

Ueber die wissenschaftliche Fassung des Galilei'schen Beharrungsgesetzes.

Von

Ludwig Lange.

Die letzten Jahrzehnte der exacten Wissenschaften sind durch eine ganze Reihe erfolgreicher Bemühungen ausgezeichnet, welche auf eine kritische Untersuchung und tiefere Durchdringung der grundlegenden Begriffe und Axiome gerichtet waren. Merkwürdiger Weise ist hierbei der mechanische Grundbegriff der Bewegung trotz seiner hervorragenden Wichtigkeit verhältnissmäßig schlecht weggekommen, ohne dass man behaupten dürfte, es sei schon früher eine auch nur annähernde Uebereinstimmung hinsichtlich seines Gehaltes erreicht worden. Ganz neuerdings ist nun auf diesen Mangel wieder mit dem nöthigen Nachdrucke hingewiesen worden. Streintz hat in einer besonderen Schrift über »Die physikalischen Grundlagen der Mechanik«¹⁾ die dogmatische und historische Bedeutung einer hierher gehörigen Hauptfrage näher erörtert und dadurch für Jeden, welcher sich mit Mechanik beschäftigt, die Nothwendigkeit dargethan, auf jene Grundfrage näher einzugehen. Es ist die Frage nach der wissenschaftlichen Fassung des Trägheitsgesetzes.

Das Erscheinen der Streintz'schen Abhandlung gibt mir Veranlassung, meine Gedanken über jene Sache der Oeffentlichkeit zu übergeben. Dieselben weichen von allem, was bisher über den Gegenstand geschrieben worden ist, in der einen oder anderen Beziehung ab. Am meisten noch, ja, was einige besondere Punkte anlangt, in geradezu auffälliger Weise, stimmen sie mit den Ideen überein, welche

1) Leipzig, Teubner 1883.

Carl Neumann in seiner Leipziger akademischen Antrittsvorlesung (1869) »Ueber die Principien der Galilei-Newton'schen Theorie«¹⁾ geäußert hat. Es gereicht mir dies zu um so größerer Befriedigung, als ich ohne Kenntniss der einschlagenden Literatur schon vor mehreren Jahren selbständig zu meinen Ergebnissen gelangt bin, und durch Kenntnissnahme von der Neumann'schen Schrift wenigstens für einen Theil meiner Ueberzeugungen die willkommenste Bestätigung erhalten habe.

In neuester Zeit ist die Frage außer von C. Neumann und von Streintz ausführlicher nur von Ernst Mach²⁾ behandelt worden. Was man vor der Neumann'schen Antrittsvorlesung, welche den Anstoß zu allen weiteren Veröffentlichungen gegeben, über den Gehalt des Trägheitsgesetzes geschrieben hat, ist aus dem historischen Theile der angeführten Schrift von Streintz zu ersehen; ein Bericht darüber würde hier zu weit führen. Dagegen ist wohl für den, der nicht im Zusammenhange des behandelten Gedankenkreises steht, eine Auseinandersetzung am Platze, wieso man zu der Frage nach einer wissenschaftlichen Fassung des Trägheitsgesetzes überhaupt kommt. Scheint es doch, als müsste die übliche Fassung, mit der sich zwei Jahrhunderte beholfen haben, völlig zureichend sein.

Dem ist aber, wie wohl manche von den älteren Physikern gefühlt, und gleichwohl erst Neumann und Mach ausdrücklich hervorgehoben haben, in der That nicht so. Die übliche Fassung des Gesetzes wäre ausreichend für einen primitiven Standpunkt der Wissenschaft, von welchem aus man sich auf die Discussion der allernächst liegenden Bewegungen beschränkte; sie ist es nicht für den weiten Gesichtskreis der heutigen Naturbetrachtung, welcher uns Himmel und Erde als »Kosmos« mit einem Blicke umspannen lässt.

Gewöhnlich gibt man nämlich dem Beharrungsgesetze diese Fassung: »Jeder sich selbst überlassene materielle Punkt beschreibt eine geradlinige Bahn, und zwar mit constanter Geschwindigkeit.« Indem man die Geschwindigkeit gleich Null setzt, gewinnt man den speciellen Fall der Ruhe eines sich selbst überlassenen Punktes, ein Fall,

1) Leipzig, Teubner 1870.

2) E. Mach, Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Prag, Calve 1872. S. 47—50. — Derselbe, Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt. Leipzig, Brockhaus 1883. S. 217 ff.

den man manchmal auch für sich in den Ausdruck des Gesetzes einführt.

Das Axiom von der Relativität aller Bewegung fordert nun eine Antwort auf die Frage: »Worauf bezieht sich die Bewegung oder Ruhe, von welcher das Trägheitsgesetz redet?« Dem naiven Standpunkte muss diese Frage überflüssig erscheinen, denn er versteht ein für alle Mal unter »Bewegung« die Ortsveränderung relativ zur Erde, d. h. Bewegung in der trivialsten Bedeutung des Wortes. Wollte aber die Wissenschaft das Trägheitsgesetz im Sinne dieser Auffassung interpretiren, so würde sie nicht weit kommen, sie würde schon bei Betrachtung des Foucault'schen Pendels auf Widersprüche mit der Erfahrung gerathen, indem die Schwingungsebene desselben zufolge ihrem Trägheitsgesetze relativ zur Erde in Ruhe verharren müsste. Unzweifelhaft würde sich sofort der geistige Process der »Umbildung und Anpassung«¹⁾ vollziehen. Man würde erkennen, wie sich jener Widerspruch leicht vermeiden lässt, wenn man, ohne das Trägheitsgesetz zu verwerfen, ein anderes Bezugsobject wählt. Nämlich das Coordinatensystem, welches mit dem Erdmittelpunkte und mit dem Fixsternhimmel fest verbunden gedacht werden kann. Allein auch unter dieser Annahme würde man alsbald Widersprüche der Theorie mit der Erfahrung constatiren müssen. Seitdem man nämlich die Bewegungen der Planeten analytisch behandelt hat, sieht man die elliptische Gestalt ihrer Bahnen als einfachen Ausfluss aus dem Trägheits- und dem Gravitationsgesetz an. Elliptisch aber sind die Planetenbewegungen nicht in Bezug auf jenes System durch den Erdmittelpunkt, sondern in Bezug auf das Coordinatensystem des Copernicus, welches die Centren der Sonne und der übrigen Fixsterne als wesentlich feste Punkte enthält. Daher ist man, um eine Uebereinstimmung der Theorie mit den Thatsachen zu erzielen, gezwungen, von jenem geocentrischen Systeme abzugehen und das definirte heliocentrische System einzuführen.

Hiermit wäre jede wünschenswerthe und auch nur brauchbare Präcision in der Wahl des Bezugssystemes erreicht, soweit es eine Discussion der Bewegungen im Sonnensysteme anlangt. Denn, dass

1) E. Mach, Ueber Umbildung und Anpassung im naturwissensch. Denken. Wien, Hartleben 1884.

die gegenseitigen Fixsternörter nicht unveränderlich sind, dies kann die Bestimmung jenes heliocentrischen Systemes nicht dermaßen willkürlich machen, dass die ohnehin vorhandenen Beobachtungsfehler noch überboten würden. Wenn es sich aber dermaleinst um eine nähere mechanische Untersuchung der Fixsterneigenbewegungen handeln wird, so ist das heliocentrische System unbedingt zu verwerfen; denn in diesem subtilen Gegenstande wären die seiner Unbestimmtheit entspringenden minimalen Fehler unverhältnissmäßig groß gegen die Beobachtungsergebnisse selbst.

Es drängt sich also das Bedürfniss nach einer Fassung des Trägheitsgesetzes auf, welche von den soeben angegebenen Bezugsobjecten keinen Gebrauch macht. Vielleicht wird in Jahrhunderten die Astronomie eine concrete, an die Materie gebundene Construction eines allen Anforderungen gerechten Bezugssystemes zu leisten im Stande sein. Jedenfalls aber muss ihr hier die abstracte Mechanik vorarbeiten. Und diese wird mit Recht eine Fassung des Gesetzes verlangen, welche von den Zufälligkeiten des Weltalls unabhängig ist, welche sich an kein bestimmtes Object der physischen Astronomie anlehnt, sondern vielmehr aus rein dynamischen Begriffen sich zusammensetzt.

Die hiermit geforderte Präcision bezieht sich wesentlich auf den räumlichen Theil des Trägheitsgesetzes, welcher über die Gestalt der Bahnen sich selbst überlassener Punkte etwas aussagt. In der üblichen Fassung des Gesetzes ist aber auch der zeitliche Theil desselben zu kurz gekommen, welcher von der gleichförmigen Bewegung der sich selbst überlassenen Punkte handelt.¹⁾ Der Angriffspunkt der Kritik liegt hier in dem Begriffe des Zeitmaasses, des Bezugsobjectes einer zeitlichen Fixirung; dort lag er in dem Bezugsobject der räumlichen Fixirung. Zum Verständnisse des zeitlichen Theiles wird nämlich die Definition des Begriffes »gleiche Zeiten« vorausgesetzt. Man könnte dieselbe auf die tägliche Umdrehung der Erde gründen; allein es liegt im Interesse einer wissenschaftlichen Abrundung der Mechanik, neben dem praktischen Zeitmaasse der Astronomie ein reines Zeitmaass zu unterscheiden, welches sich nicht auf astrophysischen, sondern auf rein dynamischen Begriffen aufbaut.

1) Neumann, a. a. O.

Mit dieser Auseinandersetzung ist die Hauptaufgabe des vorliegenden Aufsatzes näher gekennzeichnet. Es soll untersucht werden, wie am passendsten dem gerügten Mangel der üblichen Fassung beider Theile abgeholfen werden kann.

Bevor wir uns jedoch hierzu wenden können, wird es nöthig sein, über den erkenntnisstheoretischen Gehalt des Trägheitsgesetzes eine kurze Erörterung vorzuschicken.

Für denjenigen, welcher von den soeben angeregten Zweifeln hinsichtlich des Bezugssystemes und des Zeitmaßes noch nicht ergriffen worden ist, hat das Trägheitsgesetz etwas außerordentlich Evidentes, und insofern verdient es gewiss, in die Reihe der physikalischen Axiome gestellt zu werden. Der Grund jener Evidenz liegt in der nahen Beziehung zum Causalgesetze. So wie alle anderen Axiome bedarf aber auch das Trägheitsgesetz durchaus der Rechtfertigung durch die Erfahrung.¹⁾ Betrachten wir nun die Stellung des Gesetzes zu dem durch Beobachtung unmittelbar oder mittelbar gewonnenen empirischen Material, so erscheint es nicht correct, ihm den Charakter eines eigentlichen Erfahrungssatzes zuzusprechen. Vielmehr ist und bleibt das Trägheitsgesetz eine physikalische Hypothese, wenngleich sicher diejenige, welche am ersten den Anspruch auf Permanenz erheben darf. Denn da in der begrifflichen Vorstellung eines »sich selbst überlassenen materiellen Punktes« neben einer mathematischen Abstraction noch die Voraussetzung einer niemals ganz erfüllten Bedingung enthalten ist, so erscheint der Inhalt des Gesetzes weder direct noch indirect als thatsächlich gegeben; er ist vielmehr nur ersonnen, um mit gutem Erfolg die Fülle der mechanischen Phänomene unter einem großen Gesichtspunkte zu vereinigen. Demgemäß kann es sich im vorliegenden Aufsätze nicht darum handeln, aus dem Galilei'schen Princip eine Thatsache zu machen; vielmehr soll nur, neben der vorhin versprochenen Vervollständigung, eine Reinigung der Hypothese von überflüssigen Elementen erstrebt werden. Denn wo eine Hypothese erfordert wird, »da hat sie sich in allen Fällen auf diejenigen Voraussetzungen zu beschränken, die zur Herstellung der logischen Verbindungen erforderlich sind, sie soll denselben nichts überflüssiges hinzufügen.«²⁾

1) W. Wundt, Logik I, S. 561. — Ders., Die physikal. Axiome u. ihre Beziehung zum Causalprincip. Erlangen, 1866. 2) W. Wundt, Logik I, S. 402.

Ferner habe ich, um meinen Standpunkt von vornherein zu kennzeichnen, ein Wort über die Bedeutung zu sagen, welche ich dem Ausdruck »sich selbst überlassen« beigelegt wissen möchte. Bei mündlicher Besprechung des Gegenstandes ist mir mehr als einmal vorgehalten worden, man könne das »Sich-selbst-überlassen-sein« der Materie lediglich eben durch Umkehrung des Trägheitsgesetzes definiren. Wäre dies richtig, so enthielte das Gesetz eine Tautologie. Ich glaube aber, dass man gemäß einem Vorschlage von Ernst Mach diesen Scrupel am einfachsten erledigen kann, indem man als »sich selbst überlassen« solche Materie bezeichnet, welche von anderer Materie hinreichend oder in der Ausdrucksweise der reinen Mathematik »unendlich« weit entfernt gedacht wird. Nur unwesentlich verschieden hiervon ist der Gedanke Maxwell's, dem Trägheitsgesetze eine negative Fassung zu verleihen, wonach wir erfahrungsgemäß, so oft ein Punkt nicht geradlinig und gleichförmig bewegt ist, in seiner Umgebung irgend welche Materie vorfinden, deren Einfluss wir als Ursache der Abweichung ansehen dürfen.

Nach diesen Vorbemerkungen kehre ich nun zur Hauptaufgabe zurück, d. h. zu den Betrachtungen über die Vervollständigung des Trägheitsgesetzes.

Eine Kritik der neuesten, insbesondere der Streintz'schen Aufstellungen muss selbstverständlich mit diesen Betrachtungen Hand in Hand gehen; zweckmäßig wird es aber sein, die beiden Theile des Gesetzes getrennt, und zwar zunächst den räumlichen zu erörtern.

Betrachten wir zuerst Neumann's Verbesserungsvorschlag für diesen Theil. Neumann statuirt die Hypothese, es sei an irgend einer uns unbekannten Stelle des Weltraumes ein (absolut starrer) Körper befindlich, auf den alle Bewegungen, so auch die geradlinigen des Galilei'schen Principis bezogen werden müssten; diesen Körper nennt er den Körper Alpha. Demgemäß zerfällt er den räumlichen Theil des Gesetzes in zwei Abschnitte, von denen der erste die Existenzhypothese des Körpers α zum Ausdrucke bringt, und der zweite aussagt, dass die Bahnen sich selbst überlassener Körper (d. i. materieller Punkte) relativ zum Körper α geradlinig sind. Streintz bemerkt hierzu, in sachgemäßer Fortführung einer Kritik, welche schon Newton gegen einen eigenen verwandten Gedanken geübt hat: »Wie sollte doch etwas über die Bewegung irgend eines Körpers

bezüglich jenes uns ewig unbekannt bleibenden, ganz außerhalb des Bereiches unserer Sinneswahrnehmung liegenden, also transcendenten Körpers Alpha ausgesagt werden? Würde nicht die Behauptung, dass jeder unbeeinflusste materielle Punkt sich bezüglich jenes Körpers Alpha in gerader Linie und mit constanter Geschwindigkeit bewegt, eine Ueberschreitung unserer Erfahrung enthalten?« (a. a. O. S. 9.)

In der That hat es seine großen Bedenken, in die Mechanik transcendenten Elemente einzuführen, wenn man sie irgend vermeiden kann. Es muss sogar sehr fraglich erscheinen, ob nicht hier für besser noch als ein solches Verfahren der einfache Rückgriff auf das helio-centrische System erachtet werden soll, welches gegenwärtig für die Praxis wenigstens ausreicht.

Mach hat dem Trägheitsgesetze einen Ausdruck gegeben, dessen Schwerpunkt in dem folgenden Satze zu suchen ist: »Sofern die Körper so weit von einander entfernt sind, dass sie sich keine merklichen Beschleunigungen ertheilen, ändern sich sämmtliche Entfernungen einander proportional.«¹⁾ Was von der Stellung der Masse in Mach's fernerer Auseinandersetzung zu halten sei, darüber zu reden ist hier nicht der Ort; denn sie betrifft nicht sowohl die methodische Formulirung, als vielmehr den problematischen physikalischen Hintergrund des Trägheitsgesetzes.²⁾ Eigenthümlich der Mach'schen Auffassung ist aber, wie man sieht, dass die Aufstellung eines gemeinsamen Bezugskörpers durch die Beziehung jedes materiellen Punktes auf jeden anderen ganz umgangen ist. An dem Inhalte der Mach'schen Fassung ist im Wesentlichen nichts auszusetzen; unzweifelhaft aber ist sie zu analytischen Folgerungen ungeeignet, weil man zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen eines einheitlichen Bezugssystems durchaus bedarf. Ich glaube, dass sich eine weit größere »Oekonomie des Denkens« im Mach'schen Sinne des Wortes auf dem sogleich anzugebenden Wege erreichen lässt.

Bevor ich nämlich an die Kritik der Streintz'schen Fassung herantrete, wird es zweckmäßig sein, eine Auseinandersetzung und Begründung der meinigen vorangehen zu lassen.

Meine Fassung entspricht im Ganzen dem Zerlegungsprincip,

1) D. Gesch. und d. Wurzel d. Satzes v. d. Erh. d. Arb. S. 50.

2) Streintz, a. a. O. S. 7.

welches schon Neumann in Bezug auf das Trägheitsgesetz geltend gemacht hat (a. a. O.). Sie zerfällt den räumlichen Theil in eine Definition und eine Hypothese. Nämlich in die Definition des fraglichen Bezugssystemes und die Hypothese, dass rücksichtlich desselben die Bahnen sich selbst überlassener Punkte geradlinig sind. Das Bezugssystem des Trägheitsgesetzes mag kurz als »Inertialsystem« gekennzeichnet werden¹⁾.

Um das Inertialsystem zu definiren, betrachte ich eine Gruppe sich selbst überlassener Punkte, und nehme zwei beliebige, P_1 und P_2 , aus ihrer Mitte heraus. Man kann offenbar in Gedanken unzählige Coordinatensysteme von der Art construiren, dass P_1 einen ruhenden Punkt in ihnen bildet: diese » P_1 -Systeme« werden gegen einander alle möglichen Drehungen ausführen, und es ist klar, dass P_2 in ihnen lauter verschiedene Bahnen beschreibt. Durch rein phoronomische Ueberlegungen kann man sich nun überzeugen, dass es unter jenen unzähligen P_1 -Systemen gewiss eines, I , gibt, worin die Bahn von P_2 geradlinig ist. Setzen wir weiter voraus, dass diese I -Bahn des P_2 nicht auf P_1 gerichtet ist, so lässt sich erkennen, dass jedes gegen I bewegte P_1 -System eine krummlinige Bahn des Punktes P_2 aufzuweisen hat. Folglich ist das System I , worin P_1 ruht, P_2 geradlinig und nicht in der Richtung gegen P_1 fortschreitet, ein unzweideutig bestimmtes mit Bezug auf die beiden Punkte P_1 und P_2 .

Ich behaupte nun, dass das System I die Bedeutung eines Inertialsystemes hat, und stelle als Aequivalent für den räumlichen Theil des Trägheitsgesetzes die Hypothese (s. o.) auf:

»Mit Bezug auf das System I schreiten alle übrigen Punkte der betrachteten Gruppe geradlinig fort.« Ich habe diese Behauptung mit dem wesentlichen Inhalte des Galilei'schen Principis in Einklang zu setzen.

Das Trägheitsgesetz involvirt die Annahme, dass sich ein Inertialsystem überhaupt construiren lässt: d. h. ein System, worin alle Bahnen sich selbst überlassener Punkte geradlinig sind und proportional der Zeit wachsen. Gehen wir von dieser Voraussetzung aus

1) Ein Name für das Fundamentalsystem aller mechanischen Betrachtungen wird künftighin unentbehrlich sein. Ob man dasselbe nun »Fundamentalsystem« oder »Inertialsystem« oder irgendwie anders nennen soll, für diese Entscheidung ist lediglich die Prägnanz des Ausdruckes maßgebend.

und wenden wir den bekannten kinematischen Satz über die Zusammensetzung geradliniger gleichförmiger Bewegungen an, so folgt, dass es auch ein System gibt, worin P_1 ruht, P_2 und alle anderen Punkte geradlinig fortschreiten. Diese Beschaffenheit besitzt nämlich das System, welches ohne Drehung gegen das ursprüngliche in gleicher Richtung und gleicher Geschwindigkeit mit P_1 seine Lage verändert. Wären nun die Bahnen der $P_3, P_4 \dots$ in Bezug auf I nicht geradlinig, so gäbe es überhaupt kein System, worin P_1 ruht, und $P_2, P_3, P_4 \dots$ geradlinig fortschreiten: denn in Bezug auf jedes gegen I bewegte System ist, wie wir gesehen haben, wiederum die Bahn des Punktes P_2 krummlinig. Eine solche Folgerung stünde aber im Widerspruche mit dem, was wir eben als nothwendige Folge des Trägheitsgesetzes erkannt haben, daher muss die Prämisse falsch, m. a. W. es muss die aufgestellte Hypothese richtig sein.

Darnach würde man als »Inertialsystem« ein jedes System I bezeichnen können, worin ein sich selbst überlassener Punkt ruht, ein anderer in einer geraden Linie dahinschreitet, welche (verlängert) nicht jenen ruhenden Punkt trifft. Indessen wäre diese Definition zu eng. Geradlinige Bahnen legen die sich selbst überlassenen Punkte (nach dem soeben angewandten kinematischen Satze vom Parallelogramm der Bewegungen) zurück auch in Bezug auf jedes System, welches ohne Drehung gegen I geradlinig-gleichförmig fortschreitet. Dem Begriffe durchaus congruent ist dementsprechend erst diese Definition des Inertialsystemes:

»Inertialsystem« nennen wir ein System, worin ein sich selbst überlassener Punkt ruht, ein anderer in einer geraden Linie dahinschreitet, die den ersten nicht trifft; oder auch ein System, welches zu einem von der angegebenen Art ohne Drehung geradlinig und gleichförmig fortschreitet.

Der Begriff des Inertialsystemes ist hiernach unendlich vieldeutig¹⁾ und es bleibt sich ganz gleich, auf welches Inertialsystem man den räumlichen Theil d. h. die ausgesprochene Hypothese bezieht. Streintz hat (a. a. O. S. 78 f.) darauf aufmerksam gemacht,

1) Die Mannigfaltigkeit ist, abgesehen von der Verlegbarkeit des nebensächlichen Coordinatenursprunges und der Achsenrichtungen, ∞^3 . Man erkennt dies, indem man ein Inertialsystem zu Grunde legt, und die Gesamtheit der übrigen in ihren Bewegungen gegen jenes betrachtet.

wie Männer von der hervorragenden Bedeutung eines Laplace und Poisson überflüssige Beweise für Thatsachen geliefert haben, die ihnen bei tieferer Erkenntniss jener Vieldeutigkeit des Inertialsystemes als identisch mit ihren Prämissen erschienen wären. Ganz natürlich erscheint eine solche Tautologie im Hinblick auf den gewöhnlichen Ausspruch des Trägheitsgesetzes, dessen sich jene Männer bedienten.

Es ist wohl nichts weniger als überflüssig, darauf hinzuweisen, wie es lediglich der ausgesprochenen dynamischen Hypothese halber gleichgültig ist, welche zwei Individuen man der Gruppe sich selbst überlassener Punkte entnimmt, um das Inertialsystem zu definiren. Von der Bedingung aber, dass die Inertialbahn des einen Punktes den anderen ruhenden verlängert nicht treffen soll, ist es offenbar nur ein anderer Ausdruck, wenn man verlangt, dass die beiden bestimmenden Punkte nicht zur gleichen Zeit den gleichen Ort eingenommen haben oder in Zukunft einnehmen sollen. Ganz entsprechend verlangt man z. B. von den drei Punkten, welche die Lage einer Ebene bestimmen sollen, dass nicht zwei von ihnen, geschweige denn alle drei denselben Ort einnehmen oder in einer Geraden liegen sollen: in der Mechanik, der »Geometrie von vier Dimensionen« kommt eben noch die vierte Dimension »Zeit« ins Spiel.

Die im Vorigen gegebene Definition des Inertialsystemes enthält keine Existenzhypothese wie die Neumann'sche und ermöglicht im Gegensatze zur Mach'schen Fassung eine einheitliche Beziehung aller Bewegungen sich selbst überlassener Körper. Sie ist eine rein dynamische Definition, d. h. sie genügt den im Eingange gestellten Anforderungen in vollem Maße. Charakteristisch für sie ist, dass sie einer Gruppe von Individuen, über deren Gesamtheit später etwas gemeinsames ausgesagt werden soll, zwei entnimmt und zur Bestimmung des erforderlichen, aber noch nicht festgestellten Grundbegriffes verwendet. Dieser Grundbegriff wird dann in dem sich anschließenden (hypothetischen) Satze auf die übrigen Individuen der Gruppe bezogen.

Irre ich nicht, so haben wir hier nur eine einzelne Anwendung eines allgemeineren Verfahrens, welches ich mit einem terminus technicus als »Princip der Particulardetermination« kennzeichnen möchte. Ich darf behaupten, dass dies Princip in den Grund-

begriffen der Mechanik und überhaupt der mathematischen Physik eine außerordentlich wichtige Rolle spielt. So beruht der von Neumann (a. a. O.) vorgeschlagene Ausdruck für den zeitlichen Theil des Beharrungsgesetzes — ein Ausdruck übrigens, welcher mit meinem eigenen ganz übereinstimmt — wesentlich auf einer Anwendung des genannten methodologischen Grundgesetzes.

Ohne dem zweiten Abschnitte dieses Aufsatzes wesentlich voraus zu greifen, will ich hier meine vollständige Fassung des Trägheitsgesetzes mittheilen, weil dadurch die eigenthümliche, in der Anwendung jenes Principis bestehende Analogie beider Theile auf's unverkennbarste hervortritt.

Meine Fassung besteht aus vier organisch zusammenhängenden Stücken:

1. Definition des Inertialsystemes auf Grund zweier sich selbst überlassener Punkte, welche aus der betrachteten Gruppe nach Belieben ausgewählt werden: wie oben.

1. Hypothese: Die Bahn eines jeden anderen sich selbst überlassenen Punktes der Gruppe in Bezug auf das definirte Inertialsystem ist geradlinig.

2. Definition¹⁾: »Gleiche Zeitabschnitte« heißen solche, worin ein sich selbst überlassener Punkt der Gruppe gleiche Inertialwege zurücklegt. Der Punkt kann ganz nach Belieben gewählt sein.

2. Hypothese: In gleichen Zeiten legt auch jeder andere Punkt der Gruppe gleiche Inertialwege zurück.

In der zweiten Hypothese wird, wie man in der That mit einem Blicke sieht, die Particulardetermination der zweiten Definition in derselben Weise angewandt, wie in der ersten Hypothese diejenige der ersten Definition. Es ist zweimal dieselbe Sache, nur das eine Mal im Raume, das andere Mal in der Zeit²⁾. Dass die erste Particular-

1) Diese Definition stimmt mit der Neumann'schen vollständig überein.

2) Eine Zusammenziehung des Trägheitsgesetzes in einen einzigen Satz ließe sich wie folgt geben: »Relativ zu einem Coordinatensysteme, worin von einer Gruppe sich selbst überlassener Punkte einer, P_1 , ruht, ein anderer, P_2 , geradlinig, jedoch nicht auf P_1 zu fortschreitet, beschreibt auch jeder dritte Punkt der Gruppe eine geradlinige Bahn und gleichen Wegstrecken eines Punktes entsprechen zeitlich auch gleiche Wegstrecken jedes anderen«. Die obige Fassung ist jedoch vorzuziehen, um so mehr als die darin vorkommenden Definitionen doch unentbehrlich sind.

determination mehr Individuen beansprucht, als die zweite, erklärt sich naturgemäß aus der verschiedenen Anzahl der Dimensionen, welche beiden Anschauungsformen eigenthümlich sind.

Um die Anwendung des Princip der particularen Determination auf den räumlichen Theil des Trägheitsgesetzes noch eingehender zu rechtfertigen, will ich nur auf einige weitere ähnliche Fälle hinweisen, wo seine Verwendung durchaus dem Geiste der Wissenschaft entspricht und theilweise auch längst in ihrem ganzen methodologischen Werthe anerkannt worden ist. Die neuesten Aufstellungen über die reinen Maße der Kraft und Masse finden z. B. ihren wesentlichen Ausdruck in der folgenden Exposition des Satzes, dass gleiche Kräfte gleichen Massen gleiche Beschleunigungen (gegen ein Inertialsystem) ertheilen.

1. Definition: Zwei Kräfte werden »gleich« genannt, wenn sie irgend einer besonders gewählten aber beliebigen Masse dieselbe Beschleunigung ertheilen.

1. Lehrsatz¹⁾: »Gleiche Kräfte« ertheilen auch jeder anderen Masse dieselbe Beschleunigung.

2. Definition: Zwei Massen werden gleich genannt, wenn sie von einer nach Belieben gewählten Kraft gleiche Beschleunigungen empfangen.

2. Lehrsatz¹⁾: »Gleiche Massen« empfangen auch von jeder anderen Kraft gleiche Beschleunigungen.

Schlussatz: »Gleiche Kräfte« ertheilen »gleichen Massen« gleiche Beschleunigungen.

Es versteht sich, dass hier »Beschleunigung« so viel als »Inertialbeschleunigung«, d. h. Beschleunigung gegen ein Inertialsystem bedeutet. Die Inertialbeschleunigung ist für die dreifach unendliche Mannigfaltigkeit der Inertialsysteme nur eine; denn sie ist Ableitung der Inertialgeschwindigkeit, die sich bei verschiedenen Inertialsystemen nur um ein constantes unterscheidet.

Aus der mathematischen Physik will ich als Beispiel für das Princip nur den Satz anführen, dass gleiche Wärmemengen überall

1) Auch diese Lehrsätze sind, wie die beiden Theile des Trägheitsgesetzes, nicht Resultate der unmittelbaren Erfahrung oder einer zwingenden Schlussfolgerung, sondern Hypothesen.

den gleichen Effect erzielen. Näher darauf einzugehen ist hier nicht der Ort.

Der allgemeine Charakter des Princip's der particularen Determination lässt sich offenbar kurz dadurch kennzeichnen:

Es definirt gewisse einem Lehrsatz voranzustellende Relations-objecte dermaßen, dass der Lehrsatz conventionell für einen möglichst kleinen Theil seiner Gegenstände gilt: der Inhalt des Lehrsatzes bezieht sich dann, soweit er mehr als bloße Convention, soweit er ein neues Ergebniss der Forschung ausdrücken soll, nur auf die Gesamtheit der übrigen. So definiren wir unser Inertialsystem, das Bezugsobject einer räumlichen Fixirung, so, dass der räumliche Theil des Trägheitsgesetzes mit Bezug darauf für zwei sich selbst überlassene materielle Punkte gilt; er gilt dann, wie die darauf folgende Hypothese aussagt, von selbst für die übrigen. Wir definiren unser Zeitmaß, das Bezugsobject einer zeitlichen Fixirung, so, dass der zeitliche Theil des Gesetzes für einen sich selbst überlassenen Punkt richtig ist; er ist es dann von selbst für alle übrigen. Wir definiren ein Kraftmaß so, dass der Satz: »Gleiche Kräfte ertheilen derselben Masse gleiche Beschleunigung«, in Bezug auf eine bestimmte Masse wahr ist; er ist dann von selbst für alle übrigen wahr. Wir definiren endlich ein Maß der Masse so, dass der Satz: »Gleiche Massen erhalten von derselben Kraft gleiche Beschleunigungen«, mit Bezug auf eine bestimmte Kraft erfüllt ist; er besteht dann von selbst für alle übrigen Kräfte.

Der Zweck des Princip's der Particulardetermination und sein unschätzbarer Erfolg liegt in der Umgehung jeglicher absoluten Begriffe. Durch das Inertialsystem vermeidet man die Bezugnahme auf Newton's absoluten Raum, durch den Neumann'schen Begriff »gleicher Zeitabschnitte« Newton's absolute Zeit.¹⁾ Durch den oben gegebenen Begriff »gleicher Kräfte« die absolute Kraft (»Ursache der Bewegung«), durch den Begriff »gleicher Massen« die absolute Masse (»Quantität der Materie«, vgl. Streintz, S. 109). Ich komme auf diesen Punkt in einem zweiten Aufsätze ausführlich zurück. Ein logischer Cirkel liegt in dem Princip der Particulardetermination deshalb nicht, weil es den gewonnenen Begriff nicht auf diejenigen Indi-

1) Newton, Philos. nat. princ. math., Schol. ad definitiones.

duen der betrachteten Gruppe anwendet, worauf es jenen Begriff zuvor gegründet hat.

In einer oben eingeschobenen Bemerkung haben wir uns über die Bedeutung des Ausdruckes »sich selbst überlassen« vorläufig verständigt. Im Sinne dieser Verständigung mag hier nur bemerkt werden, dass sich jener Ausdruck recht wohl aus unserer Fassung des Gesetzes eliminiren lässt, wenn man die Forderung voranschickt, dass alle Punkte, die Fundamentalpunkte des Inertialsystemes eingeschlossen, hinreichend weit von einander entfernt sein sollen. Sind die Punkte dies nicht und construirt man das Fundamentalsystem mit Hilfe zweier von ihnen, so beschreiben die übrigen Punkte keine geraden Linien. Die Abweichung ist aber beliebig gering, wenn die Abstände der Punkte hinreichend groß sind.

Im Anschlusse an die Definition des Inertialsystemes dürfte es sich empfehlen, eine neue Nomenclatur in Vorschlag zu bringen. Wir haben gesehen, dass der Begriff des Inertialsystemes seiner Natur nach ein unendlich vieldeutiger ist. Man erkennt nun die Richtigkeit folgender Behauptungen:

1. Ein Punkt mit geradliniger gleichförmiger Bewegung zu einem Inertialsysteme kann auch — mit Rücksicht auf ein bestimmtes anderes Inertialsystem — als *inertiell-ruhig* betrachtet werden.

2. Ein Punkt mit krummliniger Bewegung gegen ein Inertialsystem kann nicht als *inertiell-ruhig* in Bezug auf ein anderes gelten, ebensowenig ein Punkt, der geradlinig, aber ungleichförmig, gegen ein Inertialsystem bewegt ist. Dagegen kann der letztere als krummlinig bewegt gegen ein anderes Inertialsystem, als *inertiell-gedreht* angesehen werden. M. a. W. dem Inbegriffe der *inertiell-gedrehten* Körper lassen sich auch die geradlinig-ungleichförmig in Bezug auf ein Inertialsystem fortschreitenden Körper unterordnen.

Ich gehe nun von der schon oben gemachten Bemerkung aus, dass es ganz gleichgültig ist, welches Inertialsystem man der Betrachtung zu Grunde legt, und nenne dementsprechend jeden Punkt von geradlinig-gleichförmiger Bewegung gegen ein Inertialsystem kurz »*inertiell-ruhig*«, jeden Punkt von anderer Bewegung »*inertiell-gedreht*«. Ich darf wohl behaupten, dass in dieser Nomenclatur die eigentlichen dynamischen Gegensätze viel unzweideutiger zum Ausdrucke gelangen, als in den Bezeichnungen »Ruhe« und »Be-

wegung« schlechthin. In der That ist das einzig Wesentliche der Erdbewegung, gegenüber der Ruhe des Firmamentes, wie überhaupt das Wesentliche jeder sog. »absoluten Bewegung« eine Inertialdrehung: eine Behauptung, auf welche ich in dem schon angekündigten zweiten Aufsatze ausführlicher zurückzukommen gedenke. Dass zwei »inertiell-ruhige« Punkte ihre Distanz sollen verändern können, dies ist eben nicht wunderbarer, als dass dem Astronomen die Sonne bald wie in Ruhe, bald wie in Translation befindlich vor Augen schwebt. Man kann aber zweifelhaft sein, ob eine derartige Nomenclatur überhaupt erforderlich ist. Allein ich werde später (a. a. O.) zu zeigen Gelegenheit haben, dass der bisherige Mangel daran selbst Gelehrte von großer Bedeutung für ihre Wissenschaft zu irrthümlichen Schlussfolgerungen zu verleiten vermocht hat.

Was nun den reellen Gehalt der gemachten dynamischen Unterscheidung anlangt, so gibt es vollständig inertiell-ruhige Körper nicht, sie sind vielmehr nichts als mathematische Abstractionen. Wir machen wiederholt die Erfahrung, dass eine Modification der Inertialruhe, eine Ueberführung in den Zustand der Inertialdrehung bestimmt wird durch die Anwesenheit fremder Körper, und dass sie, je nach der größeren oder geringeren Entfernung der letzteren oder nach anderen begleitenden Umständen, mehr oder weniger beträchtlich ist. Sobald wir die Gesetzmäßigkeit in dieser quantitativen Mannigfaltigkeit erkannt haben — was z. B. Newton hinsichtlich der Inertialdrehung der Planeten geleistet hat — so ist ein wesentlicher Schritt in der Erkenntniss der Naturvorgänge gethan; wir dürfen dann von »Kräften« reden, gewissermaßen, um eine weitläufige Auseinandersetzung von rasch geläufigem Gedankeninhalte abzukürzen.¹⁾ Die »Inertialbeschleunigung« sieht man als Maß der Inertialdrehung an und führt conventionell ihr Product in die Masse des bewegten Punktes als Maß der »Kraft« ein. Dies geschieht in einfacher Ausführung der obigen Andeutungen über das Kraftmaß, wobei allerdings noch der Satz von der Unabhängigkeit der Kraftwirkungen hinzugenommen werden muss. Es würde hier zu weit führen, näher darauf einzugehen. Wie die Inertialdrehung eines Körpers als eine Folge von Krafteinwirkungen auf denselben erscheint, so erzeugen sich um-

1) Streintz, l. c. V. Cap.

gekehrt durch künstliche, den virtuellen Bedingungen eines Körpers entspringende Inertialdrehungen »todte« Zug- oder Druckkräfte, z. B. sogenannte Centrifugalkräfte, welche der Inertialruhe fehlen. Sie haben, wie wir (a. a. O.) sehen werden, den Grundstein zur dogmatischen Fundirung der Idee einer »absoluten Bewegung« abgegeben.

Ich kann die Reihe dieser didaktischen Betrachtungen nicht abschließen, ohne darauf hingewiesen zu haben, dass außer der gegebenen dynamischen Definition des Inertialsystemes auch noch andere von ähnlicher Art denkbar sind. So ergibt sich durch einfache Ausführung eines Thomson-Tait'schen Gedankens die folgende Definition: »Inertialsystem« heißt ein System, welches dadurch bestimmt wird, dass ein sich selbst überlassener Punkt in ihm ruht und dass seine Verbindungen mit zwei anderen gleichzeitig am gleichen Orte mit ihm gewesenen Punkten in Bezug darauf feste Richtungen einnehmen, u. s. w.; doch dürfen diese Verbindungen nicht in einer Geraden zusammenfallen.¹⁾ Kraft des »principium simplicitatis« dürfte aber vor allen anderen Definitionen ähnlicher Art die oben gegebene den Vorzug verdienen, welche sich auf ein Minimum sich selbst überlassener Punkte stützt.

Ich wende mich nun zur kritischen Betrachtung der Fassung, welche Streintz dem räumlichen Theile des Trägheitsgesetzes gegeben hat.

Streintz bedient sich für den Begriff, welchen wir als »Inertialsystem« gekennzeichnet haben, des Ausdruckes »Fundamentalsystem«, welchen er mit folgenden Worten erklärt (S. 24 f.):

»Zur Vereinfachung der Ausdrucksweise werde ich künftig einen Körper, der keine Rotation ausführt und der als vollkommen unabhängig von allen umgebenden Körpern betrachtet werden kann, als »Fundamentalkörper« (FK) bezeichnen. Unter »Fundamental-Coordinatensystem« (FS) soll analog ein solches verstanden werden, das mit einem Fundamentalkörper in fester Verbindung ist oder in solcher gedacht werden kann«.

Es wäre ungerechtfertigt, dieser aus dem Zusammenhange gerissenen Definition den Vorwurf einer an sich unverständlichen Ausdrucksweise zu machen, weil sie als wesentliches Kennzeichen des

1) Thomson-Tait, Handb. d. theor. Phys. I. § 249. Vgl. Streintz, S. 63.

FK's den Mangel einer Rotation einführt, von der man fragen kann, auf was für einen Bezugskörper sie sich beziehen sollte. Streintz gibt nämlich ausführlich an, aus welchen Merkmalen auf den Mangel an Rotation oder die »directionelle Ruhe« eines Körpers geschlossen werden könne. Es ist dies in erster Linie das Nicht-Vorhandensein jener »Fliehkräfte von der Achse der Bewegung« (*vires recedendi ab axe motus circularis*), welche unter diesem Namen und in demselben Sinne schon Newton (a. a. O.) betrachtet hatte. Allgemeiner lässt sich sagen, es stützen sich jene Merkmale auf die gesammten/ mit der Inertialdrehung eines Körpers verknüpften charakteristischen »Gyralerscheinungen«, z. B. auch auf den Widerstand, welchen eine Inertialdrehungsachse dem Bestreben entgegensetzt, ihre Inertialrichtung zu verändern.

Eine Erwägung der Frage, ob die angewandten Erkennungsmittel der directionellen Ruhe wirklich das leisten, was Streintz ihnen zuschreibt, gehört in das Capitel von der absoluten Bewegung, welches mit der Discussion verwandter Fragen zusammen den erwähnten zweiten Aufsatz bilden soll. Es genügt uns hier zu wissen, dass Streintz als *FK* einen Körper gelten lässt, der keine Fliehkräfte oder überhaupt keine Gyralerscheinungen aufweist; dass er als physikalischen Apparat zur genaueren Fixirung eines *FK*'s z. B. das Foucault'sche Gyroskop¹⁾ oder ähnliche Instrumente empfiehlt. Mittelbar wird also die Definition des *FS*'s auf die mechanischen Sätze von der Centrifugalkraft und von der Erhaltung der Rotationsachse gegründet. Niemand wird bezweifeln, dass diese Sätze der Mechanik auf das Gesetz der Trägheit zurückzuführen, dass sie gleichsam als Ausfluss dieses Gesetzes zu betrachten sind. Hält man aber daran fest, so erscheint die Streintz'sche Definition des Fundamentalsystemes, soweit sie wenigstens zur Grundlage der Mechanik dienen soll, in einem eigenthümlichen Lichte. Es werden zur Definition eines Grundbegriffes Phänomene herangezogen, die nachher wieder als abgeleitete Lehrsätze vor unser Auge treten; abgeleitet unter beständiger Anwendung jenes Grundbegriffes. Diese Methodik wird von denselben Vorwürfen getroffen, wie wenn man z. B. die gerade Linie

1) Vgl. Arago, Populäre Astronomie III, 42 f. (Deutsche Ausgabe, übersetzt von W. Hankel.)

als den »kürzesten Weg zwischen zwei Punkten« definirt, und nachher durch Variationsrechnung zeigt, dass die gerade Linie der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten sein müsse.

Streintz hat das selbst sehr wohl empfunden und, um diesen Vorwurf von seiner Definition abzuleiten, ein Raisonement angestellt, welches ich nicht wohl umhin kann wörtlich zu citiren:

(S. 31.) »Bevor ich dieses Capitel verlasse, muss ich noch eines Einwandes Erwähnung thun, der vielleicht gegen die Definition des Fundamentalsystemes gemacht werden könnte und der, falls er begründet wäre, eine andere Formulirung des Galilei'schen Principis nach sich ziehen müsste«.

»Es könnte nämlich vielleicht die Behauptung aufgestellt werden, dass die Experimente, durch welche die Drehung eines Körpers physikalisch erkannt wird, nothwendig an die Gültigkeit des Galilei'schen Principis gebunden seien, so dass gewissermaßen die Bewegung des unbeeinflussten Punktes darüber entscheiden würde, ob wir den Körper, auf welchen die Bewegung bezogen wird, als drehend oder directionell ruhend ansehen; die angeführten complicirten Experimente würden dann nur als Einkleidungen dieses einfachen Grundsatzes erscheinen, welche für die bequeme experimentelle Ausführung erdacht worden sind. Nach dieser Ansicht würde in den Centrifugalerscheinungen, in dem gyroskopischen Compasse versteckter Weise doch nur das Galilei'sche Princip selbst dazu verwandt werden, um diejenigen Körper aufzufinden, von welchen wir nachträglich behaupten, dass für sie als Bezugskörper das Galilei'sche Princip gilt. Das Gerippe der Argumentation wäre demnach folgendes: Durch die Bewegung des unbeeinflussten Punktes erkennen wir Körper, für welche als Bezugskörper die Bewegung des Punktes geradlinig ist (dieses begrifflich einfache, aber schwer auszuführende Experiment kann auch durch andere, leichter auszuführende, mit dem einfachen gleichwerthige, ersetzt werden); solche Bezugskörper, für welche die Bewegung geradlinig ist, nennen wir directionell ruhende; von diesen können wir dann (Galilei'sches Princip) aussagen, dass ein nicht beeinflusster Punkt sich in Bezug auf sie in gerader Linie bewegt«.

»Die Argumentation wäre daher in dieser Form eine Selbsttäuschung, nämlich ein logischer Cirkel«.

»Um denselben zu vermeiden, müsste das Galilei'sche Princip

umgekehrt und folgendermaßen gefasst werden: »Unter den Körpern, welche keiner fremden Einwirkung unterworfen sind, gibt es solche, bezüglich deren sich ein materieller Punkt, der gleichfalls keinerlei Einwirkung unterworfen ist, in gerader Linie bewegt; solche Körper nennen wir directionell ruhende. Die Geschwindigkeit des Punktes ist constant«.

.....
 »Ich halte jedoch diese Abweichung von der Newton'schen Fundirung der Mechanik für nicht geboten, und zwar scheinen mir für diese Ansicht die folgenden Gesichtspunkte maßgebend«.

»Dass derjenige Theil des Galilei'schen Principis, welcher die constante Geschwindigkeit des Punktes ausspricht, mit der Richtungsbestimmung nichts zu thun hat, leuchtet sofort ein und ließe sich auch auf einfache Weise begründen. Ich habe deshalb in der zuletzt gegebenen umgekehrten Form des Galilei'schen Principis die Thatsache der constanten Geschwindigkeit getrennt von dem sich auf die Richtungsbestimmung beziehenden Theile hingestellt«.

»Es kann sich also nur darum handeln, zu überlegen, ob die Richtungsbestimmung z. B. durch den gyroskopischen Compass nothwendig an die Bedingung geknüpft ist, dass ein sich selbst überlassener materieller Punkt sich in Bezug auf einen durch den gyroskopischen Compass als directionell ruhend erkannten Körper in gerader Linie bewegt«.

»Dass diese Abhängigkeit jedoch nicht vorhanden ist, lässt uns sogleich der Umstand erkennen, dass wir ja das Experiment mit dem gyroskopischen Compass stets in einem Reviere vornehmen, in welchem das Galilei'sche Princip nur in der Abstraction giltig ist. Würden sich Punkte von der rotirenden Scheibe lostrennen, so würden sich dieselben nicht galileisch (geradlinig-gleichförmig), sondern in Parabeln weiter bewegen«.

»Von diesem Gedanken ausgehend könnte man leicht die Phantasie Weltsysteme construiren lassen, in welchen andere Naturgesetze gelten und dennoch eine Richtungsfixirung durch den gyroskopischen Compass oder die Centrifugalerscheinungen möglich wäre.«¹⁾

1) In einer Anmerkung hierzu führt Streintz eine derartige Fiction bis in's Einzelste durch.

»Wir werden dann zu folgern haben, dass die Centrifugalerscheinungen wohl aus dem Galilei'schen Principe abgeleitet werden können, dass jedoch der umgekehrte Weg nicht möglich ist, weil sich andere von dem Galilei'schen Principe verschiedene Naturgesetze aufstellen ließen, bei welchen diese Erscheinungen gleichfalls auftreten würden«.

Zunächst erinnere ich daran, dass der bewusste logische Cirkel in meiner Fassung vermieden ist (s. o.).

Sodann habe ich zur Kritik der angeführten Streintz'schen Betrachtung folgendes zu bemerken: Um den methodologischen Fehler zu erkennen, welcher in der Definition des *FK*'s und der darauf folgenden Anwendung desselben liegt, braucht gar nicht angenommen zu werden, dass die Gyralphänomene nothwendig an die Gültigkeit des Galilei'schen Princips geknüpft seien. Es genügt vielmehr zu wissen, dass man diese Phänomene aus dem Trägheitsgesetze thatsächlich entwickelt, dass man sie als ableitbare Phänomene hinstellt, nachdem man sie vorher zu grundlegenden Definitionen herangezogen hat. Z. B. Die directionelle Richtungsfixirung durch den gyroskopischen Compass ist eine eindeutige, d. h. je zwei durch seine Anwendung erkannte *FK* besitzen keine gegenseitige Drehung; denn wäre dies der Fall, so könnte überhaupt von einer directionellen Richtungsfixirung nicht die Rede sein. Kann man sich nun etwas selbstverständlicheres vorstellen, als die Behauptung, es werde die Drehung eines Körpers gegen einen *FK* hinreichende Bedingung für das Auftreten von Gyralkräften an ihm sein? Sie besagt ja nichts anderes als der soeben mit logischer Nothwendigkeit aus der Voraussetzung der Brauchbarkeit des *FS*'s abgeleitete Satz. Die hierin enthaltene Erkenntniss aber, die schon bei Grundlegung der Mechanik zum Ausdrucke gelangen müsste, wollen wir doch nicht später noch einmal aus dem Galilei'schen Principe deducirt sehen. Wir würden ja den methodischen Fehler des Laplace und Poisson (s. o.) wiederholen. Andererseits aber wäre es unstatthaft, in den Principien die gesammten Gyralerscheinungen zu behandeln; kurz, man müsste zerreißen, was zusammengehört, wollte man von der Definition des *FK*'s im Streintz'schen Sinne ausgehen. In Hinsicht auf die Eleganz der Systematik

mag sich die Mechanik ein Beispiel an der projectiven Geometrie nehmen. ¹⁾

Uebrigens glaube ich nicht, es werde sich durch die Streintz'sche Argumentation Jemand überzeugen lassen, dass nicht in dem gyroskopischen Compasse versteckter Weise doch das Galilei'sche Princip zur Bestimmung des Fundamentalkörpers verwendet werde. Ich stehe, wie ich bemerken will, vollständig auf dem kritisch-empirischen Standpunkte, den erst neulich wieder mit specieller Rücksicht auf die Mechanik Mach (Die Mechanik, 1883) in außerordentlich überzeugender Weise geltend gemacht hat. Ich betrachte keine mechanisch-analytische Deduction als den Ausdruck eines tief innerlichen transscendenten Zusammenhanges, ich halte es durchaus nicht für unmöglich, andere Principien als die gebräuchlichen zur Grundlage der Mechanik zu machen: eine andere Frage freilich ist die, ob nicht die bestehende Principiensetzung die einfachste und darum zweckmäßigste ist von allen, die gegenwärtig in's Bereich unserer Gedanken fallen. Ich sehe es demgemäß auch bloß als einen dem Einfachheitsprincipe²⁾ entsprechenden Akt unserer combinirenden Verstandesthätigkeit an, wenn wir die erwähnten Gyralphänomene aus dem Trägheitsgesetze ableiten. Aber ich meine, dass man in der Befolgung jenes Principis ebenso consequent sein solle, wie von dem entgegengesetzten metaphysischen Standpunkte aus betrachtet die Natur es zu sein scheint. »Weltsysteme, in welchen andere Naturgesetze gelten und dennoch eine Richtungsfixirung durch den gyroskopischen Compass oder die Centrifugalerscheinungen möglich wäre«, sind, wie Streintz selbst zugibt, nur Gegenstand der Phantasie; m. a. W. ein Ding, womit sich die reale Physik nicht zu befassen, auf dessen Absonderlichkeiten sie keine Rücksicht zu nehmen braucht, wenn es gilt, ihre Erkenntnissprincipien festzustellen.

Obwohl ich nun die Heranziehung der Gyralphänomene zur grundlegenden Definition des Inertialsystemes nicht für angebracht

1) Vgl. H. Hankel, Die Entwicklung der Mathematik in den letzten Jahrhunderten. Antrittsvorlesung, zu Tübingen gehalten 1869.

2) Bei Galilei selbst erscheint das »principium simplicitatis« nicht allein als methodologischer Grundsatz, sondern auch als metaphysisches Axiom. Es versteht sich, dass ihm die letztere Bedeutung oben nicht beigelegt wird. Vgl. W. Wundt, Logik II, S. 242 ff.

halte, bin ich doch der Meinung, dass dieselben außerordentlich instructive Beispiele liefern, um daran die beiden Theile des Beharrungsgesetzes erfahrungsgemäß zu bestätigen: um zu zeigen, wie sich eine Fülle von Thatsachen qualitativ und quantitativ vollständig aus der einen Annahme erklärt, dass relativ zu einem gewissen Coordinatensysteme die Bewegungen sich selbst überlassener Punkte geradlinig und gleichförmig vor sich gehen. Die Definition jenes »inertiellen« Systemes wird aber wohl am einfachsten, wie angegeben, durch Anwendung des Principes der Particulardetermination geleistet werden.

Die vornehmlichsten Ergebnisse meiner Untersuchungen über den räumlichen Theil des Trägheitsgesetzes dürften hiermit zum Ausdrucke gelangt sein. Trotzdem werde ich noch bei anderer Gelegenheit auf gewisse Einzelheiten eingehen müssen, deren Besprechung man vielleicht schon im Vorhergehenden erwartet hat. In einem Untersuchungsgebiete, dessen einzelne Theile der Uebersichtlichkeit wegen eine so strenge Sonderung beanspruchen und andererseits doch in so engem organischen Zusammenhange stehen, ist es schwer, eine tadellose Disposition zu treffen.

Ich wende mich nun zu einer analogen kritischen Besprechung der Fassungen, welche man dem zweiten zeitlichen Theile des Trägheitsgesetzes gegeben hat. Denn in didaktischer Hinsicht habe ich hier den im vorigen Abschnitte gemachten Andeutungen nur wenig mehr hinzuzufügen. Wie bereits erwähnt, bin ich rücksichtlich der diesem Theile voranzustellenden Definition des Zeitmaßes von selbst ganz zu der gleichen Meinung gelangt, wie Neumann; ich habe als »gleiche Zeiten« solche definirt, worin ein besonderer aber beliebiger sich selbst überlassener Punkt gleiche Inertialwege zurücklegt. Auch habe ich darauf hingewiesen, dass diese Definition für die Zeit etwas analoges leistet, wie die Definition des Inertialsystemes für den Raum: ja wie beide Definitionen eigentlich denselben Gedanken in den beiden verschiedenen Anschauungsformen repräsentiren.

Neumann steht mit seiner Convention schon lange nicht mehr vereinzelt da. Streintz spricht (S. 94) seine Verwunderung darüber aus, dass Maxwell in seinem Werkchen »Matter and Motion« nicht

das von d'Alembert und Poisson vorgeschlagene und von ihm, Streintz, befürwortete allgemeine Identitätszeitmaß zu Grunde lege. In der That heißt es daselbst: ¹⁾

»Lassen wir das materielle System aus zwei Körpern bestehen, welche nicht aufeinander wirken, und auf welche auch kein außerhalb des Systems befindlicher Körper wirkt. Wenn der eine von diesen Körpern in Beziehung auf den anderen in Bewegung ist, so wird seine relative Geschwindigkeit, nach dem ersten (Galilei'schen) Bewegungsgesetze, constant und geradlinig sein. Demnach sind Zeitintervalle gleich, wenn die relativen Dislocationen während dieser Intervalle gleich sind, u. s. w. ²⁾

Es kann kein Zweifel sein, dass in dieser Betrachtung Maxwell wesentlich auf dem Neumann'schen Standpunkte steht. Die Formulierung aber, die Maxwell seinen Gedanken gibt, ist nicht ganz correct. Dass er nämlich das Wort »Körper« hier als Synonym für »materielle Punkte« gebraucht hat, ist verhältnissmäßig noch die natürlichste und günstigste Annahme. Denken wir uns nun zwei materielle Punkte sich selbst überlassen, so beschreiben sie nach dem Galilei'schen Gesetze in Bezug auf ein Inertialsystem orthogonaler Parallelcoordinaten geradlinige Bahnen, etwa von den Gleichungen:

$$x_1 = a_1 + u_1 t \quad y_1 = b_1 + v_1 t \quad z_1 = c_1 + w_1 t$$

und $x_2 = a_2 + u_2 t \quad y_2 = b_2 + v_2 t \quad z_2 = c_2 + w_2 t,$

worin t den variablen Parameter »Zeit« darstellt. Ihre relative Dislocation wird lediglich durch die Veränderung ihrer gegenseitigen Entfernung r bestimmt, deren Quadrat:

$$r^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2$$

ist. Man erhält nun durch Differentiation nach t :

$$r \frac{dr}{dt} = (x_1 - x_2)(u_1 - u_2) + (y_1 - y_2)(v_1 - v_2) + (z_1 - z_2)(w_1 - w_2);$$

durch nochmalige Differentiation nach t :³⁾

$$r \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{dr}{dt}^2 = (u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2 + (w_1 - w_2)^2.$$

Es folgt hieraus nach einigen Umformungen:

1) Deutsche Uebers. v. E. v. Fleischl, Braunschweig 1881. Artikel XLIII.

2) Es folgt ein ausdrücklicher Hinweis auf das Theorem, welches die getroffene Convention erst als eine eindeutige, brauchbare erscheinen lässt.

3) Vgl. Mach, Mechanik, S. 218.

$$r^3 \frac{d^2 r}{dt^2} = [(u_1 - u_2)(y_1 - y_2) - (v_1 - v_2)(x_1 - x_2)]^2 \\ + [(v_1 - v_2)(z_1 - z_2) - (w_1 - w_2)(y_1 - y_2)]^2 \\ + [(w_1 - w_2)(x_1 - x_2) - (u_1 - u_2)(z_1 - z_2)]^2.$$

Soll bei endlicher Entfernung r die zweite Fluxion $\frac{d^2 r}{dt^2}$ constant gleich Null sein, so muss die rechts stehende Quadratsumme verschwinden, woraus als nothwendige Bedingung folgt:

$$(u_1 - u_2) : (v_1 - v_2) : (w_1 - w_2) = (x_1 - x_2) : (y_1 - y_2) : (z_1 - z_2).$$

Diese Proportion führt nun zu der Forderung, dass beide Punkte einmal zu gleicher Zeit am gleichen Orte gewesen sein oder in Zukunft werden sein müssen. Abgesehen von dem hierin ausgesprochenen besonderen Falle ist demnach der Maxwell'sche Satz nicht richtig, wonach die relative Dislocationsgeschwindigkeit zweier sich selbst überlassener (um ein Endliches von einander entfernter) Punkte constant sein soll. Und verkehrt ist deshalb in dieser Formulirung auch die Definition des Zeitmaßes, welche Maxwell an jenen Satz angeschlossen hat.

Mach vermeidet den Fehler Maxwell's, indem er (unter Beibehaltung endlicher Werthe u, v, w) $r = \infty$ d. h. hinreichend groß setzt; was er schon aus dem Grunde für zweckmäßig erachtet, weil nur dadurch eine vollständige dynamische Unabhängigkeit der Körper erreicht werden kann. Der Hauptsache nach steht auch Mach auf dem von Neumann vertretenen Standpunkte. Denn wenn es z. B. heißt (s. o.): »Ein anderer Ausdruck wäre dieser: Sofern die Körper so weit von einander entfernt sind, dass sie sich keine merklichen Beschleunigungen ertheilen, ändern sich sämmtliche Entfernungen einander proportional« —, und wenn Mach diesen Ausdruck mit dem reellen Inhalte des Trägheitsgesetzes in Einklang setzt, so ist wenigstens implicite damit die Definition des Zeitmaßes gegeben, welche Maxwell, durch ein Versehen leider in falscher Formulirung, aufgestellt hat. Uebrigens sprechen dafür noch manche Stellen der »Mechanik« und der anderen citirten Abhandlung Mach's.

Auch Thomson und Tait definiren, wie Streintz kurz anführt, als »gleiche Zeitabschnitte« solche, in denen von einem sich selbst überlassenen Körper gleiche Wege zurückgelegt werden. Die betreffende Stelle lautet (Handbuch der theoretischen Physik I):

§ 246. »Die Zeiten, während welcher irgend ein besonderer Körper, der durch keine Kraft angetrieben wird, die Geschwindigkeit seiner Bewegung zu ändern, gleiche Wege durchläuft, sind einander gleich. Jeder andere Körper im Weltall, der durch keine Kraft angetrieben wird, die Geschwindigkeit seiner Bewegung zu ändern, bewegt sich durch gleiche Wege hindurch während einer Reihe von Zeiträumen, in denen der gewählte besondere Körper gleiche Wege beschreibt«.

§ 247. »Der erste Satz des vorigen Paragraphen drückt bloß die für die Messung der Zeit allgemein getroffene Uebereinkunft aus . . .
.....«

§ 248. »Der andere Theil des § 246 ist nicht eine Uebereinkunft, sondern eine große Naturwahrheit.«

Durch die Gegenüberstellung des »gewählten besonderen« und eines »jeden anderen« Körpers wird die Anwendung des Principis der particularen Determination in ausgezeichnet deutlicher Weise hervorgehoben. Streintz bemerkt zu dieser Stelle (S. 90): »Thomson-Tait kennen den logischen Cirkel« — nämlich der darin liegen würde, wenn man das Zeitmaß an den sich selbst überlassenen Körpern definiren, und dann rückwärts auf die ¹⁹¹selben anwenden wollte — »wollen ihn aber dadurch schadlos machen, dass sie in Bezug auf die gleichförmige Bewegung das Galilei'sche Princip nicht als Erfahrungssatz hinstellen, sondern es als Sache der Convention betrachten, dass wir gleiche Zeiten solche nennen, in denen von einem Körper, der sich selbst überlassen ist, gleiche Wege zurückgelegt werden«.

Diese Convention wird aber eine eindeutige, d. h. wissenschaftlich brauchbare doch nur durch den Lehrsatz, dass gleichen Wegstrecken eines beliebigen sich selbst überlassenen Körpers gleiche Wegstrecken jedes anderen entsprechen. Und diesen Lehrsatz, diese »grosse Naturwahrheit« haben Thomson und Tait mit allem Nachdrucke von der gemachten Convention geschieden. Es ist wohl nicht überflüssig, diesen Umstand im Gegensatze zur Streintz'schen Darstellung besonders zu betonen.

Merkwürdigerweise scheint Streintz die Identität des Thomson-Tait'schen und des Neumann'schen Zeitmaßes sowie die nahe Verwandtschaft derselben mit dem verbesserten Maxwell'schen und dem Mach'schen Zeitmaße gar nicht bemerkt zu haben. Die

Ursache ist dieselbe, wie diejenige der ganzen Kritik der Neumann'schen Definition, nämlich ein völliges Missverständniss der letzteren. Führen wir die betreffende Stelle (S. 87 f.) wörtlich an:

»Zur Charakterisirung der gleichförmigen Bewegung soll nach Neumann der schon früher angeführte Satz dienen: »Zwei materielle Punkte, von denen jeder sich selbst überlassen ist, bewegen sich in solcher Weise fort, dass gleiche Wegabschnitte des einen immer mit gleichen Wegabschnitten des anderen correspondiren.«

Ich bemerke dazwischen Folgendes: Die betonte Correspondenz soll nicht zur »Charakterisirung der gleichförmigen Bewegung« dienen, sondern sie soll die nachher zu treffende Convention als eine eindeutige, wissenschaftlich brauchbare erscheinen lassen, m. a. W. vorbereiten.

»Die Richtigkeit dieses Satzes ist nicht zu bezweifeln. Da jedoch Neumann auf Grund desselben aus der Bewegung der Punkte das Zeitmaß ableitet, nämlich solche Zeiten für gleich erklärt, innerhalb welcher diese Punkte gleiche Wege zurücklegen, so wäre zu verlangen, dass das Merkmal der Correspondenz der gleichen Wegabschnitte die Bewegung der Punkte hinsichtlich ihrer Geschwindigkeit ausschließlich charakterisirte. Es müsste, sobald wir an zwei Punkten constataren, dass jene Correspondenz stattfindet, jeder der Punkte sich gleichförmig bewegen, also jene Zeitabschnitte als gleich lang zu betrachten sein, innerhalb welcher gleiche Wege zurückgelegt werden«.

»Nun lässt sich aber zeigen, dass das Neumann'sche Merkmal auch in Fällen zutrifft, in welchen die Bewegung von ungleichförmiger Geschwindigkeit ist. Die Definition ist daher zu weit«.

Es folgt zur Erläuterung der zuletzt ausgesprochenen Behauptung die Betrachtung zweier Punkte von den Bahngleichungen:

$$X = Ef(t), \quad x = ef(t).$$

Aus der Neumann'schen Schrift geht aber ganz unzweideutig hervor, dass ihr Verfasser das Hauptgewicht auf die Worte »sich selbst überlassen« gelegt wissen will. Sagt er doch: »zwei materielle Punkte, von denen jeder sich selbst überlassen ist« und nicht schlechthin: »zwei sich selbst überlassene Punkte«, was kürzer gewesen wäre. Nun führt Streintz gegen Neumann an: »... Es müsste, sobald wir an zwei Punkten constataren, ...« und hierin unterdrückt er die mit allem Nachdrucke betonte Determination Neumann's. Da sich

die ganze weitere Argumentation eben auf diese Unterlassung gründet, so fällt sie hinweg, sie kann Neumann's Auffassung nicht im mindesten treffen.

Da die Thomson-Tait'sche Convention mit der Neumann'schen identisch ist, so muss die von Streintz gegen die erstere gerichtete Kritik auch der letzteren gelten, wenngleich sie nicht unmittelbar gegen dieselbe gerichtet ist. An einer passenderen Stelle werde ich auf den Grundgedanken jener Kritik zurückkommen (s. u.).

Das von Streintz selbst neuerdings wieder vorgeschlagene d'Alembert-Poisson'sche allgemeine Identitätszeitmaß gründet sich nun auf eine Ueberlegung von folgendem Inhalte (vgl. S. 83 u. 90):

Wenn ein Vorgang sich unter absolut unveränderten äußeren Umständen wiederholt, so kann seine Zeitdauer das zweite Mal keine andere sein, als das erste Mal. Die Annahme, »dass vollkommen« (sc. in den äußeren Bedingungen des Geschehens) »identische Vorgänge verschiedene Dauer haben können«, »werden wir als eine mit unserem gesammten Denkprocesse in Widerspruch stehende zurückweisen, denn sie würde einer Leugnung des Causalgesetzes gleich kommen«.

Hiermit deducirt — trotz einiger gegentheiliger Betrachtungen, von denen ich noch zu reden haben werde — implicite Streintz den zeitlichen Theil des Trägheitsgesetzes aus dem Causalitätsprincip. Denn ein beständig sich selbst überlassener Punkt bleibt in jeder Hinsicht identisch, und wenn er in zwei auf einander folgenden Zeitintervallen auch noch gleiche Wege zurücklegt, so haben wir es mit identischen Vorgängen zu thun, welche gleichviel Zeit beanspruchen »müssen«. Im Gegensatze hierzu verwahrt sich Streintz ganz energisch gegen die Zumuthung, den räumlichen Theil des Beharrungsgesetzes als Folgerung aus dem Satze vom zureichenden Grunde anzuerkennen. Wie sehr die Wissenschaft dem subjectiven Fürghalten des Einzelnen preisgegeben ist, sobald sie sich von dem »esprit métaphysique« leiten lässt, dies kann man daran sehen, dass Laplace umgekehrt die geradlinige Richtung der Bewegung resp. die Ruhe sich selbst überlassener Körper aus dem Causalgesetze abgeleitet wissen will, während er den analogen Schluss auf die Gleichförmigkeit der Bewegung nicht für ebenso evident hält (Streintz, S. 53). Und schließlich hat man es doch in beiden Theilen des Trägheitsgesetzes

gleichsam mit derselben Sache, das eine Mal freilich im Raume, das andere Mal in der Zeit zu thun.

Es soll damit weder der heuristische Werth des Causalitätsgesetzes geleugnet, noch etwa die Meinung geltend gemacht werden, als sei das Trägheitsgesetz nicht wie ein »Corollarsatz des allgemeinen Causalgesetzes«¹⁾ zu betrachten. Das Causalprincip geht nur in unsere Betrachtungen nicht ein als ein Theorem, aus dem man die Wahrheit anderer abzuleiten hätte, sondern vielmehr wie ein oberster methodologischer Gesichtspunkt, welcher uns in der Wahl der Nomenclatur, der Convention bestimmt: wir passen unsere Conventionen über das Zeitmaß und das räumliche Bezugssystem dem Causalprincip an, um eine aus methodologischen Rücksichten wünschenswerthe Gleichmäßigkeit unseres Vorstellungsgebietes zu erzielen.

Wenngleich ich darnach aus dem Identitätszeitmaße keine mit Denknöthwendigkeit (und ausschließlich) richtige Definition gemacht wissen möchte, so halte ich doch die d'Alembert-Poisson'sche Convention als solche keineswegs für theoretisch falsch. Nichts desto weniger behaupte ich, dass es ein Rückschritt wäre, diese Convention an Stelle der Neumann'schen einzuführen. Die erstere leidet nämlich an genau den gleichen methodologischen Mißständen, wie die Streintz'sche Definition des FK 's; ein Umstand, worin sich abermals die merkwürdige Analogie beider Theile des Trägheitsgesetzes offenbart.

Soll ich mit einem Worte das Verhältniss kennzeichnen, worin die beiden Conventionen, das Neumann'sche inertielle Zeitmaß und das Streintz'sche allgemeine Identitätszeitmaß stehen, so möchte ich sagen:

Im Zusammenhange der Naturvorgänge betrachtet erscheint das erstere als primär, das letztere als secundär, insofern es als eine specielle Anwendung des einfachen inertiellen Zeitmaßes auf beliebige zusammengesetzte Bewegungsvorgänge betrachtet werden kann.

Streintz erläutert die Poisson'sche Aufstellung mit folgenden Worten (S. 84):

»Eine Kugel, die auf einer Ebene fortrollt und durch Reibung

1) W. Wundt, Logik, I, S. 556. Vgl. Wundt, Die physikalischen Axiome und ihre Beziehung zum Causalprincip, S. 42—52.

endlich zur Ruhe gelangt, ein Pendel, das um einen Winkel α aus seiner Ruhelage herausgezogen auf die entgegengesetzte Seite in Folge der Bewegungshindernisse nur mehr bis zur Amplitude $\beta < \alpha$ ausschwingt, kann, falls wir nur diesen Vorgang unter den gleichen Umständen wieder einzuleiten vermögen, als Zeitmaß dienen.

Wenn es Aufgabe der Wissenschaft war, die Gyralerscheinungen, worauf Streintz seine Definition des *FK's* gründete, auf das Galilei'sche Princip zurückzuführen, so erscheint es analog auch als unabweisbare wissenschaftliche Anforderung, die zum Beispiele für das »Princip der identischen Vorgänge« dienenden und ähnliche isochrone Phänomene aus den Principien der Mechanik d. h. in erster Linie auch aus dem Galilei'schen Princip abzuleiten. In der That pflegt dies für den Fall des Pendels und in allgemeinerer Form auch für den Fall der rollenden Kugel zu geschehen. Ein Gleiches ist wenigstens möglich für die Sanduhr; und insbesondere von der praktisch-astonomischen Zeitmessung kann nicht geleugnet werden, dass sie auf dem Galilei'schen Princip basirt.

Es findet sich demnach in der Poisson'schen Convention wiederum eine Anwendung des methodologisch verfehlten Verfahrens, dass man zur Fundirung der Wissenschaft einen Begriff einführt, dessen eigentlichen Inhalt man dann später nicht umhin kann in Form eines abgeleiteten Lehrsatzes mitzutheilen. Man definirt als »gleiche Zeitintervalle« solche, in denen identische Vorgänge ablaufen, und zeigt in der weiteren Entwicklung des Lehrsystemes, dass identische Vorgänge gleich viel Zeit beanspruchen müssen.

Uebrigens ist diese wissenschaftliche Dissonanz Streintz nicht entgangen. Um sich darüber weg zu helfen, fingirt er abermals eine Welt, welche von der unsrigen verschieden sein und worin das allgemeine Identitätszeitmaß mit dem inertiellen Zeitmaße in Widerspruch stehen soll: was das heißt, kann man sich nach dem oben Gesagten denken. Die betreffende Stelle findet sich in der schon erwähnten Kritik der Thomson-Tait'schen Aufstellung und lautet (S. 90):

»Es kann keinem Zweifel unterliegen, dass es erlaubt ist anzunehmen, die Zeitmessung, welche auf die identischen Vorgänge basirt ist, und diejenige, welche sich auf die Bewegung des sich selbst überlassenen Körpers gründet, lieferten verschiedene Resultate, z. B. in der Art, dass auf Grundlage der identischen Vorgänge wir die Er-

fahrung machten, ein sich selbst überlassener Punkt bewege sich mit abnehmender Geschwindigkeit. Die Berechtigung zu dieser Annahme folgt aus dem Umstande, dass das Princip der identischen Vorgänge von der Gültigkeit des Galilei'schen Principis unabhängig ist.

Sieht man davon ab, dass eine derartige Incongruenz beider Zeitmaße im eigentlichen Sinne des Wortes »aus der Luft gegriffen« ist, so erscheint sie auch rein logisch betrachtet geradezu unmöglich. Denn wir haben gesehen, dass man das inertielle Zeitmaß als ein specielles Identitätszeitmaß aufzufassen hat (S. 292), und ist das allgemeine Identitätszeitmaß überhaupt ein eindeutiges, brauchbares, so kann es mit keinem besonderen Identitätszeitmaße in Conflict gerathen.

Die Gründe, welche gegen die Annahme des allgemeinen Identitätszeitmaßes sprechen und diejenige des inertiellen Zeitmaßes empfehlenswerth machen, entspringen wesentlich aus dem seit Galilei allgemein anerkannten methodologischen »principium simplicitatis«. ¹⁾ Man erkennt, dass das inertielle Zeitmaß ein möglichst einfaches, dass dagegen das allgemeine Identitätszeitmaß ein ganz zusammengesetztes ist, und zieht den Ausgang von der physikalisch grundlegenden Wahrnehmung dem Ausgang von einer Fülle ableitbarer Beobachtungen vor.

Streintz führt (S. 88) noch ein drittes Merkmal der gleichförmigen Bewegung an, welches d'Alembert im Anschluss an das schon besprochene, aus dem Identitätszeitmaße fließende und ein zweites weniger belangreiches Merkmal angegeben hat. Es scheint mir sehr instructiv, den höchst eigenthümlichen Gehalt jenes Merkmales der Analyse zu unterwerfen.

Es soll nach d'Alembert (*Traité de Dynamique*, 1758, p. 14) die gleichförmige Bewegung der nothwendigen und hinreichenden Bedingung unterworfen sein, dass zwei gleichförmig bewegte Punkte, wenn man ihre Bewegungsanfänge, ihre »Epochen« im astronomischen Sinne, zeitlich in beliebiger Weise verlegt, in steter Correspondenz verbleiben; derart, dass stets gleichen Wegstrecken des einen Punktes gleiche Wegstrecken des anderen, und zwar von bestimmtem Verhältnisse zu jenen, entsprechen.²⁾ Man kann diese Bedingung einfach auf

1) Vgl. die Anm. S. 286.

2) Wenn Streintz hierzu bemerkt, dies sei derselbe Grundgedanke wie der Neumann'sche, d'Alembert habe aber den Fehler Neumann's durch die

eine analytische Form bringen und prüfen, ob sie wirklich hinreichend ist; denn ihre Nothwendigkeit kann ja auch ohne Rechnung eingesehen werden.

Es seien die Bewegungen zweier geradlinig fortschreitender Punkte den Gleichungen:

$$s_1 = f_1(t) \qquad s_2 = f_2(t)$$

unterworfen. Wenn wir die einfache Forderung aussprechen, dass das Verhältniss der in einer beliebigen Zeit von beiden Punkten zurückgelegten Wege in jedem Augenblicke ein constantes sei, so heißt das analytisch, es sollen die Functionsdifferenzen:

$$f_1(t + \Delta t) - f_1(t) \quad \text{und} \quad f_2(t + \Delta t) - f_2(t)$$

einen unveränderlichen Quotienten besitzen, welche Werthe auch die verflossene Zeit t und das Vergleichsintervall Δt annehmen mögen. Das d'Alembert'sche Merkmal enthält aber außerdem noch die Forderung, es solle jener Quotient seinen constanten Werth auch behalten, nachdem die Zeitanfänge beliebig gegen einander verschoben worden sind, d. h., indem man mit T eine variable Epochendifferenz bezeichnet, es solle:

$$\frac{f_1(T + t + \Delta t) - f_1(T + t)}{f_2(t + \Delta t) - f_2(t)} = \text{const.}$$

sein, worin

$$T, t \text{ und } \Delta t$$

unabhängig von einander alle möglichen Werthe annehmen können. Aus dieser Functionalgleichung folgt aber, dass die Fluxion der linken Seite nach T verschwindet, mithin dass:

$$f_1'(T + t + \Delta t) - f_1'(T + t) = 0$$

ist; denn ein Unendlichwerden des Nenners ist wegen der Endlichkeit der Bewegung (des zweiten Punktes) unmöglich. Die zuletzt gewonnene Gleichung sagt aber aus, dass f_1' von Δt , mithin von ihrem Argumente überhaupt unabhängig, constant, ist. Nennen wir ihren constanten Werth v_1 , so ergibt sich:

$$s_1 = v_1 t.$$

Aehnlich folgt

$$s_2 = v_2 t.$$

Forderung einer Verlegbarkeit der Epochen vermieden, so tritt uns hier wieder klar entgegen, dass Streintz das Neumann'sche Prädicat »sich selbst überlassen« übersehen hat; denn in der ganzen d'Alembert'schen Auseinandersetzung kommt dies Prädicat nicht ein einziges Mal vor.

In der That gibt also das d'Alembert'sche Merkmal auch die hinreichenden Bedingungen der gleichförmigen Bewegung an.

Demnach darf seine Richtigkeit nicht bestritten werden. Eine andere Frage aber ist die, ob man — auch abgesehen von der praktischen Unmöglichkeit einer Anwendung — dies Merkmal zu der grundlegenden Definition des Zeitmaßes heranzuziehen berechtigt wäre (vgl. Streintz S. 89). Mit der Bedingung einer Verlegbarkeit der Epochen ist die Vorstellung von der congruenten zeitlichen Uebertragung der einen Bewegung eingeführt. Diese Uebertragung aber setzt entweder eine bestimmte Convention über das Zeitmaß schon voraus, oder, wenn sie etwa aufgefasst wird als zeitliche Uebertragung eines Vorganges ohne Aenderung der äußeren Bedingungen seines Geschehens, so bedient man sich dabei des Princip's der identischen Vorgänge, von dem man doch viel unmittelbarer zu einer Zeitconvention gelangen kann.

Es erübrigt noch, zu den beiden vorangegangenen Abschnitten eine gemeinsame Anmerkung hinzuzufügen. Was man unter dem Bezugssysteme und dem Zeitmaße des Trägheitsgesetzes zu verstehen hat, habe ich im Vorigen ausführlich klar zu legen versucht. Dabei wurden aber zwei Vorstellungen vorausgesetzt, deren weitere Zergliederung zu nichts führen könnte, auch unnöthig wäre. Es sind dies die Jedermann geläufigen Vorstellungen »gleichzeitigen« resp. »ungleichzeitigen Geschehens« zweier Ereignisse und »gleicher« resp. »verschiedener Oertlichkeit« zweier Dinge. Sie sind von der Annahme eines Bezugssystemes oder Zeitmaßes, wohl zu merken, unabhängig, dagegen zur Anwendung eines Bezugssystemes oder Zeitmaßes, wie man leicht zeigen könnte, erforderlich. Die Grenzen der gewonnenen Erkenntniss dürften hiermit in der wünschenswerthen Weise festgestellt sein.
