung in größeren Höhen (Bull. de la Soc. astr. de France, 1901, 15. Bd. 139).

hier auf Näheres. Nur auf einen Faktor, dessen Einfluss bis jetzt fast gar nicht beachtet und studiert worden ist, sei hingewiesen, auf die Farbe.¹ Der Einfluss der Farbe muß doppelt sein:

1. Da in neuester Zeit an der ZÖLLNERSchen Täuschungsfigur und an der MÜLLER-LYERSchen Figur eine Veränderung der Täuschung durch die Farbe nachgewiesen worden ist, ist der Schluss wohl gestattet, daß die Farbe auch die Größentäuschung infolge der Blickrichtung beeinflusst. Leider war es mir durch die Umstände unmöglich gemacht, eine Versuchsreihe auch unter diesem Gesichtspunkte durchzuführen, was ursprünglich geplant war.

2. Die Farbe scheint von Einfluss auf Entfernungsschätzungen zu sein.

Beide Arten des Einflusses der Farbe sind entschieden zu trennen; sie vereinigen sich bei der Täuschung am Himmelsgewölbe. Über die letztere Art des Einflusses hoffe ich nach nicht allzu langer Zeit Beobachtungen mitteilen zu können.

¹ A. ARENDT zählt die Farbenperspektive als Mitursache der Täuschung auf (Weltall, 2. Bd. 125 u. 143).

(Eingegangen am 9. Juni 1905.)