

PERNICUS und KEPLER gegen die Nachfolger der griechischen Philosophen, GALILEI gegen die Kirche, NEWTON gegen LEIBNITZ in der Gravitationsfrage). Für mathematisch-deductive Lösungen sind die Vorbedingungen richtige Voraussetzungen, und diese hat die physiologische Raumtheorie geliefert. Ehe die metaphysische Speculation alte traditionelle Ansichten, also auch die von Raum, aufgibt, dauert erfahrungsgemäß lange, aber sie werden einstmal anerkennen müssen, daß hier eines ihrer schwierigsten Probleme mit exacten naturwissenschaftlichen Methoden auf inductivem Wege gelöst ist.

H. PIPER (Berlin).

E. v. CYON. Die physiologischen Grundlagen der Geometrie von Euklid. Eine Lösung des Raumproblems. *Pflüger's Archiv* 85, 576—630. 1901.

Das Raumproblem ist ganz allgemein durch die folgende Fragestellung charakterisirt: Beruhen unsere Vorstellungen vom dreidimensionalen Raum der Geometrie des EUKLID ausschließlich auf den durch Sinneneindruck gewonnenen Erfahrungen (Empiristen) oder sind sie durch gewisse, unserem Geiste (Gehirne) innenwohnende aprioristische Ideen und Begriffe bedingt (Nativisten)?

Die physiologische Raumtheorie giebt folgende Antwort: Der menschliche Geist muß seine sämtlichen Wahrnehmungen in das Coordinatensystem des dreidimensionalen Raumes einordnen, weil der Bau und die Functionsweise des speciell für die Orientirung im Raum vorhandenen Sinnesorgans, der Bogen des Ohrlabyrinths, es zwangsmäßig bedingt. Diese allgemeine Function bethätigt sich speciell bei den Innervationen für die Gleichgewichtsregulirung des Körpers und bei der Beherrschung der willkürlichen Muskelbewegungen. Es giebt drei an dieses Organ geknüpfte Grundempfindungen: die verticale, die transversale und die sagittale Richtungsempfindung, welche als Coordinaten im dreidimensionalen System aufgetragen vom „Ich“ als Nullpunkt aus das Vorzeichen zu den Empfindungen „oben“ und „unten“, „rechts“ und „links“, „vorn“ und „hinten“ wechseln.

Ehe das Labyrinth als besonderes Raumsinnesorgan erkannt war, wurden die Bewegungsempfindungen, speciell das „Muskelgefühl“ als Ursachen der Raumvorstellung angesehen; indessen „Muskelgefühle“ gelangen nicht ins Bewußtsein. Auch die „Innervationsempfindungen“ geben keine Erklärung wegen der gleichzeitigen und oft gleichartigen Innervation der Antagonisten und anderer Muskeln, wodurch der Mechanismus viel zu complicirt gestaltet gedacht werden müßte. Diese letzte negirende Argumentation trifft speciell auch für die Innervationsempfindungen der Augenmuskeln zu.

Es war deshalb ein Fortschritt, als HERING zuerst ein Sinnesorgan für die Raumempfindung in Anspruch nahm, indem er zu beweisen suchte, daß im Sehraum die Raumvorstellung begründet sei. Dagegen spricht indessen die flächenhafte, anatomische Anordnung der Netzhaut und der Umstand, daß Blindgeborene Raumsinn besitzen.

Anders das Labyrinth! Die dreidimensionale Anordnung der Bogengänge, der anatomische Bau, die Entwicklungsgeschichte des Nervus verticalis (spatialis), ferner die gleichmäßige Empfänglichkeit für Erregungen

aus allen Richtungen lassen hier das Organ des Raumsinnes erkennen. Bei Verlust des Labyrinths ist die Orientirung im Raum unmöglich. Eine Reduction der drei Grundempfindungen auf zwei ist bei Thieren mit nur 2 Bogengangpaaren (Petromyzon), auf eine bei solchen mit nur einem Paare (Tanzmäuse) wahrscheinlich gemacht. Der Zusammenhang mit den durch Nervenautomatismen vom Labyrinth aus beherrschten Augenbewegungen hat den Zweck, durch die Blicklinie die genaue Präcisirung der wahrgenommenen Richtung erfolgen zu lassen. Die Drehaxen der Augenbewegungen sind also auf die Bogengangsebenen zurückzuführen, denn das Augenmaafs kommt durch die Veränderung der Blicklinie im System der Bogengangcoordinaten zu Stande.

Die philosophisch-geometrische Erörterung des Raumproblems nun befaßt sich mit folgenden Fragen: 1. Worauf beruht die Nothwendigkeit für den menschlichen Geist, den Raum als dreidimensional zu betrachten und die Unmöglichkeit, die Empfindungen unserer Sinne in einer anderen als in dieser geometrischen Form zu ordnen? 2. Welches ist der Ursprung der geometrischen Axiome des EUKLID, und worauf beruht ihre apodiktische Gewissheit, während doch ihre Richtigkeit nie direct bewiesen werden konnte? 3) Hat der Raum eine selbständige reale Existenz, unabhängig von der sich in ihm bewegenden Materie, oder ist er mit der Materie identisch.

KANT sah in der apodiktischen aber unbewiesenen Gewissheit der EUKLID'schen Axiome den Hauptbeweis für seine dahingehende Ansicht, daß die Raumvorstellung aprioristisch gegeben sei. KLEIN findet, daß das Unverständliche der rein empiristischen Auffassung in der Möglichkeit liege, Axiome von „absoluter Präcision“ aufzustellen, in der Möglichkeit, Erfahrungen, die doch nur innerhalb gewisser Grenzen und particulären Bedingungen genau richtig sind, zu idealisiren.

HELMHOLTZ findet in der Idealisirung von Erfahrungen keine Schwierigkeit. Dem Argumente KANT's gegen die empiristische Raumauffassung sucht er dadurch den Boden zu entreißen, daß er mit LOBATSCHESKY und RIEMANN die apodiktische Gewissheit der EUKLID'schen Axiome bestreitet, insbesondere die Richtigkeit des elften Satzes von EUKLID, welcher besagt, daß die Winkelsumme eines Dreiecks zwei Rechte betrage (sog. Parallelaxiom). Die Nicht-EUKLID'sche Geometrie nimmt drei Raumformen als gleichberechtigt an, welche sich durch ihr „Krümmungsmaafs“ unterscheiden. 1. Den EUKLID'schen Raum: Parallelaxiom gültig, Krümmungsmaafs = 0, 2. LOBATSCHESKY'scher Raum: Winkelsumme eines Dreiecks $< 2 R$, Krümmungsmaafs < 0 , 3. RIEMANN-HELMHOLTZ'scher Raum. Winkelsumme $> 2 R$, Krümmungsmaafs > 0 . Diese Sätze sind auf rechnerischem Wege gefunden, wobei der Raum als Zahlenmannigfaltigkeit betrachtet wurde, die Zahl aber als aprioristisch gegeben galt. HELMHOLTZ glaubt nun den Beweis für den empirischen Ursprung unserer Raumvorstellung darin sehen zu müssen, daß andere Raumformen als der dreidimensionale vorstellbar sind; das spricht gegen eine a priori gegebene transcendente Form nach KANT.

Indessen das ist kein Beweis weder für die Realität des Raumes noch für die Herkunft unserer dreidimensionalen Raumvorstellung aus der Erfahrung. Die Nicht-EUKLID'sche Geometrie, welche von dem empirisch

absolut gültigen Parallelaxiom EUKLID's unabhängig ist und nur die als aprioristisch gegeben anerkannte „Zahl“ zum Beweise benutzt, kann doch nicht den empirischen Ursprung der Raumvorstellung beweisen. Es ist den Mathematikern wie den Philosophen der empiristischen Schulen nicht gelungen, den Ursprung der Axiome des EUKLID und den unserer dreidimensionalen Raumanschauung zu erklären.

Erst die Entdeckung eines speciellen Raumsinnesorganes hat dies erreicht. Durch dieses ist uns als physiologische Fundamentalempfindung, die der „Richtung“ gegeben und zugleich die Vorstellung von der Gleichförmigkeit einer Richtung. Die Definition der Richtungsempfindung kann aber so wenig verlangt werden, wie die anderer physiologischer Grundempfindungen z. B. süß, bitter, roth, grün, violett; sie sind gegeben.

Betrachtet man nun die Sätze des EUKLID, so wird man z. B. den Satz: „Eine gerade Linie ist diejenige, welche zwischen allen in ihr befindlichen Punkten auf einerlei Art liegt“, physiologisch so formuliren: Die gerade Linie ist die Linie einer Richtung, wobei der Begriff der Richtung als Grundempfindung gegeben ist. Ferner der Satz: „Jede begrenzte gerade Linie kann stetig in gerader Richtung verlängert gedacht werden“ lautet physiologisch: Die ideale gerade Linie ist die veranschaulichte Vorstellung einer empfundenen Richtung. Der Beweis dafür, daß der Begriff der geraden Linie als Function eines Sinnesorganes, des Labyrinthes, gelten muß, liegt darin, daß alle Thiere und Menschen, die ein normal functionirendes Sinnesorgan — und nur solche — die gerade Linie als kürzesten Weg kennen. Beweis: Experimente, labyrinthlose Thiere z. B. Bienen etc.

Die gleiche Argumentation wird für den Satz von den parallelen Linien resp. gleichen Richtungen durchgeführt, ferner für die Definition des Winkelbegriffes, wobei der rechte Winkel auf Grund der anatomischen Anordnung der Bogengänge als Ausgangswinkel angesprochen wird, ebenso für die Ebene und endlich für den Punkt, in dem alle Richtungsempfindungen zusammentreffen und der als das „untheilbare Bewußtsein“ bezeichnet wird.

Der physiologische Ursprung der Axiome ist also der Grund für ihre apodiktische Gewissheit; sie beruhen auf sinnlicher Erkenntnis und unterscheiden sich von physikalischen Gesichtspunkten betrachtet sehr wesentlich von den Nicht-EUKLID'schen Geometriesätzen, die transcendental sind, deren Raumformen imaginär und nicht vorstellbar sind.

Ob der Raum real existirt, darüber mögen die Metaphysiker streiten; seine Eigenschaften sind für den Physiologen durch die Form der Wahrnehmungen des Raumsinnes gegeben. Ob bei anderer Anordnung des Raumsinnesorganes auch etwa vierdimensionale Raumvorstellungen zu Stande kommen könnten, oder ob die dreidimensionale den realen Eigenschaften des Raumes entspricht, ist nicht zu entscheiden.

H. PIPER (Berlin).

E. v. CYON. Beiträge zur Physiologie des Raumsinnes. I. Neue Beobachtungen an den japanischen Tanzmäusen. *Pflüger's Archiv* 89, 427—453. 1902.

Eine Collection von 7 Exemplaren japanischer Tanzmäuse wurde auf Grund ihrer äußeren Erscheinung und der Art der an ihnen beobachteten