

# Grundzüge einer Farbentheorie.

Von

Prof. Dr. EGON RITTER VON OPPOLZER in Innsbruck.

## II. Abschnitt.

### Zur Theorie der eindimensionalen Gesichtsempfindungen oder des totalfarbenblinden Systems.

#### § 1. Die Aufgabe der Theorie.

Das Gebiet unserer normalen Gesichtsempfindungen ist ein dreidimensionales; jede solche Empfindung ist nämlich durch drei Bestimmungsstücke in unserem Bewußtsein gegeben; es sind dies die drei psychologischen Begriffe: die Helligkeit, der Farbenton und der Sättigungsgrad. Das Licht, das als Reiz wirkt und die Gesichtsempfindung hervorruft, ist, wenn es homogen ist, eine zweifache Mannigfaltigkeit, indem es durch seine Intensität und Wellenlänge völlig gegeben ist; ist es ein Mischlicht, das aus beliebig vielen homogenen Lichtern zusammengesetzt ist, so ist seine Mannigfaltigkeit auch eine beliebig hohe. Die Empfindung, die ein solches Mischlicht erzeugt, bleibt aber stets durch die drei psychologischen Koordinaten: Helligkeit, Sättigung und Ton bestimmt. Die physikalischen Koordinaten Intensität und Wellenlänge bestimmen aber die drei psychischen. Setzen wir die

psychischen  
Koordinaten:

Helligkeit =  $H$

Sättigung =  $S$

Farbenton =  $T$

physikalischen  
Koordinaten:

Intensität =  $I_1, I_2 \dots I_n$

Wellenlänge =  $\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_n$

so ist für unser normales System, wenn das wirkende Licht aus den Wellenlängen  $\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_n$  mit den entsprechenden In-

tensitäten  $I_1, I_2, \dots, I_n$  besteht, also ein Mischlicht ist, allgemein:

$$H = f_1 (I_1, \lambda_1, I_2, \lambda_2, \dots, I_n, \lambda_n)$$

$$S = f_2 (I_1, \lambda_1, I_2, \lambda_2, \dots, I_n, \lambda_n)$$

$$T = f_3 (I_1, \lambda_1, I_2, \lambda_2, \dots, I_n, \lambda_n)$$

Denn es ist ja bekannt, daß sowohl die Sättigung eines homogenen Lichtes mit Steigerung der Intensität abnimmt, daß auch der Farbenton mit dieser veränderlich ist, daß also keineswegs die Sättigung bloß von der Reinheit des Lichtes im physikalischen Sinne abhängt oder etwa der Farbenton nur von der Wellenlänge. Gelingt es, wenn die physikalischen Größen  $I_1, I_2, \dots, I_n$  und  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  eines Mischlichtes gegeben sind, die obigen Funktionen  $f_1, f_2$  und  $f_3$  aufzustellen, so ist die Theorie der normalen Gesichtsempfindungen als erledigt anzusehen.

Bevor nun an eine solche herangegangen werden kann, ist es unerläßlich, zuerst das einfachste System der Gesichtsempfindungen, das totalfarbenblinde System, zu behandeln, das nur in Helligkeitsempfindungen besteht. Hier bestimmt nur eine psychische Koordinate die Empfindung und zwar das  $H$ . Während unser normales System als räumliches Gebilde dargestellt und aufgefaßt werden kann, kann der Totalfarbenblinde seine Gesichtsempfindungen in eine Linie einordnen. Der Weg über das totalfarbenblinde System erscheint um so natürlicher, als man ja stets getrachtet hat, unser normales System aus dem Zusammenwirken dreier sogenannter Urempfindungen abzuleiten, die farbenblinden Systeme aber aus dem Fehlen einer oder mehrerer solcher.

Unter diesen Urempfindungen verstehen die herrschenden Theorien Elementarempfindungen, denen gewisse Elementarhelligkeiten  $x, y, z$  zukommen mit den entsprechenden Sättigungen  $s_1, s_2, s_3$  und Tönen  $t_1, t_2, t_3$ , so zwar, daß diese nur von den Intensitäten und Wellenlängen des wirkenden Mischlichtes abhängen, während die Sättigungen und Töne dieser Urempfindungen mit den physikalischen Größen unveränderliche Parameter darstellen. Die Theorien suchen also folgende Gleichungen zu erlangen

$$H = \varphi_1 (x, y, z, s_1, s_2, s_3, t_1, t_2, t_3)$$

$$S = \varphi_2 (x, y, z, s_1, s_2, s_3, t_1, t_2, t_3)$$

$$T = \varphi_3 (x, y, z, s_1, s_2, s_3, t_1, t_2, t_3),$$



so daß jede andere Empfindung mit der Helligkeit  $H$ , Sättigung  $S$  und dem Tone  $T$  aus den verschiedenen Elementarhelligkeiten  $x, y, z$  der Urempfindungen resultiert und die

$$\begin{aligned} x &= F_1 (I_1, \lambda_1, I_2, \lambda_2, \dots I_n, \lambda_n) \\ y &= F_2 (I_1, \lambda_1, I_2, \lambda_2, \dots I_n, \lambda_n) \\ z &= F_3 (I_1, \lambda_1, I_2, \lambda_2, \dots I_n, \lambda_n) \end{aligned}$$

sind. Die Ursättigungen  $s_1, s_2, s_3$  und Urtöne  $t_1, t_2, t_3$  der Urempfindungen treten dann bloß als unveränderliche Konstante auf. Die Aufdeckung dieser Urempfindungen nach ihrem Tone hat vor allem die Theoretiker beschäftigt, und man ist unter Zugrundelegung gewisser Hypothesen zu Urfarben gekommen, die selbst im reinen Spektrum nicht gesehen werden können. Hierzu wurde sowohl HERING als auch HELMHOLTZ und seine Schule geführt. Die Aufstellung der allgemeinen Gleichungen wurde nicht in Angriff genommen; nur bei HELMHOLTZ finden sich die ersten Anfänge, indem er die Empfindlichkeit für Wellenlängenunterschiede auf die Empfindlichkeit für die Helligkeitsunterschiede der Urfarben zurückzuführen sucht.

Bei dem totalfarbenblinden System braucht nur die Gleichung

$$x = F (I_1, \lambda_1, I_2, \lambda_2, \dots I_n, \lambda_n) = H$$

aufgestellt zu werden und mit der Ermittlung der Funktion ist die Theorie des Systems vom psychophysischen Standpunkte als erledigt anzusehen. Bevor also dies nicht geleistet ist, wird eine Theorie der höheren Systeme aussichtslos sein. Im folgenden ist gezeigt, daß bei der Gültigkeit des FECHNERSchen Gesetzes und des III. GRASSMANNschen Satzes für das totalfarbenblinde Auge die Aufstellung der Gleichung in der Tat möglich wird. Werden beide Voraussetzungen als zutreffend erkannt, so müßte die folgende Theorie als erfüllt angesehen werden.

Beobachtungsreihen, die die Gültigkeit des FECHNERSchen Gesetzes bei totalfarbenblinden Augen geprüft haben, existieren nicht; mir erscheint es aber unwahrscheinlich, daß ein Gesetz, das seine angenäherte Gültigkeit für so viele Sinnesgebiete einschließlic der Gesichtsempfindungen gezeigt hat, nicht auch für die Empfindungen der Sehnerven eines totalfarbenblinden Auges angenähert gelten sollte. Haben ja die Untersuchungen an partiell Farbenblinden diesbezüglich keinen Unterschied gegen die normalen Augen erkennen lassen, sie zeigen sogar, daß die

systematischen Abweichungen gegen das Gesetz bei hohen und sehr schwachen Intensitäten die gleichen, wie im normalen Systeme sind. Es wäre daher geradezu sonderbar, wenn bei dem totalfarbenblinden Auge das Gesetz plötzlich ganz zu gelten aufhörte. Man wird daher die erste Voraussetzung als sehr wohl begründet ansehen.

Der III. GRASSMANNsche Satz, der besagt, daß psychisch gleich Erscheinendes — mag dasselbe auch auf der Wirkung von Lichtern beruhen, die verschiedene physikalische Zusammensetzung besitzen, z. B. zwei Weißlichter, die aus verschiedenen komplementären Wellenlängen zusammengesetzt sind — zu psychisch Gleichem gemischt (das ist eine physikalische Operation) wieder psychisch Gleiches gibt, hat sich ebenfalls in ziemlich weiten Grenzen als gültig erwiesen, sowohl für das normale, als partiell farbenblinde System. Daß dies auch für das totalfarbenblinde System erfüllt bleibt, folgt aus der Tatsache, daß das, was unserem normalen Auge gleich erscheint, auch sehr nahe für das partiell- und totalfarbenblinde gleich bleibt. Streng erfüllt bleibt das Gesetz selbst für unser normales Auge nicht, es kann aber ebenso wie das FECHNERSche Gesetz zur Grundlage der Theorie genommen werden, weil diese dann sicherlich eine erste und zwar weitgehende Annäherung an die Wahrheit darstellen wird.

Sollte es einmal gelingen, die strengen Gesetze zu finden, so wird es nach dem folgenden keine Schwierigkeit haben, die Theorie nach diesen Erweiterungen in ähnlicher Weise aufzubauen. Es ist aber überhaupt fraglich, ob eine Erweiterung dieser Theorie je einen Sinn erhalten wird, indem vielleicht die individuellen Unterschiede der Systeme von gleicher Ordnung wie die Abweichungen von den hier zugrunde gelegten Sätzen sind.

## § 2. Die Theorie der isogenen Empfindungen.

Wir legen das FECHNERSche Gesetz in der Form

$$x = A \cdot \log \left( 1 + \frac{I}{a} \right)$$

zugrunde, wo  $A$  und  $a$  von der Intensität unabhängig sind,  $x$  die Helligkeit oder überhaupt die Stärke der Empfindung eines homogenen Lichtes, die wir eine isogene Empfindung nennen

wollen, — im Gegensatze zur heterogenen, die aus mehreren homogenen Lichtern entsteht — von der Intensität  $I$  repräsentieren soll. Für ein zweites homogenes Licht wird allgemein

$$x' = A' \cdot \log \left( 1 + \frac{I'}{a'} \right)$$

sein, wo nun die Konstanten  $A'$  und  $a'$  vorerst als verschieden von den für das erste Licht gültigen anzusehen sind. Nach dem Satze für ein totalfarbenblindes Auge, daß ich durch Änderung der Intensität irgend eines Lichtes von beliebiger Wellenlänge stets dieselbe Helligkeit erzielen kann, wie bei einem anderen vorgegebenen Lichte, womit ich also in diesem Systeme eine Lichtgleichung — der sonst übliche Ausdruck „Farbengleichungen“ würde hier sinnstörend wirken — erhalte, wird es stets möglich sein, ein  $I''$  des zweiten Lichtes zu finden, daß

$$x = x' = A \cdot \log \left( 1 + \frac{I}{a} \right) = A' \cdot \log \left( 1 + \frac{I''}{a'} \right)$$

gemacht werden kann. Diese Gleichung muß aber nach dem Satz der Erhaltung der Lichtgleichungen, der bekanntlich nur ein spezieller Fall des III. GRASSMANNschen Satzes ist, bestehen bleiben, wenn ich die Intensitäten beiderseits prozentuell um denselben Betrag ändere; also muß für beliebige  $\kappa$

$$A \log \left( 1 + \kappa \frac{I}{a} \right) = A' \log \left( 1 + \kappa \frac{I''}{a'} \right)$$

bleiben.

Solche Lichtgleichungen lassen sich für je zwei beliebige Wellenlängen bilden und für jedes  $\kappa$  müssen sie erfüllt bleiben; daraus folgt notwendigerweise, daß erstens

$$A = A'$$

sein muß, d. h. daß die Konstante  $A$  und damit nach dem § 3 des I. Abschnittes die Unterschiedsempfindlichkeit von der Wellenlänge unabhängig sein muß; zweitens, daß

$$\frac{I}{a} = \frac{I''}{a'}$$

sein muß, d. h. daß gleichen isogenen Empfindungen (Helligkeiten im totalfarbenblinden Systeme) gleiche Reizwerte ent-



sprechen. Wir nannten ja das Verhältniß von Intensität und Eigenlichtintensität  $a$  den Reizwert. Wir wollen nun für diese fundamentale GröÙe die Bezeichnung

$$\text{Reizwert} = \xi = \frac{I}{a}$$

einführen. Der obige Satz lautet also:

Wenn  $x = x'$  ist, so muß  $\xi = \xi'$  sein.

Isogenen Lichtgleichungen entsprechen Reizwertgleichungen.

Da nun, wie die Erfahrung zeigt, die Verteilung der physikalischen Lichtenergie nicht mit der psychologischen im Spektrum übereinstimmt, indem ja schon die Maxima der beiden Energien nicht auf dieselbe Wellenlänge fallen, so sind wir zu der Annahme gezwungen, daß der Reizwert eine Funktion der Wellenlänge ist. Wenn das  $a$  für alle Wellenlängen konstant wäre, so müßte ja doch die Reizwertkurve denselben Verlauf wie die Lichtenergie im Spektrum zeigen, was ja eben nicht der Fall ist. Um also die verschiedenen Helligkeiten im Spektrum zu erklären und gleichzeitig das FECHNERSche Gesetz aufrecht zu halten, muß  $a$  als Funktion der Wellenlänge angesehen werden. Nennen wir den reziproken Wert von  $a$

$$\xi_0 = \frac{1}{a} = \text{spezifischen Reizwert,}$$

so definiert sich der Reizwert

$$\xi = \xi_0 \cdot I$$

als das Produkt aus spezifischem Reizwert in die Lichtintensität. Oder der spezifische Reizwert ist gleich dem Reizwert der Intensitätseinheit. Die Wahl derselben steht uns frei, wir können für jede Wellenlänge eine willkürliche Intensitätseinheit festsetzen. Es dürfte sich empfehlen, die Intensitäten aller Wellenlängen im Sonnenspektrum der Einfachheit halber gleich Eins zu setzen.

Das Mischgesetz folgt aber auch, wie schon im § 3 des I. Abschnittes gezeigt wurde, aus dem III. GRASSMANNschen Gesetze. Es möge der dort gegebene Gedankengang mit den neu eingeführten Bezeichnungen hier wiederholt werden.

### § 3. Die Theorie der heterogenen Empfindungen.

Es sind zwei homogene Lichter von verschiedener Wellenlänge, den spezifischen Reizwerten  $\xi_0$  und  $\xi'_0$  und den Intensitäten  $I$  und  $I'$  vorgegeben und rufen die Helligkeiten  $x$  und  $x'$  hervor; es ist die Mischhelligkeit  $(x, x')$  zu finden. Ich erteile dem ersten Lichte eine solche Intensität  $I''$ , daß es ebenso hell wie das zweite Licht erscheint; ich stelle also eine Lichtgleichung

$$x'' = x'$$

her, woraus die Gleichheit der Reizwerte

$$\xi'' = \xi'$$

folgt. Nach dem III. GRASSMANNschen Satze muß es gleichgültig sein, ob ich das Paar  $x$  und  $x'$  mische oder das Paar  $x$  und  $x''$ . Also muß nach der symbolischen Bezeichnung sein:

$$(x, x') = (x, x'').$$

Rechts steht die Mischungshelligkeit zweier Lichter von derselben Wellenlänge. In diesem Falle addieren sich nach einem physikalischen Prinzip die Intensitäten; also

$$I_m = I + I''$$

und daher der Mischungsreizwert des rechten Paares

$$\xi_m = \xi_0 I_m = \xi_0 I + \xi_0 I'' = \xi + \xi''.$$

Nach der Gleichung  $\xi'' = \xi'$  ist aber weiter

$$\xi_m = \xi + \xi',$$

was also auch der Mischreizwert des linken Paares ebenfalls wegen der Lichtgleichung ist, woraus das Mischgesetz folgt

$$(x, x') = A \cdot \log \cdot (1 + \xi + \xi').$$

Dieser Beweis läßt sich für beliebig viele, z. B.  $\kappa$  homogene Lichter mit den Wellenlängen  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\kappa$  ausdehnen, und da jedes Mischlicht aus homogenen Lichtern besteht, so gilt allgemein

$$(x_1, x_2, \dots, x_\kappa) = A \log (1 + \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_\kappa) = A \log (1 + \sum \xi_\kappa)$$

oder

$$\xi_m = \sum \xi_\kappa,$$

daß der Reizwert des Mischlichtes gleich der Summe der Reizwerte der Komponenten ist.

Liegen zwei Lichter vor, von denen das erste aus  $m$  homogenen Lichtern, das zweite aus  $n$  solchen besteht und denen die  $m$  Reizwerte  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m$ , respektive  $n$  Reizwerte  $\xi_1', \xi_2', \dots, \xi_n'$  entsprechen, und stelle ich eine Lichtgleichung her, so muß offenbar die Summe der Reizwerte des ersten Lichtes gleich der Summe der Reizwerte des zweiten sein, also:

$$\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_m = \xi_1' + \xi_2' + \dots + \xi_n'$$

oder, wenn wir die spezifischen Reizwerte und die Intensitäten einführen:

$$\xi_{o_1} I_1 + \xi_{o_2} I_2 + \dots + \xi_{o_m} I_m = \xi_{o_1}' I_1' + \xi_{o_2}' I_2'' + \dots + \xi_{o_n}' I_n'.$$

Verändern wir die Intensitäten beider Lichter im selben Maße (das ist soviel, als wenn wir alle Intensitäten mit einer Größe  $k$  durchmultiplizieren), so bleibt offenbar die Lichtgleichung erhalten; denn es ist auch:

$$\xi_{o_1} \times I_1 + \xi_{o_2} \times I_2 + \dots + \xi_{o_m} \times I_m = \xi_{o_1}' \times I_1' + \xi_{o_2}' \times I_2'' + \dots + \xi_{o_n}' \times I_n'.$$

Selbstverständlich eine notwendige Folge unserer Voraussetzung, daß physiologisch Gleiches zu Gleichem gemischt, wieder Gleiches gibt; Intensitätssteigerungen kann ich ja als Mischung zweier gleichartiger Lichter betrachten.

Das PURKINJE'sche Phänomen, das aussagt, daß sich die Helligkeitsgleichheit zweier heterogener Lichter bei prozentuell gleicher Veränderung der Intensität ändert, kann unter den zugrunde gelegten Voraussetzungen im totalfarbenblinden System nicht bestehen, weil hier Helligkeitsgleichungen Lichtgleichungen sind; mithin Änderungen der Helligkeitsgleichungen dem Satze von der Erhaltung der Lichtgleichungen und damit wieder dem III. GRASSMANN'schen widersprechen würden. Man kann natürlich die Mischhelligkeit  $x_m$  auch als Funktion der Komponentenhelligkeiten  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ausdrücken. Nach der Grundgleichung ist

$$x = A \cdot \log (1 + \xi)$$

oder, wenn wir zur Potenz übergehen und natürliche Logarithmen wählen,



$$\text{Reizwert} = \xi = e^{\frac{x}{A}} - 1;$$

also wird nach dem Mischgesetze

$$\xi_m = (e^{\frac{x_1}{A}} - 1) + (e^{\frac{x_2}{A}} - 1) + \dots + (e^{\frac{x_n}{A}} - 1) = \sum (e^{\frac{x_n}{A}} - 1)$$

sein.

Wenn wir wieder zum Logarithmus übergehen, erhalten wir schliesslich die Mischhelligkeit  $x_m$  aus den Helligkeiten  $x_n$  der Komponenten:

$$x_m = (x_1, x_2 \dots x_n) = A \cdot \log \left[ 1 + \sum (e^{\frac{x_n}{A}} - 1) \right],$$

wo die Summe über alle Helligkeiten der homogenen Komponenten auszudehnen ist.

Führen wir statt der Helligkeiten der Komponenten ihre Intensitäten ein, so wird

$$x_m = A \log [1 + \sum \xi_{0n} J_n].$$

Mit diesem letzten Satze ist das Wesentlichste, was die Theorie des totalfarbenblinden Systems verlangt, erledigt. Es ist nämlich immer die Helligkeit irgend eines Lichtes, dessen physikalische Beschaffenheit gegeben ist, in der psychologischen Skala der  $x$  angebbar, also die Gleichung  $H = F(J_1, \lambda_1, J_2, \lambda_2, \dots J_n, \lambda_n)$  aufgestellt, da ja die  $\xi_0$  Funktionen der  $\lambda$  sind. Es soll nun das Reizwertgesetz abgeleitet werden ohne Einführung des FECHNER'schen Gesetzes.

#### § 4. Allgemeiner Beweis des Reizwertgesetzes.

Der Satz, daß Gleiches zu Gleichem gemischt wieder Gleiches gibt, drückt sich symbolisch so aus: wenn

$$\begin{aligned} x_1 &= x_3 \text{ und} \\ x_2 &= x_4 \text{ ist, so muß} \\ (x_1, x_2) &= (x_3, x_4) \text{ sein, oder kürzer} \\ x_{(1\ 2)} &= x_{(3\ 4)}. \end{aligned}$$

Hieraus kann man schließen, daß, wenn zwei Lichter mit den Helligkeiten  $x_1$  und  $x_2$  vorgegeben sind, stets

$$x_{(1\ 2)} = f(x_1, x_2),$$

ist, wo die Funktion  $f$  nun als unbekannt anzusehen ist; oben war

sie durch die Einführung des FECHNER'schen Gesetzes vollkommen definiert. Für ein zweites Lichterpaar, das gemischt wird, wird ebenso

$$x_{(3\ 4)} = f(x_3, x_4)$$

sein. Mischen wir nun das Mischlichterpaar  $x_{(1\ 2)}$  und  $x_{(3\ 4)}$  auch noch zusammen, so muß wieder

$$x_{(1\ 2)(3\ 4)} = f(x_{(1\ 2)}, x_{(3\ 4)})$$

oder nach den früheren Gleichungen

$$x_{(1\ 2)(3\ 4)} = f[f(x_1, x_2), f(x_3, x_4)]$$

sein. Ein evidenten Satz ist, daß das Mischresultat weder von der Reihenfolge noch von der Art der Zusammenfassung abhängen darf; ich hätte ebensogut zuerst das Lichterpaar  $x_1$  und  $x_3$ , dann  $x_2$  und  $x_4$  zu  $x_{(1\ 3)}$  und  $x_{(2\ 4)}$  mischen können und muß nun, wenn ich das Mischlichterpaar  $x_{(1\ 3)}$  und  $x_{(2\ 4)}$  mische, ein Mischlicht  $x_{(1\ 3)(2\ 4)}$  erhalten, das dem  $x_{(1\ 2)(3\ 4)}$  vollkommen gleich ist; also wird allgemein

$$x_{(1\ 2)(3\ 4)} = x_{(1\ 3)(2\ 4)} = x_{(1\ 4)(2\ 3)}$$

oder

$$f[f(x_1, x_2), f(x_3, x_4)] = f[f(x_1, x_3), f(x_2, x_4)] = f[f(x_1, x_4), f(x_2, x_3)],$$

was eine sogenannte Funktioneleichung ist, deren Bestehen notwendig erheischt, daß

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(x_1) + F(x_2) + F(x_3) + F(x_4)$$

sein muß, wo  $F$  eine neue unbekannte Funktion vorstellt. Den Beweis dieses Satzes, den ich befreundeter Seite verdanke, kann ich um so mehr hier unterdrücken als er sich aus einem „Parametersatze“ ergibt, den SOPHUS LIE in seinen Vorlesungen über Transformationsgruppen anführt. Unter der Annahme, daß, wenn zwei Helligkeiten vorgegeben sind, die Mischhelligkeit bloß eine Funktion dieser Komponenten ist, ferner, daß das Mischresultat von der Reihenfolge und Zusammenfassung der zu mischenden Lichter unabhängig ist, ergibt sich, daß es stets eine Funktion jeder einzelnen Helligkeit gibt, die bei der Mischung additive Eigenschaften besitzt.<sup>1)</sup>

---

<sup>1</sup> Ich möchte hier gleich auf die Allgemeinheit dieses Satzes, der zahlreiche Anwendungen im physikalischen Gebiete zuläßt, hinweisen.

Nun soll gezeigt werden, daß diese Funktion  $F$

$$F = \xi_0 \cdot I$$

ist, also proportional der Intensität sein muß, wo  $\xi_0$  bloß von der Wellenlänge, nicht aber von der Intensität  $I$  abhängt. Ohne der Allgemeinheit zu schaden, kann ich für die obigen  $x$  isogene Helligkeiten annehmen, die also homogenen Lichtern entsprechen, dann ist jedes  $x$  und hiermit auch  $F(x)$  bloß eine Funktion der Wellenlänge und ihrer Intensität. Es wird also sein:

$$F(x_1) = \Phi(\lambda_1, I_1), F(x_2) = \Phi(\lambda_2, I_2) \text{ u. s. w.}$$

Die obige Summe wird hiermit

$$\begin{aligned} & F(x_1) + F(x_2) + F(x_3) + F(x_4) \\ &= \Phi(\lambda_1, I_1) + \Phi(\lambda_2, I_2) + \Phi(\lambda_3, I_3) + \Phi(\lambda_4, I_4). \end{aligned}$$

Wirken nun lauter homogene Lichter ( $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4$ ) von derselben Wellenlänge, so addieren sich nach einem physikalischen Grundgesetze die Intensitäten, es wird daher

$$\begin{aligned} & \Phi(\lambda_1, I_1) + \Phi(\lambda_1, I_2) + \Phi(\lambda_1, I_3) + \Phi(\lambda_1, I_4) \\ &= \Phi(\lambda_1, I_1 + I_2 + I_3 + I_4), \end{aligned}$$

welche Gleichung nun für beliebige Wahl der Intensitäten der einzelnen nun untereinander gleichartigen Lichter gilt und wieder eine Funktionalgleichung darstellt, die höchst einfach ist und erfordert, daß

$$\Phi(\lambda, I) = \xi_0 I = F(x)$$

sein muß. Nennen wir nun das Produkt  $\xi_0 \cdot I$  den Reizwert,  $\xi_0$  den spezifischen Reizwert und bemerken, daß für jede Wellenlänge sich dieselbe Betrachtung anstellen läßt, so ersieht man aus der Gleichung, daß der Reizwert des Mischlichtes gleich der Summe der Reizwerte der homogenen Komponenten ist, womit der obige Reizwertsatz auch ohne Heranziehung des FECHNER'schen Gesetzes bewiesen ist. Gehen wir nochmals die Voraussetzungen durch:

1. Es existiert ein Mischgesetz; d. h. wenn

$$\begin{aligned} x_1 &= x_3 \\ x_2 &= x_4 \text{ ist, auch} \\ (x_1, x_2) &= (x_3, x_4) \end{aligned}$$

sein muß, was ein anderer Ausdruck des III. GRASSMANN'schen Satzes ist, mögen auch die  $x_1$ , und  $x_3$  oder  $x_2$  und  $x_4$  durch



verschiedene Wellenlängen hervorgerufen sein, also physikalisch verschieden sein,

2. das Mischresultat ist von der Reihenfolge und Zusammenfassung der Komponenten unabhängig,

3. bei der Mischung zweier Lichter derselben Wellenlänge addieren sich die Intensitäten,

so ersehen wir, daß die erste Voraussetzung ein nahe erfüllter Erfahrungssatz auf psychophysischem Gebiete ist, indem er sich sogar als nahe gültig für den Kontrast und die Ermüdungs- und Adaptationszustände erwiesen hat. Die zweite Voraussetzung erscheint evident, die dritte ist eine rein physikalische und zwar einwurfsfreie.

Der Satz, daß es eine Funktion, den Reizwert, geben muß, der ein Produkt aus einer Funktion der Wellenlänge, dem spezifischen Reizwerte, und der Intensität ist, und daß sich bei Mischungen diese Funktionen addieren, ist selbstverständlich fundamental und wurde schon von HELMHOLTZ und HERING erkannt. HELMHOLTZ nennt den Reizwert Stärke der „Erregungen“, HERING „Valenz“, den spezifischen Reizwert die „spezifische Valenz“. Ich habe den Ausdruck „Reizwert“ im Anschlusse an die Terminologie FECHNER's mir einzuführen erlaubt, indem er gewiß auch recht bezeichnend ist.

### § 5. Die Störungen der Theorie.

Die Empfindungsgröße  $x$  oder der Helligkeitseindruck z. B. eines Flächenelementes kann aber auch ein anderer werden, ohne daß die Intensität geändert wird z. B. durch Kontrast, oder Änderungen des Adaptationszustandes; wir werden daraus schließen, daß die Konstante  $A$ , die nahe die Unterschiedsempfindlichkeit ist, und  $\frac{1}{a} = \xi_0$  der spezifische Reizwert sekundären Änderungen unterworfen sein müssen. In der Tat ändert sich die Unterschiedsempfindlichkeit nicht nur bei extremen Werten der Intensitäten, sondern auch mit der Aufmerksamkeit und Übung, beides psychische Tätigkeiten; während die Unterschiedsempfindlichkeit ungeändert, sogar sehr herabgesetzt sein kann, können die Eindrücke sehr stark werden z. B. bei starker Dunkeladaptation (Mondlichtflecken auf einer dunklen weißen Wand). Im letzteren Falle müssen wir die Veränderung von  $x$

(Helligkeit) bei Aufrechterhaltung des FECHNERSchen Gesetzes auf Änderungen des Reizwertes schieben. Die sogenannte Erregbarkeit wird daher naheliegend proportional der Größe des spezifischen Reizwertes gesetzt werden können. Je größer die spezifischen Reizwerte sind, um so größer ist die Erregbarkeit. Darin liegt also die Hauptwirkung der Adaptation, wenn nicht die ganze, daß sie die Größe der spezifischen Reizwerte verändert. Sie scheint in zweiter Linie auch die Unterschiedsempfindlichkeit, die Konstante  $A$ , zu beeinflussen und gibt Anlaß zu den wiederholt konstatierten Abweichungen vom WEBERSchen Gesetze. Dieselbe Intensität wird bei größeren Reizwerten (bei Dunkeladaptation) heller empfunden, ohne daß die Unterschiedsempfindlichkeit [das ist die Konstante  $A$ ] sich wesentlich geändert hat. Wir gelangen also zu der Annahme, daß die spezifischen Reizwerte (optischen Valenzen) keineswegs eine Konstanz zeigen und sehr von der Stimmung des Auges abhängen. Man wird daher bei psychophysischen Maßbestimmungen sehr auf die Konstanz des Adaptationszustandes achten müssen, also nicht auf zu große Werte der Intensität bei Dunkeladaptation und nicht auf zu geringe bei dem Zustande, in dem sich das Auge bei diffusem Tageslichte im Zimmer befindet.

Die schon oben berührte Tatsache, daß weder durch Kontrast- noch durch Ermüdungs- noch durch Adaptationshelligkeiten das Gesetz der Erhaltung der Lichtgleichungen beträchtlich gestört wird, führt uns nun zu folgenden Schlüssen. Wenn durch diese sekundären Prozesse die spezifischen Reizwerte und damit natürlich die Reizwerte selbst, geändert werden, die Lichtgleichung zwischen zwei Lichtern aber trotzdem erhalten bleiben soll [was gleich erschienen ist, bleibt unter allen Umständen, auch bei der Wirkung der sekundären Prozesse, gleich], so müssen sich die spezifischen Reizwerte der einzelnen homogenen Lichter, aus denen die Lichter der Lichtgleichungen bestehen, alle links und rechts von der Gleichung im selben Verhältnisse ändern; wenn also zwischen zwei Mischlichtern  $x$  und  $x'$ , deren jedes aus homogenen Lichtern mit den Reizwerten  $\xi_1, \xi_2, \dots$ , respektive  $\xi_1', \xi_2', \dots$  besteht, eine Gleichung  $x = x'$  hergestellt wird, so sind die Mischreizwerte auch gleich oder:

$$\xi_1 + \xi_2 + \dots = \xi_1' + \xi_2' + \dots$$



und, wenn wir die spezifischen Reizwerte und Intensitäten einführen:

$$\xi_{o_1} I_1 + \xi_{o_2} I_2 + \dots = \xi_{o_1}' I_1' + \xi_{o_2}' I_2' + \dots$$

Für einen anderen Adaptationszustand muß diese Reizwertgleichung nahe erhalten bleiben, das kann nur sein, wenn jetzt die spezifischen Reizwerte nahe dieselben bleiben oder aber auch alle mit dem Faktor  $\kappa$  z. B. durchmultipliziert werden. So bleibt also allgemein:

$$[\kappa \xi_{o_1}] I_1 + [\kappa \xi_{o_2}] I_2 + \dots = [\kappa \xi_{o_1}'] I_1' + [\kappa \xi_{o_2}'] I_2' + \dots,$$

wo nun die eingeklammerten Größen die neuen veränderten spezifischen Reizwerte darstellen.

Durch die sekundären Prozesse (Kontrast, Ermüdung, Adaptationsstörungen) ändern sich die spezifischen Reizwerte im selben Verhältnisse.

Der simultane Kontrast und die lokale Adaptation werden von lokalen Veränderungen der spezifischen Reizwerte auf der Netzhaut begleitet sein, jedoch so, daß für die gleich gereizten Stellen alle Reizwerte wieder nahe im gleichen Verhältnisse geändert werden.

Die abgeleiteten Sätze gelten nur für eine Elementarempfindung, wo das Empfindungsgebiet ein eindimensionales ist; nachdem wir die höheren Systeme, das partiell farbenblinde und normale, auf das Zusammenwirken zweier und dreier Elementarempfindungen zurückführen, werden die Sätze für jede einzelne und auch das, was wir über die sekundären Prozesse gesagt haben, gelten; so wird auch der Farbenkontrast sich naturgemäß aus dem Helligkeitskontrast ableiten lassen, indem er nur auf dem Kontrastgesetze für die Elementarhelligkeiten beruht.

Es erübrigt nun, das total farbenblinde System auch unabhängig von jeder Theorie durch Heranziehung des Experimentes zu bearbeiten und die Theorie zu prüfen; hierzu ist aber die Darlegung von Untersuchungsmethoden und Begriffen unerlässlich vor allen, wenn wir zu den höheren Systemen aufsteigen. Wenn es auch in Anbetracht der Seltenheit totalfarbenblinder Augen kaum möglich sein dürfte, die angegebenen Wege zu beschreiten, so will ich doch die Arbeit genau durchführen, weil die Durcharbeitung dieses Systems ungemein klärend wirkt. Ihr habe ich es zu danken, daß ich mir über die Begriffe Hellig-



keit-Intensität, Sättigung-Mischung, Farbe-Wellenlänge klar geworden bin. Gerade hier lernt man das psychische Gebiet strenge vom physikalischen scheiden; durch nicht strenge Auseinanderhaltung dieser Begriffe sind ja die Verwirrungen, die sich bei GRASSMANN im Wesentlichen, bei HELMHOLTZ jedoch nur im Formellen finden und die HERING mit Recht so beklagt, entstanden.

### § 6. Das rein psychische Empfindungsgebiet.

Die Helligkeitseindrücke, die das total farbenblinde Auge von der Außenwelt erhält, in ihrer Gesamtheit füllen das Gebiet seiner Gesichtsempfindungen vollständig aus. Um diese Eindrücke zu ordnen, wird man eine Helligkeitsskala anlegen. Man wird irgend ein Licht, wohl am besten ein homogenes, u. zw. da am zweckmäßigsten ein Wellenlängengebiet in der Umgebung der *E*-Linie wählen. Nachdem das Auge konstante Adaptation hat, wird man die Intensität von ihrem unteren Reizschwellenwert etwa auf das zweitausendfache dieses Wertes steigern, wobei wohl noch keine merklichen Adaptationsstörungen stattfinden. Diese beiden Werte erzeugen ein Helligkeitsintervall, das nun passend durch fortgesetzte Teilung unter möglichster Vermeidung des Kontrasteinflusses in gleiche Helligkeitsintervalle geteilt wird. Ein Intervall von bestimmter GröÙe wird man als Helligkeitseinheit betrachten. Auch da wird es sich empfehlen, eine Vereinbarung zu treffen; es dürfte sich die Einführung einer SterngröÙe als Helligkeitseinheit empfehlen, d. i. der Helligkeitsunterschied, den das Intensitätsverhältnis  $2 \cdot 512$  erzeugt, bei einer gewissen Normalintensität, die sich photometrisch immer genau herstellen läßt, und bei bester Dunkeladaptation. Als Normalintensität könnte die KÖNIGSche genommen werden. (KÖNIG-BRODHUN, *Sitzungsberichte*, Berlin, S. 917; 1888 oder KÖNIG, gesammelte Abh., S. 120.) Die SterngröÙe als Einheit zu nehmen, rechtfertigt sich dadurch, daß dieses Helligkeitsintervall fast 2000 Jahre in Gebrauch steht und nicht aus äußerlichen Motiven gewählt wurde. Denn die sichtbaren Sterne wurden seit jeher (seit PTOLEMÄUS) in sechs Klassen eingeteilt, eine Zahl, die offenbar einen ganz willkürlichen und keinen mystischen Charakter besitzt; sie hat sich eben durch den bloßen Helligkeitseindruck von selbst ergeben und das spricht für ihren psychischen Wert.

Ihr Helligkeitsunterschied ist nicht zu groß, daß das Urteil unsicher wird, andererseits wieder nicht so klein, daß Störungen in der Empfindlichkeit des Auges auf sie einen Einfluß gewinnen. Nur so kann es sich erklären, daß die Sternhelligkeitschätzungen einen solchen Genauigkeitsgrad erlangen. Nicht etwa, daß die Schätzungen durch den Vergleich mit Fundamentalsternen gewonnen wurden, sondern rein aus dem Gedächtnis für den Helligkeitseindruck. Das größte Helligkeitsverzeichnis, das wir in der „Bonner Durchmusterung“ besitzen und, das über 300 000 Sterne enthält, wurde nur so erhalten, daß die Beobachter einen Blick in das Fernrohr warfen und gleich die Sterngröße in Zehntelgrade (d. i. etwa 10 % in der Intensität) angaben ohne auf bereits geschätzte Sterne zu rekurren. Trotzdem hat sich nur ein mittlerer Fehler von 0.2 Sterngrößen also von etwa 20 % in der Intensität ergeben; diese Schätzungen umfassen ein Helligkeitsintervall von über 9 Größenklassen, was einem Intensitätsverhältnis von 1:6000 entspricht. Hier liegt also eine Helligkeitsskala im größten Maßstabe vor, die ohne Herbeiziehung von Intensitätsmessungen, also physikalischen Messungen, nur rein psychologisch gewonnen wurde. Das Sicherheitsgefühl der Größenangaben war seit jeher so groß, daß die Astronomen lange nicht das Bedürfnis für ein Photometer empfanden. Erst am Anfange des vorigen Jahrhunderts begann HERSCHEL einmal nachzusehen, was denn zwischen den Helligkeiten (Sterngrößen) und Lichtintensitäten für eine Beziehung bestehe, eine Beziehung, die bekanntlich erst FECHNER durch seine Maßformel aufgedeckt hat.

Mit diesem Normalintervall kann ich nun die Teilung bis in die Zehntel seiner Größe leicht weitertreiben und, da man am besten mit Flächenhelligkeiten arbeitet — nicht mit Punkthelligkeiten wie bei den Sternen — noch unschwer bis auf fünf Hundertstel, was 5 % in der Intensität wären. Schließlich wird man aber bis zu einer Grenze gelangen, wo die Helligkeitsunterschiede eben noch merklich sind — der Astronom bezeichnet ihn als „Stufenwert“, der im Durchschnitte in der Stellarphotometrie auf etwa 0.1 Größenklassen zu veranschlagen ist und hier deshalb so groß ist (10 % in der Intensität), weil die Schätzung der Helligkeit punktförmiger Lichtquellen, die noch dazu durch die Luftunruhe, unbequeme Lage der Blickrichtung und viele andere störende Momente beeinflusst wird, wesentlich ungenauer



ist —. Dieser eben noch merkliche Helligkeitsunterschied wird in der Skala durch eine Strecke dargestellt sein, die für die gesamte Theorie der Gesichtsempfindungen eine hohe Bedeutung besitzt, und die „Schwellenstrecke“ heißen möge. Ihr dürfte bei mittleren Intensitäten eine Intensitätsänderung von etwas über 1 % entsprechen. Um nun die Skala mir stets wieder ins Gedächtnis rufen zu können, wird man zu einigen Helligkeiten die zugehörige Intensität notieren, so daß ich stets in der Lage bin, die Skala zu fixieren und zu kontrollieren.

Die Heranziehung der physikalischen Messungen ist hier im rein psychologischen Gebiete eigentlich unwesentlich und dient nur zur Kontrolle und genaueren Registrierung unserer Empfindungen. Sie ist eigentlich prinzipiell ebenso unnötig, wie sie es lange Zeit bei der Schätzung der Sterngrößen war.

Bezeichnen wir die GröÙe der Schwellenstrecke mit  $\Delta E$ , so gestattet sie uns den rein psychologischen Begriff, den der „Helligkeitsunterschiedsempfindlichkeit“ (H. U. E.), durch ihren reziproken Wert zu definieren, also

$$(\text{H. U. E.}) = \frac{1}{\Delta E} = \text{Helligkeitsunterschiedsempfindlichkeit,}$$

die von der später auftretenden Intensitätsunterschiedsempfindlichkeit wohl zu unterscheiden ist. Dieser letztere Begriff stellt eine Beziehung zwischen dem psychologischen und physikalischen Gebiete auf und leitet uns nun dazu über, den Zusammenhang dieser beiden Gebiete für das total farbenblinde System zu besprechen.

## § 7. Die Abhängigkeit der isogenen Empfindungen von der Intensität.

Hat man in der eben angegebenen Weise eine Helligkeitsskala auf rein psychisches Maß gegründet und zu jeder Helligkeit die entsprechende Intensität dazu geschrieben, so hat man natürlich damit sofort den Zusammenhang von Helligkeit und Intensität. Stellen wir ihn durch eine Kurve dar — die man als die Intensitätskurve der isogenen Empfindungen bezeichnen kann —, so wählen wir am zweckmäßigsten als Abszisse die Intensität, als Ordinate die Helligkeit. Auf letzterer tragen wir unsere Skala auf. Die Kurve wird zweifellos sehr



nahe das logarithmische Gesetz befolgen und sich in der Form

$$x = A \log_{\text{nat}} (1 + \xi_0 I)$$

darstellen lassen, wo nun  $A$  und  $\xi_0$  sich aus den gesamten Gleichungen ermitteln lassen werden. Als Normalwellenlängenlicht wählten wir die Umgebung der  $E$  Linie. Der so bestimmte Reizwert wird, wenn wir bei Dunkeladaptation gearbeitet haben, den Normalreizwert darstellen. Haben wir zwei Helligkeitsskalen für Dunkel- und Helladaptation hergestellt, so werden wir zwei Intensitätskurven und hiermit zwei spezifische Reizwerte erhalten, welche letztere das Maß für die Erregbarkeit in beiden Adaptationen abgeben.

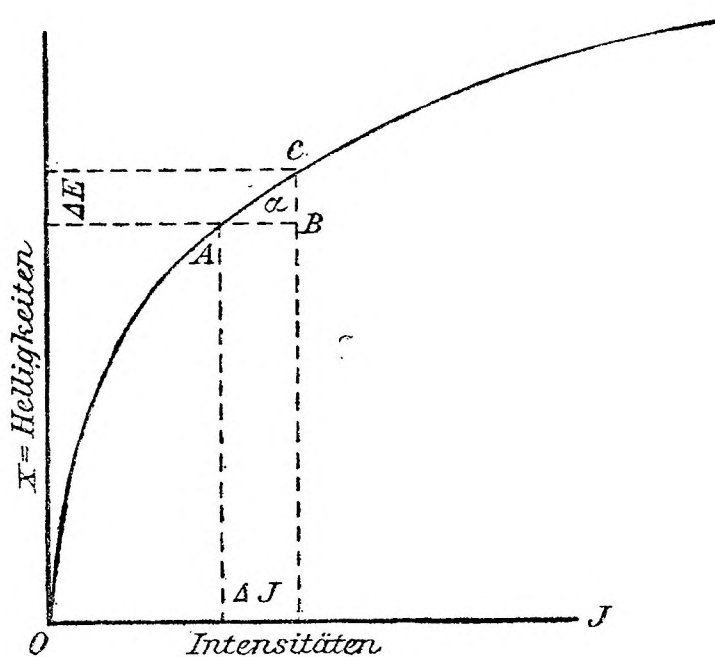


Fig. 1.

Aus der Intensitätskurve wird man unmittelbar die absolute Intensitätsunterschiedsempfindlichkeit (a. I. U. E.) ablesen können. Sei durch die Strecke  $\Delta E$  auf der Helligkeitsachse  $x$  die Schwellenstrecke angegeben, die entlang der ganzen  $x$ -Achse natürlich denselben Wert besitzen muß, wenn die geometrische Darstellung des Empfindungsgebietes vernünftig ist, was nur der Fall ist, wenn Empfindungsgleiches durch geometrisch Gleiches und Unterschiedsgleiches durch Streckengleiches dargestellt ist, so entspricht ihr ein gewisser Intensitätszuwachs  $\Delta I$ , der, wie die Kurve zeigt, eben hinreicht, um die Empfindungsänderung merklich zu machen. (Fig. 1.) Heißt der Winkel, den die Kurve im Punkte  $A$  mit der Abszissenachse macht,  $\alpha$ , so wird aus dem kleinen Dreiecke  $ABC$  folgen:

$$BC = \Delta E = \operatorname{tg} \alpha \cdot AB = \operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta I.$$

Nun ist  $\operatorname{tg} \alpha$  der Differentialquotient (das Gefälle) im Punkte  $A$ , also

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\partial x}{\partial J}$$

Die (a. I. U. E.) wird nun offenbar durch den reziproken Wert von  $\Delta I$  gemessen, es wird daher

$$(a. I. U. E.) = \frac{1}{\Delta I} = \frac{1}{\Delta E} \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\Delta E} \cdot \frac{\partial x}{\partial I} = \text{abs. Intensitäts-} \\ \text{unterschiedsempfindlichkeit}$$

und direkt durch den partiellen Differentialquotienten der Helligkeit nach der Intensität gemessen oder geometrisch durch die Tangente des Neigungswinkels der Kurve. Ich schreibe den partiellen Differentialquotienten, weil ja die Helligkeit  $x$  auch eine Funktion der Wellenlänge ist, die Differentiation hier aber nur nach der Intensität  $I$  erfolgen darf. Dort, wo die Kurve am raschesten steigt, wird auch die größte (a. I. U. E.) herrschen.

Unter relativer I. U. E. wird man offenbar

$$(r. I. U. E.) = \frac{I}{\Delta I} = \frac{I}{\Delta E} \cdot \frac{\partial x}{\partial J} = \text{rel. Intensitätsunterschiedsempfind-} \\ \text{lichkeit}$$

verstehen, indem als Maß der reziproke Wert der prozentuellen Intensitätssteigerung anzusehen ist, welchen man ja bekanntlich relative Unterschiedsschwelle nennt.

Führen wir das FECHNERSche Gesetz in der von uns bisher gebrauchten Art ein, so wird

$$\frac{\partial x}{\partial I} = A \frac{1}{1 + \xi} \frac{\partial \xi}{\partial I} = A \frac{\xi_0}{1 + \xi} = A \frac{\xi_0}{1 + \xi_0 I}$$

und daher

$$(a. I. U. E.) = \frac{A}{\Delta E} \cdot \frac{\xi_0}{1 + \xi_0 I}$$

und

$$(r. I. U. E.) = \frac{A}{\Delta E} \cdot \frac{\xi_0 I}{1 + \xi_0 I} = \frac{A}{\Delta E} \frac{\xi}{1 + \xi}.$$

Da nach dem WEBERSchen Gesetze  $\frac{\Delta I}{I}$  konstant sein soll, so muß auch die (r. I. U. E.) konstant bleiben, das ist wie die Formel zeigt, nur dann der Fall, wenn die Intensitäten so groß werden, daß

der Einer vernachlässigt werden kann. Solche Intensitäten wollen wir „normale“ nennen. Diese Vernachlässigung darf strenge dann eintreten, wenn  $\xi = \xi_0 I > 100$  ist, weil wir dann nur einen 1 %igen Fehler begehen, der tatsächlich unmerklich ist. Für normale Intensitäten gilt also das WEBERSche Gesetz streng. Es wird nämlich dann

$$(\text{r. I. U. E.}) = \frac{A}{\Delta E} \quad (\text{für normale Intensitäten}).$$

Sobald aber  $\xi < 100$  wird, beginnt der Einer einen merkbaren Einfluß zu gewinnen und schließlich einen überwiegenden, so daß man in der Reihe

$$\log \text{nat} (1 + \xi) = \xi - \frac{1}{2} \xi^2 + \frac{1}{3} \xi^3 - \dots = \xi (1 - \frac{1}{2} \xi) + \frac{1}{3} \xi^3 - \dots$$

bereits das quadratische Glied strenge weglassen darf; das ist der Fall, wenn  $\frac{1}{2} \xi < 0.01$  oder  $\xi_0 I < 0.02$  ist, da dann wieder nur 1 % des Reizwertes vernachlässigt wird. Diese Intensitäten, die also in das Bereich

$$100 > \xi_0 I > 0.02$$

eingeschlossen sind, mögen „kritische“ heißen. Sobald die Intensitäten noch weiter sinken, also in das Bereich

$$0.02 > \xi_0 I > 0$$

fallen, haben wir die „Dämmerungsintensitäten“. Für diese ist

$$\left. \begin{array}{l} x = A \xi, \quad \frac{\partial x}{\partial I} = A \frac{\partial \xi}{\partial I} = A \xi_0 \\ \text{und daher} \\ (\text{a. I. U. E.}) = \frac{A}{\Delta E} \xi_0 \\ \text{und} \\ (\text{r. I. U. E.}) = \frac{A}{\Delta E} \cdot \xi_0 J = \frac{A}{\Delta E} \cdot \xi \end{array} \right\} \quad (\text{für Dämmerungsintensitäten}).$$

Diese Intensitäten liegen offenbar äußerst nahe der unteren Reizschwelle und ihre Untersuchung wird wohl sehr unsicher werden.

Die Unterschiedsempfindlichkeiten für Intensitäten geben auch ein Mittel an die Hand, experimentell die Intensitätskurven zu ermitteln; denn sie liefern Werte für das Gefälle (Richtung



der Kurve) in jedem Punkte unabhängig von jedem speziellen, also z. B. vom FECHNERSchen Gesetze. Gehe ich von einer bestimmten Helligkeit und Intensität aus und bestimme ich die

$$(a. I. U. E.) = \frac{1}{\Delta E} \cdot \frac{\partial x}{\partial I} = \frac{1}{\Delta E} \operatorname{tg} \alpha, \text{ so kann ich ja von Punkt}$$

zu Punkt  $\alpha$  den Neigungswinkel der Kurve und hiermit den Kurvenzug erhalten. Bei dem totalfarbenblinden System wird jedoch dieser Weg sich nicht empfehlen, da eben die Elementarempfindung hier direkt bewußt wird und einfacher und genauer direkt in einer Skala festgelegt werden kann, die mir ja, wie oben gezeigt, unmittelbar die Intensitätskurve zu konstruieren gestattet.

Die Intensitätskurven für andere Wellenlängen müssen nach dem Satze der Erhaltung der Lichtgleichungen genau dieselbe Form haben. Stellen wir die Lichtgleichung für zwei Wellenlängen im Punkte  $A$  her, so müssen sich für beide die Kurven völlig decken. Wählen wir als Intensitätseinheiten für die verschiedenen Wellenlängen die Intensitäten des Sonnenspektrums, so werden die Intensitätskurven gegeneinander verschoben zu zeichnen sein, jedoch so, daß sie durch Verschieben parallel der  $x$ -Achse und  $I$ -Achse immer zur Deckung gebracht werden können. Sollte dies nicht genau stattfinden, so müßte man auf Einflüsse schließen, die das Gesetz der Erhaltung der Lichtgleichungen stören (Fehler im Spektralapparate, Adaptationsstörungen, die die Konstanz der Reizwerte und zum Teil deren gegenwärtige Verhältnisse stören.

## § 8. Die Abhängigkeit der isogenen Empfindungen von der Wellenlänge.

Stellen wir mit einem Spektralapparate ein Spektrum her, so sieht das totalfarbenblinde Auge ein Band von verschiedener Helligkeit. Es kann dann diese Helligkeiten in seine Skala einordnen, so daß jeder Wellenlänge eine bestimmte Helligkeit entspricht. Man wird sich diese Abhängigkeit von der Wellenlänge wieder in einer Kurve, welche die Wellenlängenkurve der isogenen Empfindungen gültig für das Versuchsspektrum heißen soll, anschaulich machen und als Ordinate wieder die Helligkeitsskala, als Abszisse die Wellenlängen wählen. Diese

Kurve hat aber keinen allgemeinen Wert, wenn man nicht die Umrechnung auf die Intensitäten des Sonnenspektrums macht. Das kann nicht durch allgemein gültige Tabellen gemacht werden, sondern jeder Spektralapparat muß genau geaicht werden. Die Dispersionsverhältnisse und vor allen die Absorptionskoeffizienten der Prismen für verschiedene Wellenlängen sind derartig verschieden, nämlich von der Glassorte abhängig, daß für jeden Apparat, wenn nicht eigene Normalgläser und Normal-spektralapparate verwendet würden, die Lichtschwächung für die verschiedenen Spektralgebiete ermittelt werden muß. Auch wenn man Diffraktionsgitter zur Erzeugung der Spektren verwendet, ist man vom Metall des Gitters, das immer auswählendes Reflektionsvermögen aufweist, abhängig, wiewohl die Aichung wegen der gleichmäßigen Dispersion sich einfacher gestalten wird. Auch wird auf den Sonnenstand zu achten sein, der auf das Spektrum wesentlichen Einfluß gewinnt, wenn die Sonne schon tief steht, weil dann die Atmosphäre die kürzeren Wellenlängen sehr stark, die längeren viel schwächer absorbiert (die Sonne rötlich erscheint). Man wird daher den Sonnenstand notieren und zwar bei möglichst hohem die Aichung vornehmen. Bei dieser müssen also alle im Strahlengang befindlichen Medien mitgenommen werden, wie z. B. der Heliostat, die gesamten Mittel des Spektralapparates bis nach dem Austritte aus dem Okulare. Hat man so die Lichtverluste für verschiedene Wellenlängen bestimmt, so kann ich die Intensitäten des Versuchsspektrums auf die wahren des Sonnenspektrums umrechnen und mit den Intensitätskurven des vorigen Paragraphen die wahren Wellenlängenkurven gültig für das Sonnenspektrum erhalten. Diese sind dann von allgemeiner Bedeutung und streng vergleichbar mit Resultaten, die an anderen Orten angestellt wurden. Es wird sich empfehlen, diese Wellenkurven wieder für zwei Adaptationszustände zu konstruieren; würde sich das Gesetz der Erhaltung der Lichtgleichungen auch für verschiedene Adaptationszustände genau bewähren, so würde die Überführung der einen Wellenkurve in die andere dadurch stattfinden können, daß man alle Intensitäten der einen proportional ändert (S. 334). Bis jetzt sind diese Kurven, die den direkten Zusammenhang der Empfindung (Helligkeit) mit den Wellenlängen ergeben, meines Wissens noch nicht konstruiert worden; sie ergeben sich jedoch leicht aus den schon im wesentlichen festgelegten Wellenlängen-



kurven der Reizwerte des totalfarbenblinden Auges. Da Lichtgleichungen Reizwertgleichungen nach sich ziehen und das totalfarbenblinde Auge durch Intensitätsänderungen z. B. des Normallichtes (*E*-Linie) stets Lichtgleichungen zwischen diesem und einem Lichte anderer Wellenlänge im Versuchsspektrum herstellen kann, so gewinne ich nun Reizwertgleichungen zwischen dem Normallichte und allen anderen Wellenlängen:

Reizwerte des Normal- lichtes.	Reizwerte der anderen Wellen- längen des Ver- suchsspektrums.
$\xi_0 I_1$	$= \xi_{0_1} I_1'$
$\xi_0 I_2$	$= \xi_{0_2} I_2'$
$\vdots$	$\vdots$
$\xi_0 I_\infty$	$= \xi_{0_\infty} I_\infty'$

So erhalte ich also alle Reizwerte ausgedrückt in Normaleinheiten bezogen auf die Intensitäten des Versuchsspektrums. Reduziere ich letztere wieder auf das Sonnenspektrum, in dem wir ja alle Intensitäten der Einheit gleichsetzen, so erhalten wir unmittelbar dann die spezifischen Reizwerte gültig für Dunkel- oder Helladaptation ausgedrückt in Einheiten des spezifischen Normalreizwertes der *E*-Linie und können diese wieder in einer Kurve darstellen. Das ist ja seit jeher das übliche Verfahren gewesen, um diese Wellenlängenkurven der Reizwerte zu erhalten. Sie geben also keineswegs das Bild von dem Verlaufe der Helligkeiten, sondern man muß erst, wenn mit normalen Intensitäten gearbeitet worden ist, den Logarithmus jeder Ordinate (des Reizwertes) nehmen, um die Helligkeiten zu erhalten. Die Wellenlängenkurve der Helligkeiten wird daher in der Nähe des Maximums flacher als die der Reizwerte verlaufen. Da sich nun die Bestimmung der Reizwerte durch Lichtgleichungen so genau und einfach gestaltet, wird der beste Weg zur Konstruktion der Wellenlängenkurven der Helligkeiten erst durch die Ermittlung der Kurve der Reizwerte gegeben sein, ein Weg, der jedoch schon zwei Hypothesen voraussetzt, erstens, daß Lichtgleichungen Reizwertgleichungen bedingen, zweitens, daß der III. GRASSMANNsche Satz erfüllt ist.

Ein weiteres Untersuchungsmittel der Gestalt der Wellenlängenkurven der Empfindungen bietet die Empfindlichkeit für



Wellenlängenunterschiede (W.U.E.) = Wellenlängenunterschiedsempfindlichkeit) dar. Man kann zwei Spektren aneinander stoßen lassen, so daß sie übereinanderliegen. Beide haben natürlich genau dieselbe Energieverteilung. Der Totalfarbenblinde hat nun ein Spektrum so zu verschieben, daß er auf Wellenlängengleichheit mit dem anderen Spektrum einzustellen hat. Der reziproke Wert des mittleren Fehlers  $\Delta\lambda$  der Einstellung wird ein Maß für die (W.U.E.) geben; es wird daher

$$\text{Wellenlängenunterschiedsempfindlichkeit} = (\text{W.U.E.}) = \frac{1}{\Delta\lambda}$$

sein. Es ist nun leicht, aus der obigen Wellenlängenkurve der Empfindungen den Betrag der Verschiebung  $\Delta\lambda$  zu bestimmen,

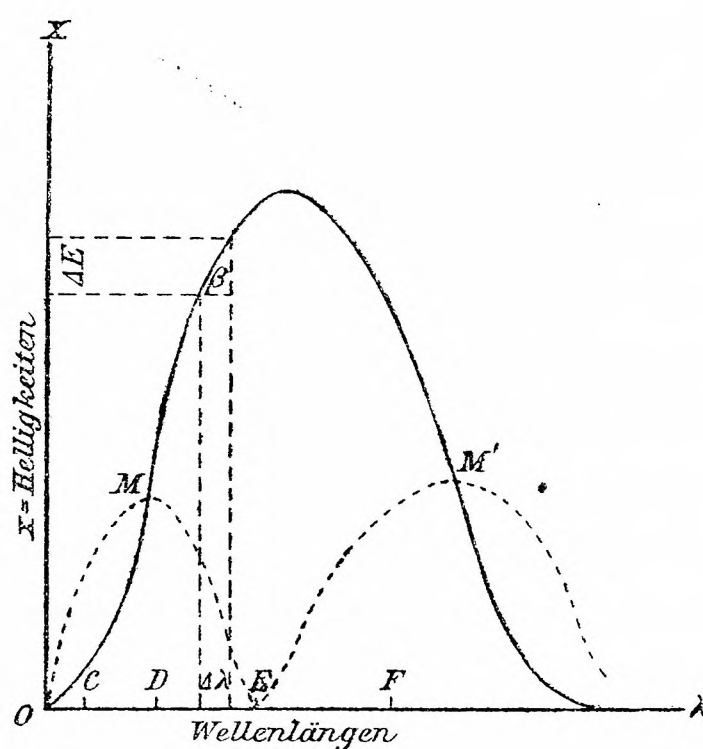


Fig. 2.

der dem totalfarbenblinden Auge ebenmerklich wird (Fig. 2). Ist  $\Delta E$  wieder die Schwellenstrecke, so fragt sich, wie groß muß ich den Zuwachs  $\Delta\lambda$  wählen, daß

$$\Delta E = \operatorname{tg} \beta \cdot \Delta\lambda = \frac{\partial x}{\partial \lambda} \cdot \Delta\lambda$$

wird, wo nun der partielle Differentialquotient angibt, daß die Helligkeitsfunktion nur nach der Wellenlänge zu differenzieren ist. Also wird weiter

$$(\text{W.U.E.}) = \frac{1}{\Delta\lambda} = \frac{1}{\Delta E} \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\Delta E} \cdot \frac{\partial x}{\partial \lambda},$$

so daß durch die Wellenlängenempfindlichkeit die Richtung der Wellenlängenkurve ermittelt und hiermit die Kurve selbst durch-

konstruiert werden kann, unabhängig von jeder Annahme über den Zusammenhang von Helligkeit und den physikalischen Größen. Führen wir jedoch das FECHNERSche Gesetz ein, so ist ja

$$\frac{\delta x}{\delta \lambda} = A \frac{1}{1 + \xi} = \frac{\delta \xi}{\delta \lambda},$$

wo  $\xi$  den Reizwert darstellt. Beziehen wir die Helligkeiten auf das Sonnenspektrum, wo wir alle Intensitäten gleich Eins, also konstant und daher unabhängig von der Wellenlänge annehmen, so dürfen wir

$$\frac{\delta \xi}{\delta \lambda} = \frac{\delta (\xi_0 \cdot I)}{\delta \lambda} = I \cdot \frac{\delta \xi_0}{\delta \lambda}$$

schreiben. Es wird dann die

$$(W.U.E.) = \frac{A}{\Delta E} \cdot \frac{I}{1 + \xi_0 I} \cdot \frac{\delta \xi_0}{\delta \lambda}.$$

Sie wird dort am größten, wo die Wellenlängenkurve der Reizwerte das stärkste Gefälle besitzt. Da dies, wie die schon vorliegenden Beobachtungsergebnisse dieser Kurven, an zwei Stellen, bei  $M$  und  $M'$  eintritt, hingegen dort, wo das Maximum der Kurve ist, das Gefälle Null wird und hiermit auch die (W.U.E.), so kann man voraussagen, daß die Kurve der (W.U.E.) die in der Figur 2 angedeutete Form haben wird. An den Enden des Spektrums und bei der  $E$ -Linie Null, mit zwei Maximis in der Gegend zwischen der  $F$ -Linie und bei der  $D$ -Linie. Die (W.U.E.) ist das, was man gewöhnlich die Farbenempfindlichkeit nennt. Dieser Ausdruck ist aber im totalfarbenblinden und auch partiellfarbenblinden System verwirrend. Die (W.U.E.) ist ein Begriff, der einen Zusammenhang der psychischen und der physikalischen Lichterscheinungen darstellt. Sie wird streng von der Farbenempfindlichkeit (F.U.E.) getrennt werden müssen, die eine rein psychologische Definition ebenso wie die (H.U.E.) erfordert, jedoch aber erst im normalen Farbensystem abgehandelt werden kann (IV. Abschnitt), nachdem hier im totalfarbenblinden System eben die drei Dimensionen Farbe, Sättigung und Helligkeit in eine, die Helligkeit, zusammenfallen.

## § 9.

Die Abhängigkeit der heterogenen Empfindungen  
von der Intensität.

Fällt ein Mischlicht, das aus mehreren Lichtern verschiedener Wellenlänge zusammengesetzt ist, auf das totalfarbenblinde Auge, so erzeugt es eine „heterogene“ Empfindung oder heterogene Helligkeit. Ändern wir nun die Intensitäten sämtlicher Komponenten in gleichem Verhältnisse, so werden wir eine Intensitätskurve der heterogenen Empfindung erhalten, die nach dem III. GRASSMANNschen Satze in der Form mit den Intensitätskurven der isogenen Empfindungen ganz genau übereinstimmen muß. Selbstverständlich ergibt sich dies auch aus unseren Formeln. Stellen wir eine Lichtgleichung zwischen einer isogenen Helligkeit  $x$  und einer heterogenen  $x'$  her, die aus den Reizwerten  $\xi_1, \xi_2 \dots$  besteht, so wird sein:

$$x = x'$$

oder

$$A \log (1 + \xi) = A \log (1 + \xi_1 + \xi_2 + \dots)$$

oder, wenn wir die spezifischen Reizwerte einführen:

$$A \log (1 + \xi_o I) = A \log (1 + \xi_{o_1} I_1 + \xi_{o_2} I_2 + \dots),$$

was so geschrieben werden kann:

$$A \log [1 + (\xi_o) I] = A \log \left[ 1 + \left( \xi_{o_1} + \xi_{o_2} \frac{I_2}{I_1} + \xi_{o_3} \frac{I_3}{I_1} + \dots \right) I_1 \right],$$

d. h. aber, daß sich das Mischlicht wie ein homogenes mit dem spezifischen Reizwerte  $\left( \xi_{o_1} + \xi_{o_2} \frac{I_2}{I_1} + \dots \right)$  verhält, wenn alle Intensitätsverhältnisse

$$\frac{I_2}{I_1}, \frac{I_3}{I_1}, \frac{I_4}{I_1} \dots$$

konstant gehalten werden. Diese Kurven bieten also kein wesentliches Interesse.

Steigern wir aber nur die Intensität einer einzigen Komponente, so wird die Form der Kurve wesentlich geändert, weil die Reizwerte der ungeändert gebliebenen Komponenten Einfluß gewinnen. So werden diese Kurven ermöglichen, das Mischgesetz zu prüfen. Haben wir z. B. ein Mischlicht mit zwei homogenen



Komponenten, so wird nach unserem Mischgesetze die Helligkeit

$$x_{(1\ 2)} = A \log (1 + \xi_1 + \xi_2) = A \log (1 + \xi_1 + \xi_{o_2} I_2),$$

womit der Zusammenhang der Helligkeit mit der Änderung der Intensität  $I_2$  nur des einen Lichtes ersichtlich ist und rechnerisch vorhergesagt werden kann, wenn ich die Helligkeiten und Reizwerte der Komponenten ermittelt habe. Die Mischlichter geben also auch ein Mittel an die Hand, um die Reizwerte anderer Wellenlängen zu ermitteln, wenn ein Reizwert zugrunde gelegt wird.

Auch hier werden wir zu neuen physikalischen Empfindlichkeiten geführt. Ich kann die Frage aufwerfen: Um wieviel muß ich die Intensität  $I'$  einer Komponente des Mischlichts ändern, damit dies für die Empfindung ebenmerklich wird. Nenne ich die Summe der Reizwerte der übrigen Komponenten  $\xi_m$ , so ist die Helligkeit des Mischlichtes

$$x = A \log (1 + \xi_m + \xi') = A \log (1 + \xi_m + \xi_o' I').$$

Steigere ich die Intensität der einen Komponente um  $\Delta I'$ , so wird  $x$  auf  $x'$  wachsen; es wird

$$x' = A \log [1 + \xi_m + \xi_o' (I' + \Delta I')] = A \log [1 + \xi_m + \xi' + \xi_o' \Delta I']$$

sein. Ist die Differenz  $x' - x$  nun gleich der Länge der Schwellenstrecke  $\Delta E$ , so wird die Empfindung eine ebenmerkliche Änderung erleiden; es wird also sein

$$\Delta E = x' - x = A \log \left[ 1 + \frac{\xi_o'}{1 + \xi_m + \xi'} \Delta I' \right]$$

oder entwickelt:

$$\Delta E = \frac{A \xi_o'}{1 + \xi_m + \xi'} \cdot \Delta I'.$$

Selbstverständlich kann diese Formel auch allgemein analog den früheren Betrachtungen abgeleitet werden ohne sofortige Heranziehung des FECHNERSchen Gesetzes. Es muß offenbar wieder die Intensitätsänderung  $\Delta I'$  der einen Komponente so werden, daß

$$\Delta E = \frac{\partial x}{\partial I'} \Delta I',$$

wo der partielle Differentialquotient nur nach der Intensität dieser Komponente zu nehmen ist.

Bildet man ihn mit Heranziehung des FECHNERSchen Gesetzes, so stimmt natürlich das Resultat mit dem eben ab-

geleiteten überein. Die absolute Intensitätsmischempfindlichkeit (a.I.M.U.E.), die mir angibt, wieviel ich zu einem Mischlicht von einer Komponente noch dazumischen muß, um an der Mischung etwas zu merken, wird wieder durch den reziproken Wert von  $\Delta I'$  gemessen werden können;  $\Delta I'$  wird man als absolute Intensitätsmischunterschiedsschwelle bezeichnen. So hat man:

$$\begin{aligned} \text{abs. Intensitätsmischempfindlichkeit} &= (\text{a. I. M. U. E.}) = \frac{1}{\Delta I'} = \\ &= \frac{1}{\Delta E} \cdot \frac{\delta x}{\delta I'} = \frac{A}{\Delta E} \cdot \frac{\xi_o'}{1 + \xi_m + \xi'} = \frac{A}{\Delta E} \cdot \frac{\xi_o'}{1 + \xi}. \end{aligned}$$

Sie ist dem spezifischen Reizwerte der gesteigerten Komponente direkt proportional. Im Nenner steht neben dem Einser  $\xi_m + \xi' = \xi$ , d. i. der Reizwert des gesamten Mischlichtes.

Wir können nun wieder nach der prozentuellen Intensitätssteigerung einer Komponente des Mischlichtes fragen und gelangen so auf den Begriff der relativen Intensitätsmischunterschiedsschwelle  $\frac{\Delta I'}{I'}$  und ihrem reziproken Werte, der relativen Intensitätsmischempfindlichkeit (r.I.M.U.E.); sie ergibt sofort aus der (a.I.M.U.E.) zu:

$$(\text{r. I. M. U. E.}) = I' (\text{a. I. M. U. E.}) = \frac{A}{\Delta E} \cdot \frac{\xi_o' I'}{1 + \xi} = \frac{A}{\Delta E} \cdot \frac{\xi'}{1 + \xi}.$$

Für normale Intensitäten ist sie also proportional dem Reizwerte  $\xi'$  der gesteigerten Komponente und umgekehrt proportional dem gesamten Reizwerte  $\xi$ ; sie gibt also gleichsam das Gewicht an, mit welchem die gesteigerte Komponente im Mischlichte enthalten ist. Diese Bedeutung wird ihr nicht weniger wie ein anderer Umstand hohe Wichtigkeit für die höheren Systeme erteilen, der darin besteht, daß sie (r.I.M.U.E.) dort das sein wird, was man die färbende Kraft nennt. Sie muß wieder wohl von dem rein psychischen Begriffe der Sättigungsempfindlichkeit (S.U.E.), der erst in den höheren Systemen auftreten wird, unterschieden werden; denn Sättigung und Mischung gehören total verschiedenen Welten an. Es gibt homogene Lichter, die bei Intensitätssteigerung trotz ihrer physikalischen Reinheit sehr ungesättigt werden. Doch wird uns das erst in den folgenden Abschnitten beschäftigen können.

# § 10. Die Abhängigkeit der heterogenen Empfindungen von der Wellenlänge.

Liegt ein Mischlicht vor, so kann ich bloß eine Komponente unter Belassung der anderen das Spektrum durchlaufen lassen. So könnte ich eine Wellenlängenkurve der heterogenen Empfindungen erhalten. Aus dem FECHNERSchen Gesetze ergibt sie sich, wenn wir in

$$x = A \log (1 + \xi_m + \xi_o' I')$$

z. B. das  $\xi_o'$  alle spezifischen Reizwerte des Sonnenspektrums durchlaufen lassen. Ebenso ergibt sich von selbst der Begriff der Wellenlängenmischempfindlichkeit (W.M.U.E.).

Haben wir wieder zwei Spektren übereinander verschiebbar eingerichtet, so kann ich das eine Spektrum gegen das andere beliebig weit verschieben und nun beliebige zwei übereinanderliegende Wellenlängen mischen. Ich werde nun das eine Spektrum um einen Betrag  $\Delta\lambda'$  erst verschieben müssen, damit ich es an der Mischung eben merke. Dies gibt mir die Wellenlängenunterschiedsmischschwelle  $\Delta\lambda'$  und ihren reziproken Wert die (W.M.U.E.). Ganz analog zu den vorhergehenden Betrachtungen ergibt sich wieder:

$$\begin{aligned} \text{Wellenlängenmischempfindlichkeit (W.M.U.E.)} &= \frac{1}{\Delta\lambda'} = \\ &= \frac{1}{\Delta E} \cdot \frac{\delta x}{\delta \lambda'} = \frac{A}{\Delta E} \cdot \frac{I'}{1 + \xi_m + \xi'} \cdot \frac{\delta \xi_o'}{\delta \lambda'} = \frac{A}{\Delta E} \cdot \frac{I'}{1 + \xi} \cdot \frac{\delta \xi_o'}{\delta \lambda'}, \end{aligned}$$

wo der partielle Differentialquotient nur nach dem spezifischen Reizwerte der veränderten Komponente zu nehmen ist und wieder beim Durchlaufen des Spektrums das Sonnenspektrum ( $I = \text{constans}$ ) vorausgesetzt wird; sonst müßte man noch bei der partiellen Differentiation auch das  $I$  mitnehmen.

Auch diese physikalische Empfindlichkeit wird erst bei den höheren Systemen besondere Bedeutung erhalten und ein experimentelles Mittel zur Untersuchung der Elementarempfindungskurven, die uns ja dort nicht direkt wie hier gegeben sind, sondern erst aus scheinbaren Koordinaten: Helligkeit, Sättigung und Ton und den mannigfach variierten Versuchen erschlossen werden müssen. Alle nun definierten physikalischen Empfindlichkeiten (a. I. U. E.), (r. I. U. E.), (W. U. E.), (a. I. M. U. E.), (r. I. M. U. E.)



und schließlich die (W.M.U.E.) reichen zur Erforschung der Elementarempfindungen bei den höheren Systemen aus und müssen nun entsprechend verallgemeinert werden. Mit dem hier schon eingeschlagenen Gedankengang und den Auseinandersetzungen des I. Abschnittes wird dies keine prinzipiellen Schwierigkeiten mehr bieten. Es mögen nun hier noch die sich sofort ergebenden Beziehungen zwischen den verschiedenen Empfindlichkeiten herabgesetzt werden, wie sie für das totalfarbenblinde System durch Heranziehung des FECHNERSchen Gesetzes folgen:

$$\begin{array}{lcl}
 (\text{r. I. U. E.}) & = & I \cdot (\text{a. I. U. E.}) \\
 (\text{r. I. M. U. E.}) & = & I' \cdot (\text{a. I. M. U. E.}) \\
 (\text{a. I. M. U. E.}) & = & \frac{\xi'_0}{\xi_0} \cdot (\text{a. I. U. E.}) \\
 (\text{r. I. M. U. E.}) & = & \frac{\xi'}{\xi} \cdot (\text{r. I. U. E.}) \\
 (\text{W. M. U. E.}) & = & \frac{\frac{\partial \xi'}{\partial \lambda'}}{\frac{\partial \xi}{\partial \lambda}} \cdot (\text{W. U. E.})
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Die gestrichelten Größen be-} \\ \text{ziehen sich auf die in der} \\ \text{Mischung veränderten Kom-} \\ \text{ponenten. Die Gleichungen} \\ \text{gelten nur, wenn Lichtgleich-} \\ \text{ungen zwischen dem homo-} \\ \text{genen und heterogenen Lichte} \\ \text{hergestellt sind, so daß die} \\ \text{Reizwerte beider Lichter äqui-} \\ \text{valent sind.} \end{array}$$

### § 11. Das NEWTONsche Mischungsgesetz.

In § 6 haben wir auseinandergesetzt, wie das reine Empfindungsgebiet in einer Dimension, in einer Skala, dargestellt werden kann, wo Empfindungsgleiches und Empfindungsunterschiedsgleiches durch geometrisch Gleiches dargestellt ist. So eine Skala gibt das einzig richtige Bild des Empfindungsgebietes. Man kann aber auch die Empfindungen durch ihre Reizwerte darstellen, indem das Reizwertgebiet geometrisch durchkonstruiert wird. Es entspricht dann jedem Punkte im psychologischen Gebiete nur ein Punkt im physiologischen (Reizwert-) Gebiete und umgekehrt. Nachdem wir wissen, daß im totalfarbenblinden System alle Empfindungen durch Intensitätsänderungen einer Wellenlänge hervorgebracht werden können, ferner unter der Annahme, daß es ein Mischgesetz (oder, was dasselbe ist, den III. GRASSMANNschen Satz) gibt, haben wir in § 4 gezeigt, daß es notwendig eine Funktion, die proportional der Intensität und deren Proportionalitätsfaktor bloß von der Wellenlänge abhängt, geben muß; daß es also einen Reizwert geben muß, der das Pro-

dukt aus dem spezifischen Reizwerte und der Intensität ist; ferner hat sich ergeben, daß sich bei Mischungen diese Reizwerte einfach addieren. Mithin wird die geometrische Darstellung des physiologischen Gebietes keine Schwierigkeiten bieten. Man wird die Reizwerte auf einer Geraden auftragen, den Nullpunkt bei der Intensität Null ansetzen. Den spezifischen Reizwert des Normallichtes der *E*-Linie wird man als Einheitsstrecke vom Nullpunkte in beliebigem Maßstabe auftragen, er gibt den Reizwert der Intensitätseinheit an. Die anderen Reizwerte dieses Normallichtes werden dann im Verhältnisse der Intensitäten aufgetragen.

Man hat hiermit eine Reizwertskala für das Normallicht gewonnen. Für eine andere Wellenlänge wird man so vorgehen, daß man ihren Reizwert des Sonnenspektrums durch Intensitätsänderung gleich dem spezifischen Normalreizwerte macht. Die Intensitätsänderung gestattet nun, ihren spezifischen Reizwert rechnerisch zu ermitteln und als Strecke auf unserer Skala aufzutragen. So wird jede andere Wellenlänge einen Punkt auf der Skala ergeben, dessen Abstand vom Ursprung ihren spezifischen Reizwert darstellt. Auf diese Weise wird Streckengleiches auch Reizwertgleiches und bei Mischungen kann ich einfach, um den Reizwert des Mischlichtes zu erhalten, die einzelnen Strecken als Repräsentanten der Reizwerte der zu mischenden Lichter addieren; wenn zwei Strecken gleich sind, mögen sie auch auf gemischte Lichter sich beziehen, so kann ich immer eine für die andere setzen, das Resultat bleibt dasselbe. Mit Reizwertgleichungen kann ich also ebenso wie mit wahren Gleichungen operieren.

Aus der Reizwertskala kann ich stets entnehmen, welche Empfindung einem bestimmten Punkte entspricht und hierin beruht ihr psychologischer Wert. Aber ihre Bedeutung liegt auch darin, daß sie so einfach fast unmittelbar durch die beobachteten Größen (Intensitäten) konstruiert werden kann. Sie aber als ein Abbild des physiologischen Gebietes zu betrachten, wäre ganz verfehlt; denn, wenn auch gleichen Abszissen der Reizwertskala gleiche Abszissen in der Empfindungsskala (Helligkeitsskala) entsprechen, entsprechen nicht gleichen Unterschieden der Empfindungen gleiche Unterschiede der Reizwerte. Die gegenseitigen Verhältnisse in beiden Skalen sind eben ganz andere. Die Reizwertskala bildet gleichsam ein Inventar für



die Empfindung, geordnet nach physiologischen aber nicht psychologischen Prinzipien.

Man kann das eindimensionale Reizwertgebiet auch nach NEWTONS Vorschlag darstellen. Jedes homogene Licht wird durch einen Punkt in der Ebene repräsentiert, seine Intensität durch ein in ihm angreifendes Gewicht (Quantum); so wird für ein bestimmtes Licht auch eine mechanische Darstellung gewonnen. Stelle ich Reizwertgleichungen anderer Wellenlängen mit diesem her, so erhalte ich für jede Wellenlänge äquivalente Quanta (Spaltbreiten). Da diese Lichter vollkommen empfindungsgleich mit dem ersten Lichte sind, so habe ich nach NEWTON auch diese Lichter in denselben Punkt zu verlegen und die entsprechenden Quanten für jede Wellenlänge zu wählen. Die NEWTONsche Lichttafel schrumpft für das eindimensionale totalfarbenblinde Gebiet in einen Punkt zusammen. Nach NEWTONS Mischregel muß nun das Quantum (Spaltbreite) des Mischlichtes gleich der Summe der Quanta der Komponenten sein. Dies bleibt nach obigen Auseinandersetzungen tatsächlich erfüllt, nur muß ich vorher für jede Wellenlänge die einer Normalwellenlänge äquivalenten Spaltbreiten durch Reizwertgleichungen bestimmt haben. Dann addieren sie sich ja. Die Tatsache, daß die Empfindung irgend eines Wellenlängenlichtes stets durch eine bestimmte andere eines Normallichtes hervorgerufen werden kann, und die Annahme, daß es ein Mischgesetz gibt, genügen im totalfarbenblinden Systeme die Richtigkeit der NEWTONschen Regel darzutun. Dieselbe drückt eben nichts anderes aus, als daß sich bei Mischungen die Reizwerte addieren. Das hat allerdings für die höheren Systeme erst klar HERING in seiner Schrift über das NEWTONsche Mischungsgesetz (*Lotos-Jahrbuch* 7; Prag 1887) ausgesprochen, nachdem GRASSMANN die wesentlichsten Punkte, (wenn auch mit ziemlich verwirrter Terminologie), die zur Aufstellung der NEWTONschen Mischregel genügen, hervorgehoben hat. Der einzig schwache Punkt in HERINGS Beweis bildet die Einführung der Valenzen, die eigentlich ohne Begründung direkt proportional der Lichtintensität gesetzt werden. Es fehlt da der Nachweis, daß es so eine Funktion geben muß. Da sich dieser, wie oben gezeigt, auch aus der Existenz eines Mischgesetzes ergibt, so wird erst damit HERINGS Behauptung der Äquivalenz von dem Grundsatz (der ja mit der Existenz eines Mischgesetzes identisch ist) daß Gleiches zu Gleichem addiert, wieder



Gleiches gibt, und der NEWTONschen Mischregel für das totalfarbenblinde System bewiesen.

Der Umstand, daß die Reizwerte den Intensitäten proportional sind und sich bei Mischungen addieren, berechtigt dazu, sie ganz analog wie Kräfte zu behandeln, deren Maß die Lichtintensitäten (Spaltbreiten) sind. Hier in unserem Systeme fallen alle Kraftrichtungen in eine zusammen und so tritt die einfache algebraische Summation auf.

Für Dämmerungsintensitäten (§ 5) werden die Empfindungen (Helligkeiten) proportional den Reizwerten. Hieraus ergibt sich, daß für diese Intensitäten das physiologische (Reizwert-) Gebiet mit dem psychologischen (Empfindungs-) Gebiet identisch wird. Da wird die Reizwertskala auch ein richtiges Bild der Helligkeitsskala darstellen. Je mehr wir zu den normalen Intensitäten übergehen, desto mehr verzerrt sich in der Reizwertskala das psychologische Gebiet.

## § 12. Zur Lichtperzeption.

Nachdem die Lichtempfindungen des totalfarbenblinden Auges nur aus einer Mannigfaltigkeit bestehen, so schließen wir, daß auch der physiologische Vorgang eindimensional ist. Trifft also ein Lichtstrahl auf ein Element der Retina, so löst er nur eine einzige Reizgröße los und eine Empfindungsstärke. Die benachbarten Elemente müssen denselben spezifischen Reizwert  $\left(\xi_0 = \frac{1}{a}\right)$  besitzen und dieselbe Unterschiedsempfindlichkeit ( $A$ ). Dann kann nach unseren Anschauungen niemals eine komplexe Empfindung, eine Farbenempfindung, auftreten. Man kann annehmen, daß im totalfarbenblinden Auge die entsprechenden Elemente des normalen Auges fehlen und nur eine Erregung immer übrig bleibt oder, was doch wahrscheinlicher ist, daß die Elemente dieselben bleiben, aber nicht differenziert sind. Will man sich die Farbenperzeption mit Hilfe der dünnen Plättchen der Aufsenglieder erklären, wie dies im I. Abschnitt § 2 geschehen ist, so würde genügen, daß im total farbenblinden Auge ein Plättchenzerfall eingetreten ist. Dieser hebt ja nach den Darlegungen die Differenzierung der Erregungen und damit der Empfindungen auf. Selbstverständlich würde auch das Fehlen der Zapfen und bloße Funktionieren undifferenzierter Stäbchen die einfache Mannigfaltigkeit des Systems erklären.

Bessere Anhaltspunkte werden wir aber erst gewinnen, wenn wir zu den höheren Systemen aufsteigen und dann die Empfindungen vergleichend in beiden Systemen analysieren werden. Doch hat die rein physiologische Frage bei der psychophysischen Theorie der Gesichtsempfindungen keine wesentliche Bedeutung. Gelingt es der letzteren, durch Gleichungen den Zusammenhang zwischen den psychischen und physikalischen Größen herzustellen, so ist eigentlich alles nötige geleistet. Ich habe in diesem Abschnitte gezeigt, daß die Annahme eines Mischgesetzes in Verbindung mit FECHNERS Gesetz allein zur Aufstellung der Theorie genügt.

*(Eingegangen am 21. August 1903.)*

---