

Ueber die Frage des Weber'schen Gesetzes und Periodicitätsgesetzes im Gebiete des Zeitsinnes.

Von

Dr. Volkmar Estel.

Unter diesem Titel hat in den Abhandlungen der K. S. Gesellschaft der Wissenschaften Band XXII Herr Prof. Fechner eine Kritik meiner Abhandlung »neue Versuche über den Zeitsinn«¹⁾ veröffentlicht, die mich zu folgender Entgegnung veranlasst.

Zunächst ist ein Missverständniß Fechner's hinsichtlich der Auffassung des »mittleren Schätzungsfehlers Δ « zu constatiren. Auf Seite 11 seiner Abhandlung fasst Fechner Δ folgendermaßen auf: »Ein Werth t sei an sich gleich 10, aber werde einmal gleich 15 ($= t_o$), ein andermal gleich 5 ($= t_u$) geschätzt, so wird man natürlich jeden beider Schätzungsfehler, sowie das Mittel derselben gleich 5 nehmen und den mittleren Schätzungsfehler dadurch bezeichnet finden können.« Aber t ist doch weder $= t_o$, noch $= t_u$, sondern t_o ist eben merklich größer, t_u eben merklich kleiner als t . Weicht nun t_o um ebensoviele von t ab als t_u , ist also $\frac{t_o + t_u}{2} = t$, so entspricht die reproducirte Zeit der wirklichen, wir werden im Mittel die Zeit t ebenso oft über- als unterschätzen, also im Mittel den Schätzungsfehler 0 begehen. Ist dagegen $\frac{t_o + t_u}{2} > t$ oder $< t$, so ist die reproducirte Zeit größer oder kleiner als die wirkliche, wir sind dann geneigt, die Zeit t zu überschätzen oder zu unterschätzen und zwar wird der mittlere Fehler unserer Schätzung gleich sein der Differenz zwischen der wirklichen Zeit t und

1) Philos. Studien. Bd. II, Seite 37 ff.

der reproducirten Zeit $\frac{t_o + t_u}{2}$, also $\mathcal{A} = t - \frac{t_o + t_u}{2}$ oder $\mathcal{A} = \frac{d_o + d_u}{2}$, wobei die Vorzeichen von d_o und d_u zu beachten sind. Daher schätzen wir am genauesten die Zeit, für welche $\mathcal{A} = 0$ ist, d. h. den Indifferenzwerth \mathcal{S} ; die Genauigkeit der Schätzung nimmt ab, sobald der mittlere Schätzungsfehler \mathcal{A} zunimmt. Es ist aber wohl denkbar, dass gerade bei der Zeit \mathcal{S} die Unterschiedsempfindlichkeit eine geringe ist und bei einem andern Intervall, für welches \mathcal{A} einen großen Werth hat, eine verhältnissmäßig geringe Aenderung von t bereits merkbar wird. Der mittlere Schätzungsfehler \mathcal{A} hängt nicht ab von den absoluten Werthen der Unterschiedsschwellen d_o und d_u , sondern von ihrer Differenz, und kann daher sein Verlauf durchaus nicht entscheidend sein für die Gültigkeitsfrage des Weber'schen Gesetzes. Es liegt daher auch kein Hinderniss vor, die \mathcal{A} der einzelnen Beobachter mit Berücksichtigung des Gewichtes n zu einem Mittel zu vereinigen, trotz der oft so verschiedenen d_o und d_u , besonders da ja Fechner selbst S. 31 und 32 nachgewiesen hat, dass $\Sigma \mathcal{A}$ für die einzelnen Beobachter sehr wenig differirt.

Dass ich bei der Berechnung der Versuche mit 3 und der mit 2 Intervallen verschieden verfahren bin, indem ich dort aus allen Specialreihen Mittel zog, dies aber hier unterließ, erklärt sich folgendermaßen. Ich war infolge der Einrichtung der Versuchsprotokolle der früheren, vor der Entdeckung des Contrasteeinflusses angestellten Versuche nicht im Stande, die (später sogenannten) contrastfreien Versuche mit 3 Intervallen von den mit Contrast behafteten zu trennen; die Scheidung in normale und anomale Versuche ist eine rein empirische. Daher tritt die Periodicität von \mathcal{A} in den ersteren Versuchen so wenig deutlich hervor, insbesondere in ihrer Abhängigkeit vom Indifferenzwerthe, dass eine Vereinigung der Versuche aller Beobachter zu einem Mittelwerthe nicht viel verderben konnte; hätte ich dagegen die Tabellen XII—XIV zu Mittelwerthen vereinigt, so wäre die nach meiner Ansicht deutlich genug hervortretende Periodicität wieder verdeckt oder doch weniger deutlich geworden. Aus demselben Grunde ließ ich die dreitheilige Tabelle XXI unvereinigt, während ich in Tabelle XX Mittelwerthe angegeben habe. Ueberhaupt habe ich theils infolge des eben angegebenen Uebelstandes in der Art der Protokolle, theils wegen ihrer im Verhältniss zur Zahl der Beobachter geringen

Gesammtanzahl die Versuche mit 3 Intervallen mehr als Vorversuche angesehen, deren Resultate durch die nachfolgenden modificirt und weiter begründet werden sollten.

Wenn auch, wie ich oben sagte, der Verlauf von Δ an sich nicht über die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes entscheidet, so ist die Existenz des mittleren Schätzungsfehlers doch von großem Einfluss auf die Untersuchung jener Frage. Würde nämlich jedes Zeitintervall unverändert reproducirt, wäre also $\Delta = 0$ für jedes t , so genügte schon der Werth der einen Unterschiedsschwelle d_o oder d_u , um die Frage nach dem Weber'schen Gesetze zu entscheiden. Existirt aber ein mittlerer Schätzungsfehler Δ , von verschiedenem Werthe für verschiedene Hauptzeiten t , so müssen auch d_o und d_u von einander abweichen, und zwar wird der Unterschied beider abhängen von der Größe Δ ; man kann demnach wohl sagen, d_o und d_u hängen von Δ ab, wie wir umgekehrt aus der Verschiedenheit von d_o und d_u auf die Existenz von Δ geschlossen haben. Diese durch Δ beeinflussten, von Fechner »rohe« genannten Werthe der Unterschiedsschwellen d_o und d_u sind nun aber nicht brauchbar zur Bestimmung der wahren Verhältnisschwelle; man muss vielmehr den Einfluss von Δ möglichst eliminiren, um dadurch auf die wahren Werthe der Unterschieds- und Verhältnisschwellen zu kommen. Ich habe diese Elimination in meiner Arbeit nach dem Principe der Verhältnissmittelziehung vorgenommen, glaube aber, dass man einfacher folgendermaßen verfahren kann. Aus den beobachteten rohen Unterschiedsschwellen d_o und d_u erhält man die mittlere $\frac{d_o + d_u}{2}$; diese entspricht aber nicht der Zeit t , sondern der Zeit $T = \frac{t_o + t_u}{2}$; wir erhalten also das von Δ freie $v - 1 = \frac{d_o + d_u}{2t + d_o - d_u}$, worin für d_o und d_u ihre absoluten Werthe zu setzen sind. Berechnet man nach dieser Formel die corrigirten Werthe $v - 1$, so erhält man an Stelle der Tab. XXI in meiner Arbeit die folgende:

t	1.50	2.00	2.25	2.50	3.00	3.50	3.75	4.00	4.50	5.00	
$v - 1$	H	704	797	641	741	690	1212	—	785	667	827
	Tr	1068	870	—	1119	1285	1158	1211	970	—	890
	T	1003	1072	972	1088	1121	855	1201	1119	—	1618

Diese Tabelle enthält Werthe, die durchgehends kleiner sind als die der Tabelle XXI; sie zeigen aber dieselben Schwankungen wie jene, und ebenso tritt hier das Zusammenfallen der Minima von $v - 1$ mit den Vielfachen des Indifferenzwerthes bei H deutlich hervor.

Wenn nun Fechner aus den für den Fall $\mathcal{A} = 0$ berechneten, sogenannten wahren Werthen von $v - 1$ rückwärts den »wahren Werth von \mathcal{A} « berechnet, so zeigt dies wieder nur, dass er die Natur des Fehlers \mathcal{A} unrichtig auffasst. Aus der ganzen Art der Berechnung Fechner's geht hervor, dass er \mathcal{A} betrachtet als einen durch äußere Umstände, wie Anordnung der Versuche, Störungen und dergleichen, hervorgerufenen Fehler; in Wirklichkeit ist aber \mathcal{A} , wie schon aus den Vierordt'schen Versuchen zur Genüge deutlich hervorgeht, ein Fehler, der in unserem Bewusstsein begründet ist, der durch äußere Umstände in seinem absoluten Werthe wohl beeinflusst werden kann, aber im Grunde ein unveränderlicher, ein constanter Fehler ist. Die durch Versuchsanordnung hervorgerufenen Veränderungen von \mathcal{A} können bei der von uns befolgten Anwendungsweise der Methode der Minimaländerungen als eliminirt betrachtet werden; die durch wechselnde Bewusstseinszustände bedingten Fehler von \mathcal{A} lassen sich am einfachsten durch gewöhnliche Mittelziehung beseitigen, soweit dies überhaupt möglich ist. Der von Fechner vorgeschlagene Wechsel in der Zeitlage der Normal- und Vergleichszeiten aber ist durch die Natur des Zeitsinnproblems selbstverständlich ausgeschlossen. Wenn man eine Zeit aus der Erinnerung schätzen soll, so muss diese Zeit nothwendig zuvor gegeben sein. Auch diesem Vorschlag liegt also offenbar eine gänzliche Verkennung der Bedeutung von \mathcal{A} , welches eben die Schätzungsdifferenz zwischen der gegebenen und der reproducirten Zeit ist, zu Grunde. Will man nun, wie es Fechner thut, aus dem wahren Werthe der relativen Verhältnisschwelle $v - 1$ rückwärts den zugehörigen Werth von \mathcal{A} berechnen, so muss sich überall $\mathcal{A} = 0$ ergeben, wenn anders die zur Berechnung von v angewandte Methode richtig sein soll; denn jede Berechnung von v aus v_0 und v_u setzt $\mathcal{A} = 0$ voraus. Ergeben sich also, wie bei Fechner, positive Werthe für das sogenannte corrigirte \mathcal{A} , so ist die Methode der Verhältnissmittelziehung entweder nicht berechtigt oder wenigstens nicht genau genug.

Bezüglich der Periodicitätsfrage schreibt Fechner im Abschnitt IX (S. 55): »In der That, nach den im III. Abschnitt entwickelten Beziehungen ist $\mathcal{A} = \frac{d_o - d_u}{2}$, kann also nicht periodisch sein, ohne dass d_o , d_u (mindestens einer beider Werthe) periodisch sind. Andererseits ist $v = \sqrt{\frac{t_o}{t_u}} = \sqrt{\frac{t + d_o}{t - d_u}}$. Sofern nun die Werthe d_o , d_u als periodische in v eingehen, muss auch v und mithin $v - 1$ an dieser Periodicität Theil haben«. Gegen den ersten Theil dieser Behauptung dürfte wohl Niemand etwas einzuwenden haben; um so angreifbarer ist der zweite. Ist nämlich (und darüber ist noch nichts bekannt und lässt sich aus dem in meiner Arbeit angegebenen Versuchsmaterial vorläufig auch nichts bestimmen)

$$d_o = t \cdot \alpha - t - \alpha d_u,$$

worin α eine constante Größe oder eine nicht periodische Function von t und d_u periodisch ist, so ist auch d_o und damit \mathcal{A} periodisch; gleichwohl ergibt sich

$$v = \sqrt{\frac{t + d_o}{t - d_u}} = \sqrt{\alpha},$$

also constant oder nicht periodisch. Es können demnach sehr wohl d_o , d_u und damit \mathcal{A} periodisch sein, ohne eine Periodicität von v zu bedingen. Nun aber, für Fechner ist v mit \mathcal{A} zugleich periodisch. Gleichwohl hält er es für erlaubt und nothwendig, die Werthe der v resp. $v - 1$ für alle Beobachter zu vereinigen, und zwar »um die zufälligen Fehler, die den Werthen jeder Specialreihe noch anhaften, durch die Mittelziehung möglichst zu compensiren« (S. 18; vgl. auch S. 33—36, 49). Dass aber durch eine derartige Mittelziehung bei einigermaßen verschiedenen Indifferenzwerthen jede etwa vorhandene Periodicität verschwinden kann, ist klar; man ist deshalb zu einer Vereinigung der v von verschiedenen Beobachtern nur dann berechtigt, wenn dieselben entweder denselben Indifferenzwerth besitzen oder eine Periodicität von v nicht existirt. Nun weigert sich zwar Fechner, meinen Beweis für die Periodicität von \mathcal{A} anzuerkennen; dass aber \mathcal{A} nicht periodisch ist, hat er nirgends bewiesen. Wenn er also die oben angegebene Mittelziehung für $H Tr T$ vornimmt, so beweist er die Nichtperiodicität von v (und damit seiner Ansicht nach die von \mathcal{A}), indem er von vornherein annimmt, v resp. \mathcal{A} sei nicht periodisch.

Eine weitere Begründung des von mir aufgestellten Periodicitätsgesetzes für \mathcal{A} muss künftigen Untersuchungen vorbehalten bleiben; nur den Angriff Fechner's in Betreff der Bestimmung der Indifferenzwerthe für H Tr T will ich zurückweisen. Die Indifferenzwerthe für H und T wurden an besonderen Tagen in derselben Weise bestimmt wie bei Kollert: die Metronome wurden neu graduirt, um genaue Zeitbestimmungen zu erhalten, und damit wurden Versuche angestellt, die den Indifferenzwerth in ziemlich enge Grenzen einschlossen; für H ergaben alle $t > 0,75$ ein negatives, alle $t < 0,75$ ein positives \mathcal{A} , daher $\mathcal{S} = 0,75$; der Indifferenzwerth für T ergab sich mit Hülfe der Kollert'schen Formel für \mathcal{A} ($\mathcal{A} = a - be^t$), die in so engen Grenzen (von $t = 0,652$ bis $t = 0,790$), wie hier als gültig angenommen werden kann. Endlich hielt ich mich für berechtigt, den Indifferenzwerth für Tr aus Wundt's physiologischer Psychologie Bd. II S. 286 zu entnehmen, wo er nicht, wie Fechner irrthümlich angibt, in verschiedenartigen, sondern ausdrücklich in durchaus den meinigen gleichartigen Beobachtungen bestimmt worden ist.

Im Abschnitt VII seiner Abhandlung wendet sich Fechner hauptsächlich gegen meine Methode und beklagt sich zunächst über die große Verschiedenheit der Anzahl n der Beobachtungen für die einzelnen Hauptzeiten bei jedem Beobachter, gibt aber auch selbst den Grund an: Der Einfluss des Contrastes ergab sich erst, als die Untersuchung ihrem Abschlusse nahe war; ich konnte also unmöglich von vornherein auf eine gleiche Vertheilung der Beobachtungen bedacht sein. Meine Mitarbeiter verfügten ferner ebensowenig als ich selbst in wünschenswerther Weise über ihre Zeit. Auch ist zwischen Versuchen, zu denen man Kinder heranziehen kann, und Zeitversuchen ein gewaltiger Unterschied. Nach verschiedenen Proben kam ich zu der Ueberzeugung, dass nur solche, die in physikalischen Uebungen bewandert sind, brauchbare Beobachter abgaben; von verschiedenen anderen Studirenden, die ich heranzuziehen versuchte, war keiner im Stande, einen Versuch bis zu Ende durchzuführen. Meine Mitarbeiter waren bei Beginn der Versuche Mathematiker in höheren Semestern, wie ich selbst, die mir also das denkbar höchste Opfer brachten, das man einem Commilitonen bringen kann; später bekleideten wir alle Stellungen, die uns eine freie Verfügung über unsere Zeit nicht gestatteten. Die dadurch hervorgerufenen Schwierigkeiten in der Wahl

geeigneter Arbeitszeiten wurden noch dadurch vermehrt, dass das Versuchslocal oft doppelt und dreifach besetzt war und wir für unsre Versuche absolute Ruhe in der Umgebung brauchten, sodass gewisse Tagesstunden völlig ungeeignet waren. Ich hatte später allerdings die Absicht, die Anzahl n der Versuche für die einzelnen Hauptzeiten t zunächst bei jedem einzelnen Beobachter und wenn möglich bei allen Beobachtern unter einander gleich zu machen. Wenn ich mich aber bestrebte, an einem Beobachter eine derartige Gleichheit herzustellen, machte ich oft die Ungleichheit des n bei einem andern, nach den ersten Versuchen eintretenden Beobachter um so größer; dessen Versuche aus diesem Grunde allein unbenutzt zu lassen, hatte ich keine Veranlassung. Außerdem wurde ich in meinem Bestreben, die n möglichst gleich zu vertheilen, dadurch verhindert, dass Herr Dr. Hansen Leipzig plötzlich verlassen musste und meine eigene Verletzung mich zwang, die ganze Versuchsreihe eher abzubrechen, als ich beabsichtigt hatte. Dieselben Gründe verhinderten mich auch, eine nachträgliche Bestätigung des Periodicitätsgesetzes für Δ in der Weise vorzunehmen, dass ich Δ direct für die Multipla des Indifferenzwerthes eines jeden Beobachters bestimmte. So sehr ich nun auch in meinem eigenen Interesse jenen raschen Abschluss meiner Versuche bedauern muss, kann ich doch infolge meiner Ansicht über das Wesen des Schätzungsfehlers Δ und seine Unabhängigkeit von v in der dadurch hervorgerufenen Ungleichheit der Anzahl n einen so schweren Nachtheil nicht erblicken.

Ferner wünscht Fechner eine Angabe darüber, wie die Versuche bezüglich der Zeit, Dauer, Folge angeordnet waren. Es wurden an einem Versuchstage so viele Hauptzeiten durchgenommen, als es die Zeit des Beobachters gestattete, mit Rücksicht darauf, dass jede Uebermüdung sorgfältig zu vermeiden war. Zwischen je zwei vollständigen Versuchsreihen wurde so viel Zeit gelassen, als ich zum Protocolliren der Resultate der vorhergehenden Reihe und zum Einstellen des Apparates für die neue bedurfte; eine genaue Zeitangabe lässt sich hierfür natürlich nicht geben, schon deshalb, weil diese Zeiten je nach der Zahl der Beobachter und durch etwaige Störungen im Gange des Kymographions verschieden waren. Die Reihenfolge, in welcher die Hauptzeiten t an einem Versuchstage auf einander folgten, wurde durch den ersten sich einstellenden Beobachter bedingt,

und zwar verfuhr ich dabei nach dem Princip, dass möglichst jede Hauptzeit t die Versuchsreihe gleich oft begann und gleich oft die nachfolgenden Hauptzeiten größer und kleiner waren als die beginnende. Aber auch hier war eine Durchführung des Princip's aus denselben Gründen wie die Gleichmachung der Anzahlen n unmöglich.

Meine Bemerkung auf S. 52 über die verschiedenen Arten der anomalen Versuche ist selbstverständlich so zu verstehen, dass die Normalversuche hinsichtlich der Größe des zu ihnen gehörigen Werthes Δ zwischen den anomalen liegen, nicht der Zeit nach, wie schon aus dem nächsten Satze hervorgeht.
