

Die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung.

Von

Dr. JULIUS MERKEL
in Zittau.

Unter der Aufschrift: „Über die Bedeutung des WEBERSchen Gesetzes“, hat A. MEINONG im XI. Bande *dieser Zeitschrift* eine überaus eingehende Untersuchung über die Psychologie des Vergleichens und Messens veröffentlicht. In dieser wertvollen Arbeit wird vielfach zu den theoretischen Ausführungen Stellung genommen, welche ich in meinen Arbeiten über „die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung“¹ entwickelt habe. Ich stimme in vielen Dingen mit den Ansichten MEINONGS überein, während ich in einzelnen Punkten eine andere Auffassung veretrete. Da diese letzteren gerade von fundamentaler Bedeutung sind, und da es wünschenswert erscheinen dürfte, nach jahrzehntelangen Kämpfen über das FECHNERSche logarithmische Gesetz endlich ins Klare zu kommen, will ich auch an dieser Stelle und zwar in unmittelbarer Anlehnung an die Ausführungen MEINONGS meine Ansichten entwickeln. Ich komme dabei in erster Linie auch dem Wunsche des genannten Autors nach, der auf S. 94 seiner Abhandlung bemerkt: „Übrigens hat J. MERKEL selbst eine nähere Untersuchung der psychologischen Seite der Sache versprochen,² und die Wichtigkeit der Angelegenheit läßt eine baldige Erfüllung dieser Zusage hoffen.“

¹ WUNDT, *Philos. Studien*. IV. S. 541; V. S. 245, 499; X. S. 140, 203, 369, 507.

² Aufgaben und Methoden der Psychologie in der Gegenwart. *Wiss. Beil. z. Jahresber. d. Königl. Realgymnasiums in Zittau*. 1895. S. 24.

Ich beginne mit dem Satze, den MEINONG in § 21 näher begründet: „Es ist unstatthaft, „Unterschied“ und „Verschiedenheit“ in gleichem Sinne zu gebrauchen.“ Auch ich habe diesen Satz bereits früher vertreten. Im VII. Bande der *Philos. Studien*. S. 560 sage ich wörtlich: „Allerdings ist mir nicht beigestommen, den Empfindungsunterschied so aufzufassen, wie es von MÜNSTERBERG geschieht, als ein Ergebnis der Subtraktion. Das Wort Unterschied kann hier nur eine ähnliche Bedeutung haben, wie in der Definition des Winkels als des Richtungsunterschiedes zweier Graden. Wir fassen selbstverständlich die einzelnen Reize auf und sprechen von einem größeren Unterschiede, wenn die einzelnen Reizstärken mehr abweichen, von einem geringeren Unterschiede, wenn die einzelnen Reize eine geringere Verschiedenheit zeigen. Über die Größe der Differenz, als Subtraktionsergebnis aufgefaßt, haben wir keinerlei Vorstellung.“ Die Gründe, die mich zu dieser Auffassung bewogen, waren folgende:

Angenommen, die Empfindungen seien proportional den Reizen, es gelte also die Formel $E = p R$. Wirken dann zwei wesentlich verschiedene intensive Reize, etwa Schallreize, auf uns ein, so beurteilen wir jeden für sich und bestimmen dann erst den Grad ihrer Verschiedenheit. Eine Auffassung der Differenz, also eines Reizes $D = R_1 - R$ findet nicht statt und ist völlig unmöglich. Beurteilen wir extensive Größen, also z. B. Raumstrecken, so kann derselbe Fall eintreten, namentlich, wenn die Strecken nacheinander beurteilt werden. Man kann aber hier unter Umständen auch so verfahren, daß man sich die kleinere Strecke R auf der größeren R_1 abgetragen denkt und nach der Differenz $D = R_1 - R$ die Verschiedenheit beurteilt; oder, wenn R_1 wesentlich größer als R ist, daß man entscheidet, wie oft etwa R in R_1 enthalten sein dürfte.

Die Hauptfrage besteht aber darin, ob und wie die Verschiedenheit gemessen werden kann; denn daß es verschiedene Grade der Verschiedenheit zwischen je zwei Empfindungen giebt, dürfte keinem Zweifel unterliegen.

MEINONG führt zunächst aus, daß die Verschiedenheit durch die Differenz der Reize nicht zum Ausdruck gebracht werden könne, und zwar aus folgenden Gründen:

1. Die Differenz versagt, wenn die kleinere der beiden

Größen den Wert 0 erlangt. Zwei Zentimeter sind von 0 nicht doppelt so verschieden, wie 1 cm von 0.

2. 1 cm ist von 2 cm erheblich verschiedener als 6 cm von 7 cm und dieses wieder verschiedener als 1000 cm von 1001 cm u. s. w.

Hier beurteilen wir offenbar die Verschiedenheit nach dem Verhältnis. 2 cm und 1 cm sind im Verhältnis zu 0 beide sehr groß, ebenso ist 2 cm im Verhältnis zu 1 cm wesentlich größer als 7 cm im Verhältnis zu 6 cm. Denken wir uns aber 1 cm auf 2 cm abgetragen, und ebenso 6 cm auf 7 cm, so dürfte uns die Verschiedenheit als gleich erscheinen. Das ist jedoch bei intensiven Größen nicht möglich. Aber auch das WEBERSche Gesetz verschafft sich Geltung. 1000 cm und 1001 cm würden wir überhaupt nicht mehr als verschieden erklären können.

Von dem Verhältnis sagt MEINONG im § 22, daß es dem gewünschten Ziele näher komme, ohne es zu erreichen. Bei der Quotientenformel ergibt sich bekanntlich für $\frac{R_1}{R}$ für die

Verschiedenheit der Wert 1, wenn R_1 und R gleich sind, während doch die Verschiedenheit nur den Wert 0 haben kann. Ich vermute, daß dieses Fehlschlagen darin begründet liegt, daß wir die Verschiedenheit thatsächlich nach dem Verhältnisse beurteilen. Daß dies bis zu einem gewissen Grade möglich ist, geht ja aus der Anwendbarkeit der Methode der doppelten Reize hervor. Freilich könnte man hier auch vermuten, daß bei gleichen Reizen der Unterschied konstatiert wird, der ja selbstverständlich 0 ist.

MEINONG untersucht nunmehr den relativen Unterschied, von dem er zeigt, daß er zwar besser geeignet ist, als das Verhältnis, daß er aber gleichwohl entweder zu Widersprüchen oder zu sehr komplizierten Ergebnissen führt.

Untersuchen wir die beiden in Frage kommenden Fälle an einem Beispiele. Für A) $\frac{R_1 - R}{R}$ ergeben sich, wenn $R_1 = 1$,

2, 3, 4 u. s. w. gesetzt wird, der Reihe nach die Werte: 0, 1, 2, 3, Das kommt thatsächlich auf die Unterschiedsformel

hinaus, da man sich $\frac{1}{R}$ mit dem Proportionalitätsfaktor ver-

einigt denken kann. Ähnliches ergibt sich, wenn R einen anderen Wert hat.

Für B) $\frac{R_1 - R}{R_1}$ sind die entsprechenden Werte: 0, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ Schwerlich dürften durch diese ganz langsam gegen 1 konvergierenden Werte die Verschiedenheiten, welche die Empfindungen darbieten, zum Ausdruck gebracht werden.

Für drei Reize ergibt A):

$$A) \frac{R_1 - R}{R} = \frac{R_2 - R_1}{R_1},$$

oder umgeformt: $\frac{R_1}{R} = \frac{R_2}{R_1}$ oder $R_1 = \sqrt{R R_2}$, d. h. das geometrische Mittel für den mittleren Reiz. Hierbei wird gewissermaßen der eine Maßstab geändert; $R_1 - R$ wird im Vergleich zu R , $R_2 - R_1$ im Vergleich zu R_1 gemessen. Könnte nicht auch der mittlere Reiz den gemeinsamen Maßstab abgeben? Dann würde man erhalten:

$$C) \frac{R_1 - R}{R_1} = \frac{R_2 - R_1}{R_1}$$

und käme wieder auf die Unterschiedsformel. MEINONG zeigt, daß der Fall A) bereits bei 3, und der aus B) sich ergebende analoge Fall bei mehr als 4 Größen zu unannehmbaren Folgerungen führt. Ich glaube jedoch, daß dieser Nachweis nicht unanfechtbar ist. Die vorgenommenen Additionen dürften von vorn herein nicht berechtigt sein, wenn man als Maß für die Verschiedenheiten Verhältnisse oder relative Unterschiede einführt. Die Additionen sind nur bei Benutzung des Unterschiedes (Formel C) berechtigt und führen dann zu widerspruchsfreien Ergebnissen.

Weiter folgert MEINONG: „So wenig das geometrische Verhältnis oder der relative Unterschied zweier Größen mit der Größe ihrer Verschiedenheit zusammenfällt, so ist doch dem geometrischen Verhältnisse wie dem relativen Unterschiede nur eine Verschiedenheitsgröße zugeordnet, so daß aus Gleichheit des Quotienten stets auf Gleichheit der Verschiedenheit gefolgert werden kann und umgekehrt. Sind also zwei Größenpaare gleich verschieden, so sind sie auch proportional. Aus der durch das WEBERSche Gesetz garantierten Verschiedenheitsgleichheit folgt bezüglich der extensiven Empfindungen deren

Proportionalität.“ Für verschiedenheitsgleiche intensive Größen wird die Bezeichnung quasiproportional eingeführt und das WEBERSche Gesetz in die Form gekleidet:

„Proportionalen Reizen entsprechen proportionale (extensive) oder quasiproportionale (intensive) Empfindungen, und es liegt nahe auf Grund dessen Proportionalität oder Quasiproportionalität zwischen Reiz und Empfindung zu vermuten.“

Auf ganz analogem elementaren Wege, wie er von mir¹ eingeschlagen worden ist, leitet sodann MEINONG die logarithmische Formel:

$$D) E_n - E = \varepsilon \cdot \frac{\log R_n - \log R}{\log \varrho}$$

ab, in welcher die nicht einwandfreie Differenz $E_n - E$ durch das Verschiedenheitssymbol ersetzt wird. So gelangt er unter Einführung einer zweckmäßig gewählten Einheit zu der Formel:

$$E) E_b \vee E_a = \frac{\log R_b - \log R_a}{\log 2}, \text{ d. h.}$$

„Die Größenverschiedenheit zweier Empfindungen ist gleich der Differenz der Logarithmen ihrer Reize dividiert durch den Logarithmus von 2, falls man sie in Einheiten mißt, welche der Verschiedenheit des zum Reize 2 gehörigen Inhalts von den zum Reize 1 gehörigen gleich sind.“

Prüfen wir diese Formel an einigen Zahlenbeispielen. R_a habe beständig den Wert 10, R_b die Werte: 100, 1000, 1 000 000. Dann wird: $E_b \vee E_a = 3,33; 6,7; 16,7$. Bei einer Druckempfindung, die durch 10 oder 100 g verursacht wird, soll also die Größenverschiedenheit durch 3,3 zum Ausdruck gebracht werden, bei 10 g und 1 kg durch den doppelten Wert und bei 10 g und 1000 kg nur durch den fünffachen Betrag! Ein Licht von 10 Normalkerzen soll von dem von einer Normalkerze um 3,3 verschieden sein, ein Licht von 100 Normalkerzen um den doppelten und ein Licht von 100 000 Normalkerzen nur um den fünffachen Wert!

Wir sind der unerschütterlichen Überzeugung, daß auch diese logarithmische Formel zu völlig ungereimten und unfasbaren Ergebnissen führt.

MEINONG bemerkt¹ im Hinblick auf die von mir vertretene einzig berechtigte Anwendungsweise der Logarithmen:

„Anders natürlich, wenn dem einzelnen E keine andere Bedeutung beigemessen wird, als anzugeben, wieviel Empfindungsstufen oder Merklichkeitsstufen der Empfindung bis zu einem gegebenen Reize liegen, ohne gewissermaßen über den Inhalt dieser Stufen etwas anzusagen. Aber eine derart bedingte Rehabilitierung der Logarithmenformel kann den Ansprüchen gegenüber, die man sich einmal an diese Formel zu stellen gewöhnt hat, doch nur zu Mißverständnissen führen.“

Es ist gerade meine Absicht gewesen, endlich die Ansprüche als völlig unberechtigte zurückzuweisen, die man an diese Formel gestellt hat und von verschiedenen Seiten gegenwärtig noch stellt. Da nun die „Unbegreiflichkeit“ der Zahlen, zu denen diese Formel in ihren verschiedenartigen Gestaltungen führt, in denen sie in den psychologischen Werken und Lehrbüchern auftritt, nicht hinreicht, um ihre Unbrauchbarkeit darzuthun, will ich zunächst die Brauchbarkeit und Bedeutung meiner Formeln an Zahlenbeispielen erhärten.

Ich verstehe unter ϱ das Verhältnis zweier Reize, die eben verschieden erscheinen. Nach meinen Versuchen über Schall- und Lichtempfindungen würden diese Werte 1,3 und 1,05 sein. Unter der Voraussetzung, daß der Ausgangsreiz $R = 1$ gesetzt wird, ergibt sich die Formel:²

$$F) R_n = \varrho^n.$$

Welchen Wert hat diese Formel? Wollte man auf die Anwendung derselben Verzicht leisten, so müßte man zunächst zum Reize $R = 1$ denjenigen Reiz R_1 aufsuchen, welcher eben verschieden erscheint, dann zum Reize R_1 den Reiz R_2 , welcher wiederum eben verschieden erscheint u. s. w. Das würde sehr zahlreiche Versuche erheischen, namentlich im Gebiete des Lichtsinnes. In Wirklichkeit prüft man das WEBERSche Gesetz etwa bei den Reizen 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000 u. s. w. Im ersteren Falle erhält man sämtliche aufeinander folgende Reizverhältnisse, die eben verschiedene Empfindungen auslösen. Diesen entsprechen ebensoviele Empfindungsverhältnisse oder Empfindungsunterschiede oder Empfindungsver-

¹ A. a. O. § 30.

² WUNDT, *Philos. Stud.* X. S. 152.

schiedenheiten. Ich nenne sie Empfindungsstufen oder Mercklichkeitsstufen der Empfindung, ohne über ihren Inhalt etwas auszusagen. Hat man die Versuche aber nur bei den genannten 12 Reizen ausgeführt und will man wissen, ob eine beliebige Empfindungsstufe noch in das untersuchte Gebiet gehört, so wendet man Formel F) an. Für $n = 2, 5, 10, 20, 50$ giebt diese Formel folgende Schallreize: 1,69; 3,71; 13,8; 190; 497800. Hier würde also bereits der 50. Empfindungsstufe ein Reiz entsprechen, der außerhalb des untersuchten Gebietes liegt. Anders bei Lichtreizen, hier giebt die genannte Formel für $n = 5, 10, 50, 100, 200$ die Werte: 1,28; 1,63; 11,5; 132 und 17300; es liegt also erst der 200. Empfindungsstufe entsprechende Reiz außerhalb des oben genannten Gebietes.

Es kommt also gerade wesentlich auf den Wert ϱ an, den man entweder gar nicht, oder nicht in der erforderlichen Weise berücksichtigt hat. Für $E=0$, $R=1$, $\varepsilon=1$ giebt Formel D):

$$G) E_n = \frac{\log R_n}{\log \varrho},$$

welche mit der von mir¹ abgeleiteten logarithmischen Formel übereinstimmt. Sie dient dazu, um für irgend einen Reiz die zugehörige Empfindungsstufe zu berechnen. Für die Schallreize 2, 10, 100, 1000, 5000 giebt sie die Werte: 2,6; 8,8; 17,6; 26,3 und 32,5; für dieselben Lichtreize jedoch: 14,2; 47,2; 94,4; 142 und 175. Um also das Gebiet von 1 bis 5000 vollständig zu untersuchen, müßte man die Versuche über das WEBERSche Gesetz bei Schallreizen für 32 Reize, bei Lichtreizen aber für 175 Reize ausführen.

Wenn ich an Formel G) dieselben Anforderungen stellen wollte, „die man sich nun einmal an diese Formeln zu stellen gewöhnt hat“, so würde ich folgern müssen:

Dem Reize 2 entspricht einmal die Empfindung 2,6, das andere Mal die Empfindung 14,2, dem Reize 5000 aber entsprechen die Empfindungen 32,5 und 175. Während die Reize den 2500fachen Wert erreichen, steigen die Empfindungen nur auf das 12,3fache.

Unbegreiflich ist hier zunächst, daß dem Reize 2 die

¹ WUNDT, *Philos. Stud.* X. S. 152.

größeren Empfindungen 2,6 bzw. 14,2 entsprechen sollen, doch hier könnte man entgegen, diese Unbegreiflichkeit könne dadurch beseitigt werden, daß man dem ε für verschiedene Sinnesgebiete verschiedene Werte beilege. Meines Erachtens könnte man mit demselben Rechte vermuten, ε , d. h. der Wert der eben merklichen Verschiedenheit, müsse für verschiedene Sinnesgebiete gleich groß sein. Die Unbegreiflichkeit liegt weiter vor allem darin, daß dem 2500fachen des Reizes nur das 12,3fache der Empfindung gegenüberstehen solle.

Die Formel:

$$\text{H) } E = \frac{\log R + 4}{0,0414},$$

welche CHR. WIENER¹ für den absoluten Wert der Empfindungsstärke aufstellt, liefert für $R=2$ und $R_1=5000$ die Werte $E=103,9$ und $E_1=186$, also noch nicht den doppelten Betrag; die Formel E) von MEINONG liefert für die Größenverschiedenheit der durch die genannten Reize verursachten Empfindungen den Wert 11,3.

Daß alle diese Werte nicht nur unbegreiflich, sondern thatsächlich unrichtig sind, daß man die Größenverschiedenheiten nicht in dieser Weise beurteilt, liegt auf der Hand.

Dagegen haben die aus Formel G) sich ergebenden Werte, als Empfindungsstufen aufgefaßt, ihre unantastbare Bedeutung. Geht man bei Schallreizen von dem Reize 1 aus, so würde man bei Ausführung der WEBERSchen Versuche zunächst 1,3 erhalten, dann 1,69, dann 2,2 u. s. w. Der Reiz 2 liegt also zwischen der zweiten und dritten Empfindungsstufe, die Formel G ergibt dementsprechend auch den Wert 2,6.

Wichtig ist vor allem auch, daß dem Reizgebiet bis 5000 bei Schallempfindungen nur 32, bei Lichtempfindungen aber 175 Stufen entsprechen. Die Zahl der Empfindungsstufen für ein bestimmtes Reizintervall ist also um so größer, je kleiner die Schwelle ist. Wäre die Schwelle 0, oder $\varrho=1$, so würde E_n unendlich groß werden. Dann könnte man nur auf Proportionalität zwischen Reiz und Empfindung schließen.

Zum Schluß kritisiert MEINONG den von mir gegenüber der Verhältnishypothese eingenommenen Standpunkt und kommt

¹ *Ann. d. Phys. u. Chem.* N. F. XLVII. S. 659.

zu dem Ergebnis: „So wird es doch wohl mehr sein als Voreingenommenheit für die eigene Ansicht, wenn ich trotz der MERKELSchen Versuche die Verschiedenheits- gegenüber der Differenzannahme in erheblichem Vorteile finde. Die Verschiedenheitsannahme hat die Theorie des Vergleichens, sie hat zugleich die Thatsachen der relativen Unterschiedsempfindlichkeit in Bezug auf die Schwelle oder Übermerkliches uneingeschränkt und ohne Hülfsannahmen für sich und ist mit den Thatsachen der Konstanz des absoluten Reizunterschiedes bei MERKELS Mittenschätzungen durch die Vermutung in Einklang zu bringen, daß hier statt der Distanzen Strecken verglichen werden, bei denen an Stelle der einfachen Vergleichen die Teilvergleichen eintreten und dadurch der Unterschied im eigentlichen Wortsinne zu seinem Rechte gelangen kann. Vielleicht treffe ich, wie übrigens schon berührt, doch auch wieder einigermaßen mit der Meinung MERKELS zusammen, der wiederholt die Beurteilung „nach Unterschieden“ und die Beurteilung nach Verhältnissen auseinanderhält.“

Ich glaube die Differenzpunkte zwischen unseren Ansichten am besten dadurch hervorzuheben, daß ich meinen Standpunkt nochmals im Zusammenhange entwickle. Zudem dürfte vielleicht die Mitteilung der Hauptformeln der im Folgenden zu charakterisierenden Methode manchem Leser dieser Zeitschrift erwünscht sein.

Ich beginne mit den Versuchen, welche die Gültigkeit des WEBERSchen Gesetzes in Bezug auf die Schwelle zu erweisen suchen. Hier ergeben sich in verschiedenen Reizgebieten für gewisse Reizintervalle bei eben unterscheidbaren Empfindungen gleiche Reizverhältnisse: $\frac{R_1}{R} = C$.

Es fragt sich nun, wie sich die entsprechenden Empfindungen verhalten; offenbar wird jedem Reizverhältnis ein Empfindungsverhältnis $\frac{E_1}{E} = c$ entsprechen, dessen Wert jedoch unbekannt ist. Bei dieser Annahme ergibt sich für E_n die Formel:¹

$$I) E_n = \eta^{\left(\frac{\log R_n}{\log C}\right)} R_n$$

¹ WUNDT, *Philos. Stud.* X, S. 156.

Man kann aber ebensowohl die Annahme $\frac{E_1}{E} = \left(\frac{R_1}{R}\right)^\varepsilon$ machen, welche zu der Gleichung:

$$\text{K) } E_n = R_n^\varepsilon$$

führt. Über die Werte von η und ε geben die WEBERSchen Versuche keinerlei Aufschlüsse, sie setzen nur konstante Werte für η und ε voraus.

Diese Formeln lassen sich vom rein mathematischen Standpunkte aus zunächst noch etwas genauer prüfen. Die erste giebt für $\eta = 1$ den Wert $E_n = R_n$, also Proportionalität zwischen Reiz und Empfindung, für $\eta = \frac{1}{C}$ aber $E_n = 1$, und zwar für jedes beliebige R . (Die zweite Formel giebt die nämlichen Werte für $\varepsilon = 1$ und $\varepsilon = 0$.) Ist aber für jedes R der Wert $E = 1$, so muß auch: $\frac{E_1}{E} = 1$ sein. Thatsächlich würde hieraus hervorgehen, daß auf Grund der gemachten Annahme eine Zunahme der Empfindung gar nicht stattfindet. Für $\eta < \frac{1}{C}$ oder $\varepsilon < 0$ würde sogar $\frac{E_1}{E} > \frac{R_1}{R}$ werden, was ebenso ungereimt wäre. Dieses Fehlschlagen würde aber darauf hinweisen, daß die Verhältnishypothese durch die Unterschiedshypothese ersetzt werden müßte, die dann zur logarithmischen Abhängigkeit führen würde.

Für welche Annahme sprechen aber die bei den Versuchen gewonnenen Erfahrungen? Meine neuesten Versuche über das WEBERSche Gesetz lassen mich vermuten, daß wir in einzelnen Sinnesgebieten die Verschiedenheiten thatsächlich nach den einzelnen Verhältnissen beurteilen. Bei Anwendung der Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle habe ich nämlich bei Schallreizen, Druckreizen, Lichtreizen und im Gebiete des Raummaßes zum Teil wesentlich kleinere Schwellen erhalten, als früher bei der Methode der Minimaländerungen. Ich glaube, daß man bei letzterer Methode nicht den Punkt bestimmt, bei welchem die Verschiedenheit gerade beginnt, sondern einen Punkt, bei welchem das Empfindungsverhältnis einen gewissen, wenn auch kleinen Wert erreicht hat. Nur wird dieser bei verschiedenen

Ausgangsreizen möglichst konstant erhalten. Eine sichere Entscheidung ist mir indes bei diesen Versuchen noch nicht möglich geworden.

Sprechen also schon diese Versuche jedenfalls in stärkerem Grade für die Verhältnishypothese als für die Unterschiedshypothese, so ist das in höherem Grade der Fall bei allen Versuchen, welche sich auf übermerkliche Reize beziehen. Ich denke da in erster Linie an MÜNSTERBERGS Versuche und an die Versuche nach der Methode der doppelten Reize von ANGELL¹ und mir.²

Von allen diesen Versuchen würden aber nur die nach der Methode der doppelten Reize eine Berechnung von ϵ gestatten, wenn es möglich wäre, die doppelte Empfindung genau abzuschätzen. Ich habe diese Versuche indes lediglich ausgeführt, um über die FECHNERSche Formel zu entscheiden. Angenommen, sie sei richtig, dann müßten nach dieser Methode der Reihe nach die Reizverhältnisse 2, 4, 16, 256, 65536 u. s. w. für das konstante Empfindungsverhältnis 2 sich ergeben. Für dieses Empfindungsverhältnis ist aber niemals der Wert 4 als Reizverhältnis erreicht worden, für welchen ϵ erst 0,5 betragen würde.

Die eben genannten, von vornherein schon unbegreiflichen Werte, wie denn überhaupt die Unmöglichkeiten, welche bereits früher aus dem logarithmischen Gesetz abgeleitet wurden, sprechen in letzter Linie gegen die Unterschiedshypothese und für die Verhältnishypothese zur Messung der Verschiedenheiten eben merklicher Empfindungen.

Ich komme zur Methode der mittleren Reize. In Bezug auf diese werde ich immer mehr in der Überzeugung bestärkt, daß alle meine Vorgänger die Beurteilung in anderer Weise ausgeführt haben als ich. Sind die drei Reize R_u , R_m und R_o , so vermute ich, daß man erst die beiden Reize R_m und R_u für sich beurteilt hat und dann die beiden Reize R_o und R_m , und daß man dann erst über Verschiedenheit oder Gleichheit entschieden hat. Dann liegt es, mit Rücksicht auf das über die WEBERSchen Versuche Gesagte, näher, daß man die Verhältnisse $\frac{R_m}{R_u}$ und $\frac{R_o}{R_m}$ beurteilt hat, aber nicht die Unterschiede $R_m - R_u$ und

¹ WUNDT, *Philos. Stud.* VII, S. 468.

² Ebenda IV, S. 562, V, S. 264, 515.

$R_o—R_m$. Zudem sind diese Versuche zum Teil für zu wenig verschiedene Werte von R_o und R_u ausgeführt worden, so daß sich arithmetisches und geometrisches Mittel nur wenig unterscheiden, zum Teil gerade für Werte, welche eine Beurteilung nach Verhältnissen begünstigen; wie z. B. für $R_u = 1_a$ und $R_o = 4_a$, wo die Verhältnisse 2 sind. Gesetzt aber, es wären wirklich die Verhältnisse beurteilt worden, so kann immer noch statt $\frac{R_m}{R_u} = \frac{R_o}{R_m}$ der Wert $\left(\frac{R_m}{R_u}\right)^\varepsilon = \left(\frac{R_o}{R_m}\right)^\varepsilon$ gesetzt werden, und der Exponent ε in der Gleichung $E = R^\varepsilon$ bliebe ebenfalls wieder unbekannt. Ich bemerke ausdrücklich, daß mir diese Beurteilungsweise bei Benutzung dreier Reize nicht gelingen will und daß sich mir das folgende Verfahren von vornherein als das naturgemäße und wesentlich leichter durchführbare aufgedrängt hat. Ich lasse die drei Reize aufeinander folgen, beurteile jeden einzelnen für sich und entscheide dann möglichst rasch, ob der Reiz R_m dem einen oder anderen Grenzreize näher lag, oder ob er die Mitte einzunehmen schien. Eine Vergleichung von Strecken oder eine Superposition, wie MEINONG vermutet, findet hierbei sicher nicht statt, das wäre bei intensiven Empfindungen gar nicht denkbar. Auch ANGELL hat erst die arithmetischen Mittel erhalten und erst nach vielfachen Bemühungen und wesentlichen Änderungen der Methode die geometrischen Mittel erreicht. Selbst im Gebiete des Raummaßes läßt sich eine solche Beurteilung der beiden Differenzen vermeiden, wie mich bereits Versuche gelehrt haben, die vor dem Erscheinen der Abhandlungen von MEINONG und WITASEK¹ ausgeführt wurden.

Da ich nun bei solchen Versuchen für drei Gattungen intensiver Reize und neuerdings auch für Raumstrecken bei wenig verschiedenen Werten von R_o und R_u die arithmetischen Mittel erhielt, da ich weiter bei größeren Verschiedenheiten der Grenzreize Werte erhielt, die dem arithmetischen Mittel viel näher lagen, als dem geometrischen, so war die Aufstellung der folgenden Gleichung theoretisch berechtigt und praktisch gefordert:

$$L) R_m^\varepsilon = \frac{R_o^\varepsilon + R_u^\varepsilon}{2}.$$

¹ Versuche über das Vergleichen von Winkelverschiedenheiten, *Diese Zeitschr.* XI. S. 321.

Diese Gleichung gestattet die Berechnung von ε unter Benutzung des Hülfswinkels λ nach der Formel:

$$\text{M) } \varepsilon = \frac{2 \log \sin \lambda + 0,301}{\log R_o - \log R_m}.$$

Um λ zu bestimmen, setze man:

$$\text{N) } A = \frac{\log \sin \lambda + 0,1505}{\log \cos \lambda + 0,1505}$$

und berechne aus dieser Gleichung für $\lambda = 45^\circ$ bis 90° den Wert A^1 . Für den jeweils erhaltenen Wert R_m bestimme man A aus der Gleichung:

$$\text{O) } A = - \frac{\log R_o - \log R_m}{\log R_m - \log R_u},$$

entnehme aus der Tabelle für die A^1 den entsprechenden Wert λ und bestimme ε aus der Gleichung M).

Diese Gleichung liefert aber für solche Werte von R_u , R_m und R_o , welche eine arithmetische Reihe bilden, den Wert $\varepsilon = 1$, wie von vornherein erwartet werden muß; für solche Werte aber, welche eine geometrische Reihe bilden, thatsächlich den Wert $\varepsilon = 0$. Hierin liegt die Bedeutung des Wertes $\varepsilon = 0$, den MEINONG für unzulässig erklärt. Da er erhalten wird, wenn die Reize eine geometrische Reihe bilden, wird man wieder auf die logarithmische Formel geführt, gegen die alle meine Versuche nach der Methode der mittleren Reize sprechen. Gerade, weil der Wert $\varepsilon = 0$ niemals erreicht wurde und weil $\varepsilon = 1$ sich nur unter gewissen Bedingungen ergab, ist die Anwendung der Formel L) einzig und allein berechtigt. Es gereicht ihr überhaupt nur zum Vorteil, daß sie zugleich das Kriterium enthält, welches auf die Unterschiedshypothese und die logarithmische Abhängigkeit hinführt.²

¹ Tabelle hierzu siehe *Philos. Stud.* X. S. 147.

² Die unter der Annahme $\varepsilon = 0$ ausgeführte Ableitung der FECHNERschen Fundamentalformel halte auch ich nicht für streng, wiewohl das Ergebnis richtig ist. Ich sage an der betreffenden Stelle (*Philos. Stud.* X. S. 142) selbst: „Die Bedenken, welche sich gegen die Überführung in die Differentialformeln und gegen die Konstantenbestimmung erheben lassen, sollen im nächsten Abschnitt erörtert werden.“ Mit Differentialen bezw. unendlich kleinen Größen läßt sich eben gelegentlich auf nicht streng richtigem Wege etwas Brauchbares ableiten.

Diejenigen meiner Versuche, welchen gerade die meiste Bedeutung beizumessen ist, da bei ihnen die störenden Kontrasteinflüsse jedenfalls am wenigsten zur Geltung kamen, haben in allen Sinnesgebieten für ϵ den Wert 1 ergeben. Es waren die Versuchsreihen, bei denen das Verhältnis zwischen R_o und R_u den Wert 5 nicht überschritt. Da nun für solche Reizverschiedenheiten Proportionalität zwischen Reiz und Empfindung sich ergab, dürften diese Versuche von neuem für die Gültigkeit der Verhältnishypothese bei den WEBERSchen Versuchen sprechen. Denn bei letzteren geben die zwei jeweils in Frage kommenden Reize ein wesentlich kleineres Verhältnis als 5, so daß also Kontrasteinflüsse in stärkerem Maße ausgeschlossen, bezw. besser eliminiert werden können. Für ϵ ist zugleich auch bei den WEBERSchen Versuchen der Wert 1 anzunehmen, da sie nur in diesem Falle Proportionalität zwischen Reiz und Empfindung ergeben.

Unterscheiden sich die Werte R_o und R_u in höherem Maße, so treten zunächst Kontrastwirkungen auf; namentlich erscheint bei der Zeitfolge R_o R_m R_u der letzte Reiz bedeutend in seiner Stärke herabgesetzt. Bei wesentlich verschiedenen Werten der Grenzreize scheint dann eine teilweise Beurteilung nach Verhältnissen sich Geltung zu verschaffen. Immerhin widersprechen auch diese Versuche keineswegs zu Gunsten des logarithmischen Gesetzes. Gerade weil bei ihnen der Unterschied zwischen geometrischem und arithmetischem Mittel ganz bedeutend ist, tritt die Abweichung der R_m vom geometrischen Mittel unzweifelhaft zu Tage. Ich habe auch versucht, die Einflüsse der Zeitfolge und des Kontrastes auf anderem Wege zu ermitteln.¹ Das Hineinspielen der Beurteilung nach Verhältnissen kann nur in der Verkleinerung der ϵ zur Darstellung kommen.

So lassen diese Versuche erkennen, daß bei der Methode der mittleren Reize eine Beurteilung gleicher Verschiedenheiten eintreten kann, welchen gleiche Unterschiede oder Differenzen der Reize entsprechen. Ich glaube auch nicht, daß das von MEINONG oft benutzte Beispiel allgemein bestätigt werden dürfte, nach welchem die Verschiedenheit zwischen 1 und 2 cm gleich derjenigen zwischen 2 und 4 cm sein soll. Für größere Verschiedenheiten (z. B. 1 und 5 cm und 5 und 25 cm) gilt

¹ *Philos. Stud.* X, S. 380 f.

das zweifellos nicht mehr. Falls aber nur zwei Reize in Frage kommen, dürfte eine Beurteilung der Verschiedenheit nach dem Unterschiede erst in zweiter Linie, die Beurteilung nach dem Verhältnis aber in erster Linie in Frage kommen. Ich gebe zur Begründung dessen eine Ableitung, der ich selbst zwingende Kraft nicht beimesse. Da offenbar durch die verschiedenen Umwandlungen und Widerstände, welche der Reiz erfährt, die intensive Empfindung auch für $\varepsilon = 1$ nicht gleich dem Reize sein kann, muß man $E = p R$ setzen, worin p ein echter Bruch ist. Handelt es sich nun um die Beurteilung der Verschiedenheit zweier Reize, so kann einmal als Maß der Unterschied:

$$E_1 - E = p (R_1 - R)$$

in Frage kommen, das andere Mal das Verhältnis:

$$\frac{E_1}{E} = \frac{p R_1}{p R} = \frac{R_1}{R}.$$

Das Verhältnis der Empfindungen ist also gleich dem Verhältnis der Reize; die Differenz der Empfindungen aber gleich der Differenz der Reize multipliziert mit dem unbekannten Faktor p . Könnte nicht hierin vielleicht die Bevorzugung des Verhältnisses als Maß für die Verschiedenheit zweier Reize begründet liegen?

Nach meinen neuesten Erfahrungen kann ich auf Grund der Selbstbeobachtung wohl als sicheres Ergebnis hinstellen, daß mir eine Beurteilung der Differenz nicht möglich ist, also eine Auffassung von D in dem Ausdrucke $D = p (R_1 - R)$. Ich beurteile die einzelnen Reize und vermag dann eben nur über $p R_1$ und $p R$ auszusagen, ob diese Empfindungen wenig oder ziemlich oder sehr verschieden waren, vor allem wüßte ich die Verschiedenheiten nicht durch Zahlen zum Ausdruck zu bringen. Genauer gelingt mir die Angabe des Verhältnisses, natürlich auch nur angenähert. Ich schätze also etwa die zweite Empfindung für nahezu doppelt so stark als die erste, oder 4 bis 6 mal so stark oder 10 bis 15 mal so stark u. s. w., so daß also der richtige Wert innerhalb dieser sich erweiternden Grenzen liegt.

Anders und wesentlich leichter gestalten sich die Dinge, wenn es sich nicht mehr um die Beurteilung der Verschieden-

heit zweier Reize handelt, sondern um die Konstatierung der Gleichheit oder Verschiedenheit zweier Empfindungsunterschiede oder zweier Empfindungsverhältnisse. Hier fällt beiderseits in den mathematischen Ausdrücken p fort. Diese Entscheidungen lassen sich treffen, ohne daß man die Größe jedes einzelnen Unterschiedes oder Verhältnisses zu beurteilen vermag. Daher erklärt sich vor allem der Vorteil der von mir charakterisierten Methode der mittleren Reize!

Nach meinen Erfahrungen, die indes hier noch nicht abgeschlossen sind, ist die erste Aufgabe leichter als die zweite, vor allem deshalb, weil sie bereits bei drei Reizen ausführbar ist (mithin auch schon in technischer Beziehung), während die andere besser mit vier Reizen arbeitet.

In einer eingehenden Besprechung meiner Arbeiten von VICTOR HENRI¹ wurde n gegen die Aufstellung der Formel L) Bedenken erhoben, die im Vorstehenden zugleich beseitigt worden sein dürften. Der Verfasser erblickt den Hauptwert meiner Abhandlungen in dem Nachweise, daß die FECHNERSche Formel nicht exakt sein könne. Die Formel $E = p R^\epsilon$ aber hält er lediglich für eine Hypothese. Ich kann dem nicht zustimmen. Ist ϵ auf Grund der Gleichung L) ermittelt, so giebt die eben genannte Formel eben thatsächlich auf Grund der Versuche Auskunft über die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung. Eine absolute Größenbestimmung der Empfindungen halte freilich auch ich für unmöglich. Für die Reizgebiete also, für welche ϵ konstant sich erweist, wachsen die Empfindungen proportional mit den Reizen; nehmen aber von einer bestimmten Grenze an die ϵ ab, so wachsen die Empfindungen langsamer als die Reize. Es könnte aber ebensowohl eine Zunahme von ϵ eintreten, wie z. B. beim Übergang einer gewöhnlichen Druckempfindung in eine Schmerzempfindung.

Wünschenswert wäre es aber vor allem, wenn auch von anderer Seite der Wert ϵ auf Grund der angegebenen Formeln nach der Methode der mittleren Reize geprüft würde; wenn man sich namentlich auch damit befassen wollte, diejenigen Reizgebiete zu erforschen, für welche das WEBERSche Gesetz nicht gilt. (Vielleicht bieten hierzu meine Abhandlungen über: „Theoretische und experimentelle Begründung der Fehler-

¹ *Année psychol.* II, 1895, S. 751—764.

methoden“,¹ „Die Methode der mittleren Fehler, experimentell begründet durch Versuche aus dem Gebiete des Raummaßes“² und die früher erwähnte Abhandlung „Über die Aufgaben und Methoden der Psychologie in der Gegenwart“ einige Anweisungen über die einzuschlagende Methode und die Berechnung der Versuchsergebnisse.) Namentlich in den zuletzt genannten Gebieten kann man eine Vertiefung und Erweiterung unserer psychologischen Erkenntnisse erwarten!

Ich gebe mich der Hoffnung hin, daß man sich endlich entschließen wird, die Logarithmenformel mit ihrem Kardinalwerte der Empfindung in jedweder Gestalt, in der sie über die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung oder über die Größenverschiedenheit zweier Empfindungen oder gar über die absolute Empfindungsstärke Auskunft geben soll, über Bord zu werfen, und daß man lediglich die von mir gegebene Form beibehalten wird, die nur eine Verallgemeinerung der That-sachen des WEBERSchen Gesetzes bezweckt.

Ich leitete meine Abhandlungen über die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung vor etwa 10 Jahren mit den Dichterworten ein:

„Der Worte sind genug gewechselt,
Lafst mich nun endlich Thaten seh'n!;

ich muß jetzt mit Bedauern sagen, daß dieser Wunsch nicht in Erfüllung gegangen ist. Geschrieben hat man zwar in dem letzten Jahrzehnt über den fraglichen Gegenstand wiederum sehr vieles, aber entscheidende Versuche sind mir nicht bekannt geworden.

¹ WUNDT, *Philos. Stud.* VII, S. 558 f., VIII, S. 97 f.

² Ebenda IX, S. 53 f., 176 f., 400 f.