

## Experimentelle Untersuchung der beim Nachzeichnen von Strecken und Winkeln entstehen- den Gröfsenfehler.

Von

JULIUS RICHTER und HERMANN WAMSER.

### A. Versuche von JULIUS RICHTER.

Habe ich mir die Aufgabe gestellt, ein einfaches geometrisches Gebilde, z. B. eine Strecke oder auch einen Winkel nachzuzeichnen, so wird in den meisten Fällen die Reproduktion mit dem Original hinsichtlich der Gröfse nicht übereinstimmen. Dabei scheinen sich nun in vielen Fällen gewisse Gesetzmäßigkeiten zu zeigen, indem bei manchen Vorlagen die Tendenz zum Vergrößern, bei anderen die Neigung zum Verkleinern im Durchschnitt bedeutend überwiegt. Die Frage, wie man solche Fehler in der Reproduktion psychologisch bezeichnen soll, ist nicht leicht zu entscheiden. Der Gedanke an optische Täuschungen liegt nahe, ist aber kaum durchführbar, da der Anblick der Kopie dieselben Täuschungsbedingungen darbietet wie der des Originals, so daß eine Abweichung vom Original auf diese Weise nicht gut erklärt werden kann. Eher könnte man, da Kopie und Original beim Nachzeichnen gewöhnlich nicht in einer Wahrnehmung aufgefaßt werden, von Erinnerungstäuschungen sprechen. (Vgl. Groos, „Seelenleben des Kindes“, Kap. IX.)

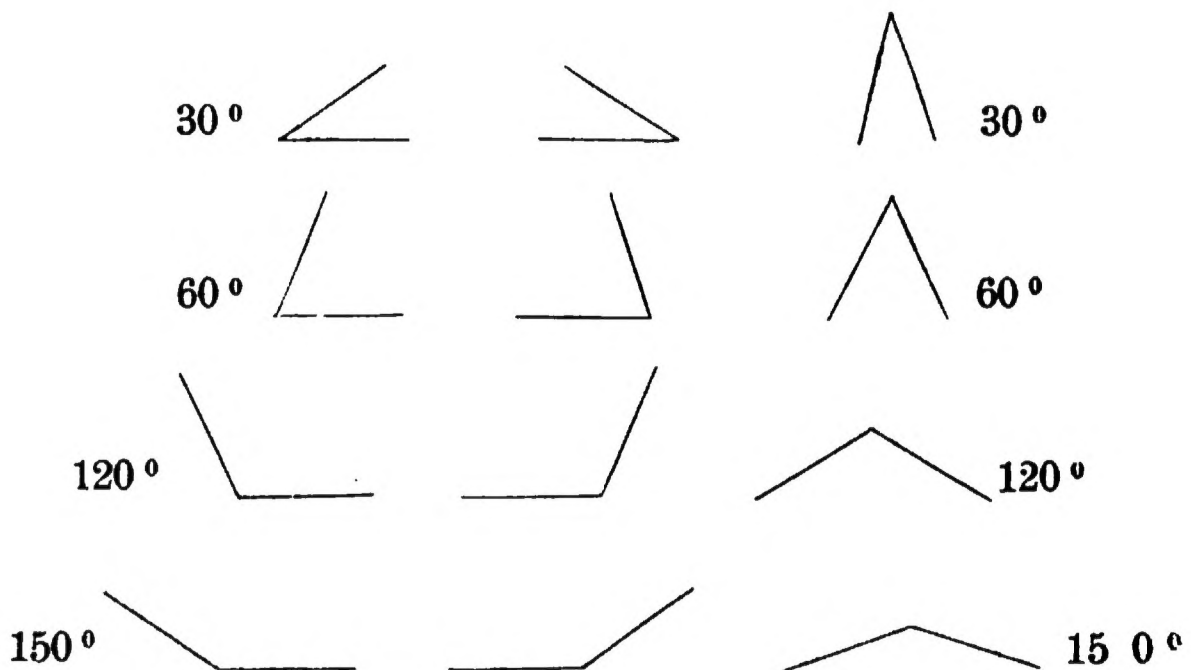
Es sind dies jedoch theoretische Fragen, deren Beantwortung jedenfalls nicht leicht ist, und es scheint angebracht, erst einmal zu untersuchen, ob sich denn wirklich eine gewisse Gesetzmäßigkeit der beim Nachzeichnen einfacher geometrischer Gebilde entstehenden Gröfsenfehler ergibt. Dann erst werden sich näm-

lich aus bloßen Hypothesen feste Sätze herleiten lassen. Derartige Versuche bieten aber zugleich dem praktischen Pädagogen großes Interesse, da gerade das Abzeichnen von Winkeln im Zeichenunterricht eine wichtige Rolle spielt.

### I. Anordnung der Versuche.

Einem Vorschlag des Herrn Professor Groos folgend wählte ich folgende Streckenlängen: 5 mm, 10 mm, 50 mm und 100 mm. Ebenso nahm ich auch nur vier Winkelgrößen, nämlich  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $120^\circ$  und  $150^\circ$ , jeden dieser Winkel aber in drei Lagen, so daß ich also 12 Winkelvorlagen zur Verfügung hatte. Sämtliche Vorlagen waren mit tiefschwarzer Tusche auf Oktavblätter gezeichnet. Für die Strecke 100 mm scheint ein solches Blatt vielleicht etwas zu klein, weil man sich beim Nachzeichnen leicht an die Entfernungen der Endpunkte der Strecke von den Papierrändern halten konnte. Ich suchte diesem Mifsstand dadurch zu begegnen, daß ich diese Entfernungen ungleich groß nahm und die Strecke in beliebiger Lage, nur parallel zu je zwei Papierrändern, auf das Blatt zeichnete.

Die drei Winkelvorlagen, von denen ich oben sprach, waren folgende: 1. Scheitel links, 2. Scheitel rechts; ein Schenkel war jedesmal wagrecht; 3. Scheitel in der Mitte, beide Schenkel waren geneigt („hängende“ Winkel). Die Schenkel waren gleich lang. Nachstehende Figuren zeigen die Winkel in den verschiedenen Lagen.



Bei sämtlichen Versuchen wurden die Vorlagen den Personen ungefähr 5 Sekunden lang gezeigt mit der Bitte, sie möchten die Streckenlänge oder Winkelgröße nach Entfernung der Vorlage so genau wie möglich auf ein Blatt zeichnen. Über die Größenverhältnisse der Vorlage wurde vorher nichts gesagt. Entweder hielt ich die Vorlage den Personen vor und nahm sie nach fünf Sekunden wieder weg, oder die Personen besorgten dies selbst. Die zum Zeichnen benutzten Blätter hatten dieselbe Größe wie die Vorlage und wurden nur auf einer Seite gebraucht. Die Vorlagen legte ich vier „Klassen“ von Personen zum Nachzeichnen vor. Nämlich:

1. Fünf Herren, teils Angehörige, teils Bekannte von mir; erstere Beamte, letztere Mathematiker älteren Semesters, zeichneten die Vorlagen 20 mal. (Also zusammen 1600 Versuche.) Diese Klasse von Versuchen möge kurz als „Erwachsene“ bezeichnet werden. Hier, wie bei allen anderen Klassen von Versuchen wurden die betr. Strecke oder der betr. Winkel zuerst aus freier Hand gezeichnet, dann mit dem Lineal nachgezogen. Es zeigte sich dies recht nützlich, denn beim Reproduzieren des Winkels aus freier Hand hat man noch viel besser die Lage der Schenkel im Gedächtnis, als wenn man gleich das Lineal benutzt. Anders verfuhr ich bei den Schülerversuchen, da dort, um Zeit zu sparen, gleich mit dem Lineal gearbeitet wurde.

2. Dank dem freundlichen Entgegenkommen des Direktors des Darmstädter Realgymnasiums wurde es mir ermöglicht, die Versuche auch durch Schüler ausführen zu lassen und zwar in den Klassen Untertertia (36 Schüler, die zweimal zeichneten) und Untersekunda (30 Schüler). Dies gibt ca. 1520 Versuche. In der Untertertia kamen verdächtig viele genaue Reproduktionen (Treffer) vor. Da es aber bei der Verrechnung gar nicht auf diese, sondern auf die Abweichungen vom Vorbild ankommt, konnten die Versuche immerhin mit in Betracht gezogen werden.

3. Dann habe ich die Vorlagen (jedesmal alle 16) einzelnen Personen, im ganzen 50, vorgelegt und sie von ihnen einmal nachzeichnen lassen. Da ich so gleichsam eine Bestätigung der Richtigkeit der anderen vielfachen Versuche haben wollte, bezeichnete ich diese Versuchsklasse mit „Proben“. Ich bekam so noch  $50 \cdot 16 = 800$  Versuche.

4. Schließlich habe ich selbst jede Vorlage 100 mal nachgezeichnet (1600 Versuche). Ich bringe diese Versuche in den

Tabellen nach den anderen, da sie aus noch anzuführenden Gründen ziemlich abweichend von den anderen ausfielen.

Im ganzen verfügte ich also über ca. 5500 Versuche; eine Vorlage wurde daher ungefähr 340 mal gezeichnet.

Mit dem Nachmessen meiner und anderer Zeichnungen habe ich erst begonnen, nachdem ich selbst alles gezeichnet hatte.

Alle Strecken und Winkel wurden von mir mit Maßstab resp. Transporteur nachgemessen, und die Fehler in Listen eingetragen. Wurde eine Vorlage über- oder unterschätzt, so vermerkte ich den betr. Fehler in der  $+$ - resp. in der  $-$ -Spalte; ein Treffer kam in die 0-Spalte.

Um eine recht genaue GröÙe für die Fehler zu bekommen, berücksichtigte ich auch halbe Millimeter und halbe Grad, in Zweifelsfällen jedoch immer die kleinere Fehlerzahl nehmend, z. B.  $1\frac{1}{4}$  als 1;  $1\frac{3}{4}$  als 1,5. Statt der DurchschnittsgröÙe des Fehlers findet sich in den nachstehenden Tabellen nur die Summe aus allen  $+$ - resp.  $-$ -Fehlern.

## II. Die Ergebnisse.

### A. Strecken.

Bevor ich von den von mir gemachten Untersuchungen berichte, möchte ich ähnlicher Versuche gedenken, die BINET und HENRI durch Schulkinder einer Pariser Gemeindeschule haben ausführen lassen. (*Revue philosophique* 37.) Auch dabei handelt es sich um die beim Vergleichen oder Nachzeichnen von Strecken entstehenden GröÙenfehler. Um „die Richtigkeit des Liniengedächtnisses“ zu untersuchen, gibt es nämlich nach BINET zwei Methoden. Erstens: das direkte Vergleichen verschiedener vorgelegten Strecken und zweitens die Wiedergabe der Vorlage durch die Hand, nachdem man die vorgelegte Strecke dem Gedächtnis eingeprägt hat. (*La reconnaissance par l'œil et la reproduction par la main.*) BINET und HENRI stellten nun tatsächlich gewisse Gesetzmäßigkeiten fest: 1. Je älter die Kinder sind, desto öfter werden Strecken richtig geschätzt oder reproduziert. 2. Wenn die Strecken aus dem Gedächtnis nachgezeichnet werden, sind die Fehler zahlreicher als beim bloßen Schätzen. 3. Kleinere Strecken (10—12 mm) werden durchschnittlich vergrößert, gröÙere (50—60 mm) verkleinert. Eine Strecke, die immer richtig geschätzt wird, „Normal“- oder



„Indifferenzlänge“, soll zwischen 4 und 16 mm liegen. 4. Jüngere Schüler machen beim Verkleinern von grossen Strecken grössere Fehler als ältere Schüler.

In nachstehenden Tabellen sind nun die von mir erhaltenen Zahlen zusammengestellt. In der ersten Spalte ist die Art der Vorlage, in der zweiten die Zahl der +-, —- und 0-Fälle in Prozent, in der dritten endlich sind die Summen aller +- und —-Fehler in mm angegeben.

Tabelle I. (Erwachsene.)

Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlersumme in mm	
	+	—	0	+	—
5 mm	72	5	23	95	5
10 mm	80	11	9	176	10
50 mm	24	69	7	104	324
100 mm	37	62	1	194	444,5

Tabelle II. (Untertertia.)

Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlersumme in mm	
	+	—	0	+	—
5 mm	57	22	21	65	14
10 mm	42	32	26	43	37
50 mm	10	64	26	23,5	237,5
100 mm	26	43	31	99,5	279

Tabelle III. (Untersekunda.)

Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlersumme in mm	
	+	—	0	+	—
5 mm	66	17	17	18,5	3
10 mm	79	14	7	39	4,5
50 mm	30	43	27	11,5	40,5
100 mm	27	53	20	34	144

Tabelle IV. (Proben.)

Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlersumme in mm	
	+	—	0	+	—
5 mm	66	16	18	45	5
10 mm	70	18	12	80	10,5
50 mm	26	64	10	46,5	163
100 mm	28	70	2	59,5	376,5

Diese vier Tabellen zeigen also eine sehr schöne Übereinstimmung. Die Strecken 5 und 10 mm werden überall überschätzt, während 50 und 100 mm zu klein wiedergegeben wurden. Bei den Schülerversuchen ist die Zahl der Treffer (s. oben S. 323) auffallend groß. Anders sieht es bei meinen eigenen Versuchen aus.

Tabelle V. (Eigene Versuche.)

Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlersumme in mm	
	+	—	0	+	—
5 mm	28	52	20	26,5	43,5
10 mm	45	36	19	82	33
50 mm	0	99	1	0	1002
100 mm	78	17	5	486	78,5

Die Zahlen stimmen nur bei 10 und 50 mm mit den seitherigen überein, während ich 5 mm gerade zu klein und 100 mm zu groß gezeichnet habe. Dieser Unterschied findet wohl seine Erklärung in einer gewissen Voreingenommenheit meinerseits. Bei 5 mm dachte ich, die Reproduktion sicher zu groß zu machen, und um nicht diesen Fehler zu begehen, zeichnete ich die Strecke recht klein; freilich ist sie dann zu klein ausgefallen. Die größere Strecke (100 mm) wurde gerade umgekehrt behandelt.

Hier am Schluss der Streckenversuche möge, wie dies gebräuchlich ist, eine kleine Zusammenstellung aller seither erhaltenen Zahlen folgen.

Tabelle VI. (Zusammenstellung.)

Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlersumme in mm	
	+	—	0	+	—
5 mm	60	22	18	250	70,5
10 mm	62	26	12	420	95
50 mm	13	76	11	185,5	1767
100 mm	44	45	11	873	1322,5

Als Durchschnittsbild ergibt sich demnach: die Strecken 5 und 10 mm wurden vergrößert, 50 mm verkleinert. Bei 100 mm dürfte die Fehlersumme entscheidend sein; die Gesamtsumme

der —-Fehler ist mit 1322,5 mm bedeutend gröfser als die der +-Fehler, die nur 873 mm beträgt. Alter oder Beruf hatten keinen grofsen Einflufs auf die Gröfse des Fehlers; bei den gröfseren Strecken haben vielleicht Schüler im Durchschnitt kleinere Fehler gemacht als Erwachsene.

Da ferner die Strecke 10 mm noch überschätzt, 50 mm dagegen unterschätzt wird, so scheint die „Indifferenzlänge“ nicht nur gröfser als 4 mm, sondern noch gröfser als 10 mm zu sein, aber wahrscheinlich die von BINET angegebenen 16 mm nicht zu übersteigen.

### B. Winkel.

Bei Erklärungsversuchen der optischen Täuschungen (z. B. der ZOELLNERSchen) sprach man viel von Über- resp. Unterschätzen der in den Figuren auftretenden Winkel. Verschiedene Psychologen befaßten sich auch im Anschluß an diese Behauptungen mit der Untersuchung einiger einfachen Winkelformen; jedoch wurden — im Unterschied von den hier beschriebenen Versuchen — die Irrtümer beim blofsen Sehen von Winkeln behandelt und irgend welche Gesetzmäßigkeiten (wie z. B. ein Überschätzen spitzer Winkel) nicht sicher festgestellt. So kann LIPPS (*Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane*, 3, S. 123) mit Recht von einer angeblichen oder wirklichen Überschätzung spitzer Winkel reden. Ebenso skeptisch äußert sich FIELENE über diese Frage (*Z. f. Ps. u. Ph.*, 17, S. 39); seiner Ansicht nach ist das Zugrofssehen spitzer Winkel eine Legende. Noch habe ich v. ZEHENDER zu erwähnen, dessen Experimente (*Z. f. Ps. u. Ph.*, 20, S. 92) folgende Resultate ergaben: „Spitze Winkel, deren einer Schenkel in der Horizontalrichtung liegt, erscheinen kleiner; spitze Winkel deren einer Schenkel in der Vertikalrichtung liegt, erscheinen gröfser als sie sind.“

Näher auf diese Untersuchungen einzugehen, ist hier nicht der Platz, da wir es bei meinen Versuchen mit Nachzeichnen zu tun haben; dabei will ich, wie früher bei den Strecken, die Frage offen lassen, ob „optische Täuschung“, „Erinnerungstäuschung“ oder eine andere Bezeichnung das Richtige trifft.

Nachstehende Tabellen — in derselben Anordnung wie die oben angeführten — enthalten die von mir gefundenen Zahlen.

Tabelle VII. (Erwachsene.)

Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlersumme in Grad	
	+	—	0	+	—
30° ∠	42	50	8	186	209
60° ∠	33	61	6	156,5	309,5
120° ∠	60	31	9	379	109,5
150° ∠	26	69	5	122	582
30° ∠	28	65	7	131,5	290
60° ∠	19	75	6	85	570
120° ∠	76	17	7	525	73
150° ∠	36	58	6	187,5	464,5
30° ∠	86	8	6	573	22
60° ∠	71	24	5	604,5	115
120° ∠	39	60	1	260,5	517,5
150° ∠	8	87	5	41	714,5

Vorstehende Zusammenstellung ist typisch für das Gesamtergebnis aus allen  $\angle$ . Zunächst fällt der Unterschied zwischen den Winkeln, deren einer Schenkel wagrecht ist, und den anderen Winkeln auf, die wir „hängende“ nennen wollen. 30°, 60° und 150°, jedesmal ein Schenkel wagrecht, einerlei, ob es der rechte oder der linke ist, werden nämlich unterschätzt, während 120° zu groß gezeichnet ist. Ganz anders ist das Verhalten der „hängenden“ Winkel. Da sind nämlich 30° und 60° zu groß, dagegen 120° und 150° zu klein geraten. Folgende kleine Zusammenstellung wird dies besser veranschaulichen.

Typus	30°	60°	120°	150°
∠	—	—	+	—
∠	—	—	+	—
∠	+	+	—	—



Das Zeichen „—“ bedeutet hierbei: Die Zahl und Gröfse der Verkleinerung der Vorlage überwiegt über die Zahl und Gröfse der Vergrößerungen („+“ entsprechend). Also Resultat: Gleichmäßige Behandlung der Winkel mit einem wagrechten Schenkel, und ganz abweichend hiervon die hängenden Winkel.

In den Tabellen VIII und IX mögen nun die Untertertia- und Untersekundaversuche folgen.

Tabelle VIII. (Untertertia.)













Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlertsumme in Grad	
	+	—	0	+	—
30° 	47	39	14	203,5	114
60° 	33	60	7	98	260,5
120° 	61	31	8	341,5	164,5
150° 	35	60	5	119	353
30° 	45	47	8	178	143,5
60° 	25	68	7	78	295
120° 	53	36	11	287,5	96,5
150° 	33	64	3	63,5	162
30° 	78	11	11	229,5	16,5
60° 	72	17	11	277,5	17
120° 	32	62	6	129	429,5
150° 	28	65	7	105,5	490

Tabelle IX. (Untersekunda.)

Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlersumme in Grad	
	+	—	0	+	—
30° ∠	23	74	3	26,5	119,5
60° ∠	30	60	10	30	129,5
120° ∠	67	30	3	171	44,5
150° ∠	37	63	0	39	170
30° ∩	59	38	3	65,5	72
60° ∩	28	62	10	38	155
120° ∩	54	43	3	76,5	82
150° ∩	57	43	0	111	89
30° ∧	40	47	13	83,5	46,5
60° ∧	43	50	7	84,5	116,5
120° ∧	30	70	0	50	164,5
150° ∧	10	90	0	5	258

Diese beiden Tabellen stimmen nur zum Teil mit der vorigen überein. Die Fehlergröße ist ungefähr dieselbe wie die in der ersten Tabelle verzeichnete; vergleicht man die Größe der Fehler bei den beiden Klassen Untertertia und Untersekunda, so findet man, daß sie bei der niederen Klasse im Durchschnitt etwas größer ist als bei der höheren. Die der Seite 328 entsprechende Veranschaulichung sieht hier so aus:

Untertertia.				
Typus	30°	60°	120°	150°
∠	+	—	+	—
∩	?	—	+	—
∧	+	+	—	—

Untersekunda.				
$\angle$	—	—	+	—
$\sphericalangle$	?	—	?	+
$\wedge$	?	—	—	—

Das Fragezeichen (?) soll besagen: Trotzdem die Zahl der —- (+-) Fehler gröfser ist als die der +- (—-) Fehler, ist doch die Summe der —- (+-) Fehler kleiner als die der +- (—-) Fehler.

Tabelle X. (Proben.)

Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlersumme in Grad	
	+	—	0	+	—
30° $\angle$	60	34	6	162	70
60° $\angle$	42	52	6	102,5	169
120° $\sphericalangle$	48	48	4	143	103
150° $\sphericalangle$	24	72	4	40	357
30° $\sphericalangle$	46	40	14	109,5	106,5
60° $\sphericalangle$	26	68	6	60	254,5
120° $\sphericalangle$	70	24	6	278,5	50,5
150° $\sphericalangle$	18	74	8	22	266,5
30° $\wedge$	74	20	6	298	37
60° $\wedge$	46	46	8	140,5	133,5
120° $\wedge$	24	72	4	59	386
150° $\wedge$	18	78	4	61	543,5

In dieser Tabelle findet man vielfach eine gleiche oder annähernd gleiche Anzahl von +- und —- Fehlern verzeichnet. So wurden die Winkel 120° ( $\sphericalangle$ ) und 60° ( $\wedge$ ) ebenso oft überwie unterschätzt. Bei 60° sind sogar die Fehlersummen einander ziemlich gleich, während bei 120° die Fehlersumme (143°) sehr zugunsten des +- Fehlers spricht; denn die —- Fehler-

summe beträgt nur 103°. Und so ist auch hier die merkwürdige Tatsache festzustellen, daß die Winkel 120°,  $\searrow$  und  $\swarrow$ , zu groß gezeichnet wurden. Die Anzahl der Treffer ist im Durchschnitt etwas größer als bei den seither erwähnten Versuchsklassen. Übersichtlich dargestellt würde das Resultat so aussehen:

Typus	30°	60°	120°	150°
$\angle$	+	—	+	—
$\searrow$	+	—	+	—
$\wedge$	+	+	—	—

Tabelle XI. (Eigene Versuche.)

Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlersumme in Grad	
	+	—	0	+	—
30° $\angle$	42	51	7	147,5	180,5
60° $\angle$	57	32	11	256	161
120° $\searrow$	78	18	4	411	56
150° $\searrow$	21	67	12	95	382,5
30° $\searrow$	52	38	10	257	139,5
60° $\searrow$	3	92	5	9,5	776,5
120° $\swarrow$	43	51	6	226,5	183
150° $\swarrow$	27	59	14	110,5	287
30° $\wedge$	73	15	12	492	51
60° $\wedge$	67	23	10	462	106,5
120° $\wedge$	25	71	4	158,5	714
150° $\wedge$	0	99	1	0	1715

Oder in übersichtlicher Darstellung:

Typus	30°	60°	120°	150°
$\angle$	—	+	+	—
$\searrow$	+	—	?	—
$\wedge$	+	+	—	—



Die vielen Differenzen zwischen den einzelnen Tabellen weichen nun einer gröfseren Regelmäfsigkeit, wenn wir alle Versuchsergebnisse in einer Gesamtdarstellung vereinigen:

Tabelle XII. (Zusammenstellung.)

Vorlage	Fehlerzahl in %			Fehlersumme in Grad	
	+	—	0	+	—
30° ∠	44	48	8	725,5	693
60° ∠	41	51	8	643	1029,5
120° ∠	64	30	6	1445,5	477,5
150° ∠	27	66	7	415	1844,5
30° ∠	42	48	10	741,5	751,5
60° ∠	17	76	7	270,5	2051
120° ∠	59	34	7	1394	485
150° ∠	33	61	6	494,5	1270
30° ∠	75	16	9	1676	173
60° ∠	63	27	8	1569	488,5
120° ∠	31	66	3	657	2211,5
150° ∠	13	83	4	212,5	3721

Es bestätigt sich also die bei Tabelle VII gemachte Erfahrung: Die Kopien von Winkeln, deren einer Schenkel wagrecht ist, zeigen übereinstimmende Abweichungen vom Original. Nämlich 60° und 150° (Typen ∠ und ∠) wurden stark verkleinert. Ein unbestimmtes Ergebnis liefert 30° (∠), da sich Fehlerzahl und Fehlersumme widersprechen; 30° (∠) ist nur schwach verkleinert. Wenn es also einen spitzen Winkel gibt, der überschätzt wird, so wird er nicht viel kleiner als 30° sein. Ebenso dürfte auch der „Normalwinkel“ (der „Indifferenzlänge“, S. 325, entsprechend) zwischen 20° und 30° liegen. Der einzige Winkel, der zu groß gezeichnet wurde, ist der von 120°; auch die Durchschnittszahlen aus allen Zahlen zeigen dies. Man

könnte also der Annahme zuneigen, daß es außer dem „spitzen“ Normalwinkel noch einen „stumpfen“ gibt, der vielleicht etwas größer ist als 120°; denn 150° wird schon verkleinert. Die Fehler, die bei dieser Art von Winkeln und von den verschiedenen Versuchspersonen gemacht wurden, zeigen keine wesentlichen Unterschiede.

Ganz anders fiel die Reproduktion der „hängenden“ Winkel aus. Nicht nur ein Winkel von 30° wurde vergrößert, sondern sogar noch der Winkel von 60°, während die stumpfen Winkel (120° und 150°) verkleinert wurden, 150° besonders stark. Der „Normalwinkel“ dürfte also zwischen 60° und 120° zu suchen sein. Alter oder Beruf haben auch hier die Größe des Fehlers kaum beeinflusst. Im Durchschnitt ist bei diesen Winkeln der Fehler etwas größer als bei den anderen; dies rührt wohl daher, daß man in diesem Fall die Lage zweier Schenkel im Gedächtnis

Tabelle XIII. (Zusammenstellung.)

Tabelle	VII	VIII	IX	X	XI	XII (alle zusammen)
30° ∠	—	+	—	+	—	?
60° ∠	—	—	—	—	+	— (schwach)
120° ∠	+	+	+	+	+	+ (sehr stark)
150° ∠	—	—	—	—	—	— (sehr stark)
30° ∠	—	?	?	+	+	— (fast gleich)
60° ∠	—	—	—	—	—	— (sehr stark)
120° ∠	+	+	?	+	?	· + (stark)
150° ∠	—	—	+	—	—	— (stark)
30° ∠	+	+	?	+	+	· + (sehr stark)
60° ∠	+	+	—	+	+	· + (sehr stark)
120° ∠	—	—	—	—	—	— (sehr stark)
150° ∠	—	—	—	—	—	— (sehr stark)

behalten muß, während sonst ein horizontaler Schenkel nicht weiter beachtet zu werden braucht.

Tabelle XIII, die in ihren fünf ersten Spalten die bisherigen Zusammenstellungen noch einmal und in ihrer sechsten Spalte eine solche aus der Tabelle XII bringt, gibt eine Übersicht des Gesamtergebnisses. Ich habe hier zu den  $+$ - und  $-$ -Zeichen in Spalte 6 die Bezeichnungen „schwach“, „stark“ und „sehr stark“ zugefügt. „Sehr stark“ bei „ $-$ “ soll z. B. bedeuten: Die Zahl der  $-$ -Fehler ist mehr als doppelt so groß wie die der  $+$ -Fehler.

Wir haben die Frage gestellt, „ob sich eine gewisse Gesetzmäßigkeit der beim Nachzeichnen einfacher geometrischer Gebilde entstehenden Größenfehler ergibt.“ Ohne daß unsere Resultate im einzelnen schon überall als endgültig feststehend zu betrachten sind, wird man wohl jene Frage im allgemeinen bejahen können. Bei den Strecken zeigt sich Übereinstimmung mit den von BINET gefundenen Ergebnissen; Winkel wurden meines Wissens zum ersten Mal in dieser Weise untersucht.

Zuletzt sei auch an dieser Stelle allen Damen und Herren, die sich den recht viel Geduld erfordernden Versuchen unterzogen haben, gedankt; besonderen Dank bin ich Herrn Professor GROOS schuldig, dessen Ratschläge mich sowohl bei den Versuchen als auch bei ihrer Ausarbeitung leiteten.

---

### **B. Versuche** VON HERMANN WAMSER.

Im W.-S. 1903/04 habe ich auf Anregung von Herrn Prof. GROOS ähnliche Versuche wie die oben geschilderten ausgeführt. Es handelte sich hierbei um das Abzeichnen von Strecken, Winkeln und Dreiecken. Die Länge der bei den Versuchen benutzten Strecken betrug 5, 10 und 120 mm; die Größe der Winkel  $40^\circ$  und  $120^\circ$ . Letztere wurden in zwei verschiedenen Lagen, die man vielleicht als liegend und hängend bezeichnen kann, reproduziert. Was den Zweck und die Herstellung der Zeichnungen anlangt, verweise ich auf die Arbeit des Herrn RICHTER, wenigstens soweit es sich um die Wiedergabe von Strecken und Winkeln handelte. Durch die Reproduktion von Dreiecken konnte man vielleicht eine Erklärung für den Umstand zu finden hoffen, daß man geneigt ist, Berggipfel spitzer zu zeichnen als sie in Wirklichkeit sind. Daß eine solche Tendenz vorhanden

ist, beweisen uns ältere Zeichnungen von Gebirgen und Bergen, die sehr häufig diesen Fehler aufweisen und deren Naturwidrigkeit uns erst mit der Erfindung der Photographie völlig klar geworden ist. Als Winkel der Dreiecke wurden  $120^{\circ}$  (an der Spitze) und  $40^{\circ}$  (an der linken Seite) gewählt. Die Verwendung derselben Winkel wie vorher sollte nebenbei dazu dienen, ein etwa verschiedenes Verhalten von gleichen Winkeln, die man einmal als Einzelwinkel, das andere Mal als Dreieckswinkel abzeichnete, festzustellen. Diese Zeichnungen wurden auf dieselbe Art wie die vorhergehenden hergestellt.

Bei den von mir angestellten Versuchen handelte es sich um Einzel- und Massenversuche. Bei dem Abzeichnen von Strecken und Winkeln wurden fünf Erwachsene verwandt, die Dreieckszeichnungen wurden von 40 ungefähr 10 Jahre alten Schülern einer Mittelschule hergestellt.





Was die Zahl der Versuche anlangt, so wurde jede Strecke sowie jeder Winkel von jeder Person 60mal reproduziert, es standen mir also für jede Strecke und Winkel 300 Zeichnungen zur Verfügung. Dreiecksversuche wurden 600 angestellt.

Die nun folgenden Tabellen enthalten die Hauptergebnisse; sie können, wenigstens soweit es sich um Strecken und Winkel handelt, zum Vergleich mit den von Herrn RICHTER gewonnenen Resultaten dienen.

Strecken.

Vorlage	Fehleranzahl in %			Fehlergröfse in mm		Gesamtcharakter
	+	—	Treffer	+	—	
5 mm	58 $\frac{1}{3}$	17 $\frac{2}{3}$	24	204	31,5	+
10 mm	64 $\frac{2}{3}$	18	17 $\frac{1}{3}$	352	40,5	+
120 mm	76 $\frac{2}{3}$	20 $\frac{2}{3}$	2 $\frac{2}{3}$	2126,5	517	+

Winkel.

Vorlage	Fehleranzahl in %			Fehlergröfse in Graden		Gesamtcharakter
	+	—	Treffer	+	—	
40° 	22	64 $\frac{1}{3}$	13 $\frac{2}{3}$	162	749	—
120° 	27 $\frac{1}{3}$	63 $\frac{1}{3}$	9 $\frac{1}{3}$	376	787	—
40° 	51	39	10	669	473	+
120° 	18 $\frac{1}{3}$	77 $\frac{2}{3}$	4	287	2520	—



Vergleicht man die hier gewonnenen Resultate mit denen des Herrn RICHTER, so ergibt sich, soweit gleiche Strecken und Winkel benutzt wurden, folgendes. Sowohl die Versuche von Herrn RICHTER als auch die von mir angestellten ergaben eine starke Vergrößerung beim Abzeichnen der Strecken von 5 und 10 mm, sowie des hängenden spitzen Winkels, dessen Gröfse bei Herrn RICHTER  $30^\circ$ , bei mir  $40^\circ$  betrug, und eine Verkleinerung des hängenden Winkels von  $120^\circ$ . Was die Strecke von 100 bzw. 120 mm anlangt, so ergab sich aus meinen Versuchen eine überwiegende Vergrößerung der Vorlage von 120 mm. Bei Herrn RICHTER ergaben sich für 100 mm entgegengesetzte Resultate. Während die Fehleranzahl in % neben 11 % Treffern  $44 +$  - und 45-Fälle ergab, also als zweifelhaft angesehen werden konnte, überwog in der Fehlergröfse die negative Zahl der mm stark ( $+ 873$  mm gegen  $1322,5 -$ ). Das abweichende Verhalten meiner Ergebnisse läfst sich durch zwei Möglichkeiten erklären. Vielleicht werden Strecken von dieser Länge überhaupt wieder vergrößert, oder aber die Nähe des Papierrandes der Vorlage hat Gegenwirkung erzeugt. Ich habe an mir selbst beobachtet, daß ich beim Abzeichnen der 120 mm-Strecke, um eine Stütze für das Einprägen der Länge zu gewinnen, unwillkürlich den Abstand der Endpunkte der Strecke mit dem Papierrand verglich. Um eine Beeinflussung in dieser Hinsicht zu vermeiden, müssen meiner Ansicht nach entsprechend grofse Vorlagen (mindestens Aktenformat) benutzt werden, wodurch dann selbstverständlich die Gefahr der Gegenwirkung vermindert wird. Die Ergebnisse beim Abzeichnen des liegenden Winkels von  $30^\circ$  bzw.  $40^\circ$  zeigten in der Hauptsache Verkleinerung. Bei mir sowohl in Fehleranzahl, als auch in Fehlergröfse, bei Herrn RICHTER dagegen überwog, obwohl seine Versuche  $44 +$  - und  $48 -$ -Fälle ergaben, in der Fehlergröfse die positiven mm mit  $725,5 +$  gegen  $693 -$ , so daß also die Tendenz zum Verkleinern bei  $40^\circ$  stärker hervorgetreten ist als bei  $30^\circ$ . Die auffallendsten Resultate ergab der stumpfe liegende Winkel von  $120^\circ$ . Hier fanden sich die schärfsten Gegensätze. Während nach meinen Messungen eine überwiegende Verkleinerung stattfand, ergaben Herrn RICHTERS Versuche eine starke Vergrößerung.

	Fehleranzahl in %			Fehlergröfse in Graden		Gesamtcharakter
	+	—	Treffer	+	—	
RICHTER	64	30	6	1445,5	477,5	+
WAMSER	27 $\frac{1}{3}$	63 $\frac{1}{3}$	9 $\frac{1}{3}$	376	787	—

Was die Ergebnisse der nur von mir angestellten Dreiecksversuche anlangt, so will ich diese ebenfalls in einer Tabelle wiedergeben. Wie schon erwähnt, handelte es sich um die Winkel von 120° und 40°.

Vorlage (Dreieck)	Fehleranzahl in %			Fehlergröfse in Graden		Gesamtcharakter
	+	—	Treffer	+	—	
40° ∠	73,5	20,166	6,33	3714	507	+
120° ∧	18,333	77,833	3,833	501	4456	—

Die von mir gewonnenen Ergebnisse bestätigten die früher beim Abzeichnen von Bergen gemachten Beobachtungen, nach denen der an der Spitze liegende Winkel verkleinert wurde. Hierin verhielt sich der Winkel von 120° im Dreieck analog dem gleichgroßen hängenden Einzelwinkel. Was den einen Basiswinkel von 40° anlangt, so wurde er in diesem Fall im Gegensatz zu dem liegenden Einzelwinkel von 40°, der überwiegend verkleinert wurde, überwiegend vergrößert. Ich glaube, daß hier eine Beeinflussung von seiten des Winkels an der Spitze vorlag, dergestalt, daß dieser der Versuchsperson kleiner erschien und sie daher naturgemäfs den Basiswinkel vergrößern mußte.

Trotz der ziemlich großen Zahl von Versuchen sind die Ergebnisse noch nicht als endgültig zu betrachten. Davor warnt uns das entgegengesetzte Resultat beim liegenden Winkel von 120°.

Die Grundfrage: „Gibt es bei den Reproduktionsfehlern Gesetzmäßigkeiten?“ ist vorläufig etwa folgendermaßen zu beantworten. Bei dem stumpfen hängenden Winkel von 120° zeigt sich eine so starke Übereinstimmung in der Tendenz zu verkleinern (die Resultate des Herrn RICHTER sowie meine eigenen zusammengerechnet ergaben für diesen Fall 71 $\frac{5}{8}$ % —, 24 $\frac{2}{8}$ % + und 3 $\frac{1}{2}$ % Treffer sowie 4731,5 mm — und 944 mm +), daß

man mit einiger Wahrscheinlichkeit die Bestätigung unserer Ergebnisse durch spätere Experimente vermuten kann. Ebenso verhält es sich mit den kleinen Strecken von 5 und 10 mm. Die Versuche mit Strecken von 100, 120 und mehr mm müssen mit größeren Vorlagen wiederholt werden. Auch die liegenden stumpfen Winkel bedürfen noch der Nachforschung, womöglich auf Grund verfeinerter Methoden.

*(Eingegangen am 29. März 1904.)*

---