

(Aus dem Psychologischen Institut der Universität Gießen.)

Über Feldbegrenzung und Felderfüllung.

Von
K. Koffka.

Mit 15 Abbildungen.

Die Frage, in welcher Abhängigkeit die Eigenschaften eines phänomenalen Feldes von seiner Begrenzung stehen, ist ein Teil des allgemeinen Problems: Abhängigkeit der Feld-Eigenschaften von den Gestalt-Bedingungen. Aber auch dies Teilproblem hat einen großen Umfang, es umfaßt bereits bekannte Probleme (z. B. den Kontrast) und wird auf neue Fragestellungen führen. Die Versuche, über welche ich im folgenden berichte, sollen zur Einführung in diese Betrachtungsweise dienen. Es war nicht möglich, sie schon jetzt so weit zu führen, daß aus ihnen feste quantitative Gesetze abgeleitet werden können, doch werden sie den Weg zu diesem Ziel bereiten helfen. Sie beschränken sich auf die phänomenale Helligkeit von Feldern und betreffen zwei äußerlich sehr verschiedene Fälle, die aber sachlich in engem Zusammenhang stehen. Es gibt nämlich Felder, die in sich homogen erscheinen, obwohl objektiv die Felderfüllung nicht homogen ist, und umgekehrt gibt es Felder, die inhomogen aussehen, obwohl sie objektiv homogen sind. Einem Fall der ersten Art gilt der erste, einem der zweiten der zweite Teil unserer Untersuchung.

I.

1. Bei der Betrachtung einer *Masson*'schen Scheibe — 5 tuchschwarze Streifen von $6 \times 10 \text{ mm}^2$ auf barytweißem Grund, Scheibenradius $r = 10 \text{ cm}$ — sieht man 4 verschieden helle Ringe, innen den dunkelsten, außen den hellsten; der äußerste objektive Ring ist nicht mehr sichtbar.

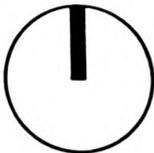


Abb. 1.

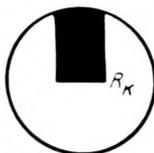


Abb. 2.

ersetzt man nun die Streifen der *Masson*'schen Scheibe durch einen ununterbrochenen Streifen der gleichen Breite (vgl. Abb. 1), so sieht man eine völlig homogene weiße Fläche, während objektiv die Helligkeit von innen nach außen stetig zunimmt. Verbreitert man den schwarzen Streifen auf 6 oder 8 cm (vgl. Abb. 2), so erblickt

man in der Mitte der Scheibe einen dunklen Kreis und, unter günstigen Bedingungen und bei möglichst ungezwungenem Darüberhinschauen, außerhalb einen breiten hellgrauen *homogenen* Ring. Ich will solche Scheiben im folgenden als Pseudo-Masson-Scheiben (P-M-Scheiben) bezeichnen.

Führt man während der Rotation eine Marke bis an den Rand des inneren dunklen Kreises, so sieht man, wenn man die Scheibe anhält, daß sich durch Drehung der Scheibe die Marke mit dem Punkt R_k (s. Abb. 2) zur Deckung bringen läßt. Während der Rotation ist objektiv zwischen dem Mittelpunkt und dem Punkt R_k die Helligkeit konstant, ein Gemisch aus 180° weiß und 180° tuchschwarz. Außerhalb dagegen nimmt die Helligkeit stetig zu nach der Formel, die ich nun ableiten will.

Man berechnet die *Talbotsche* Helligkeit einer aus n verschiedenen hellen Sektoren bestehenden rotierenden Scheibe nach der Formel:

$$x = \frac{\alpha_1 h_1 + \alpha_2 h_2 + \dots + \alpha_n h_n}{360},$$

wo die α die Winkelgrade der Sektoren, die h die diesen entsprechenden Helligkeiten bedeuten.

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 360^\circ.$$

Ist $n = 2$, so wird

$$x = \frac{\alpha_1 h_1 + (360 - \alpha) h_2}{360}.$$

Führt man statt der Winkel und des willkürlichen Maßes von 360° die Bogenlängen ein, so ergibt sich für den letzten Fall:

$$x = \frac{b_1 h_1 + b_2 h_2}{2 \cdot \pi r},$$

wo b_1 und b_2 die Bogenlängen sind,

$$b_1 + b_2 = 2 \cdot \pi r.$$

Setze ich

$$b_1 = \frac{2 \cdot \pi r}{u} = 2 \cdot \pi r \cdot f$$

$$b_2 = \frac{2 \cdot \pi r}{v} = 2 \cdot \pi r \cdot g,$$

so wird

$$b_1 + b_2 = (f + g) \cdot 2 \cdot \pi r = 2 \cdot \pi r,$$

mithin ist

$$f + g = 1$$

(1)

$$x = f \cdot h_1 + g h_2.$$

Das charakteristische der P-M-Scheiben (wie der eigentlichen *Massonschen* Scheiben) ist nun, daß b_1 und b_2 , also auch f und g Funktionen des Radius r sind. In Abb. 3 ist der schwarze Streifen unserer P-M-Scheibe für sich gezeichnet. Ich setze die Breite des Streifens $AC = 2k$, also $AB = k$. Es handelt sich nun darum, den Bogen b_2 bzw. den Koeffizienten g zu berechnen.

Es ist (s. o.)

$$g = \frac{b_2}{2 \cdot \pi \cdot r}.$$

In unserer Abbildung ist b_2 der Bogen \widehat{AC} mit dem Radius $MA = r$.
Nun ist:

$$\frac{b_2}{2} = r \cdot \frac{\alpha}{2}$$

und

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{k}{r}, \quad \frac{\alpha}{2} = \arcsin \frac{k}{r},$$

also

$$\frac{b_2}{2} = r \cdot \arcsin \frac{k}{r},$$

mithin

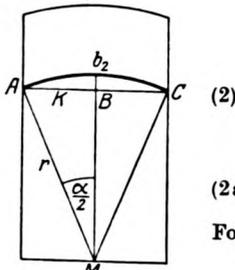


Abb. 3.

$$g = \frac{b_2}{2} \cdot \frac{1}{\pi \cdot r},$$

$$g = \frac{\arcsin \frac{k}{r}}{\pi}.$$

$$f = 1 - \frac{\arcsin \frac{k}{r}}{\pi}.$$

(2a)

Folglich ist

$$x = (1 - g) h_1 + g h_2,$$

$$= h_1 - g (h_1 - h_2),$$

(3)

$$x = h_1 - \frac{\arcsin \frac{k}{r}}{\pi} (h_1 - h_2).$$

Um später die Darstellung nicht unterbrechen zu müssen, füge ich noch eine Ergänzung hinzu. Man kann die P-M-Scheibe radial so aufschlitzen, daß man noch eine andere, z. B. schwarze Scheibe, hineinstecken kann, derart daß im Grenzfall 180° der ganzen Scheibe ganz schwarz sind, die übrigen 180° von dem weißen Stück mit dem aufgeklebten Streifen ausgefüllt werden.

Nennen wir die Helligkeit der eingeschobenen Scheibe h_3 , den Koeffizienten ihres Bogens (entspr. f und g) l , $l = \text{const.}$, so wird

$$x = f h_1 + g h_2 + l h_3, \quad f + g + l = 1,$$

mithin

$$(4) \quad x = h_1 - g (h_1 - h_2) - l (h_1 - h_3), \quad \text{wo } g = \frac{\arcsin \frac{k}{r}}{\pi},$$

$$l = \text{const.}$$

Kehten wir zu Formel (3) zurück. Wir haben bisher stets den Fall der weißen Scheibe mit schwarzem Streifen (allgemein $h_1 > h_2$) betrachtet. Man kann aber ebenso gut die Verhältnisse umkehren, schwarze Scheibe mit weißem Streifen (allgemein $h_1 < h_2$) benutzen. Dann schreibt sich Formel (3) besser:

$$(3a) \quad x = h_1 + g (h_2 - h_1).$$

Wir bemerken noch, daß $g = \frac{\text{arc sin } \frac{k}{r}}{\pi}$ nur definiert ist für $r \geq k$. Für $r \leq k$ ist $g = \text{const} = \frac{1}{2}$.

Ferner läßt sich x beliebig oft nach r differenzieren, ohne daß die Ableitungen verschwinden. Es ist also auch

$$\frac{dx}{dr} \neq 0, \quad \frac{d^2x}{dr^2} \neq 0.$$

Unser Versuch mit der P-M-Scheibe hat also ergeben, daß ein Feld, dessen Helligkeit sich auf der einen Koordinate nach der eben berechneten Funktion, also keineswegs linear, ändert, ganz oder fast ganz homogen aussehen kann. Um sich vom objektiven Helligkeitsanstieg auf der Scheibe zu überzeugen, stelle man neben einer P-M-Scheibe, weiß mit 6 cm breitem tuchschwarzen Streifen, zwei gewöhnliche Farbenkreisel des gleichen Radius, von denen der eine das innere, der andere das äußere Mischungsverhältnis der P-M-Scheibe trägt, der eine also $180 w + 180 s$, der andere $325 w + 35 s$. Man wird über die Größe dieses Unterschieds erstaunt sein.

Die ursprüngliche Homogenität der P-M-Scheibe läßt sich unschwer und auf verschiedenem Wege zerstören. Wenn man willkürlich eine Stelle der Scheibe heraushebt und sie mit einer anderen, mehr oder weniger exzentrisch gelegenen, „vergleicht“, so wird das meist schon genügen, um einen augenfälligen Unterschied zu erzeugen. In dieser Hinsicht gibt es starke individuelle Unterschiede. Manchen Beobachtern ist ein solches Zerteilen der Fläche so natürlich, daß sie außerordentlich leicht Inhomogenitäten sehen, während für andere im natürlichen Verhalten die Fläche homogen aussieht.

Auch durch objektive Mittel läßt sich die phänomenale Homogenität leicht zerstören, man braucht nur den Ring zwischen $r = k$ und $r = 10$ cm (den Rand) durch eine Kontur zu unterteilen, indem man z. B. auf die große P-M-Scheibe noch eine genau gleichartige kleinere legt (z. B. $r = 5$ cm) und zwischen beiden eine schwarze oder weiße, deren Radius nur wenig größer als der der kleinen P-M-Scheibe ist (z. B. 5,2 cm). Man sieht dann zwei in sich homogene, aber voneinander verschiedene Ringe, den inneren dunkler, den äußeren heller. Oder man betrachtet die Scheibe durch einen relativ kleinen Ausschnitt — wodurch, wie wir sehen werden, die Homogenität begünstigt wird — und unterteilt diesen. Richtet man es etwa so ein, daß man ein Stäbchen bald über die Mitte des Ausschnitts legt, bald es entfernt, so kann man ganz deutlich die Veränderung beobachten: das Stäbchen macht aus einem homogenen zwei verschiedene Felder, die sich wieder zu einem homogenen zusammenschließen, sobald es fortgenommen wird.

Stellt man die Beobachtung mit einer tuchschwarzen P-M-Scheibe mit weißen Streifen an und setzt die zwei Vergleichskreisel mit $180 w + 180 s$ bzw. $35 w + 325 s$ daneben, so sieht man, daß der Unterschied der Helligkeiten, gemäß dem *Weberschen* Gesetz, sehr viel größer ist. Auf der P-M-Scheibe sieht man nun auch anschließend an den fast weiß erscheinenden inneren Kreis ($r \leq k$) eine nach außen dunkler werdende, unscharf begrenzte Aura, die sich bis zu einem Radius von ca. 5.5 cm erstreckt. Betrachtet man mit der später beschriebenen Spiegelanordnung die gleiche Scheibe durch ein Fenster, das nur einen kleinen scharf umgrenzten Bereich freigibt, so kann man ein völlig homogenes Feld auch noch sehen, wenn man einen Ring zwischen $r = 4$ cm und dem Rand freigibt. Es wird dann ein Abfall von $97 w + 273 s$ auf $35 w + 325 s$ überbrückt. Dieser Abfall ist sehr beträchtlich. Unser Tuchschwarz war $= \frac{1}{50} w$, die zwei Weißwerte sind also 102,5 und 41,5, der erste aber mehr als doppelt so groß wie der zweite. Dieser Versuch zeigt auch, daß eine Verkleinerung und scharfe Umgrenzung des Feldes, also eine stärkere Vereinheitlichung, auch seine Ausfüllung vereinheitlicht.

Die Tab. I und II sowie die Kurven der Abb. 4 und 5 sollen den Verlauf der Funktion veranschaulichen. Tab. I bezieht sich auf die weiße Scheibe mit schwarzen Streifen ($k = 3,1$), und zwar sowohl in der bisher betrachteten Form wie dann, wenn sie einen Zusatz von 180° schwarz erhalten hat¹⁾. Tab. II bezieht sich auf die schwarze Scheibe mit weißen Streifen ($k = 3,0$). Die oberen Zahlen geben die wie bisher berechneten Weißwerte, die unteren, eingeklammerten, diesen Wert umgerechnet auf Barytweiß = 1. Es sind nur diejenigen Werte von r in den Tabellen angegeben, die in den quantitativen Versuchen eine Rolle gespielt haben.

Tabelle I.

Weiße P-M-Scheibe mit tuchschwarzem Streifen ($k = 3,1$ cm).

	$r = 3,1$	5,1	6,1	7,1	8,1	9,7
I normal . . .	183,5 (0,505)	286,5 (0,795)	300,0 (0,832)	309,5 (0,860)	316,0 (0,878)	324,0 (0,900)
II mit $180^\circ s$.	13,5 (0,038)	116,5 (0,323)	130,0 (0,360)	139,5 (0,388)	146,0 (0,406)	154,0 (0,428)

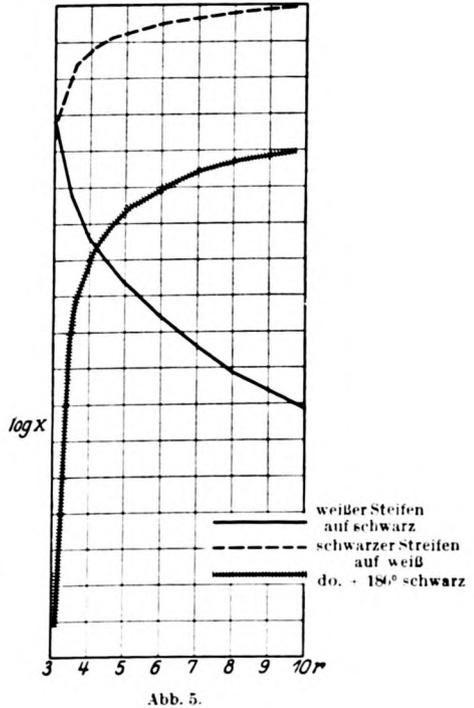
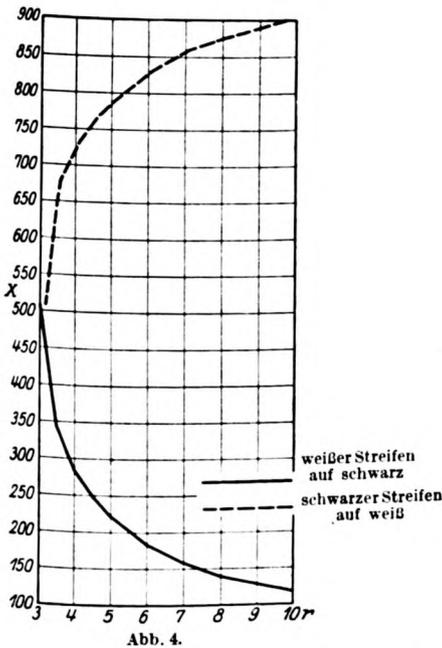
¹⁾ Da das Tuchschwarz ausgegangen war, mußte hier öfters anderes Schwarz benutzt werden. Das hier verwendete war $= \frac{20}{360} w$.

Tabelle II.

Tuschschwarze P-M-Scheibe mit weißem Streifen ($k = 3,0$ cm).

	$r = 3$	4	6	8	10
III W-Wert	183,5 (0,505)	102,0 (0,283)	66,0 (0,183)	50,0 (0,139)	42,0 (0,117)

In den Kurven ist auf der Abszisse stets der Radius aufgetragen, auf der Ordinate in Abb. 4 die dazu gehörigen Weißwerte (entsprechend



den eingeklammerten Zahlen der Tabellen), in Abb. 5 die Logarithmen dieser Weißwerte. In Abb. 4 sind nur die bis auf den Strich ganz weiße und ganz schwarze Scheibe dargestellt (entsprechend der oberen Reihe der Tab. I und der Tab. II, die Kurve für die weiße Scheibe mit 180° s Zusatz würde parallel mit der normalen, ein Stück nach unten verschoben verlaufen), auf Abb. 5 dagegen alle 3 Kurven.

Man sieht in Abb. 4, daß alle Kurven am Anfang r wenig $> k$. schnell, später langsamer steigen bzw. fallen, aber bis zum Schluß noch nicht annähernd linear werden. Auf Abb. 5, wo die Logarithmen der

W-Werte aufgetragen sind, erkennt man, daß die Spannung in Kurve II am größten, in Kurve I am kleinsten ist, und daß diese in ihrem obersten Teil schon annähernd linear verläuft, während die anderen bis zum Schluß gekrümmt bleiben.

2. Ich konstruierte Scheiben der folgenden Art, die als Knick-Scheiben (K-Scheiben) bezeichnet werden mögen (vgl. Abb. 6 und 7). Sie bestehen aus 2 P-M-Ringen, von denen der äußere größeres k hat als der innere, und zwischen denen ein völlig homogener Ring liegt, die Strecke BC in den Abbildungen ist, wie die symmetrische, Stück eines Radius. Von A bis B entsteht also ein P-M-Ring ($k_i = 2,65$ cm), von B bis C ein homogener ($BC = 3,7$ cm), und von C bis D wieder ein P-M-Ring ($k_a = 4,65$ cm).

Scheibe Nr. I (s. Abb. 6) ist barytweiß mit tuchschwarzem Streifen, ihr kann, wie der entsprechenden einfachen P-M-Scheibe, 180° schwarz

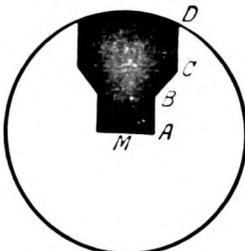


Abb. 6.

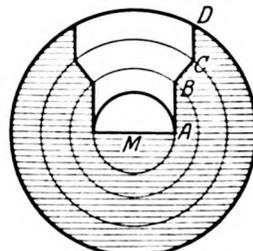


Abb. 7.

zugesetzt werden, Nr. II; Nr. III ist tuchschwarz mit weißem Streifen¹⁾. Die Helligkeitsverteilung der 3 Scheiben ist in Tab. III und den Kurven der Abb. 8 und 9 wiedergegeben. Tab. III entspricht genau den Tab. I und II, Abb. 8 der Abb. 4, Abb. 9 der Abb. 5.

Tabelle III.
Knickscheiben.

$r =$	MA 2,65	MB 5,0	MC 8,7	MD 10,0
I	183,5 (0,505)	297,0 (0,825)	297,0 (0,825)	305,5 (0,846)
II	13,5 (0,038)	127,0 (0,355)	127,0 (0,355)	135,5 (0,376)
III	180,0 (0,5)	69,0 (0,191)	69,0 (0,191)	60,5 (0,168)

¹⁾ Da auch das Barytweiß ausging, mußte ein anderes, stark gelbliches Weiß verwendet werden, dessen Weißwert = $\frac{353}{360}$ ist.

Die Abbildungen geben ein anschauliches Bild der objektiven Helligkeitsverteilung. Jede Kurve hat zwei Knicke, einen gegen die Abszisse konkaven und einen konvexen. Für Scheibe I werden die Knicke in der logarithmischen Darstellung der Abb. 9 sehr flach, für Scheibe II ist zumal der erste Knick hier noch recht beträchtlich, und Scheibe III hat die stärksten Knicke. An diesen Knicken sollen, nach den schönen Untersuchungen von *Mach*, Ringe auftreten, und zwar an den konkaven helle, an den konvexen dunkle¹⁾.

Scheibe I, mit der ich zuerst experimentierte, erschien aber völlig homogen — die Knicke sind augenscheinlich zu schwach — nur einigen Beobachtern gelingt es, bei scharfem Suchen, den einen Ring zu entdecken.

Wohl aber gibt Scheibe III deutliche *Machsche* Ringe. Die Scheibe lag horizontal und wurde von oben durch eine Glühbirne erleuchtet, deren Lichtstärke durch einen Widerstand abgeschwächt werden konnte. Die Beobachtung geschah entweder direkt von oben, oder durch einen grauen Schirm mit einem schmalen Schlitz von 9×40 qmm Öffnung, der radial darüber gehalten wurde, oder endlich in einem Spiegel, der bis auf einen Streifen von 13 mm Breite und veränderlicher Länge durch einen Karton mit Schlitz abgedeckt war (s. u.).

Die Länge des Kartonschlitzes war bei dieser Beobachtung so gewählt, daß für den Beobachter das Gebiet von A bis D sichtbar war.

Direkte Beobachtung bei stärkster Beleuchtung zeigte ein folgendermaßen unterteiltes Feld (vgl. die Abb. 7—9).

1. „Weißer“ Kreis in der Mitte (MA).

2. Nach außen dunkler werdende und fluktuierende Aura ohne scharfe Ränder, ca. 18 mm breit (größter Teil von AB).

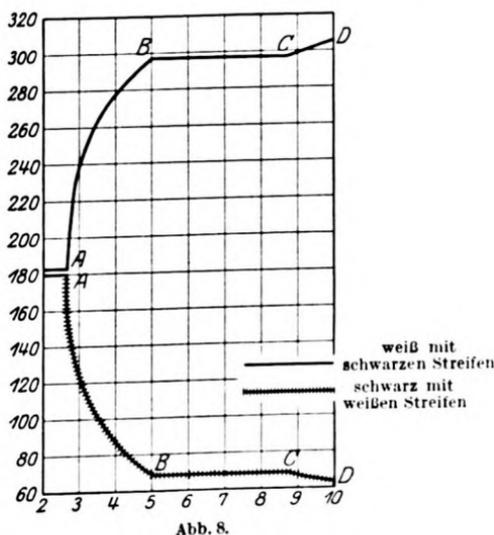


Abb. 8.

²⁾ Sitzungsbericht d. Wien. Akad. d. Wiss. Mathem.-naturw. Kl., II. Abt. 52, 2, S. 310. 1865. Vgl. auch Analyse der Empfindungen. 5. Aufl. S. 177 ff. Vgl. a. die kürzlich erschienene Arbeit von R. H. Thouless: Some Observations on Contrast-Effects in Graded Discs. The Brit. Journ. of Psychol. (Gen. Sect.) 13, pt. 3, 1923, p. 301—307.

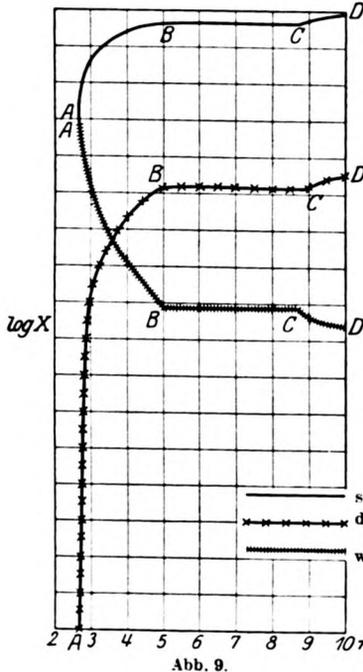
3. Scharfer, schmaler (ca. 1 mm breiter) deutlich dunkler Streifen (Umgebung von *B*).

4. Homogenes Stück (*BC*).

5. Nicht sehr deutlicher, schmaler, unscharfer, heller Streifen (Umgebung von *C*).

6. Homogener oder ganz schwach nach außen dunkler werdender Ring (*CD*).

Setzt man die Lichtstärke der Lampe herab, so wird der dunkle Streifen (Nr. 3) breiter, bis ca. 6,5 mm, der helle (Nr. 5) verschwindet ganz¹⁾.



Betrachtet man im Spiegelschlitz, so ist auch bei der hellsten Beleuchtung der helle Streifen (Nr. 5) gänzlich verschwunden, der dunkle (Nr. 3) wenn überhaupt, so nur ganz schwach sichtbar, alles außerhalb davon gelegen erscheint völlig homogen. Eine nicht sehr ausgiebige Verdunklung genügt, ihn gänzlich zu vernichten, das ganze Feld homogen zu gestalten.

Beobachtet man durch den Schlitz im grauen Schirm, so ist auch bei hellster Beleuchtung das ganze Feld außerhalb Nr. 1 völlig homogen, von den *Mach*-schen Streifen ist nicht das mindeste zu erblicken. Scheibe II, d. i. Scheibe I + 180° schwarz, läßt bei direkter Beobachtung und stärkster Beleuchtung 4 Zonen unterscheiden:

1. Den schwarzen Kern (*MA*).
2. Einen dunklen, nur wenig abgeschattierten Ring (*AB*).
3. Einen unscharfen, ca. 2 mm breiten, nicht sehr deutlichen hellen Streifen (Umgebung von *B*).
4. Einen homogenen Ring bis zum Rand.

Im Spiegel fehlt Nr. 3 auch bei hellster Beleuchtung, man sieht ein nicht völlig homogenes Feld, das aber bei Herabsetzung der Beluch-

¹⁾ Dies stimmt nicht zu den Angaben *Machs*, nach denen die Streifen bei allen Beleuchtungsintensitäten, bei welchen überhaupt noch gesehen werden konnte, gleich deutlich waren. Sitzungsbericht a. a. O., S. 311–312. Es bedarf besonderer Versuche, diese Unstimmigkeit zu klären.

tung bald homogen wird. Durch den grauen Schirm betrachtet, erscheint das ganze Feld stets vollkommen einheitlich.

Wir finden also eine Abhängigkeit der Deutlichkeit der *Mach*schen Streifen von der Schärfe des Knicks, die auch bei direkter Vergleichung von Scheiben II und III festzustellen ist; dazu aber ergibt sich, daß die Knicke nicht die hinreichende Bedingung für das Auftreten der Streifen sind. Man kann sie zum Verschwinden bringen und das ganze Feld einheitlich gestalten, wenn man die Umgrenzung so einrichtet, daß das gesamte sichtbare Feld als Ganzes straff zusammengehalten wird.

Mach bemerkt zu den Ergebnissen seiner Versuche: „Es kann auffallen, daß außer i zwar noch die zweiten Differentialquotienten von i , dagegen nicht die ersten $\frac{di}{dx}$, $\frac{di}{dy}$ einen Einfluß auf die Empfindung der Helligkeit zu üben scheinen. Das gleichmäßige, kontinuierliche Ansteigen der Beleuchtungsintensität einer Fläche ... bemerkt man kaum“¹⁾. Sowohl unsere Versuche mit der K- wie die mit der P-M-Scheibe zeigen uns, daß auch der zweite Differentialquotient wirkungslos bleiben kann.

3. Wenn ein objektiv inhomogenes Feld homogen erscheint, welche phänomenale Helligkeit besitzt es dann? Dieser Frage habe ich eine Anzahl von Versuchen gewidmet, die schon gewisse Anhaltspunkte für ihre Beantwortung liefern, ohne schon zu einer letzten Entscheidung zu führen. Das Versuchsprinzip besteht darin, daß man zu einem objektiv inhomogenen Feld ein (gleich großes) objektiv homogenes phänomenal gleich aussehendes herstellen läßt. Um die so gemessenen Werte beurteilen zu können, ist es gut, von einer bestimmten Annahme auszugehen. Es liegt nahe, zu meinen, daß die phänomenal homogene Helligkeit dem Integral der Weißwerte über den Radius entspricht²⁾, also

$$(5) \quad \bar{x} = \int_{r_i}^{r_a} x \, dr,$$

wo x durch Gleichung (3) definiert ist.

Das Integral ist ohne Schwierigkeit zu berechnen. Es ist

$$(6) \quad \int \arcsin \frac{k}{r} \, dr = k \left[\frac{r}{k} \arcsin \frac{k}{r} + \ln \left(\frac{r}{k} + \sqrt{\frac{r^2}{k^2} - 1} \right) \right] + B^1),$$

¹⁾ Analyse der Empfindungen. S. 179.

²⁾ *Mach* glaubt ebenso aus „einem vorläufigen Versuch“ schließen zu können, daß die scheinbar homogene Helligkeit gleichförmig veränderter Felder der mittleren Helligkeit gleich sei.

³⁾ Man substituiert zunächst $y = \frac{k}{r}$ und kann dann partiell integrieren. Das übrigbleibende Integral läßt sich durch weitere Substitution auf die einfache Form $\int \frac{dt}{\sqrt{t^2 - 1}}$ bringen. — Bei der numerischen Berechnung der Integrale habe ich mich durchweg eines Rechenschiebers bedient.

also

$$(7) \quad \bar{x} = (r_a - r_i) h_1 - (B_{r_a} - B_{r_i}) \frac{h_1 - h_2}{\pi}.$$

\bar{x} ist die „Streckenelligkeit“, d. h. der Weißwert multipliziert mit der Länge des Radius, über die die Integration ausgeführt ist. Dividiert man \bar{x} durch diese Länge, so erhält man den *berechneten* Weißwert

$$(8) \quad x = \frac{\bar{x}}{r_a - r_i},$$

dem wir den *gemessenen* W-Wert x gegenüberstellen werden.

\bar{x} und \bar{x} sind Funktionen von r_a und r_i . Unsere Hypothese wird sich also am besten so prüfen lassen, daß man die Messung für verschiedene Kombinationen von r_a und r_i durchführt. Das einfachste ist, r_i konstant zu halten und nur r_a , die obere Grenze des Integrals, zu variieren. Neben solchen Versuchsreihen habe ich aber auch noch Variationen von r_i eingeführt. Eine erste Reihe habe ich während der Weihnachtsferien 1922/23, gleichzeitig als Versuchsleiter und Beobachter fungierend, durchgeführt. Ich arbeitete mit den P-M-Scheiben I und II, weiß mit schwarzen Streifen $k = 3,1$, ohne und mit Zusatz von 180° schwarz.

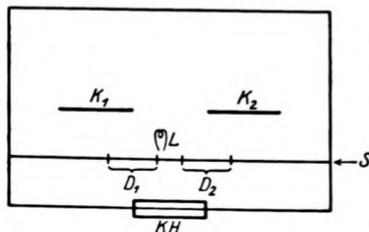


Abb. 10.

Die Anordnung war die folgende (vgl.

Abb. 10). Zwei elektrisch betriebene Kreisel K_1 und K_2 mit stabiler Achse standen nebeneinander, die Kreiselflächen vertikal. Vor ihnen befand sich ein großer Karton S , der dem Beobachter die Apparatur völlig verdeckte. Im Karton befand sich ein langer, in der Mitte unterbrochener horizontaler Schlitz, D_1 , D_2 , von 13 mm Höhe; durch Schieber, die auf der Rückseite in Führungen liefen, konnte die Länge der beiden Halbschlitze sowie ihr Abstand nach Belieben verändert werden. Über den Kreiseln hing eine gegen den Beobachter abgeblendete Glühbirne L , die durch einen Widerstand verdunkelt werden konnte¹⁾. Vor dem Schirm war an der Tischkante ein Kopfhalter KH , angebracht, der die Stellung des Beobachters fixierte. Das Zimmer war bis auf eine am anderen Ende brennende Deckenlampe verdunkelt.

Vor den Versuchen wurden auf K_1 und K_2 gleiche graue Scheiben aufgesetzt, der Abstand zwischen D_1 und D_2 möglichst klein gemacht, und die Lampe L so lange verschoben, bis beide Felder gleich hell erschienen. Diese Einstellung wurde mehrfach kontrolliert. Beobachtet wurde stets mit dem linken Auge.

Bei den eigentlichen Versuchen befand sich die P-M-Scheibe auf K_1 (links), die homogene Vergleichsscheibe (V-Scheibe) auf K_2 (rechts); sie hatte einen barytweißen und einen schwarzen Sektor vom Weißwert $\frac{20}{360}$.

Zunächst wurde, bei ruhenden Kreiseln, der Schlitz D_1 so eingestellt, daß er gerade das zu prüfende Gebiet der Scheibe K_1 freigab. War, wie meist, $r_i = 3,1$ cm,

¹⁾ Es ist ein Fehler der Versuchsanordnung, daß auf diese Weise eine völlig gleichmäßige Beleuchtung der Kreisscheiben nicht garantiert wird. Immerhin dürfte sie in erster Annäherung genügen.

so war während der Rotation die Kopfhaltung leicht dadurch zu kontrollieren, daß man den inneren dunklen Kreis von K_1 gerade eben verschwinden ließ. Dann wurde $D_2 = D_1$ gemacht, diese Länge sowie der Zwischenraum zwischen D_1 und D_2 ausgemessen, und darauf der Kreisel in Bewegung gesetzt. Die Schlitzgröße schwankte zwischen 54 und 16 mm, der Zwischenraum entspricht zwischen 54 und 85 mm.

In jeder Messung wurde die Gleichheit zwischen den Feldern D_1 und D_2 sowohl von „oben“ wie von „unten“ erreicht, d. h. es wurde D_2 sowohl durch graduelle Verdunkelung wie durch graduelle Aufhellung D_1 angenähert. Die Versuche waren insofern unwissentlich, als ich erst viele Wochen später die \bar{x} - und \bar{z} -Werte berechnet habe.

Ich arbeitete zunächst mit Scheibe II und gebe in Tab. IV eine Übersicht über alle von mir mit dieser Scheibe gemessenen Werte (jeder Wert das Mittel aus auf- und absteigendem Verfahren); die Tabelle gibt für jedes Gebiet der P-M-Scheibe die W-Werte der gleich erscheinenden homogenen Scheibe, und zwar wieder, wie bisher, sowohl wenn Barytweiß = 360, wie wenn es = 1 gesetzt ist¹⁾.

Tabelle IV.

Gebiet						
r_i	r_a					
3,1	9,7	119 (0,330)	121 (0,335)	119 (0,330)	124 (0,344)	AM 121 (0,335)
3,1	7,1	105 (0,292)	—	—	—	—
3,1	6,1	86 (0,238)	—	—	—	—
7,7	9,7	140 (0,390)	134 (0,372)	AM 137 (0,381)	—	—

In Tab. V stelle ich die berechneten (x -) und die gemessenen (x -) Werte zusammen, auf die x_g -Werte, die hier und in den folgenden Tabellen angegeben sind, komme ich erst später zu sprechen.

Tabelle V.

r_i	r_a				
	6,1	7,1	9,7		
3,1	0,295	0,309	0,343	x	Scheibe II (Scheibe I - 180° schwarz)
	0,238	0,292	0,335	x	
	0,057	0,017	0,008	$x-x$	
	0,241	0,268	0,312	x_g	
	0,003	-0,024	-0,023	x_g-x	
7,7	—	—	0,415	x	
	—	—	0,381	x	
	—	—	0,034	$x-x$	
	—	—	0,410	x_g	
	—	—	0,029	x_g-x	

¹⁾ Die erste Zahl entspricht annähernd dem tatsächlich eingestellten Weißsektor. Es ist nur noch der W-Wert des schwarzen Sektors hinzuaddiert.

Man erkennt, daß das objektiv inhomogene Feld mit wachsender Ausdehnung über den Radius bei konstantem r_i heller, bei konstantem r_a dunkler wird. Der Gang der \bar{x} - und x -Kurven ist nicht ganz derselbe. Die Abweichung ist ein Minimum, und auch absolut genommen sehr klein (noch nicht $2\frac{1}{2}\%$ von x) beim größten gemessenen Felde, sie wächst sobald das Feld, sei es durch Variation von r_a oder r_i verkleinert wird, und zwar ist stets $x - \bar{x}$ positiv, der gemessene Wert ist dunkler als der berechnete, die P-M-Scheibe hatte, wenn diese Messungen den Schluß gestatten, eine etwas geringere Helligkeit, als es dem Integralwert entsprechen würde. Dies Resultat ist darum besonders bemerkenswert, weil die objektiv dunkleren Teile des P-M-Feldes, die in seiner phänomenalen Helligkeit relativ stark zur Geltung kamen, gerade auf der dem V-Feld abgekehrten Seite liegen.

Es ist weiter zu erwähnen, daß das P-M-Feld nicht stets völlig homogen erschien. Bei maximaler Größe (9,7—3,1 cm) war zuweilen, besonders wenn P-M- und V-Feld schon sehr ähnlich geworden waren, der linke Rand des P-M-Feldes in einer Ausdehnung von ca. 4 mm dunkler als der Rest.

In Tab. VI sind die \bar{x} - und x -Werte der Messungen mit Scheibe I dargestellt. Hier ist jeder Wert, bis auf den des größten Feldes, nur einmal gemessen (aber auf- und absteigend), und die zwei Messungen des größten Feldes stimmen genau überein.

Tabelle VI.

r_i	r_a					
	5,1	6,1	7,1	8,1	9,7	
3,1	0,728	0,767	0,781	0,795	0,815	\bar{x}
	0,602	0,620	0,672	0,710	0,759	x
	0,126	0,147	0,169	0,085	0,056	$x - \bar{x}$
	0,700	0,735	0,760	0,780	0,802	\bar{x}_g
	0,098	0,115	0,088	0,070	0,043	$\bar{x}_g - \bar{x}$

Es ist nur r_a variiert worden; mit wachsendem r_a wächst \bar{x} , im großen und ganzen wieder schneller als \bar{x} , $x - \bar{x}$ hat bei $r_a = 9,7$ wieder sein Minimum, ist aber hier absolut und prozentual (7,4%) erheblich größer als in Tab. V. Wieder ist durchweg zu dunkel gemessen worden.

Noch ein Wort über die Methode der Beobachtung. Ich wanderte zunächst mit dem Blick von Feld zu Feld; ergab sich dabei kein sehr deutlicher Unterschied, so fixierte ich einen Punkt in der Mitte zwischen und etwas über den zwei Feldern, so daß diese peripher gesehen wurden. Ich richtete dann mein Urteil nach dem so entstandenen Eindruck.

Weitere Versuche wurden mit der bereits mehrfach erwähnten Spiegelanordnung ausgeführt.

Die zwei horizontal stehenden Kreiselscheiben empfangen wieder ihr Licht von einer darüber befindlichen Glühbirne, die von weißem Papier umgeben und gegen den Beobachter durch einen Karton abgeblendet war. Die Kopfstütze befand sich unmittelbar neben den Kreiseln. Der Beobachter blickte aber nicht direkt auf sie, sondern auf einen Spiegel, der hinter den Scheiben so angebracht war, daß er um seine, etwa in Augenhöhe befindliche, frontal-parallel orientierte Mittellinie um ca. 45° aus der vertikalen gedreht war. Auf dem Spiegel lag der Karton, der bisher als Schirm gedient hatte. Er verdeckte die ganze spiegelnde Fläche bis auf die Schlitzte, die wieder so reguliert werden konnten, daß vorgeschriebene Teile des Radius freigegeben wurden. Die Schlitzöffnungen variierten jetzt zwischen 37 und 10 mm, der Zwischenraum zwischen ihnen entsprechend zwischen 47 und 62 mm. Das Zimmer wurde, bis auf die Kreisellampe, völlig verdunkelt.

Mit Scheibe I führte ich selbst einige Kontrollmessungen aus, bei denen Frl. G. Levy als Vl. diente, eine Anzahl von Messungen hat Frl. Levy als Vp. unter meiner Leitung ausgeführt. Die P-M-Scheibe war wieder links, die V-Scheibe, auf der diesmal Weiß und Tuschwarz gemischt wurden, rechts, wieder wurden alle Werte im auf- und absteigenden Verfahren geprüft, und fast alle doppelt, an verschiedenen Tagen, gemessen. Die Versuche mit Frl. Levy waren vollkommen unwissentlich. Sie machte mehrfach Angaben über geringe Unterschiede in der Qualität der Felder, zumal in Vorversuchen, in denen, wie sich herausstellte, die 2 Scheiben nicht gleichmäßig beleuchtet waren. Das eine Feld erschien ihr gelblicher als das andere. Aber sie gab nie an, daß das eine Feld weniger homogen sei. Erst als ich in der oben beschriebenen Weise das P-M-Feld von $r_a - r_i = 5,1 - 3,1$ cm unterteilte wurde es inhomogen.

In den Versuchsreihen zeigten sich diesmal, zumal bei Vp. Levy, eine Labilität des P-M-Feldes. Phänomenale Gleichheit zwischen P-M- und V-Feld trat nämlich oft nicht nur bei einem \bar{x} -Wert ein, der in der Gegend des \bar{x} -Wertes lag, sondern daneben auch bei einem Wert, der dem einen Randwert des Feldes entsprach. So ergab ein und dieselbe Versuchsreihe der Vp. Levy für $r_a - r_i = 5,1 - 3,1$ sowohl den Wert von 262 w (0.729) wie 286.5 w (0.795). Der erste entspricht mit großer Genauigkeit dem x -Wert (vgl. Tab. VI und VII), der zweite dem \bar{w} -Wert im Radius 5.1 (vgl. Tab. I).

Die Ergebnisse sind in Tab. VII dargestellt.

Tabelle VII.

r_i	r_a			
	5,1	7,1	9,7	
3,1	0,728	0,781	0,815	x
	0,715	0,742	0,762	x
	0,013	0,039	0,053	$x - x$
	0,700	0,760	0,802	x_2
	-0,015	0,018	0,040	$x_0 - x$
	0,714	—	0,800	x
0,014	—	0,015	$x - x$	
-0,014	—	0,002	$x_0 - x$	

Die x -Werte wichen diesmal weniger von den \bar{x} -Werten ab als in den ersten Reihen, dreimal bleibt die Abweichung unter 2%, die größte

Abweichung beträgt nur $6\frac{1}{2}\%$; doch kommt in dieser Tabelle der labile Charakter des P-M-Feldes nicht zur Geltung, da in ihr jeweils nur die eine der zwei möglichen Einstellungen berücksichtigt worden ist. Alle Abweichungen liegen nach der gleichen Richtung, wie bisher wird stets zu dunkel gemessen.

Ich führte dann noch eine Reihe mit Scheibe III, schwarz mit weißen Streifen ($k = 3,0$) durch, bei der Herr N. *Feinberg* als Vp. diente. Bei der Einstellung des P-M-Schlitzes wurde darauf geachtet, daß das ganze P-M-Feld homogen erschien. Das war bei dieser Scheibe nicht möglich, wenn $r = 3,0$ war, der kleinste zulässige Wert von r war 4,0 (s. o. S. 180). Tabelle VIII enthält die Ergebnisse dieser Messungen.

Tabelle VIII.

r_i	r_a		
	8	10	
4,0	0,199	—	\bar{x}
	0,169	—	x
	0,030	—	$\bar{x}-x$
	0,188	—	\bar{x}_g
	0,019	—	x_g-x
6,0	0,175	0,145	\bar{x}
	0,150	0,128	x
	0,025	0,017	$\bar{x}-x$
	0,158	0,142	\bar{x}_g
	0,008	0,014	x_g-x

Die Übereinstimmung zwischen \bar{x} - und x -Werten ist recht gut¹⁾, die einzelnen Urteile innerhalb einer Versuchsreihe stimmen vorzüglich zueinander. Wieder alle x -Werte etwas zu niedrig. Die objektiv dunklen Teile des P-M-Feldes lagen aber diesmal, umgekehrt wie bisher, auf der dem V-Feld zugewandten Seite.

Endlich habe ich noch an der K-Scheibe Nr. III eine Messung ausführen lassen. Als Vp. diente Herr Ober-Ingen. *Franke*. Die SchlitzEinstellung erfolgte wieder so, daß das ganze sichtbare K-Feld noch homogen erschien. Dies war der Fall, wenn der Bereich $r_a - r_i = 9,7-4,3$ freigegeben war, innerhalb dessen beide Knicke liegen. Es wurde gemessen $x = 0,155$, errechnet $\bar{x} = 0,189$. Wieder liegt x unter \bar{x} .

Alle Abweichungen der gemessenen von den berechneten Werten liegen in einer Richtung. Damit wird es wahrscheinlich, daß diese Abweichungen nicht auf zufälligen Fehlern beruhen, sondern einen

¹⁾ Die \bar{x} -Werte wurden wieder erst berechnet, nachdem die x -Werte gemessen waren.

systematischen Grund haben, daß die Voraussetzungen, unter denen wir unsere \bar{x} -Werte berechneten, nicht der Wirklichkeit entsprechen.

Es war

$$(8) \quad \bar{x} = \frac{\bar{x}}{r_a - r_i}$$

und

$$(5) \quad \bar{x} = \int_{r_i}^{r_a} x \, d r.$$

Unser x -Wert ist demnach der Grenzwert eines *arithmetischen Mittels*.
Denn es ist allgemein:

$$\int_a^b f(x) \, dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k),$$

also

$$\star \int_a^b f(x) \, dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n f(x_k)}{n},$$

wo der unter dem \lim -Zeichen stehende Ausdruck ein arithmetisches Mittel ist.

Die Tatsache, daß die gemessenen Werte *kleiner* waren als die berechneten, legt es nahe, auch die *geometrischen Mittel*, bzw. ihre Grenzwerte, heranzuziehen.

Das geometrische Mittel aus n -Größen $f(x_1), f(x_2) \dots f(x_n)$ ist

$$\sqrt[n]{f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot \dots \cdot f(x_n)} = G.$$

Um den Grenzübergang machen zu können, logarithmieren wir:

$$\log G = \frac{1}{n} [\log f(x_1) + \log f(x_2) + \dots + \log f(x_n)] = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \log f(x_k).$$

Also

$$G = e^{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \log f(x_k)}$$

und infolge der \star -Gleichung

$$\star \star \lim_{n \rightarrow \infty} G = e^{\frac{1}{b-a} \int_a^b \log f(x) \, dx}.$$

Auf unseren Fall angewandt ist

$$(9) \quad x_g = e^{\frac{1}{b-a} \int_{r_i}^{r_a} \log x \, d r}.$$

wo x durch Gleichung (3) definiert ist.

Das

$$\int_{r_i}^{r_a} \log \left[h_1 - \frac{\text{arc sin } \frac{k}{r}}{\pi} (h_1 - h_2) \right] d r$$

ist augenscheinlich nur mit großen Schwierigkeiten, wenn überhaupt, explizit anzugeben, eine Darstellung durch unendliche Reihen würde einen der Sache nicht angepaßten Aufwand von Mühe und Zeit erfordern. Ich habe daher ein einfacheres Verfahren eingeschlagen und statt der Grenzwerte richtige geometrische Mittel berechnet, indem ich den Radius r innerhalb der fraglichen Intervalle unterteilte und aus den zu den einzelnen Teilpunkten gehörigen Ordinaten das geometrische Mittel berechnete.

Die so erhaltenen Werte sind natürlich von der Feinheit der Teilung, anders ausgedrückt von der Anzahl der berücksichtigten Ordinatenwerte, abhängig. Um einen Einblick in diese Abhängigkeit zu gewinnen, habe ich die Rechnung für verschieden feine Teilungen durchgeführt. In Tabelle IX gebe ich einen Überblick über den Gang der Zahlen für zwei verschiedene Scheiben und Intervalle. A bedeutet den Abstand von je zwei betrachteten Abszissenwerten:

Tabelle IX.

		A	4	2	1	0,5	0,25	0,2	0,1
Scheibe	I, $r_a - r_i = 5,1 - 3,1$			0,635	0,666	0,688	0,700	0,703	0,707
„	III, $r_a - r_i = 8 - 4$		0,198	0,193	0,191	0,189		0,1885	0,18827

$A = 2$ heißt also, z. B., daß für Scheibe I der Mittelwert aus den zwei Weißwerten im Radius 3,1 und 5,1 gewonnen ist, für Scheibe III aus den drei Werten in den Radien 4,6 und 8. Wie man sieht, sind beide Reihen stark konvergent. Die hier erzielte Genauigkeit ist für unsere Zwecke vollkommen genügend.

Die so ermittelten Werte \bar{x}_g sowie die Differenzen $\bar{x}_g - x$ sind bereits in den Tabellen V—VIII verzeichnet. Wie man sieht, sind diese Differenzen fast alle kleiner als die $x - x$ und es kommen auch negative Differenzen vor, d. h. im Vergleich mit dem geometrischen Mittel wurde gelegentlich auch zu hell gemessen. Die Meßwerte passen also besser zu den geometrischen als zu den arithmetischen Mittelwerten, doch überwiegen auch hier noch die positiven Differenzen.

Fassen wir das Ergebnis dieser Versuche kurz zusammen. Sie lehren, daß P-M- (und K-)Felder, wenn sie phänomenal homogen erscheinen, eine Helligkeit besitzen, die annähernd der geometrisch mittleren Helligkeit entspricht. Wie weit die Abweichungen, die wir fanden, in einer besonderen Gesetzmäßigkeit begründet sind, muß späteren Untersuchungen überlassen bleiben, ebenso die Prüfung ganz anderer Helligkeits-Verteilungen als der, welche unsere P-M-Scheiben ergeben.

Daß solche Untersuchungen möglich sind, scheint aber durch die mitgeteilten Versuche bewiesen zu sein.

II.

1. Scheiben der Art, wie sie *Hering*¹⁾ zur Demonstration des Grenzkontrastes (G-K) abbildet, geben ein ausgezeichnetes Beispiel für den Fall, daß objektiv homogene Felder inhomogen erscheinen, um so prägnanter deshalb, weil die fraglichen Felder, die einzelnen Ringe, klein sind und durchaus als einheitliche Gebilde erscheinen. Es müssen

¹⁾ Grundzüge der Lehre vom Lichtsinn, S. 136.

also besondere Bedingungen vorliegen, die hier die Homogenität zerstören.

Das charakteristische Merkmal dieser Scheiben ist nun, daß jeder Ring zwischen einem helleren und einem dunkleren liegt; er hat entsprechend einen dunkleren und einen helleren Rand, ja er zeigt über seine ganze Breite einen Helligkeits-Gradienten.

Daß dies charakteristische Merkmal der G-K-Scheiben für die Entstehung des G-K *günstig* ist, hebt schon *Hering*¹⁾ hervor. Aber: ist es dafür *konstitutiv*? Man fertige sich eine schwarze Scheibe mit einem aus $270 s + 90 w$ gemischten 1 cm breiten Rand an. An der Grenze des helleren Ringes sieht man weder auf dem schwarzen Kreis noch auf dem Ring eine Spur von G-K! Noch einfacher: Man greife während der Rotation einer G-K-Scheibe einen Ring mit der Aufmerksamkeit heraus; er zeigt deutlichen G-K an seinen beiden Rändern. Man führe nun einen Schirm so weit über die Scheibe, daß er, an einer Stelle, den einen G-K-Streifen unseres Ringes gerade verdeckt: sofort wird auch der andere verschwinden. Dieser geradezu verblüffende Versuch läßt sich ganz leicht demonstrieren²⁾.

Man schneide endlich eine Scheibe mit ebenso vielen und breiten Ringen

wie die bisher betrachteten G-K-Scheiben, aber so, daß alle gerad- und ungeradzahligten Ringe gleich hell sind (also z. B. abwechselnd $360 s$ mit $270 s + 90 w$). Wieder ist kein G-K zu erblicken. Jetzt liegt zwar jeder Ring zwischen zwei anderen, aber nicht mehr zwischen einem helleren und einem dunkleren. Abb. 11 und 12 mögen die Verhältnisse verdeutlichen. Sie sollen die objektiven Helligkeitskurven einer G-K-Scheibe (Abb. 11) und einer Scheibe der zuletzt beschriebenen Art darstellen. Als Abszisse ist der Radius, als Ordinate die Helligkeit gedacht.

Unsere Versuche beweisen, daß das charakteristische Merkmal der G-K-Scheiben, Eingeschlossenheit eines Feldes zwischen einem helleren und einem dunkleren, in der Tat für die Entstehung des G-K konstitutiv ist. Was bedeutet das für die Theorie?

¹⁾ a. a. O., S. 135, 136. Ich verstehe im folgenden unter G-K stets nur diesen Fall des Grenz-Kontrast⁴ auf Kreis-Ringen.

²⁾ Natürlich bedeutet die Einführung des Schirms nicht nur eine Verdeckung, sondern auch eine neue Grenzbedingung. Den oben geschilderten Effekt aber auf eine vom Schirm ausgehende Kontrastwirkung zurückzuführen ist unmöglich, denn 1. würde schon die räumliche Trennung (Schirm vor dem Ring) eine solche verhindern, 2. ist die Helligkeit des Schirms ohne Einfluß auf den Effekt; man kann mit gleichem Erfolg einen schwarzen, weißen oder mittelgrauen Schirm wählen.

Hering erklärt den G-K folgendermaßen¹⁾: In der Mitte jedes Ringes sei durch gegenseitige Wechselwirkung der gleich gereizten Schfeldstellen (von Späteren „Binnen-Kontrast“ genannt) die Helligkeit kleiner, als sie ohne diese Wechselwirkung sein würde. In der Nähe des angrenzenden dunkleren Ringes werde diese verdunkelnde Wirkung geringer, das Feld also heller, in der Nähe des helleren Ringes aber werde sie stärker, das Feld also dunkler. Diese Theorie betrachtet demnach jeden Effekt für sich, ja *Hering* führt sie aus für die Grenze nur zweier Felder, eines lichtstärkeren und eines lichtschwächeren. Unsere konstitutive Bedingung ist also in der Theorie nicht berücksichtigt.

Dasselbe gilt von der Theorie, die *Mach* im Jahre 1865 für die gleiche Erscheinung gegeben hat²⁾. Er wendet seine Theorie der Knicke auf diesen Fall an (s. o.). Die Helligkeitskurve hat an jeder Grenze sowohl einen konvexen wie einen konkaven Knick (s. Abb. 11), denen also zwei nebeneinander liegende Streifen, ein dunkler und ein heller, entsprechen müssen. Da aber in Abb. 12 gleichfalls an jeder Grenze ein Doppelknick auftritt, dem aber hier keine Streifen entsprechen, so ist auch diese Theorie unzureichend, die, wie die *Heringsche*, jede Grenze für sich betrachtet. Auch paßt die *Machsche* Erklärung nicht zum phänomenalen Aspekt, der nicht von Streifen begrenzte homogene Ringe, sondern eine über die ganze Ringbreite sich verändernde Helligkeit zeigt.

Eine Theorie des G-K muß aber auf der konstitutiven Bedingung aufbauen, sie darf nicht die Verdunkelung an einem Rand des Ringes unabhängig von der Aufhellung am anderen Rand erklären. Wir können den Tatbestand auch so ausdrücken: je nachdem, ob die Begrenzung des Ringes an seinen beiden Seiten gewisse Bedingungen erfüllt oder nicht, wird das phänomenale Feld inhomogen oder homogen. Wir haben es also wieder mit dem Problem zu tun: Abhängigkeit der Felderfüllung von der Feldbegrenzung, und man kann versuchen, diese Bedingungen im einzelnen näher zu erforschen.

2. Dieser Aufgabe widmete ich eine Reihe von Versuchen. Ich fertigte zunächst, von den Mitgliedern des Instituts in dankenswerter Weise unterstützt, eine Anzahl von Scheiben an, die insofern einfacher gebaut sind als die bisher behandelten G-K-Scheiben, als sie nur *einen* Ring besitzen, der von je einem helleren und dunkleren begrenzt wird. Aus äußeren Gründen mußte ich für Tuschschwarz und Weiß zwei einander näherstehende Graunancen wählen, ein Hellgrau

$$(g) = \frac{150}{360} w, \text{ und ein Schwarz } (s) = \frac{15}{360} w.$$

¹⁾ a. a. O., S. 137f.

²⁾ Wiener Ber. a. a. O., S. 310.

Die Scheiben, von denen Abb. 13 ein Bild gibt, unterscheiden sich voneinander durch die (arithmetische oder geometrische) „Stufenhöhe“, d. h. das arithmetische oder geometrische Verhältnis zwischen den Helligkeiten der drei Felder, und durch die Ringbreite. Ausgegangen wurde von einer „Normalscheibe“ (N) mit einem Innenring (*i*) — nach der Mitte begrenzt durch die, in Abb. 13 schraffierte, Kreiselmutter — von 360 g. einem Mittelring (*m*) von 315 g + 45 s und einem Außenring (*a*) von 270 g + 90 s, Ringbreite (*B*) je 1 cm. Die Weißwerte der drei Ringe, bezogen auf Barytweiß = 360, sind $w_i = 150$, $w_m = 133,3$, $w_a = 116,5$. Der Radius (*r*) war = 4,5 cm. Von Interesse sind noch die Größen, durch welche die Stufenhöhe charakterisiert ist, und zwar $w_i - w_m = A_i$, $w_m - w_a = A_a$, sowie $\frac{w_i}{w_m} = q_i$ und $\frac{w_m}{w_a} = q_a$. Alle diese Werte für die wichtigsten der hergestellten Scheiben sind in Tabelle X zusammengestellt.

Tabelle X.

Scheibe	w_i	w_m	w_a	B_m	r	$w_i - w_m$	$w_m - w_a$	$\frac{w_i}{w_m}$	$\frac{w_m}{w_a}$
N . . .	150	133,3	116,5	1,0 cm	4,5 cm	16,7	16,8	1,25	1,15
I . . .	150	133,3	116,5	2,0 ..	7,5 ..	16,7	16,8	1,25	1,15
II . . .	150	133,3	116,5	0,5 ..	4,5 ..	16,7	16,8	1,25	1,15
III . . .	150	116,5	82,5	1,0 ..	4,5 ..	33,5	34,0	1,29	1,40
IV . . .	150	116,5	90,0	1,0 ..	4,5 ..	33,5	26,5	1,29	1,29

Die Scheiben waren aus dem grauen Papier geschnitten und mit dem schwarzen hinterklebt. Sie wurden horizontal aufgestellt und von oben beleuchtet. Die Beobachtung erfolgte stets so, daß 2 verschiedene Scheiben gleichzeitig sichtbar waren. Der Beobachter hatte sie zwanglos zu betrachten und zu entscheiden, auf welcher der G-K deutlicher ausgeprägt war. An den Beobachtungen, die ich sämtlich bestätigt habe, beteiligten sich wohl alle Mitglieder des Instituts, am ausgiebigsten die Herren *Feinberg* und *Ob.-Ing. Franke*.



Abb. 13.

Untersucht wurde zuerst der Einfluß der Ringbreite (Scheiben N, I, II). Das Resultat war $II > N > I$, d. h. innerhalb der Grenzen von 5—20 mm wächst der G-K, wenn der *m*-Ring schmaler wird. Man ist erstaunt, wie stark auf dem recht schmalen Ring von 5 mm der G-K hervortritt.

Die Breite des *i*- und *a*-Ringes scheint keinen großen Einfluß auszuüben. Ich verglich Scheibe II noch mit Scheibe IIa, die genau wie Scheibe II beschaffen war, aber bei gleichem Radius eine Außen-Ringbreite von ebenfalls nur 0,5 cm besaß, also eine entsprechend größere Innen-Ring-Breite. II und IIa zeigten in bezug auf G-K keinen erkennbaren Unterschied.

Vergleicht man die Scheiben N und III, so findet man $N < III$, d. h. der größeren Stufenhöhe entspricht der stärkere G-K; freilich ist hier außer der Stufenhöhe auch die Helligkeit des *m*-Feldes geändert.

Vergleich von III und IV endlich lehrte: $III > IV$, das heißt bei gleichem i und m ist der G-K stärker, wenn $A_a = A_i$ als wenn $q_a = q_i$ ist. Unter den speziellen Bedingungen dieses Versuches (absolute Helligkeit und Stufenhöhen) ist die arithmetische Mitte für den G-K günstiger als die geometrische.

3. Der Ausdehnungsbereich dieser Versuche war aber beschränkt, sofern nicht unbegrenzte Mengen von Zeit und Papier zur Verfügung standen. Ich ging daher zu einem anderen Verfahren über. Ich stellte zur Erzeugung von 3 Feldern 3 Scheibenpaare verschiedener Größe auf einem Kreisel zusammen; durch einfache Veränderung der Sektorenverhältnisse war also jetzt jedes der 3 Felder zu variieren. Die Breite des m -Feldes betrug 1 cm. Diese Anordnung ließ sich aber nicht ohne weiteres verwenden. Als ich auf i , m und a 3 Helligkeiten eingestellt hatte, die auf den geklebten Scheiben einen ausgeprägten G-K ergaben, war so gut wie gar kein G-K zu erblicken. Die Ränder der i - und m -Scheiben grenzten das m -Feld zu stark, auch reliefartig, von seinen Nachbarn ab — der altbekannte, noch nicht ausreichend erklärte Einfluß der Konturen —. Betrachtung aus größerer Entfernung ließ den G-K zwar bis zu einem gewissen Grade hervortreten, doch erst die im vorigen Kapitel beschriebene Spiegelanordnung, auf die ich bei dieser Gelegenheit verfiel, brachte eine gute Lösung¹⁾: im Spiegel traten die 3 Ringe gut in eine Ebene, der G-K wurde deutlich. Die Anordnung, die wir schließlich benutzten, war der oben beschriebenen sehr ähnlich. Sie unterscheidet sich von ihr nur dadurch, daß die Vp. nicht aus unmittelbarer Nähe, sondern aus etwa 1,5 m Entfernung beobachtete, und daß demgemäß die Schlitze bedeutend größer waren, $3 \times 5 \text{ cm}^2$, und ebenso der Zwischenraum zwischen ihnen, 19,5 cm. Der Beobachter setzte sich so, daß er in den Schlitzen nichts sah als Stücke der drei Ringe. Es wurde stets mit 2 Kreiseln und 2 Schlitzen gearbeitet. Der eine Kreisel (V) blieb während einer Reihe konstant und diente zum Vergleich, vom anderen (P) wurde planmäßig einer der 3 Ringe variiert. Die Lampe, die die Scheiben beleuchtete, konnte wieder durch einen Widerstand verdunkelt werden. Dabei zeigte sich, daß der G-K im allgemeinen bei einer gewissen, mittleren Beleuchtungsstärke ein Optimum aufwies, sowohl bei Aufhellung wie bei Verdunkelung zurückging. Zuweilen wurde auch beobachtet, daß im Augenblick irgendeiner Beleuchtungs-Änderung der G-K momentan an Stärke zunahm. Jede Beobachtung wurde zuerst bei der optimalen Beleuchtung ausgeführt, dann wurde diese nach oben und nach unten verändert. Es war dies ein gutes Mittel, um Unterschiede zwischen 2 Scheiben deutlicher werden zu lassen, die bei optimaler Beleuchtung nur schwachen oder gar keinen

¹⁾ Bei der Aufstellung dieser Anordnung hat mich Herr Dr. Hildebrandt aus Berlin freundlichst unterstützt.

Unterschied in bezug auf G-K zeigten. Der auch an sich lohnenden Frage nach der Abhängigkeit des G-K von der Beleuchtung wurde bisher nicht weiter nachgegangen.

Der Verlauf jeder Versuchsreihe war so, daß rechts (oder links) die V-Scheibe, links (oder rechts) die P-Scheibe aufgestellt wurde, von der entweder a , m oder i variiert wurde. Waren z. B. auf V folgende Felder eingestellt: $w_i = 150$, $w_m = 116,5$, $w_a = 82,5$, und wurde a auf P variiert, so wurde von einer Einstellung $w_i = 150$, $w_m = 116,5$, $w_a = 116,5$ ausgegangen, dann in festen Stufen a verdunkelt, bis es maximal dunkel (= 15) geworden war. Jeweils wurde festgestellt, ob der G-K auf V oder auf P stärker war. Die V-Scheibe lag also im allgemeinen innerhalb des Variationsbereiches der P-Scheibe, doch wurden auch Ausnahmen gemacht, in dem Sinne, daß auf V eine bereits bekannte Einstellung verwendet wurde, wenn auf P ein neuer Bereich untersucht wurde. Einmal wurde auch während einer Reihe die V gewechselt, eine nicht im Variationsbereich von P liegende Einstellung, die schon von P an Stärke des G-K übertroffen wurde, durch eine dem P-Bereich angehörige stärker wirksame ersetzt.

Tab. XI gibt eine Übersicht über die 5 auf diese Weise ausgeführten Reihen, an denen sich die vorher genannten Vp. beteiligten.

Tabelle XI.

Nr.	Konstante Felder			Optimum	$w_i - w_m$	$w_m - w_a$	$\frac{w_i}{w_m}$	$\frac{w_m}{w_a}$
	w_i	w_m	w_a					
I	150	—	82,5	113	37	30,5	1,33	1,37
				120	30	37,5	1,25	1,45
II	360	—	15	197	163	182	1,82	13,1
				187,5	172,5	172,5	1,92	12,5
III	150	116,5	—	74,9	33,5	41,6	1,28	1,55
				67,7		48,8		1,72
IV	150	110	—	41,1	50	58,9	1,5	2,41
V	—	100	26,3	360	260	73,7	3,6	3,8

Indem für jede Reihe die Weiß-Werte der konstant gehaltenen Ringe angegeben sind, ist ohne weiteres zu ersehen, welches Feld jeweils variiert wurde. Unter „Optimum“ stehen diejenigen W-Werte der variierten Felder, bei denen in der betreffenden Reihe der G-K sein Optimum aufwies. Wo zwei, durch {} verbundene Werte angegeben sind, erstreckt sich das Optimum über einen größeren Bereich, besser gesagt, in diesem Bereich war mit unseren Mitteln eine Differenzierung nicht zu erkennen. Wo zwei nicht durch {} verbundene Werte angegeben sind, waren zwei Maxima durch ein schwaches Minimum getrennt. Die 4 letzten Kolonnen geben die A - und q -Werte für das Optimum. Die tatsächliche Reihenfolge war nicht die der Tabelle.

In Reihen I und II wurde m variiert, in I ist die Spanne zwischen a und i viel kleiner als in II. In beiden Reihen liegt das Optimum in einer Gegend, in der ungefähr $A_i = A_a$, aber $q_i < q_a$, dies letzte ist in II besonders deutlich. In I liegt zwischen den beiden verzeichneten Optimalwerten die Stelle, wo $A_i = A_a$, und hier schien, wie auch in einer anderen Reihe, der G-K ein wenig zurückzugehen, bei $q_i = q_a$ lag aber auch in I sicher kein Maximum. In Reihe II wurde zunächst die gleiche V-Scheibe benutzt wie in I, erst später wurde diese durch eine im Variationsbereich von II gelegene V-Scheibe ersetzt. Dadurch läßt sich nun auch der G-K in I und II vergleichen; er war in II sehr viel stärker als in I, in II war nämlich $P = V$ (V aus Reihe I) lange vor dem Maximum erreicht, während in I dieser Befund erst unmittelbar vor dem Maximum auftrat, und die P-Scheibe die V-Scheibe im Maximum nicht sehr erheblich an Stärke des G-K übertraf.

In III und IV wurde a variiert. Die konstante Stufe $i - m$ war in IV etwas größer als in III. In beiden Reihen liegt das Optimum bei $A_a > A_i$ und $q_a > q_i$. Aus beiden ergibt sich: werden 2 Ringe, die eine Stufe bilden, konstant gehalten, so wächst der G-K mit dem Wachsen der anderen Stufe bis zu einem Maximum, um dann wieder abzunehmen und schließlich, wenn die andere Stufe sehr groß geworden ist ($w_a = 15$), fast ganz zu verschwinden. In IV, wo die Stufe $i - m$ größer ist als in III, ist das Maximum schärfer, es liegt bei einer kleineren Differenz $A_a - A_i$. Für das Gebiet, für das dies Resultat verallgemeinert werden darf, bedeutet dies: je kleiner die eine Stufe, um so größer die andere im Optimum. Schließlich zeigen beide Reihen: wird die eine Stufe konstant gehalten, so tritt das Optimum dann auf, wenn die andere Stufe arithmetisch größer ist als die konstante. Daraus folgt aber die gleichfalls aus der Tabelle ersichtliche Tatsache, daß in einem bestimmten Gebiet, in dem die Reihen III und IV liegen, die geometrische Stufenhöhe nicht in Betracht kommen kann, da, wenn $q_i = q_a$ die eben formulierte Bedingung nicht erfüllt ist (in Reihe III und IV ist, wenn $q_i = q_a$, $A_a < A_i$).

Man kann nun fragen, warum das Optimum nicht bei der größtmöglichen Höhe der variablen Stufe liegt. Zwei Möglichkeiten liegen für die Erklärung vor: entweder ist eine sehr große Stufenhöhe an und für sich dem G-K schädlich, oder aber es kommt darauf an, daß die zweite Stufe zur ersten „paßt“; eine sehr große Außenstufe wäre dann nur bei einer kleinen Innenstufe ungünstig, nicht aber bei einer großen. Schon aus dem Vergleich der Reihen III und IV ergibt sich die größere Wahrscheinlichkeit der zweiten Alternative. Denn bei Reihe III war bei $w_a = 56,4$, $A_a = 60$ das Optimum des G-K schon überschritten, in IV ist bei $w_a = 41,1$, $A_a = 58,9$ der Höhepunkt gerade erreicht. Ein direkter, an Reihe IV angeschlossener Versuch brachte ein weiteres

Argument für diese Annahme. Wie erwähnt, war in IV bei $w_a = 15$ der G-K fast verschwunden. Vergleiche ich jetzt diese Kombination aus IV:

$w_i = 150$, $w_m = 100$, $w_a = 15$ mit der anderen

$w_i = 360$, $w_m = 100$, $w_a = 15$, so ist die zweite deutlich bevorzugt.

D. h. ich habe A_a konstant gelassen und A_i variiert und allein dadurch den ursprünglich ungünstigen Einfluß des zu großen A_a aufgehoben. Auch Reihe V, in der i variiert, also die Stufe $a - m$ konstant gehalten wurde, bestätigt unsere Annahme. Die konstante Stufe $a - m$ ist hier nämlich so gewählt, daß sie in Reihe IV geringen G-K ergab, dort also schon erheblich zu groß war. Auf V war $i = 150$, m und a wie auf P eingestellt. Hier zeigte sich nun, daß mit wachsender Helligkeit von i der G-K zunächst fast gar nicht zunahm, noch bei $i = 237,5$ war kein deutlicher Unterschied zwischen V und P festzustellen, dann aber langsam und schließlich schneller stieg, so daß bei der größtmöglichen Helligkeit, $w_i = 360$, das Optimum jedenfalls noch nicht überschritten war. Zu der recht großen arithmetischen Stufe $a - m$ gehört also jetzt eine enorm viel größere $m - i$. Der scheinbare Widerspruch gegen ein oben mitgeteiltes Ergebnis verschwindet, wenn man die geometrischen Stufenhöhen, die q -Werte, betrachtet. In Reihe V ist bei dem großen (variablen) A_i die Gleichung $q_i = q_a$ noch nicht ganz, aber fast erfüllt. Hier also, wo der geometrischen Stufengleichheit eine positive Differenz $A_r - A_k$ entspricht (A_r die variable, A_k die konstante arithmetische Stufenhöhe), wird sie für den G-K von ausschlaggebender Bedeutung. Gleichzeitig sehen wir wieder, wie das zu große A_a zu einer günstigen Stufe werden kann, wenn A_i eine entsprechende Größe erhält.

Tabelle XII.

	w_i	w_m	w_a	A_i	A_a	q_i	q_a
I	150	105	75	45	30	1,43	1,40
II	150	220	266,5	70	46,5	1,46	1,21
III	150	118,5	97,5	31,5	21	1,27	1,21

Eine andere Möglichkeit der Variation besteht darin, daß man eine Schablone (so wie der weiße Teil von Abb. 13) auf verschiedene Untergründe legt und die Größe des G-K bestimmt. Ich habe 2 solche Versuche durchgeführt. Im ersten war die Schablone aus dem Grau = $\frac{150}{360} w$ geschnitten, $i = 360$ g. $m = 240$ g. $a = 160$ g, $\frac{360}{240} = \frac{240}{160} = \frac{3}{2}$. Sie wurde 1. auf schwarzem, 2. auf weißem, 3. auf dunkelgrauem Grund (= $\frac{55,5}{360} w$) beobachtet. In der Tabelle XII sind die charakteristischen

Werte der 3 Konstellationen angegeben. Wenn, wie in II, die Helligkeit nach außen ansteigt, sind die Δ -Werte negativ gerechnet, die q -Werte wie bisher als Quotienten des helleren durch das dunklere Feld.

Nur in I und III ist die Gleichheit von q_a und q_i annähernd erhalten geblieben, in II ist sie verlorengegangen. Das Resultat war: II > I > III, also eine Bestätigung des Satzes vom Einfluß der Stufenhöhe. Ist $q_a = q_i$, so wächst der G-K mit der arithmetischen Stufenhöhe; ob auch mit der geometrischen, ist durch II zweifelhaft, in der allerdings $q_a \neq q_i$.

Für den zweiten Versuch schnitt ich aus einem hellen Grau = $\frac{110,5}{360} w$ eine Schablone, die von 360° g innen bis 45° g außen in Stufen von 45° fortschritt, so daß bei der Rotation 8 Ringe mit gleichem Δ auftraten. Die Schablone wurde auf tuchschwarzem und auf weißem Grund beobachtet. Es wurde jeweils der Streifen festgestellt, der den stärksten G-K zeigte. In den Tab. XIII und XIV sind die w - und q -Werte für die zwei Konstellationen angegeben.

Tabelle XIII.

w -Werte der Ringe von innen nach außen.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	I
AufTuchschwarz	110,5	97,5	84,5	71,5	58,5	45,5	33	20	13
Auf Weiß . . .	110,5	141,6	172,8	204	235,2	266,4	297,6	328,8	31,2

Tabelle XIV.

q -Werte.

	I zu II	II zu III	III zu IV	IV zu V	V zu VI	VI zu VII	VII zu VIII
AufTuchschwarz	1,13	1,15	1,18	1,22	1,28	1,38	1,65
Auf Weiß . . .	1,28	1,22	1,18	1,15	1,13	1,11	1,10

Beide Male war der Streifen Nr. IV durch stärksten G-K ausgezeichnet, sein w -Wert und die zugehörigen q -Werte sind in den Tabellen durch stärkere Grenzstriche kenntlich gemacht. Der Abfall des G-K vom Maximum war unsymmetrisch; auf Tuchschwarz erfolgte er nach außen schneller als nach innen, auf Weiß umgekehrt nach innen schneller als nach außen. Wir sehen, bei diesen zwei Konstellationen jeweils gleicher arithmetischer Stufenhöhe liegt das Optimum nicht bei den Streifen zwischen zwei möglichst gleich hohen geometrischen Stufen, der Einfluß der q -Werte zeigt sich nur darin, daß der G-K da stärker abfällt, wo die q -Werte sich stärker voneinander entfernen als nach der entgegengesetzten Seite.

Schließlich habe ich noch zwei 6-ringige Scheiben mit gleichem innersten und äußersten Feld angefertigt, von denen die eine arithmetisch, die andere geometrisch gleiche Stufen besaß. Tab. XV und XVI geben die charakteristischen Werte wieder von innen nach außen angeordnet.

Tabelle XV.

Scheibe	κ -Werte der Ringe						
	I	II	III	IV	V	VI	
arithmetische .	15	69	123	177	231	285	$\Delta = 54$
geometrische .	15	27	48,7	88	158	285	$q = 1,8$

Tabelle XVI.

	q - bzw. Δ -Werte zwischen den Ringen				
	I zu II	II zu III	III zu IV	IV zu V	V zu VI
q -Werte der arithmetischen Scheibe	4,6	1,78	1,44	1,30	1,23
Δ -Werte der geometrischen Scheibe	12	21,7	39,3	70	127

Im Gesamteindruck zeigte die arithmetische Scheibe den stärkeren G-K. Auf ihr war im Ring Nr. III, auf der geometrischen im Ring Nr. IV der G-K optimal. Wieder muß, wenn die arithmetische (geometrische) Stufenhöhe gleich ist, die geometrische (arithmetische) bestimmte Bedingungen erfüllen, sie dürfen einerseits nicht zu klein sein, andererseits sich nicht zu sehr voneinander unterscheiden. Der Abfall des G-K vom Optimum aus erfolgte nach der arithmetischen Scheibe nach außen langsamer als nach innen (entsprechend dem flacheren Verlauf der q -Kurve), auf der geometrischen umgekehrt nach innen langsamer als nach außen (entsprechend dem flacheren Verlauf der Δ -Kurve). Auch hier zeigt sich, daß sowohl die geometrische wie die arithmetische Stufenhöhe die Stärke des G-K bestimmen. Der letzte Satz ist richtiger wohl so zu formulieren: die beiden von uns benutzten Parameter, arithmetische und geometrische Stufenhöhe, stehen nicht in einfachem Funktionsverhältnis zum G-K. Man wird vielmehr annehmen müssen, daß es einen anderen Abstufungs-Parameter gibt, dessen eindeutige Funktion der G-K ist. Nur solange man diesen noch nicht kennt, muß man sich mit unserer Betrachtung begnügen, die die Wirkung einer Veränderten durch das Zusammenwirken zweier ungefahr zu ersetzen versucht.

Noch ein Wort über die phänomenale Seite, das sich auf alle beschriebenen Beobachtungen bezieht. Je nach den Randbedingungen kann das m -Feld sehr verschieden aussehen. Der Abfall der Helligkeit

kann fast gleichmäßig über das ganze Feld hin erfolgen oder auf eine relativ schmale Zone beschränkt sein, während der Rest fast homogen erscheint; dies fast homogene Stück wiederum kann von dem helleren oder dem dunkleren der beiden Streifen gebildet werden. In Reihe II z. B., in der m schrittweise verdunkelt wurde, nahm, als der G-K schon recht stark geworden war, mit zunehmender Verdunkelung von m auch der dunkle Innenrand des m -Feldes auf Kosten des hellen Außenrandes zu ($m = 226$). Verglich man nun aber $m = 226$ mit $m = 150$, bei gleichem i und a (s. Tab. X), so war im zweiten Feld der dunkle „Rand“ fast über den ganzen Ring ausgebreitet, er hatte außen nur noch einen ganz hellen Saum, während der erste im Verhältnis hierzu einen viel gleichmäßigeren Abfall zeigte.

Als Ergebnis aller Versuche läßt sich feststellen: der G-K ist davon abhängig, daß *beide* Grenzen des Kontrastfeldes bestimmte Bedingungen erfüllen, oder besser: die Bedingung, von der der G-K abhängt, betrifft *beide* Feldgrenzen. Nicht nur muß das Feld zwischen einem helleren und einem dunkleren liegen, sondern die zwei Stufen, zum helleren und zum dunkleren, müssen auch zueinander passen. Für das Zueinanderpassen kommt ein bislang unbekannter Parameter in Betracht, der sich einstweilen nur durch Berücksichtigung sowohl der arithmetischen wie der geometrischen Stufenhöhe darstellen läßt.

Unsere Versuche waren bisher nur qualitativ. Sie lassen sich ohne Zweifel auch zu quantitativen ausbauen, wenn man etwa außer den Stufen noch die Beleuchtungsverhältnisse oder, noch besser, die Ring-Breiten variiert. Es muß gelingen, für jedes Stufenverhältnis die Beleuchtung oder die Ringbreite zu finden, bei der der G-K verschwindet. Man hätte dann ein Maß für die Stärke des G-K. Die Abhängigkeit des G-K von der Ringbreite verdient deswegen noch besondere Beachtung, weil sie in gewissem Gegensatz zu einem Ergebnis des I. Kapitels steht: dort wurde durch Verkleinerung des Feldes die Homogenität, hier gerade das Gegenteil, der G-K begünstigt. Da eine Feldverkleinerung an und für sich (in gewissen Grenzen) im Sinne der gestaltlichen Vereinheitlichung wirkt, so folgt, daß die Herabsetzung der Ringbreite gerade den Kräften, die den G-K hervorrufen, besonders starke Wirksamkeit verleihen muß.

4. Das führt uns zu einigen theoretischen Folgerungen. Die Kräfte, die den G-K erzeugen, müssen ganz beträchtlich sein, sonst könnten sie das gestaltlich einheitliche kleine Feld nicht so besonders inhomogen ausfüllen. Über die Natur und die Wirkungsweise dieser Kraft läßt sich im Anschluß an die Köhlersche Theorie vielleicht die folgende Hypothese aufstellen¹⁾. Abb. 14 stelle die objektive Helligkeitsvertei-

¹⁾ Vgl. W. Köhler, Die physischen Gestalten. Braunschweig 1920, S. 14ff.

lung auf einer Drei-Ring-Scheibe dar. An jeder Grenze wird dann ein Potentialsprung entstehen, so, daß m in A gegen i positiv und in B gegen a negativ wird. Unter diesen Bedingungen kann, wenn weitere Voraussetzungen erfüllt sind, auch zwischen A und B ein Potential sprung auftreten. Auf Grund der von uns als konstitutiv nachgewiesenen Bedingung nehmen wir nun an, daß diese besonderen Voraussetzungen erfüllt sind, wenn G-K zustande kommt. Umgekehrt ausgedrückt: G-K tritt dann auf, wenn die Bedingungen so beschaffen sind, daß auch zwischen A und B ein ausgleichbarer Potentialsprung entsteht. Der muß dann so beschaffen sein, daß A gegen B in der gleichen Richtung

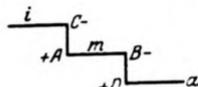


Abb. 14.

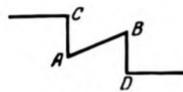


Abb. 15.

abweicht wie gegen C . Die phänomenale Helligkeitsverteilung wird dann der Abb. 15 entsprechen. Der Einfluß der Ringbreite ist jetzt zu verstehen, je breiter das Feld, um so schwerer wird zwischen A und B Spannung wirksam werden können. Ebenso ist auch zu verstehen, warum die Bedingung konstitutiv ist, daß das G-K erleidende Feld zwischen einem helleren und einem dunkleren eingebettet sei. Man greife auf Abb. 12 zurück, in der die Helligkeitsverhältnisse von Feldern dargestellt waren, die auf beiden Seiten von gleichen (helleren oder dunkleren) begrenzt wurden. Hier ist A positiv gegen C und ebenso B gegen D , zwischen A und B kann also unter keinen Umständen eine Potentialdifferenz entstehen. In welcher Kurve beim G-K die Helligkeit von A nach B steigt, hängt in noch näher zu erforschender Weise von den Randbedingungen (Stufenhöhen usw.) ab. Für den weiteren Ausbau dieser Hypothese wird es von besonderer Wichtigkeit sein, daß die zwei Stufenhöhen schon eine bestimmte Bedingung erfüllen müssen, wenn überhaupt G-K entstehen soll.

(Eingegangen am 4. Mär: 1923.)