

Ueber

die psychischen Maßprincipien und das Weber'sche Gesetz.

Discussion mit Elsas und Köhler.

Von

G. Th. Fechner.

Die vorliegende Abhandlung zerfällt in drei Abtheilungen. Unter I und III gilt es die Discussion mit den Verfassern beziehentlich einer Schrift (Elsas) und einer Abhandlung (Köhler), welche unabhängig von einander und in verschiedenem Sinne, die eine ganz, die andere nach Hauptpunkten sich gegnerisch gegen meine Ansichten über obige Gegenstände verhalten, indess die zwischeneingeschobene Abtheilung II, in Anschluss an I und vorgreifend auf III, eine Zusammenstellung dieser Ansichten in einer gegen früher abgeänderten Form enthält. Die erklärte Hauptabsicht dieser neuen Zusammenstellung ist: den Anfechtungen gegenüber, welche die Möglichkeit und Statthaftigkeit eines psychischen Maßes überhaupt nicht nur seitens Elsas' sondern auch vielfach sonst philosophischerseits erfahren hat, die Principien eines solchen Maßes einmal ohne Formelaufwand, hiermit leichter und allgemeiner fasslich, als in meinen früheren Schriften darzustellen, in welcher Hinsicht sie ein selbständiges Interesse in Anspruch nehmen kann, dabei aber auch manche fundamentale Punkte der psychischen Maßlehre, in Betreff deren meine Ansichten mit denen anderer Autoren, namentlich auch von Köhler, in Conflict kommen, einer neuen Erörterung zu unterziehen, was gestatten wird, durch Rückweis darauf die Erörterungen unter III abzukürzen. — Die Titel der Schrift von Elsas und der Abhandlung von Köhler stehen den darauf bezüglichen Discussionen unter I und III voran.

I. Elsas. Ueber die Psychophysik.

Physikalische und erkenntnistheoretische Betrachtungen.

Von Dr. Adolf Elsas, Privatdocenten an der Universität zu Marburg. Elwert 1886.

1) Wieder einmal ein Schriftchen, in welchem bewiesen wird, dass es mit der ganzen, von mir aufgestellten Psychophysik, ja Psychophysik überhaupt, nichts ist, dass sie ganz in der Luft schwebt. Dabei fordert der Verfasser meinen Dank doch dadurch heraus, dass er (in der Vorrede) meine »psychophysischen Werke« einer entsprechenden Schätzung von seiner Seite versichert, als »Goethe's Aeußerungen über die Farbenlehre, die er bewundere, obwohl sie auf Anschauungen gegründet werden, die mit den Principien der Wissenschaft unvereinbar sind«. Ob ich das als ein Compliment anzusehen habe, ist mir freilich zweifelhaft.

Anfangs stand ich an, ob ich überhaupt auf die Angriffe des Verfassers erwiedern sollte, nicht sowohl wegen Missachtung derselben, als weil ich nicht nur selbst nachgerade von einem Streit ermüdet bin, der, ohne mich mit Hercules vergleichen zu wollen, etwas von dem Streit mit der Lernäischen Schlange oder mit Cacus hat, sondern auch voraussetzen muss, dass das Publicum von dem Zusehen dazu oder der Betheiligung daran ermüdet ist. Und kann man nicht einer Sache, die man für haltbar hält, zutrauen, dass sie gegen unhaltbare Angriffe ihren Bestand von selbst behaupten wird? Dazu kam noch eine äußere Schwierigkeit, von der ich unter III spreche. Inzwischen tritt die Opposition des Verfassers so entschieden auf; seine, in den zwei ersten Theilen seiner Schrift erhobenen Einwürfe gegen das System der von mir aufgestellten psychophysischen Formeln erscheinen zugleich so neu und fundamental, und nehmen sich so scharfsinnig aus, dass sie einer oberflächlichen Einsicht in dies System leicht imponiren können, und die allgemeine Bestreitung der Möglichkeit eines psychischen Maßes, auf welche der Verfasser im dritten Theile seiner Schrift eingeht, kommt der Abneigung der Philosophen gegen dieses Maß so sehr entgegen, dass sie wahrscheinlich gern von ihnen acceptirt wird. Und so will ich die von mir vertretene Lehre nicht noch zu guter letzt dem Verfasser gegenüber im Stich lassen. Wieland beginnt seinen Oberon mit den Verszeilen:

»Noch einmal sattelt mir den Hippogryphen, ihr Musen,
Zum Ritt ins alte romantische Land.«

Und so sattl' ich noch einmal — denn bei meinen 86 Jahren dürfte es das letztemal sein — mein Streitross zum Ritt in's romantische Land der Psychophysik. Man entschuldige diesen Scherz, wonach ich ernsthaft an die Sache gehe.

2) Der Verfasser selbst fasst im Vorwort (S. VI) den Gegenstand und das Resultat seiner Untersuchungen wörtlich so zusammen:

»Der Cardinalfragen sind zwei:

1) Sind die psychophysischen Maßformeln Fechner's mathematisch und physikalisch richtig aus den Datis abgeleitet? Ich antworte: Nein; aus demselben Weber'schen Gesetze fließen mehrere gleich richtige, sich aber unter einander widersprechende Gleichungen.

2) Ist denn überhaupt eine Psychophysik im Sinne Fechner's möglich? Nein; die Anwendung der Mathematik ist auf das Physikalische und Physiologische beschränkt, welches der Empfindung, sofern man diese psychisch sein lässt, correspondirt.«

Die Argumentation des Verfassers in Beantwortung seiner zwei Hauptfragen kommt, wenn ich nicht irre, — denn ganz klar ist mir das Schlussgefüge derselben doch nicht geworden — in Kürze auf folgendes hinaus, wobei es freilich nöthig ist, den Gang seiner Darstellung zu verlassen und Hinteres und Vorderes daraus zusammenzunehmen, um ein Resumé geben zu können.

3) Das Weber'sche Gesetz, die Hauptunterlage des psychischen Maßes, wird gemeinhin so gedeutet, dass gleichen Reizverhältnissen gleiche Unterschiede der Empfindungen entsprechen, und im Ausgange von dieser Deutung und im Sinne derselben wird das Maß der Empfindungsunterschiede und folgeweis Empfindungen selbst gewonnen. Die Reize aber haben gar keinen directen causalen Bezug zu den, von ihnen als ausgelöst angesehenen, Empfindungen, sondern nur zu den, von ihnen hervorgerufenen psychophysischen (kurz ps.ph.) Erregungen, welche nichts Anderes als physiologische Vorgänge sind, die, wie die Reize selbst, principiell eines Maßes nach den anerkannten Principien der Naturwissenschaft fähig sind, woraus dann auch die principielle Möglichkeit folgt, das Maß der Reize mit dem der von ihnen abhängigen physiologischen Vorgänge in Beziehung zu setzen. Das Weber'sche Gesetz ist also zunächst und principiell gar nicht als Gesetz einer

Beziehung zwischen den Reizen und psychischen Vorgängen, sondern zwischen den Reizen und den causal von ihnen abhängigen physiologischen Vorgängen anzusehen, hält sich insofern ganz im Gebiete des Physischen und Physiologischen und gibt in soweit gar keiner Ableitung eines psychischen Maßes Raum. Nun kann man aber eine solche dadurch als vermittelt ansehen, und so geschieht es allgemein bei Begründung eines psychischen Maßes auf das Weber'sche Gesetz, dass eine feste Beziehung zwischen der Intensität der ps.ph. Erregung (d. h. dem physiologischen Vorgange, auf welchen sie zurückkommt) und der Empfindung besteht, wodurch das Maß von der ersten auf letztere übertragbar wird. Das wäre ganz gut, wenn nur eine gründlichere Erwägung nicht zeigte, dass die Deutung des Weber'schen Gesetzes, wonach gleichen Reizverhältnissen und mithin gleichen ps.ph. Erregungsverhältnissen gleiche Empfindungsunterschiede entsprechen, eine ganz willkürliche wäre; warum nicht vielmehr gleiche Empfindungsverhältnisse oder irgend welche andre gleiche Empfindungsfunktionen (S. 19. 22)? Nun will der Verfasser erklärtermaßen zeigen, dass aus diesen verschiedenen gleich möglichen Hypothesen »gleich richtige, aber sich unter einander widersprechende Gleichungen«, hiermit Maßformeln für die Empfindung abgeleitet werden können. Und wenn er dies wirklich zu zeigen vermag, so kann das Weber'sche Gesetz überhaupt nicht mehr als Grundlage für Gewinnung eines widerspruchslosen psychischen Maßes dienen, vielmehr nur die obige, von allen Hypothesen unabhängige, zweifelsfreie Deutung für die causale Abhängigkeit physiologischer innerer Vorgänge von den äußeren physischen Reizeinwirkungen in Anspruch nehmen.

Kürze halber will ich diese Widerlegungsweise des psychischen Maßes, in Ermangelung eines treffenderen Ausdrucks, die rechnerische gegenüber der unten zu betrachtenden aprioristischen nennen; da sie auf dem, im Rechnungswege constatirbaren Widerspruche zwischen den Consequenzen gleich möglicher Annahmen beruht. Der Verfasser hat freilich den vorigen Schlussweg nicht in derselben Form und Folge entwickelt, als hier zu möglichster Erleichterung der Einsicht geschehen; aber nach den, vorhin wörtlich angeführten Eingangserklärungen und anderen damit stimmenden Bemerkungen (z. B. S. 35) kann man ihn meines Erachtens nicht anders

verstehen, wenn man ihn überhaupt verstehen will; oder wie? und man wird nur in diesem Verständniss wieder dadurch beirrt, dass man in den beiden ersten Abschnitten der Schrift, welche der vergleichenden Entwicklung der Consequenzen verschiedener Hypothesen gewidmet sind, von dem, was der Verfasser zeigen wollte, das Gegentheil gezeigt findet.

In der That, der Verfasser entwickelt und discutirt überhaupt nur folgende, unter Zuziehung gewisser Hilfsbetrachtungen aus dem Weber'schen Gesetz ableitbare Formelsysteme: 1) das von mir aufgestellte und S. 7 von ihm reproducirte, welches er nach S. 17 in sich widerspruchsvoll findet; 2) ein anderes, von ihm selbst unter Zuziehung einer eigenthümlichen Ansicht von der Natur der Unterschiedsschwelle versuchtes (S. 15), welches er aber (S. 17. 18) ebenfalls für in sich widerspruchsvoll erklärt; und 3) ein drittes, in dem er keinen inneren Widerspruch mehr findet, von dem er vielmehr (S. 22) selbst erklärt, dass die Formeln desselben »gut zusammenstimmen«.

Aber wenn sich dies so verhält, so sind ja die beiden ersten Formelsysteme, als in sich widerspruchsvoll, nicht gleich richtig, als das in sich widerspruchsfreie dritte, indess der rechnerische Beweis gleiche Richtigkeit verlangt, und fällt dieser Beweis hiermit in sich selbst zusammen. Vielmehr ersetzt sich hiernach mein System psychophysischer Formeln nur durch ein anderes (das dritte), welches aber eben so gut ein psychisches Maß, nur ein anderes als das meinige gewährt, und besteht somit das psychische Maß nur in anderer Form.

Ich weiß mir diesen Widerspruch, in den mir der Verfasser mit seinem von mir sog. rechnerischen Beweise gegen das psychische Maß zu gerathen scheint, nicht zu erklären, und muss es dahin stellen, welche Aufklärung er etwa selbst darüber zu geben vermag. So weit ich den Beweis verstehe, kann ich ihn nicht gelungen finden, indem ich der Ankündigung desselben im Vorworte S. III unter 1) factisch in den Ausführungen nicht entsprochen finde. Dies überhebt mich nun freilich nicht der Aufgabe, die im Laufe dieser Ausführungen gegen mein ps.ph. Formelsystem erhobenen Einwürfe zu berücksichtigen; wobei sich aber die Sache insofern umkehrt, als näher zugesehen nicht meine ps.ph. Formeln, sondern die des Verfassers (samt seiner Ansicht von der Unterschiedsschwelle, die bei seinen Ableitungen eine große Rolle spielt) sich als unhaltbar erweisen. Jedoch hiervon erst unten.

4) Nun bleibt allerdings der Verfasser nicht bei dem rechnerischen Beweise stehen, sondern, nachdem er denselben in den beiden ersten Abschnitten seiner Schrift mit kritischem Eingehen auf meine Formeln geführt zu haben glaubt, sucht er im letzten a priori, d. i. durch begriffliche und erkenntnistheoretische Betrachtungen, abschließend zu zeigen, dass ein psychisches Maß von exactem Charakter überhaupt nicht möglich ist. Dabei nimmt er historischen Rückgang auf Erklärungen von Dubois-Reymond, C. Stolz, H. Grassmann, Gauß, Kant, F. A. Müller über den Größenbegriff, legt besonderes Gewicht auf eine zu machende Unterscheidung zwischen Quantität und Quantum, führt die Begriffe der Causalität und Realität ins Feld, erklärt (S. 70) die Empfindung überhaupt für »kein Object wissenschaftlicher Erkenntniss«, u. s. w.

Auf diese aprioristische Beweisführung gegen die Möglichkeit eines psychischen Maßes einzugehen, überlasse ich aber denen, welche überhaupt Zutrauen zu solchen Beweisführungen haben, in denen Alles darauf ankommt, die Begriffe so zu definiren und zu wenden, dass das Erwünschte dabei herauskommt; und zweifle nicht, dass Viele dem Verfasser doch leichter und lieber darin beistimmen werden, als meinen mit Differentialen und Integralen verquickten, mathematischen Constructionen des psychischen Maßes, wenn sie diesen eben nicht zu folgen vermögen. Um nun wenigstens diese Schwierigkeit wegzuräumen, gebe ich unter II eine Construction desselben ohne Differentiale und Integrale, und bespreche überhaupt meine Ableitungs- und Fassungsweise des psychischen Maßes so zu sagen populärer als in früheren Darstellungen. Die Messung psychischer Werthe kommt danach im Princip ganz mit der Messung physischer Werthe überein, und möchte der Verfasser das psychische Maß philosophisch widerlegt haben, so werde ich ganz zufrieden sein, es in solchem Sinne factisch aufzeigen zu können.

5) Aber kommen wir nun zu den Einwürfen des Verfassers gegen meine ps.ph. Formeln.

Nach S. 17 sollen folgende Formeln, die er mir (mit Rückgang auf S. 7 und 8) unterlegt, einen flagranten Widerspruch enthalten:

$$\Delta E = k \frac{\Delta R}{R} = k \frac{R_2 - R_1}{R} \dots\dots 4)$$

$$E = k \log. \text{ nat. } R \dots\dots 7a)$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = k \log. \text{ nat. } \frac{R_2}{R_1} \dots 8)$$

worin Δ das Zeichen für endliche Differenzen ist; E_2 und E_1 und R_2 , R_1 respective verschiedene Empfindungen und dazu gehörige verschiedene Reize, k eine Constante bedeuten.

In der That würde nach diesen Gleichungen ein Widerspruch zwischen dem Werthe der Constante k in der Gleichung 4) und den von einander abhängigen Gleichungen 7 a) und 8) bestehen, wie der Verfasser S. 17 triftig nachweist; und noch einfacher übersieht man die Unvereinbarkeit von 4) und 8) daraus, dass der Werth von ΔE in 4) mit dem Werthe von ΔE in 8) nicht stimmt.

Aber wo in aller Welt habe ich denn die Gleichung 4) ¹⁾ selbst aufgestellt! Sie wird mir nur vom Verfasser für meine Fundamentalformel als die allgemeinere, woraus diese folgen soll, untergeschoben. Aber nur die Fundamentalformel mit ihren unendlich kleinen Differenzen ist aus dem Weber'schen Gesetze unter Zuziehung des von mir sog. mathematischen Hülfsprincips (s. III [6]) ableitbar, nicht die endliche Differenzformel 4), welche eben damit, dass sie über die Gültigkeit des Hülfsprincips hinaus ausgedehnt ist, schon a priori als falsch anzusehen ist, aber auch zu unhaltbaren Folgerungen führt.

In der That, wie lässt sich daraus, dass nach dem Weber'schen Gesetze ΔE constant ist, wenn $\frac{\Delta R}{R}$ constant ist, folgern, was Gleichung 4) besagt, dass ΔE dem $\frac{\Delta R}{R}$ proportional geht, wenn dieser Werth nicht constant ist ²⁾. Dazu gibt es gar keinen exacten Schlussweg.

Allerdings führt 4) auf die Fundamentalformel zurück, wenn man Δ in δ verwandelt, und ist insofern wirklich das Allgemeinere derselben, wird aber eben durch diese Verallgemeinerung unrichtig, und

1) Da Köhler (seine Abh. S. 585) dieselbe Formel aufstellt, so werde ich Anlass haben, unter III (8) darauf zurück zu kommen, wo ich diese Formel mit Δ bezeichne.

2) Natürlich nämlich kann $\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_2 - R_1}{R}$ im Laufe der Reizscala jeden beliebigen Werth je nach Aenderung von R_1 und R_2 annehmen. Jedem anderen Werthe von $\frac{\Delta R}{R}$ entspricht ein anderer Werth ΔE . Nun wäre zu beweisen, dass beide sich immer proportional ändern. Das ist aber nicht bewiesen, noch zu beweisen.

man kann also nicht umgekehrt die richtige Fundamentalformel durch Verwandlung von δ in \mathcal{A} in eine richtige Differenzformel verwandeln, sondern bloß durch Integrirung der Fundamentalformel zu einer richtigen Formel für endliche Differenzen von E und R kommen, wie es in meiner Unterschiedsformel, d. i. der Formel 8) geschieht. Zwischen einer Differentialformel und der daraus richtig abgeleiteten Integralformel aber kann selbstverständlich kein mathematischer Widerspruch bestehen. Also stimmt meine Fundamentalformel mit 8), aber weder die eine noch die andere mit 4); und kann diese nicht anders als falsch sein.

Jedoch der Verfasser findet noch einen zweiten Widerspruch in meinem Formelsystem. Danach soll, »wenn man zwei Reize R_1 und R_2 direct vergleicht, der Unterschied größer aufgefasst werden, als wenn man die Vergleichung durch Zwischenwerthe vornimmt, und zwar werde die Vergleichung um so ungenauer, je mehr Stufen man nimmt« (S. 26).

In der That folgert der Verfasser dies ganz richtig aus den Gleichungen für U_{12} und U_{23} (zum Schluss von S. 25), die er mir wieder unterlegt; nur dass auch diese Gleichungen nicht von mir aufgestellt sind, und weder mit den für den Empfindungsunterschied noch für die Unterschiedsempfindung (im Sinne der unter II zu besprechenden Unterscheidung) aufgestellten Gleichungen, d. i. weder mit der Unterschiedsformel noch Unterschiedsmaßformel zusammenfallen; diese aber lassen, wie man sich leicht überzeugen kann, eine genaue Uebereinstimmung der beiderlei Schätzungen im obigen Sinne finden. Möge der Verfasser nur in seinen Gleichungen für U_{12} und U_{23} die Constante C , wovon in meinen hierher zu ziehenden Formeln nichts zu finden und wovon ich die Herleitung nicht verstehe, weglassen, so wird damit auch die Unzuträglichkeit, die er findet, schwinden.

6) Endlich — denn weiter finde ich nichts, womit ich mich beim Verfasser abzufinden hätte, — soll ich (nach S. 26) gar nicht berechtigt sein, von der, für unendlich kleine Empfindungs- und Reizänderungen aufgestellten Differentialformel (meiner Fundamentalformel)

$$dE = \frac{k dR}{R} \dots \odot$$

durch Integration zu Formeln für endliche Größen dieser Werthe überzugehen, da diese, freilich in abstracto mögliche, Integration Resultate geben könne, die mit der erfahrungsmäßigen Wirklichkeit nicht stimmen. Der Verfasser macht in dieser Hinsicht ein Beispiel geltend, das ich, nur in einer, den fraglichen Punkt um so directer ins Licht stellenden, übrigens sachlich gleich geltenden, Form hier wiedergeben will.

Innerhalb der sog. Elasticitätsgrenze ist der kleine Zuwachs dL , den ein Draht von der Länge L durch den kleinen Zuwachs dP eines daran gehängten Gewichtes P erfährt, proportional einerseits diesem Zuwachs, andererseits der Länge des Drahtes, also $dL = kLdP$, wo k eine von L und P unabhängige Constante, mithin

$$dP = \frac{dL}{kL} \cdot \dots \cdot \text{⊕}$$

eine Gleichung, die ganz dieselbe Form als meine obige Differentialgleichung ⊙ hat, wenn wir E durch P , R durch L und k durch $\frac{1}{k}$ ersetzen. Wollten wir nun durch die, an sich mögliche, Integration dieser Gleichung über die Elasticitätsgrenze, welche bei gegebenem Draht auf gewisse Grenzen von P eingeschränkt ist, hinausgehen, so würden wir ein falsches Resultat erhalten, weil die Gleichung ⊕ eben nur für Werthe von P innerhalb dieser Grenzen aufstellbar ist. Denn über diese Grenzen hinaus gilt das Gesetz nicht mehr, dass dP constant ist, wenn $\frac{dL}{L}$ constant ist.

Nun aber, was folgt hieraus Anderes für uns, als dass auch die Gleichung ⊙ nur in solchen Grenzen von E und, sofern E von R abhängt, in solchen Grenzen von R integrirbar ist, soll sie anders ein richtiges Resultat geben, in welchen sie selbst richtig ist, d. h. in welchen das Weber'sche Gesetz gilt, von dem ⊙ abhängt, was von vorn herein zugegeben und überall von mir zugegeben ist. Also tritt auch das falsche Resultat der Integration von ⊕ nicht erst durch die Integration, sondern durch die Falschheit von ⊕ selbst bei Ueberschreitung gewisser Grenzen von P ein. Nun gilt das Weber'sche Gesetz in der äußeren Psychophysik wirklich nur in gewissen Grenzen von R approximativ genug, um sich daran zu halten, und nirgends habe ich die, von ⊙ durch Integration

abhängig gemachten Formeln über diese Grenze hinaus in der äußeren Psychophysik für gültig erklärt und gehalten, was nicht hindert, dass sie ein Interesse für die innere Psychophysik unter der Voraussetzung behalten, dass für diese die Beschränkung der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes nicht besteht; worauf aber hier nicht der Ort ist näher einzugehen.

Aber auch für die äußere Psychophysik, aus der das empirische psychische Maß zu nehmen, ist dessen Möglichkeit nicht auf die Gültigkeitsgrenzen des Weber'schen Gesetzes beschränkt, wie ich schon im 31. Kap. meiner Elemente gezeigt habe und worauf ich unter II zurückkommen werde. Sofern aber der Verfasser bloß die Begründung des psychischen Maßes auf das Weber'sche Gesetz bespricht, hatte ich ihm hier auch bloß in dieser Hinsicht Rede zu stehen.

7) Nach Vorigem glaube ich nicht nöthig zu haben, dem Verfasser in der Entwicklung des Formelsystems (S. 20), welches er dem meinigen vorzieht, zu folgen. Die Widersprüche, welche er in meinem Formelsystem findet, bestehen nicht; hingegen erscheint sein System von vorn herein unhaltbar, weil er zur Entwicklung desselben unhaltbare Annahmen zuzieht, einmal die Annahme, dass bei Aufsteigen der Empfindung der mitsteigende Reiz, dem sie zugehört, von einem constanten Ausgangswerthe R zu rechnen sei (S. 14), welche von seiner eigenthümlichen Ansicht über die Unterschiedsschwelle abhängt, deren Unstatthaftigkeit unten gezeigt wird; zweitens die mit dem mathematischen Hilfsprincip in Widerspruch stehende Annahme, dass die Gleichung 9 S. 12 aus dem Weber'schen Gesetze folge, was von ihr eben so wenig als von obiger Gleichung 4) gilt. Rücksichtslos auf diese principiellen Nachtheile aber stehen seine Formeln nach denselben Beziehungen, nach welchen eine Vergleichung mit der Erfahrung möglich ist, in Widerspruch mit derselben, nach welchen die meinigen die beste Einstimmung damit zeigen, so dass, wenn hiernach allein die Wahl zwischen beiden zu treffen wäre, die meinigen vorgezogen werden müssten.

In der That, nach den Formeln des Verfassers S. 20 ff. geht die bewusste Empfindung, bei Vernachlässigung des kleinen Reizschwellenwerthes R_0 gegen die Reize R_1, R_2 , proportional dem Reize, das Verhältniss der Empfindungen proportional dem Verhältnisse der Reize, und (folgweis aus No. 17) der empfundene Unterschied proportional dem Unterschiede der Reize. Aber wie erklärt sich hiernach, dass, wenn ein

Licht in ein ganz finsternes Zimmer gebracht und dann ein zweites gleiches hinzugebracht wird, der empfundene Helligkeitsunterschied, welchen das erste Licht gegen die vorherige Dunkelheit des Zimmers hervorbringt, sich beim Hinzubringen des zweiten Lichtes nicht verdoppelt, sondern der erste Zuwachs der Helligkeitsempfindung unverhältnissmäßig mehr beträgt als der zweite, ein Erfolg, der sich sehr wohl beurtheilen lässt, auch ohne schon ein eigentliches Maß der Helligkeitsempfindung zu haben? Denn es ist hiermit im Gebiete intensiver Empfindungen nicht anders als im Gebiete extensiver. Nimm statt der Helligkeitsschätzung zweier Lichter im ersten Gebiete die Längenschätzung zweier Maßstäbe im zweiten Gebiete. Ohne ihre Länge durch Superposition oder nach der Zahl ihrer Abtheilungen genau verglichen zu haben, wird sich doch beurtheilen lassen, ob der eine den andern in starkem oder schwachem Verhältniss, um viel oder wenig, übertrifft. Thatsachen, die eben hieher gehören, sind: dass das Bild eines Lichtes im Spiegel, trotz des sehr bedeutenden Verlustes, den es bei der Reflexion erfährt, uns kaum weniger hell als das Licht selbst erscheint, dass ein Concert von 400 Männerstimmen nicht sehr viel lauter als ein solches von 200 klingt, u. s. w. Thatsachen dieser Art, die schon das gewöhnliche Leben mit hinreichender Beweiskraft liefert, und die sich durch Experimente unter möglichst vergleichbaren Umständen und Zuziehung einer Mehrzahl von Beobachtern um so genauer constatiren lassen würden, haben mich von vorn herein abgehalten, der sich natürlich zuerst darbietenden, weil einfachsten Hypothese, dass die Empfindung und der Empfindungsunterschied respective dem Reize und Reizunterschiede proportional gehen, ernsthafte Beachtung zu schenken und Folge zu geben. Ich habe auch in meinen Schriften nicht verfehlt, diese Thatsachen als solche zu erwähnen, welche eben so natürlich aus meinen Maßformeln folgen, als sie zur Mitbegründung derselben gebraucht werden können. Mit welchem Rechte abstrahirt der Verfasser davon bei Vergleichung seines und meines Formelsystems? denn in der That scheinen sie nach dem Stillschweigen seines Schriftchens davon für ihn nicht zu existiren. Erkennt er ihre Beweiskraft für mein Formelsystem dem seinigen gegenüber nicht an, so hatte er sie zu widerlegen, aber ignoriren heißt nicht widerlegen.

Nun ist natürlich, wenn der Verfasser sowohl das aprioristische

Hilfsprincip, das mich bei Begründung meiner Fundamentalformel auf das Weber'sche Gesetz geleitet hat, als die schlagendsten experimentellen Bewährungen der von dieser Formel abhängigen Formeln ignorirt, dass dieselben ihm so zu sagen hilflos gegenüberstehen. Berücksichtigt man eins und das andere, so wird sein eigenes Formelsystem von selbst fallen.

8) Hiernach habe ich noch der Ansicht des Verfassers über die Unterschiedsschwelle zu gedenken, welche nicht nur bei der Entwicklung seines Formelsystems eine wichtige Rolle spielt, sondern auch abgesehen von dem Streit zwischen unseren beiderseitigen Formelsystemen die Aufmerksamkeit in Anspruch nehmen kann.

Der Verfasser nimmt an, dass, wenn bei kleinem Intensitätsunterschiede zwischen zwei gleichartigen Reizen kein Unterschied zwischen den durch sie erweckten Empfindungen gefunden wird, dies daher rührt, dass ein solcher bei zu kleinem Reiz-Unterschiede nicht besteht. Wenig unterschiedene Reize geben nach ihm die gleiche Empfindung; und dies wäre freilich die einfachste Auffassung der Thatsache der Unterschiedsschwelle. Dabei stützt sich der Verfasser auf folgende Analogie (S. 39), mit der Vorbemerkung: »der empfindende Mensch sei ein Apparat, der einen äußeren Reiz anzeigt, und zugleich ein Beobachter, der diese Anzeige abliest«.

»Wenn ich auf die Schalen einer Wage beiderseits gleiche Gewichte lege, so stellt sich ihr Zeiger auf den Nullpunkt ein, und constatirt dadurch die Gleichheit der Belastungen. Lege ich nun auf die eine Schale ein Uebergewicht, so schlägt der Zeiger im Allgemeinen aus und constatirt damit die Veränderung der Belastung. Oder vielmehr der Beobachter constatirt die Veränderung auf Grund des Ausschlages. Indessen ergibt sich kein Unterschied in dem Zeigerstande, wenn die Veränderung der Belastung sehr gering genommen wurde, und wenn man dieser Erscheinung experimentirend nachforscht, findet man, dass das kleinste Gewicht, welches einen merklichen Ausschlag hervorbringt, zu der ursprünglichen Belastung in einem gesetzmäßigen Verhältniss steht.«

Aber sollte diese für den ersten Anblick scheinbare Analogie wirklich auch nur erläuternd für das Zustandekommen der Unterschieds-

1) Die vorher (S. 10) geltend gemachte Analogie kommt sachlich ganz auf dasselbe hinaus.

schwelle sein, so müsste der Zeiger der Wage nicht bloß auf Null stehen bleiben, wenn man von diesem Stande als einem fest gewordenen ausgeht, sondern überhaupt bei kleiner Gewichtsverschiedenheit auf beiden Seiten, da die Unterschiedsschwelle überhaupt bei kleiner Reizverschiedenheit auf beiden Seiten, wenn nur beide Reize über ihrer Schwelle sind, besteht. Wenn die Sterne bei Tageslicht erlöschen, so hat zu keiner Zeit ein Ausgang von einer Gleichheit der Reizeinwirkung, um die sich's handelt, bestanden, und überhaupt ist ein solcher Ausgang nicht der allgemeine, vielmehr fast nur künstlich herzustellende Fall. Seien nun aber die beiden Gewichte von vorn herein ein wenig ungleich, so kann die Reibung, auf welche der Verfasser selbst als Grund des mangelnden Aufschlages bei zu kleiner Verschiedenheit provocirt, nicht machen, dass der Zeiger sich gerade auf Null einstellt, wenn er nach mehreren Schwankungen zur Ruhe kommt, sondern zufällig wird er beim einzelnen Versuch bald nach der einen, bald nach der anderen Seite ein wenig davon abweichen, und bei so oftmaliger Wiederholung, dass diese Zufälligkeiten sich im Mittel ausgleichen, wird der mittlere Ausschlag sicher nach der Seite gehen, auf welcher das größere Gewicht liegt, und nur dieser Ausschlag kann als maßgebend gelten.

Dazu trifft die Analogie, von welcher der Verfasser Gebrauch macht, noch nach einer anderen Seite fundamental nicht zu. Wenn ich ein Gewicht nur auf die eine beider Schalen lege, geht der Zeiger nach dieser Seite; wenn ich ein solches nur auf die andere beider Schalen lege, geht der Zeiger nach der entgegengesetzten Seite; lege ich aber gleichzeitig ein gleiches Gewicht auf jede beider Schalen, so heben sich die beiderseitigen Bewegungen auf und der Zeiger bleibt auf Null stehen. Also müssten sich in dem Fall, wo ich zwei gleichstarke Reize, deren jeder für sich Empfindung weckt, auf verschiedene gleich empfindliche Stellen des empfindenden Organes zugleich oder auch auf dieselbe Stelle nach einander applicire, beide Empfindungen aufheben und die Empfindung schweigen, sollte die Analogie zutreffen; statt dessen bestehen sie erstenfalls mit einander und zweitenfalls nach einander in gleicher Stärke, oder verstärken sich zweitenfalls, wenn bei Eintreffen des zweiten Reizes der erste noch fortbesteht, nach psychophysischen Gesetzen. Wie nun der Verfasser in einer nach zwei Seiten so ganz unzutreffenden Analogie eine Stütze für seine Auffassung der Unter-

schiedsschwelle und deren Einföhrungsweise in seine Formeln finden kann, ist schwer zu sagen. Ihr entgegen wird man unter II 3) eine andere Auffassungsweise der Unterschiedsschwelle finden, welcher man keinen entsprechenden Vorwurf wird machen können, und die überhaupt nicht auf bloßer Analogie beruht.

9) Mit Vorigem könnte ich nun wohl die Controverse mit Elsas für abgeschlossen halten, indess scheint mir die Frage, ob der rechnerische Beweis gegen die Möglichkeit eines psychischen Maßes, den ich nach der Elsas'schen Durchführungsweise nicht für gelungen halten kann, nicht in wirksamerer Weise wieder aufgenommen werden könne, damit noch nicht abgethan, und die Frage wichtig genug, um sie zum Schluss einer besonderen Erörterung zu unterziehen, deren sie mir in der That noch zu bedürfen scheint.

Es ist ja wahr, dass das Weber'sche Gesetz von vorn herein einer mehrfachen Auslegung fähig ist, und zwar gibt es folgende zwei Haupthypothesen, welche der Auslegung zu Grunde gelegt werden können, die ich kurz als Unterschiedshypothese und Verhältnisshypothese unterscheiden will.

Unter R_2, R_1 , werden folgendes wie bisher allgemein zwei verschiedene Reize, unter E_2, E_1 die zugehörigen Empfindungen verstanden; für $R_2 - R_1$ und $E_2 - E_1$ steht kurz respective $\Delta R, \Delta E$.

Unterschiedshypothese (kurz U.H.). Der Constanz des Reizverhältnisses $\frac{R_2}{R_1}$, oder, was damit solidarisch ist¹⁾, der Constanz des relativen Reizunterschiedes $\frac{\Delta R}{R}$ entspricht eine Constanz des Empfindungsunterschiedes ΔE .

Verhältnisshypothese (kurz V.H.). Der Constanz von $\frac{R_2}{R_1}$ oder damit solidarischen Constanz von $\frac{\Delta R}{R}$, entspricht eine Constanz des Empfindungsverhältnisses $\frac{E_2}{E_1}$ oder des damit solidarischen relativen Empfindungsunterschiedes $\frac{\Delta E}{E}$.

Dies sind die einfachsten Hypothesen, die sich aufstellen lassen, und ich glaube, dass man sich auf Prüfung derselben beschränken kann.

1) Der Beweis dieser Solidarität ist unter III (4) geführt.

Die erste Hypothese ist die meinige und mein ganzes Formelsystem auf Grund derselben entwickelt. Zunächst zwar kann das Weber'sche Gesetz nicht auf Empfindungsunterschiede, sondern nur auf Unterschiedsempfindungen oder empfundene Unterschiede, nach der unter II zu besprechenden Unterscheidung, bezogen werden; aber ich zeige unter II (5) wie der Uebertrag des Gesetzes von den einen zu den andern zu machen. Dieselbe Hypothese wird von Wundt und Köhler getheilt, aber nur für Unterschiedsempfindungen, nicht ebenso für Empfindungsunterschiede, als überhaupt unserer Schätzung unzugänglich, für zweifelsfrei zugelassen.

Die Verhältnishypothese ist schon früher von Plateau¹⁾ und Brentano (»In Sachen«, S. 21 ff.) aufgestellt, und auch Elsas bevorzugt dieselbe in dem von ihm bevorzugten Formelsystem. Plateau selbst zwar hat dieselbe wieder fallen lassen (»In Sachen« S. 22), nachdem die, nach der Methode der mittleren Abstufungen angestellten Versuche Delboeuf's zu einer erweiterten Bewährung des Weber'schen Gesetzes geführt haben, und ich habe ihm ohne genaueres Zusehen darin beigestimmt. Aber damit, dass Delboeuf's Versuche für das Weber'sche Gesetz entscheiden, entscheiden sie doch nicht gegen die Auslegbarkeit desselben nach der V.H., lassen vielmehr die Frage ebenso wie irgend welche andere Versuche, auf die sich das Weber'sche Gesetz stützen kann, nach wie vor bestehen. Die Elsas'sche Durchführung der V.H. führt angegebenermaßen zu erfahrungswidrigen Folgerungen; aber darauf ist nichts zu geben, weil die Durchführung unter Zuziehung unhaltbarer Annahmen geschehen ist, an die wir nicht gebunden sind; also gilt es erst, die Hypothese so zu sagen auf ihrem eigenen Boden zu prüfen, was ja sehr wohl geschehen kann und unten geschehen wird.

Um nun das Resultat davon vorweg auszusprechen, so erhält man nach der V.H. ein nicht minder gut in sich zusammenstimmendes System von Maßformeln für die Empfindungsfunktionen und Empfindung als nach der U.H. Aber die Ergebnisse der einen Hypothese stimmen nicht mit denen der andern; und Elsas schiene also zunächst damit Recht zu behalten, dass das Weber'sche Gesetz überhaupt nicht als Unterlage eines psychischen Maßes dienen könne, sofern

1) Poggend. Ann. CL. 1873. S. 485 ff.

zwei gleich mögliche Auslegungen desselben zu gleich gut in sich stimmenden Maßformeln führen, die nicht unter einander stimmen.

Aber daraus, dass beide Hypothesen in abstracto gleich möglich sind, folgt noch nicht, dass sie auch mit Rücksicht auf die Erfahrung gleich möglich sind; es fragt sich also erst noch, und das ist die wesentliche Frage, von welcher der beiden Hypothesen die Consequenzen besser mit der Erfahrung stimmen. Sollte nun die V.H. in dieser Beziehung den Sieg behalten, so würde freilich mein ganzes, auf das Weber'sche Gesetz gegründetes Formelsystem, wie das von Wundt und Köhler, damit fallen, aber das psychische Maß damit nicht fallen, sondern eben nur nach den Formeln der V.H. auf das Weber'sche Gesetz zu gründen sein, und es ist unstreitig wichtig, zu untersuchen, wie es in dieser Hinsicht steht.

Die erfahrungsmäßigen Verhältnisse, welche ich unter 7) gegen die Elsas'sche Durchführung seines rechnerischen Beweises geltend machte, geben bei Verlassen seiner untriftigen Annahmen keinen Ausschlag mehr, indem sich ihnen nach beiden Hypothesen entsprechen lässt, und ich gestehe, bisher nur folgenden Punkt zu finden, an den sich eine erfahrungsmäßige Entscheidung knüpfen kann. Nach der U.H. wird die Empfindung bei einem endlichen Reizgrade Null, wird erst bei Uebersteigen dieses Grades bemerklich und gibt es also eine (endliche) Reizschwelle. Nach der V.H. wird die Empfindung zugleich mit dem Reize Null, wird schon bemerklich, wenn der Nullwerth des Reizes noch so wenig überschritten wird, und gibt es also keine (endliche) Reizschwelle. Factisch aber gibt es eine (endliche) Reizschwelle. Denn, mit welchem Reize wir zu thun haben mögen, er reicht hin, ihn bis unter eine gewisse endliche Größe zu verkleinern, oder, was damit äquivalent ist, ihn über eine gewisse endliche Grenze zu entfernen, so schwindet die Empfindung; und dies entscheidet für die U.H.

Man kann hiergegen etwa einwenden, die Reizschwelle beruhe bloß darauf, dass der Reiz erst eine gewisse endliche Größe übersteigen müsse, um seine Wirkung bis zum Sensorium zu erstrecken; für die von ihm abhängige ps.ph. Erregung aber, von welcher die Empfindung unmittelbar abhängt, gäbe es keine endliche Schwelle, vielmehr fiele der Nullwerth der Empfindung mit dem Nullwerth der ps.ph. Erregung zusammen; ja es ist dies eine sehr verbreitete Ansicht. Aber

abgesehen von dem unter II (9) geführten Nachweise, dass wir zur Thatsache der äußeren Reizschwelle nicht ohne die Annahme einer innern ps.ph. Schwelle auskommen, kommt es bei dem psychischen Maße in der äußeren Psychophysik gar nicht darauf an, wie es sich mit der, uns empirisch unbekannt bleibenden ps.ph. Erregung verhält. Sondern, wenn sich das Weber'sche Gesetz in Bezug auf die äußeren Reize und die zugehörigen Unterschiedsempfindungen zugleich mit der Thatsache der äußeren Reizschwelle bestätigt, reicht dies hin, ein psychisches Maß auf Grund dieser Data zu gewinnen, ohne dass die Frage, ob eine innere Schwelle besteht, irgendwie ins Spiel kommt. Die Frage der inneren Schwelle hat bloß Bedeutung für die Frage, wiefern das, auf das Weber'sche Gesetz in der äußeren Psychophysik zu gründende, psychische Maß in die innere Psychophysik zu übertragen sei, wenn man statt des Reizes die ps.ph. Erregung in Betracht und Rechnung zieht. Sollte nun für die ps.ph. Erregung eine innere Schwelle fehlen, so würde diese Uebertragung nicht möglich sein, aber das, in der äußeren Psychophysik auf die Reizverhältnisse mit Zuziehung der Reizschwelle zu gründende psychische Maß nicht weniger bestehen. Inzwischen sprechen erwähntermaßen die unter II (9) zu entwickelnden Gründe auch für die Annahme einer inneren Schwelle. Gesetzt aber, dass man das vorige, erfahrungsmäßige Kriterium zu Gunsten der U.H. noch anzweifeln wollte, so müsste bei sachlich freistehender Wahl folgender formelle Gesichtspunkt den Ausschlag für diese Hypothese geben, womit Bemerkungen Wundt's in Phil. Stud. II. S. 24 wohl stimmen.

Seien drei, ihrer Größe nach auf einander folgende Reize A, B, C gegeben, wozu die Empfindungen a, b, c gehören; und seien die successiven Reizverhältnisse $\frac{B}{A}, \frac{C}{B}$ einander gleich, so wird man nach der U.H. die Empfindungsunterschiede $b-a, c-b$ einander gleich zu nehmen haben, und der Totalunterschied $c-a$ wird gleich der Summe der beiden Theilunterschiede sein. Nach der V.H. hingegen wird man $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$ zu nehmen haben und das totale Empfindungsverhältniss $\frac{c}{a}$ wird nicht gleich der Summe der beiden Theilverhältnisse $\frac{b}{a}, \frac{c}{b}$, sondern gleich dem Product derselben sein. Wohlan, auch die Maßbestimmungen der den Empfindungen a, b, c zugehörigen physischen Reize A, B, C würden sich, sachlich widerspruchlos, in doppelter

Weise vornehmen lassen, einmal so, dass der totale Unterschied $C - A$ als die Summe der beiden Theilunterschiede, zweitens so, dass das Totalverhältniss $\frac{C}{A}$ als Product der beiden Theilverhältnisse $\frac{B}{A}$, $\frac{C}{B}$ in Betracht und Rechnung gezogen wird; aber man verfährt auf physischem Gebiete überhaupt nur in erster Weise; und soweit ich es übersehe, würde man zwar theoretisch ebenso gut in zweiter Weise verfahren, aber damit nicht die praktischen Vorzüge der ersten Weise erreichen können.

Hiernach werde ich unter II von der V.H. überhaupt abstrahiren, was übrigens Niemand hindern kann, es mit derselben zu versuchen, wenn er glaubt, dass ein Gewinn dabei herauskommen könne.

Endlich wende ich mich noch zur Ableitung des Formelsystems der V.H.

Nach dieser Hypothese ist der relative Empfindungs-Unterschied constant, wenn der relative Reizunterschied constant ist, mithin

$$\frac{\Delta E}{E} \text{ constant, wenn } \frac{\Delta R}{R} \text{ constant}$$

ist. Daraus folgt, unter Zuziehung des mathematischen Hülfsprincipis (Abth. III [6]), die Differentialformel

$$\frac{\delta E}{E} = p \frac{\delta R}{R} \dots 1)$$

worin p constant ist; und hieraus durch Integration:

$$\log E = p (\log R - \log \Re) = p \log \frac{R}{\Re} = \log \left(\frac{R}{\Re} \right)^p \dots 2)$$

worin \Re der Werth von R ist, bei welchem $E = 1$, mithin $\log E = 0$.

Das gibt:

$$E = \left(\frac{R}{\Re} \right)^p = \kappa R^p \dots \dots 3)$$

worin $\kappa = \left(\frac{1}{\Re} \right)^p$ ebenfalls constant ist, eine Formel, die mit der Plateau'schen »In Sachen« S. 21) stimmt.

Hiernach
$$E_2 - E_1 = \Delta E = p \log \frac{R_2}{R_1} \dots 4)$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^p \dots 5)$$

Soll nun $E = 0$ sein, so kann dies, welchen Werth auch die Constanten κ und p haben mögen, nach Formel (3) nicht anders der Fall sein, als wenn der Reiz R oder die durch ihn vertretene ps.ph. Erregung null ist, also eine ps.ph. Schwelle nicht besteht.

Außerdem knüpft sich folgende Bemerkung an Formel (5):

Je nachdem $p = 1$, oder < 1 , oder > 1 , oder $= 0$, wächst E proportional mit R , oder in geringerem Verhältniss, oder in größerem Ver-

hältniss als R , oder gar nicht mit R . Da das Zweite der Fall der Wirklichkeit ist, so müsste, wenn dies Formelsystem überhaupt Geltung hätte, $p < 1$ genommen werden.

Nach Allem also ist es nicht das Weber'sche Gesetz allein, sondern das Weber'sche Gesetz mit der Thatsache der äußeren Reizschwelle, worauf ein zweifelsfreies Empfindungsmaß in der äußeren Psychophysik begründet werden kann; und vom Anfange meiner Untersuchungen herein habe ich beide Bedingungen als Erfordernisse dazu zugezogen.

II. Fechner (Eigene Ansichten).

Nachdem ich mich schon im Eingange dieser Abhandlung über Anlass und Absicht der nachstehenden neuen Zusammenstellung meiner Ansichten über die psychischen Maßprincipien und das Weber'sche Gesetz erklärt habe, wende ich mich gleich zur Sache.

1) Ich gehe von einem Princip als allgemeinstem Maßprincip aus, wogegen, denk' ich, weder der Physiker noch Philosoph etwas einzuwenden finden wird.

Seien mehrere Werthe in irgend einem Gebiete gegeben, die sich insofern als Größen betrachten lassen, als sie wachsend und abnehmend gedacht werden können; sei die Möglichkeit gegeben, das Stattfinden der Gleichheit oder Ungleichheit zweier oder mehrerer dieser Werthe zu beurtheilen, wenn sie zugleich oder nach einander betrachtet werden, und seien n Werthe hierbei gleich gefunden oder auch, bei freigestellter Abänderung, gleich gemacht worden, so ist selbstverständlich, denn es ist dies Sache der Definition, mithin ein identischer Satz, dass ihre, mit ihrer Summe zusammenfallende Gesamtgröße gleich dem n -fachen jeder einzelnen ist, wonach jeder einzelne oder auch jeder bestimmte Bruchtheil oder jedes bestimmte Multiplum der gleich gefundenen Größen, was in der That willkürlich ist, als Einheit betrachtet werden kann, nach welcher die Gesamtgröße oder jeder Theil derselben zu messen ist. Die n gleichen Theile, aus welchen eine Gesamtgröße zusammengesetzt gedacht werden kann, stimmen natürlich an Größe mit den n gleichen Theilen zusammen, in welche sie zerlegbar gedacht werden kann.

Alle physikalische Messung gründet sich auf voriges Princip; auch die psychische wird sich darauf zu gründen haben, wenn nur der

Größenbegriff in obigem Sinne darauf Anwendung findet; und das gilt jedenfalls von den psychischen Werthen, mit denen wir in Folgendem zu thun haben werden; auf die Frage, ob nicht noch darüber hinaus, brauchen wir hier nicht einzugehen, so lange es sich nur um die Möglichkeit und Begründung eines psychischen Maßes überhaupt handelt.

Nun tritt freilich der Anwendung dieses Principis schon auf physikalischem Gebiete die Schwierigkeit entgegen, dass die Gleichheit zweier oder mehrerer Größen sich nie absolut genau constatiren oder herstellen lässt, wovon abhängt, dass selbst die möglichst genauen, schließlich doch auf Gleichheitsbestimmungen beruhenden, physikalischen, geodätischen, astronomischen Maße noch mit einem sog. wahrscheinlichen Fehler, unter Umständen auch mit einem constanten Fehler behaftet bleiben. Aber das hindert nicht, dass Obiges die Principien aller exacten physikalischen Messung bleiben. Man muss nur bei empirischer Anwendung derselben durch möglichste Schärfe der Beobachtungsmittel die Fehler der Einzelbeobachtung auf das kleinstmögliche reduciren, die constanten Fehler da, wo es das Beobachtungsgebiet gestattet, durch Entgegensetzung möglichst compensiren, und durch Vervielfältigung der Beobachtungen und Mittelziehung die Genauigkeit möglichst steigern, worüber es nothlos ist, hier in's Detail einzugehen. Mit all' dem werden wir keine absolut genauen Maße erlangen, aber doch solche, welche nicht nur für die Praxis genügen können, wo es sich um Messung einzelner Gegenstände handelt, sondern auch zu allgemeineren Gesetzlichkeiten führen können, welche eine allgemeinere Einsicht in den Zusammenhang und die Auseinanderfolge der physischen Dinge begründen. Und auch all' das lässt sich auf das psychische Gebiet übertragen. Die Schwierigkeiten der empirischen Anwendung des allgemeinen Maßprincipis sind nur auf psychischer Seite viel größer als auf physischer, daher die Ausführung des Maßes nach den zu Gebote stehenden psychophysischen Maßmethoden viel weniger einfach, das psychische Maß überhaupt in die Praxis des Lebens nicht sonderlich eingreifend, hingegen von eminenten wissenschaftlicher Wichtigkeit und Tragweite, nicht nur wegen der damit gegebenen gemeinsamen Unterordnung beider Gebiete unter dasselbe Princip mathematischer Bestimmtheit, sondern auch wegen der, in Zusammenhang mit der Gewinnung des Maßes sich von selbst ergebenden gesetzlichen Beziehung zwischen psychischen und physischen

Größen. Anstatt aber in Allgemeinheiten hierüber weiter vorzugehen, zeigen wir die Anwendung des Principes an einem besonders instructiven und zugleich historisch denkwürdigen Fall, von dem ich zwar in meinen früheren Darstellungen nicht ausgegangen bin, doch recht wohl hätte ausgehen können.

2) Lassen wir die erste Größenklasse der Sterne bei Seite, welche überhaupt nur die hellsten Sterne, aber von verschiedenster Helligkeit begreift, so finden die Astronomen einen ebenso großen Helligkeitsunterschied zwischen den Sternen zweiter und dritter, als dritter und vierter, vierter und fünfter Größe; sie normiren ja eben die Größenklassen hiernach. Aber, kann man sagen, um den Consequenzen dieser fundamentalen Thatsache auszuweichen, entweder: es sind nicht gleiche psychische, sondern gleiche physische (photometrische) Unterschiede, wodurch die verschiedenen Größenklassen von einander abstehen; oder: es ist überhaupt nur ein altes Herkommen, nach welchem die Sterne von verschiedener Helligkeit gegen einander in Classen geordnet sind, ohne dass die Gleichheit empfundener Unterschiede dabei eine Rolle spielt, worüber der Empfindung gar kein Urtheil zusteht. Denn es wird zwar zwischen zwei Sternen von den physischen Helligkeiten A und B derselbe Helligkeitsunterschied empfunden werden, als zwischen zwei anderen Sternen von denselben physischen Helligkeiten A und B ; sind aber drei oder mehr Sterne $A, B, C \dots$ von der Ordnung nach aufsteigender physischer Helligkeit gegeben, so wird es unmöglich sein zu sagen, ob der empfundene Helligkeitsunterschied zwischen B und C dem zwischen A und B gleich oder nicht gleich sei, überhaupt unmöglich sein, die Gleichheit empfundener Unterschiede oder auch Unterschiedsempfindungen (Ausdrücke, die ich gleichbedeutend brauche) in verschiedenen Theilen der Helligkeitsscala zu constatiren.

In der That ist der vorige Unterschied zu machen, und darin, ob das letztere wirklich unmöglich sei, liegt der cardo rei der Frage, ob überhaupt ein psychisches Maß unmöglich sei. Die Möglichkeit, den empfundenen Unterschied zwischen Helligkeiten in einem Theile der Helligkeitsscala dem empfundenen Unterschiede zwischen Helligkeiten in einem anderen Theile derselben gleich zu finden, wird nun aber eben durch die Thatsache der astronomischen Gleichschätzung solcher Unterschiede bewiesen, denn die beiden oben

mit Entweder Oder versuchten Ablehnungen davon ersetzen sich leicht und entschieden durch ein Weder Noch.

In der That, was die erste anlangt, wonach es gleiche physische oder photometrische, nicht gleiche psychische oder empfundene Helligkeitsunterschiede sein sollen, wonach die Größenklassen der Sterne geordnet sind, so steht in entschiedenem Widerspruche damit, dass, nachdem diese Ordnung längst von den Astronomen nach bloßer Gleichheit empfundener Unterschiede ohne alles photometrische Maß festgestellt war, die erst später vorgenommene photometrische Prüfung ergab, dass gleichen Unterschieden der Größenklassen nicht gleiche Unterschiede, sondern, im Sinne des bekannten Weber'schen Gesetzes, gleiche Verhältnisse photometrischer Helligkeit entsprechen, was den Gang der Sterngrößenklassen und ihrer photometrischen Werthe gänzlich auseinanderfallen macht. Mit dem Umstande aber, dass diese Entdeckung erst später als die Feststellung der Sterngrößen geschah, war zugleich die andere Annahme ausgeschlossen, gegen die sich ohnehin die Astronomen wehren würden¹⁾, dass die Größenklassen von vornherein nach einer willkürlichen Convention ohne Gleichschätzung ihrer Abstände nach dem Urtheil der Empfindung (d. i. nach gleich empfundenen Unterschieden) unterschieden und nur aus Gewohnheit beibehalten worden seien, denn es wäre der unwahrscheinlichste Zufall, dass damit gerade das psychophysische Grundgesetz (Weber'sche Gesetz) getroffen worden.

Inzwischen haben wir uns in dieser Hinsicht nicht bloß auf Beobachtungen am Himmel und bloße Unwahrscheinlichkeit zu berufen, da vielmehr Versuche im Zimmer mit willkürlicher Abänderung der physischen Helligkeiten den directen Beweis dafür liefern, dass Unterschiedempfindungen in verschiedenen Höhen der Helligkeitsscala gleich gefunden werden können, wobei sich dasselbe psychophysische Grundgesetz, wozu die Sterngrößenschätzungen führen, in den Grenzen, in denen es überhaupt Gültigkeit beanspruchen kann, bestätigt findet; es ist ja das einer der Wege der Constatirung des Weber'schen Gesetzes. Man erräth leicht, dass ich das, von Wundt als Verfahren der mittleren Abstufungen bezeichnete Plateau-Delboeuf'sche

1) Theilen sie doch jetzt behufs feinerer Bestimmungen die Unterschiede der Größenklassen nach bloßer Schätzung ohne photometrische Hülfe noch in Zehntel, und fügen hiernach der in einer ganzen Zahl ausgedrückten Größe eines Sternes noch eine Decimale bei.

Verfahren meine, wovon das Wesentliche dieses ist. Seien zwei Flächen A , B von verschiedener physischer Helligkeit gegeben, und sei B heller als A , so wird psychischerseits ein zugehöriger Helligkeitsunterschied empfunden werden. Gleichviel, welches er sei, so wird sich eine dritte noch hellere Fläche C hinzufügen und deren physische Helligkeit so lange abändern lassen, bis der auf B , C bezügliche Helligkeitsunterschied psychischerseits dem auf A , B bezüglichen gleich erscheint, wonach wir in den drei Flächen A , B , C die Verhältnisse dreier auf einander folgender Sterngrößen wiederfinden. Oder auch: zwischen zwei Flächen A , C von verschiedener physischer Helligkeit lässt sich eine dritte B so einschieben, dass der totale empfundene Helligkeitsunterschied bezüglich A und C sich in zwei gleich empfundene Unterschiede respective bezüglich A , B und B , C zerlegt, der totale bezüglich A , C also als durch 2 gemessen angesehen werden kann, wenn jeder der beiden Componenten der Werth 1 gegeben wird. Ganz entsprechend wird der empfundene, hiermit psychische Unterschied zwischen zweiter und vierter Größenklasse der Sterne sich in die zwei gleich empfundenen Unterschiede zwischen zweiter und dritter und zwischen dritter und vierter Größenklasse zerlegen lassen, und für doppelt so groß als jeder von diesen anzunehmen sein.

Zwar könnte man sagen: wenn der empfundene Unterschied bez. A , B gleich dem empfundenen Unterschiede bez. B , C gleich gefunden ist, so folgt daraus doch noch gar nicht, dass der totale empfundene Unterschied bez. A , C nach directem Vergleiche gerade das Doppelte jedes der beiden für sich empfundenen Theilunterschiede sei; er könnte eine ganz unbestimmte Function von beiden sein. Aber in der That kann man nicht so sagen, da man damit einen identischen Satz bestreiten würde. Auch im rein physischen Gebiete kann man nicht sagen: wenn drei Gewichte A , B , C vorliegen, und der Gewichtsunterschied zwischen A und B dem zwischen B und C gleich gefunden ist, so folgt daraus noch gar nicht, dass der Gewichtsunterschied zwischen A und C das Doppelte von jedem der beiden Theilunterschiede sei. Wir nennen aber eben einen ganzen Unterschied doppelt so groß als jeden der beiden gleichen Theilunterschiede, aus denen er im vorigen Sinne zusammengesetzt oder in die er zerlegbar gedacht werden kann; und ich wüsste nicht, warum dies im psychischen Gebiete anders als im physischen zu fassen wäre. Auch erlangen wir damit entsprechende

Vortheile der Bestimmtheit und Berechenbarkeit im psychischen als im physischen Gebiete. In der That, sei eine ganze Reihe von Sternen oder Flächen $A, B, C, D \dots$ gegeben, deren physische wie zugehörige empfundene Helligkeiten der Ordnung nach wachsen, die Unterschiede bez. A, B und B, C u. s. w. aber seien gleich empfunden, so würde man, wenn der Einwand Recht hätte, nur sagen können, dass der psychische Unterschied zwischen zwei entfernten Gliedern größer sei als zwischen zwei näheren; aber was thut man mit solcher Unbestimmtheit? Nach unserer, in den allgemeinen Maßprincipien begründeten Fassung aber kann man jeden psychischen Unterschied als ein bestimmtes Multiplum des Unterschiedes zwischen den nächsten Gliedern ausdrücken, und wird damit wissen, dass, wenn ein empfundener Helligkeitsunterschied 2- oder 3mal so groß genannt wird, als ein anderer, wir den Uebergang zu ersterem durch Zwischen-Einschiebung von 2 oder 3, dem letzteren gleichen Helligkeitsunterschieden finden, was ein Factum ist, das für die Erfahrung und Rechnung verwertbare Folgerungen zulässt.

Wenn ich mich im Vorigen zur Erläuterung, wie sich ein Maß der Unterschiedsempfindungen oder empfundenen Unterschiede gewinnen lässt, auf die Sterngrößenschätzungen und die Methode der mittleren Abstufungen bezogen habe, wo die Gleichheit größerer als nur eben merklicher Unterschiede geschätzt wird, so geschah es, weil mir die Erläuterung für diesen Fall am leichtesten eingänglich erscheint; man kann sich aber auch auf die Methode der eben merklichen Unterschiede beziehen, von der ich in den »Elementen« ausgegangen, indem sie für kleine empfundene Unterschiede dasselbe beweist, als die Sterngrößenschätzungen und die Methode d. m. A. für größere, d. i. die Möglichkeit der Gleichschätzung psychischer Unterschiede in verschiedenen Höhen der Reiz- und Empfindungsscala, woran die Möglichkeit des Maßes empfundener Unterschiede überhaupt in angegebener Weise geknüpft ist. Beide Methoden, die d. m. A. und die d. e. U. ergänzen sich in dieser Beziehung mit Vortheil. Freilich hat man die Möglichkeit der Gleichschätzung für sehr kleine, die sog. eben merklichen Unterschiede geleugnet, aber meines Erachtens müßiger Weise; denn: Erstens lässt sich die Prüfung des Weber'schen Gesetzes nach der Methode d. e. U. nicht anders als unter Voraussetzung solcher Möglichkeit ausführen und hätte die Con-

statirung desselben nach dieser Methode in den Grenzen seiner Gültigkeit nicht ohne diese Möglichkeit gelingen können. Zweitens, da die betreffende Möglichkeit durch die Methode der mittleren Abstufungen für größere empfundene Unterschiede direct erwiesen ist, so müssten erst bestimmte theoretische oder Erfahrungsgründe dafür vorliegen, dass sie doch über gewisse Grenzen der Kleinheit hinaus nicht reicht; es liegt aber nichts der Art vor. Drittens kann ich mich auf meine eigenen Beobachtungen berufen, sofern ich die Methode d. e. U. zur Constatirung des Weber'schen Gesetzes stets mit Rücksicht auf möglichste Gleichschätzung des kleinen empfundenen Unterschiedes in den verschiedenen Höhen der Reiz- und Empfindungsscala angewandt habe, wobei natürlich Irrthümer im Einzelnen als Beobachtungsfehler ebenso möglich sind, als bei der Methode der mittleren Abstufungen und bei Beobachtungsmethoden in irgend welchem Gebiete überhaupt, die man durch Vervielfältigung der Beobachtungen und Mittelziehung auf das kleinstmögliche zu reduciren suchen muss (vergl. »In Sachen« S. 42 f.). Endlich aber, wenn man alle diese Gründe für die Möglichkeit der Gleichschätzung eben merklicher Unterschiede nicht durchschlagend finden sollte, würde der Zweifel daran in sofern müßig bleiben, als abgesehen davon die Sterngrößen-schätzungen und die Methode der mittleren Abstufungen, wobei diese Möglichkeit zweifellos bezüglich größerer Unterschiede besteht, für die Gewinnbarkeit des psychischen Maßes schon beweisend genug sind; und eben deshalb, weil hiergegen nicht derselbe Zweifel als bezüglich sehr kleiner merklicher Unterschiede erhoben werden kann, habe ich hier den Ausgang von jenen Beweismitteln genommen, wenn schon die Beziehung auf sehr kleine Unterschiede wegen des näher liegenden Uebergangs zu Differentialen, der zur Entwicklung allgemeiner Maßformeln (Fundamentalformel u. s. w.) führt, von anderer Seite in Vortheil bleibt.

3) Nach Vorigem also lässt sich jedenfalls für psychische, d. i. empfundene Unterschiede oder Unterschiedsempfindungen, auf Grund vorgenommener Gleichheitsbestimmungen in verschiedenen Höhen der Reiz- und Empfindungsscala, ein Maß derart finden, dass man sagen kann, wie viel mal eine kleinere Unterschiedsempfindung (bezüglich einander näher stehender physischer Werthe) in einer größeren (bezüglich ferner stehenden) enthalten ist. Damit ist dem all-

gemeinen Maßprincip entsprochen; wogegen meines Erachtens alle philosophischen Gegendemonstrationen nur Streiche in die Luft sind.

Nun lässt sich freilich leicht bemerken, dass mit dem Maße der empfundenen Unterschiede noch kein Maß der Empfindungen selbst, wozwischen der Unterschied empfunden wird, gegeben ist; aber es wird sich (unter den Paragraphen [4] bis [6]) zeigen lassen, wie von ersterem zu letzterem zu kommen ist; und ließe sich nicht dazu kommen, so würde schon in ersterem ein psychisches Maß gegeben, also der Aufgabe, ein solches überhaupt aufzuzeigen, entsprochen sein. Dazu lässt sich bemerken, dass das Maß der empfundenen Unterschiede, auch ohne von da bis zum Maße der Empfindungen selbst zu gelangen, und abgesehen davon sein, sogar ins Praktische übergreifendes, Interesse hat, wie sich nur eben an den darauf beruhenden Sterngrößen-schätzungen bewiesen hat; zugleich ein Beweis, dass es nicht bloß in der Theorie besteht, sondern, so zu sagen, an dem größten Maßstabe, den es gibt, seine Ausführung gefunden hat.

Natürlich, da sinnliche Empfindungen, mit denen wir hier zu thun haben, durch physische Reize erweckt werden und durch Beziehung auf diesen Ursprung charakterisirt sind, kann auch das Maß der Empfindungen wie der dazwischen empfundenen Unterschiede nur mit Beziehung auf diesen Ursprung festgestellt werden, und können wir also auch von empfundenen Unterschieden zwischen verschiedenen Sterngrößenklassen, worauf deren Abstufung beruht, nur mit Beziehung auf die dabei entweder aufzeiglich unterliegenden oder durch ihre physische Lichtintensität charakterisirten Sterne sprechen.

In der That, wenn wir wissen, dass gleiche Unterschiedsempfindungen gleichen Reizverhältnissen zugehören, so werden wir nur nöthig haben, die, einem beliebigen Reizverhältnisse in einer beliebigen Höhe der Reiz- und Empfindungsscala zugehörige Unterschiedsempfindung als Einheit anzunehmen, um zur n -fachen U.E. dadurch zu gelangen, dass wir jenes Reizverhältniss n -mal mit sich selbst multipliciren, indem dann die U.E. bezüglich des Ausgangsreizes und des Schlussreizes, zu dem man durch Potenzirung mit dem Exponenten n gelangt, n -mal so groß als jene Einheit ist. Bei der Discussion mit Köhler wird hierauf unter III (2) zurückzukommen sein.

Inzwischen ist wichtig, ausdrücklich zu betonen, dass die Mess-

barkeit der Unterschiedsempfindungen doch keineswegs auf die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes beschränkt ist, ja principiell mit derselben gar nichts zu schaffen hat. Zugestandenermaßen ist das Weber'sche Gesetz für die äußere Psychophysik, in welche das experimentale psychische Maß fällt, nicht über gewisse Grenzen hinaus so weit zutreffend, um als Grundlage des Maßes dienen zu können, und scheint überall bei sehr hohen und sehr niedrigen Reizgraden gänzlich fehl zu schlagen. Wohlan, so weit es eben fehl schlägt, hat man es zu verlassen, und die anderweite Beziehung, die sich experimental zwischen psychischen Unterschieden und Reizunterschieden oder Reizverhältnissen in dem betreffenden Theile der auf einander bezogenen Reiz- und Empfindungsscala zeigt, für das psychische Maß zu Grunde zu legen.

Doch bleibt das Weber'sche Gesetz in den Grenzen seiner approximativen Gültigkeit, die für den Gesichtssinn ziemlich weit, für den Gehörssinn sehr weit gehen, namentlich in den Grenzen des gewöhnlichen Sinnengebrauches, immer die einfachste und wichtigste Unterlage für die Anwendung der psychischen Maßprincipien und Anknüpfung der psychophysischen Formeln, eine Wichtigkeit die um so mehr wächst, wenn man die, von mir statuirte, Uebertragbarkeit des für den äußeren Reiz nur approximativen Gesetzes als vollgültigen Gesetzes auf die vom äußeren Reize (und etwa vorhandenen inneren Reizen) abhängige psychophysische Erregung, hiermit von der äußeren in die innere Psychophysik zugibt. Dies geschieht nun freilich nicht überall; es ist aber nicht nöthig, hier auf den, nach anderer Beziehung freilich höchst wichtigen Streit darüber einzugehen, da sich die Frage der Möglichkeit des psychischen Maßes, um die es sich jetzt handelt, rücksichtslos darauf nach den angegebenen Thatsachen der äußeren Psychophysik entscheidet; und ich bemerke nur beiläufig, dass ich die, von mir in einem Capitel (XVII) meiner »Revision« besonders zusammengestellten Gründe für jene Uebertragbarkeit, sofern sie mit den Gründen für die Bevorzugung der sog. psychophysischen vor der sog. physiologischen Ansicht zusammenfallen, bis jetzt durch nichts widerlegt finde.

4) Um nun von dem Maße der Unterschiedsempfindungen oder empfundenen Unterschiede zum Maße der Empfindungen zu gelangen, sind noch einige Vorerörterungen nöthig, wobei es gelten wird, das

Dasein und die Natur der sog. Unterschiedsschwelle und der, zwischen Unterschiedsempfindungen und Empfindungen noch zwischenstehenden Empfindungsunterschiede zu besprechen.

Thatsächlich findet sich, dass ein Unterschied zwischen Empfindungen, kurz ein Empfindungsunterschied, bestehen kann, ohne dass doch dieser Unterschied in's Bewusstsein tritt, ohne dass er, wie ich sage, empfunden wird, einen empfundenen Unterschied, eine Unterschiedsempfindung gibt. Unmittelbar einleuchtend wird die Nothwendigkeit dieser Unterscheidung zwischen Empfindungsunterschieden und Unterschiedsempfindungen oder empfundenen Unterschieden durch die Bemerkung, dass, wenn zwei Empfindungen in verschiedene Menschen fallen oder in demselben Menschen die eine vergessen ist, während die andere entsteht, der wirkliche Unterschied derselben, d. i. Empfindungsunterschied, noch so groß sein kann, ohne dass er eine Unterschiedsempfindung begründet, da nicht einmal ein Vergleich der Empfindungen möglich ist. Aber auch, wenn ein solcher sehr wohl möglich ist, wenn z. B. zwei Flächen von physisch unterschiedener Helligkeit zugleich in's Gesichtsfeld fallen, oder gar an einander grenzen und, ihrem physischen Unterschiede entsprechend, psychisch verschiedene Helligkeiten geben, wird doch selbst bei geschärftester Aufmerksamkeit kein Unterschied dazwischen wahrgenommen, so lange der Unterschied der physischen Helligkeiten nicht eine gewisse Grenze, die sog. Unterschiedsschwelle, oder das Verhältniss derselben nicht eine gewisse Grenze, die sog. Verhältnisschwelle, übersteigt. Man kann sich auf die eine oder andere Schwelle beziehen, da mit der einen die andere von selbst gegeben ist, wenn die Reize, zwischen denen der betreffende Unterschied oder das betreffende Verhältniss besteht, bekannt sind. Halten wir uns wie gewöhnlich an die Unterschiedsschwelle. Eins der instructivsten und jedem offen liegenden Beispiele hiervon gewährt der Umstand, dass die Sterne bei Tage nicht gesehen, d. i. von der umgebenden Himmelhelligkeit nicht unterschieden werden, sofern der physische Helligkeitsunterschied derselben von der umgebenden Helligkeit die Unterschiedsschwelle nicht übersteigt.

Unstreitig bedeutet die Thatsache der Unterschiedsschwelle einen Schätzungsfehler. Ein Unterschied der, von verschiedenen starken Reizen abhängigen, Empfindungen ist (nach Ablehnung der Elsas-

schen Hypothese unter I [7]) da, aber er scheint uns nicht vorhanden. Man kann nach dem Grunde dieses Irrthums fragen. Köhler, ohne sich direct darüber ausgesprochen zu haben, wird ihn in Anschluss an Wundt, und um mit seiner Auffassung der Reizschwelle (Phil. Stud. III. 594, 595) in Zusammenhang zu bleiben, nur in Apperceptions- (Aufmerksamkeits-) Verhältnissen suchen können und, wenn ich nicht irre, etwa so fassen: Ein stärkerer Reizunterschied (Contrast) wird stärker appercipirt, d. h. ruft (unwillkürlich) eine stärkere Aufmerksamkeit hervor; fällt nun der Reizunterschied unter eine gewisse Grenze, so wird die Aufmerksamkeit so geschwächt, dass die Wahrnehmung des, doch wirklich vorhandenen, Unterschiedes schwindet. Aber diese Auffassung stimmt nicht mit der Thatsache, dass, wenn wir die, unwillkürlich nur schwach in Anspruch genommene Aufmerksamkeit für irgendwelche Stellen des Himmels willkürlich noch so sehr verstärken, die Sterne am Tage verschwunden bleiben. Der Grund ist also meines Erachtens anders zu suchen. Aber ehe ich darauf komme, spreche ich noch von anderen Fällen falscher Schätzung des Empfindungsunterschiedes, wo der Grund des Irrthums offen zu Tage liegt, was uns erleichtern wird, auf den Grund des Irrthums bei der Unterschiedsschwelle zu kommen.

Seien zwei Reize A , B nach einander auf dieselbe Stelle eines Empfindungsorganes angebracht, so wird der Unterschied derselben doch verschieden groß empfunden, je nachdem A dem B vorangeht oder umgekehrt, einmal, weil wir die frühere Empfindung doch nur nach einer nicht ganz haltbaren Erinnerung mit der späteren vergleichen können, zweitens, weil durch die Einwirkung des vorangehenden Reizes der Zustand des Empfindungsorganes, wovon dessen Empfindlichkeit abhängt, schon in gewisser Weise verändert ist, verschieden aber, je nachdem der stärkere oder schwächere Reiz vorangeht. Sofern bei methodischen Versuchen diese Umstände regelmäßig wiederkehren, beruht der sog. constante Zeitfehler darauf, wozu es in Fällen, wo die verschiedenen Reize auf verschiedene Stellen des empfindenden Organs wirken, noch einen constanten Raumfehler gibt, wenn die verschiedenen Stellen mit verschiedener Empfindlichkeit begabt sind. Ueberhaupt aber führt der Umstand, dass die Reize, von denen verschieden große Empfindungen abhängen, und folgeweis diese Empfindungen selbst, nicht zeitlich-räumlich coincidiren, mithin sich nicht

unmittelbar superponiren, Schätzungsfehler ihres Unterschiedes mit, von denen ich kurz sage, dass sie von zeitlich-räumlicher Differenz abhängen¹⁾).

Nun ist bei dem Einflusse der constanten Zeit- und Raumfehler auf die Schätzung des Unterschiedes ein Einfluss je nach ihrer Richtung auf die Richtung des Schätzungsfehlers und je nach ihrer Größe auf die Größe desselben zu unterscheiden. Der erste lässt sich bei methodischem Verfahren durch Combinirung von Versuchen mit entgegengesetzter Zeit- und Raumlage so weit compensiren, dass er in den mittleren Resultaten als beseitigt angesehen werden kann; aber damit besteht der zweite noch fort und lässt sich nicht compensiren, so lange der zeitlich-räumliche Unterschied noch besteht. Ein solcher aber muss bei Empfindungen von der Classe der intensiven, die wir hier immer im Auge haben, bestehen, wenn die Empfindungen überhaupt unterschieden werden sollen; da sie sonst einheitlich zusammenfließen würden, so dass die Möglichkeit der Unterscheidung zugleich einen Irrthum derselben begründet.

Hiernach ist meine Ansicht²⁾: dass das Dasein der Unterschiedschwelle (resp. Verhältnisschwelle) auf der nicht beseitigbaren zeitlich-räumlichen Nichtcoincidenz der Reize, mithin ps.ph. Erregungen beruht, von welchen die in Betracht gezogenen verschiedenen Empfindungen abhängen, und ich stütze diese Ansicht auf folgende drei Gründe. Erstens hängt sie in angegebener Weise mit der nicht zu beanstandenden Auffassung der constanten Zeit- und Raumfehler zusammen, und dient nur zur Vervollständigung derselben. Während

1) Wenn ich von zeitlich-räumlicher Differenz der Empfindungen respective Reize, wovon sie abhängen, spreche, so ist dieser kurze Ausdruck dahin zu verstehen, dass entweder eine zeitliche, oder räumliche Verschiedenheit, oder eine solche nach beiden Beziehungen zugleich für die Empfindungen respective Reize besteht. Nun kann man es mit einer triftigen metaphysischen Auffassung (freilich wo ist eine solche?) von Seele und Raum unvereinbar finden, überhaupt von räumlich localisirten psychischen Thätigkeiten oder Phänomenen zu sprechen. Wohl, es kommt hier nichts darauf an; dann verstehe man unter räumlich verschiedenen Empfindungen eben nur solche, die an räumlich verschiedenen psychophysischen Erregungen hängen, und würde dann freilich consequenter Weise auch! zu leugnen haben, dass die Gedanken und Empfindungen in verschiedenen Menschen und in den Geschöpfen verschiedener Planeten räumlich verschieden localisirt sind.

2) Da mir dieselbe früher noch nicht zur Klarheit gekommen, findet sie sich hier zum ersten Male ausgesprochen und begründet.

durch die constanten Zeit- und Raumfehler je nach den entgegengesetzten Zeit- und Raumlagen, die doch nur durch deren Nichtcoincidenz möglich sind, Abweichungen von den wahren Empfindungsunterschieden nach entgegengesetzten Richtungen entstehen, bleibt beiderlei Lagen gemein, dass eine Nichtcoincidenz überhaupt besteht; und hieran hängt auch etwas Gemeinsames, dass nämlich eine Abweichung von der wahren Größe des Unterschiedes stattfindet, worunter die Thatsache der Unterschiedsschwelle nur als der Grenzfall begriffen ist, dass uns ein sehr kleiner wirklicher Unterschied als ganz fehlend erscheint, indess größere Unterschiede, voraussetzlich (wie nach unten folgenden Formeln) nur vermindert dadurch erscheinen. — Zweitens hängt die Größe der Unterschiedsschwelle factisch von den zeitlich-räumlichen Verhältnissen der Reize wesentlich mit ab, und steigt unter sonst gleichen Umständen mit der zeitlich-räumlichen Differenz; was in den extremen Fällen, wo die verschiedenen Empfindungen in verschiedene Menschen fallen, oder die eine vergessen ist, wenn die andere besteht, bis zur Unmöglichkeit der Unterscheidung wegen Unmöglichkeit des Vergleiches geht. — Drittens hat sich die Ansicht auf die directe Aussage des Experimentes im Gebiete der extensiven Empfindungen zu stützen, wo Experimente darüber wirklich möglich sind, und von wo die Uebertragung auf das Gebiet der intensiven Empfindungen, für das keine entsprechenden Versuche zu Gebote stehen, natürlich ist. Man kann nämlich im extensiven Gebiete zwei Maßstäbe einmal abgesondert von einander betrachten, das anderemal in Superposition über einander, ohne dass sie letzterenfalls unterschiedslos verfließen, wovon das Entsprechende im intensiven Gebiete nicht geht. Seien also, um von bestimmten Vorstellungen auszugehen, zwei ungetheilte Maßstäbe, der eine von 100, der andere von 101 Linien Länge, gegeben. Denken wir sie uns erst auseinanderliegend, am besten, zur Vermeidung jeder Annäherung an Coincidenz, in Verlängerung von einander gelegt, so wird es im Allgemeinen unmöglich sein, durch Hin- und Herblicken den zwischen ihren Längen bestehenden kleinen Unterschied zu erkennen¹⁾. Ist nun unsere Ansicht richtig, so muss er aber sofort erkannt werden, wenn man beide

1) Am schärfsten beweisen Versuche nach der Methode der mittleren Fehler wo die Aufgabe gestellt wird, zwei, in Verlängerung von einander angebrachte Längen oder Distancen einander gleich zu machen, dass Längen- oder Distanzunter-

Maßstäbe so superponirt, dass der eine um 1 Linie über den andern hinausragt; und in der That werden dann noch viel kleinere Unterschiede als 1 Linie erkannt, indem der Unterschied der Maßstäbe dann überhaupt ebenso leicht erkannt wird, als wenn er eine Raumgröße für sich darstellte.

Vielleicht sagt man: wenn ich bei zwei auseinanderliegenden Maßstäben, die sich in der Länge nur wenig oder gar nicht unterscheiden, ungewiss bin, welcher von beiden, und ob einer von beiden, länger als der andere ist, so schätze ich sie deshalb noch nicht gleich, und die vorige Analogie trifft also insofern nicht zu, als die Unterschiedschwelle auf einer wirklichen Gleichschätzung wenig unterschiedener Reize und mithin davon abhängiger Empfindungen beruht. Aber in der That ist es in dieser Hinsicht mit intensiven Reizgrößen nicht anders als mit extensiven Längen. Wenn ich zwei wenig oder gar nicht unterschiedene Gewichte sei es zugleich oder nach einander hebe, zwei wenig oder nicht in der physischen Helligkeit unterschiedene Flächen nach oder neben einander betrachte, so findet ganz eben so wenig als bei den auseinanderliegenden Maßstäben eine absolute Gleichschätzung derselben, sondern nur eine entsprechende Unsicherheit als bei dem Vergleiche der Längen statt; natürlich, da die entsprechende Ursache d. i. die zeitlich-räumliche Nichtcoincidenz dafür vorliegt. Aus diesem Gesichtspunkte kann man es als Sache einer Unterschiedschwelle von unendlicher Größe betrachten, wenn bei Empfindungen, die in zwei verschiedene Menschen fallen, jeder von beiden ungewiss bleibt, ob seine Empfindung mit der des anderen zusammentrifft, oder nach der einen oder anderen Seite davon abweicht.

Schon früher wurde übrigens erinnert, dass wir ja auch auf physikalischem Gebiete unsere, auf Gleichheitsbestimmungen beruhenden, genauest möglichen Maße noch mit wahrscheinlichen Fehlern behaftet finden, welche, auch wo sie nicht berechnet sind, doch vorhanden sind, und eine entsprechende Unsicherheit der Gleichheitsbestimmung hier beweisen, als der Gleichschätzung im psychischen Gebiete zukommt.

Nach Zusammenstellung der vorigen drei Gründe glaube ich wohl, dass man der betreffenden Ansicht über die Natur der Unterschieds-

schiede, wenn sie zu klein sind, nicht erkannt werden, indem der, nach Elimination zufälliger und constanter Fehler übrig bleibende sog. reine mittlere Fehler eben nur daher rühren kann, dass er nicht erkannt wird, sonst würde man ihn nicht begehen.

schwelle einiges Zutrauen schenken, und die unter I (S. 172) besprochene Ansicht von Elsas dafür Preis geben kann, indess ich es allerdings Köhler überlassen muss, wiefern er seine, mir doch nicht genau bekannte, Ansicht dagegen zu halten gedenkt.

5) Im Vorigen ist gezeigt worden, dass wir zwar zur Gewinnung eines Maßes der Unterschiedsempfindungen nicht der vorgängigen Kenntniss des Weber'schen oder irgend eines anderen ps. ph. Gesetzes bedürfen; indess wir aber, wenn jenes Gesetz einmal für einen gewissen Theil der auf einander bezüglichen Scala von Reiz und Empfindung, kurz psychophysischen Scala, constatirt ist, das Maß innerhalb dieses Theiles der Scala darauf stützen können; und dies wird für alles Folgende vorausgesetzt werden.

Ließe sich nun das Weber'sche Gesetz von Unterschiedsempfindungen auf Empfindungsunterschiede übertragen, so würden wir auf Grund desselben in ganz entsprechender Weise als früher für jene ein Maß für diese erhalten. Eine solche Uebertragung aber erscheint aus folgendem Gesichtspunkte statthaft. Die Elimination constanter Zeit- und Raumfehler ist schon zur Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes für Unterschiedsempfindungen vorausgesetzt; und unter dieser Voraussetzung besteht das Weber'sche Gesetz für die Unterschiedsempfindungen unabhängig von der Größe der Unterschiedschwelle¹⁾ und kann hiermit auch für den Fall, dass sie auf Null (hiermit die Verhältnisschwelle auf 1) herabkommt, in Anspruch genommen werden, womit der von ihr abhängige Schätzungsfehler wegfällt, die Unterschiedsempfindung mit dem Empfindungsunterschiede zusammenfällt und dieselbe Ausführung des Maßes, welche auf Unterschiedsempfindungen anwendbar ist, auf Empfindungsunterschiede anwendbar wird. Eine Rechtfertigung der betreffenden Uebertragbarkeit nur in anderer Form ist schon in den »Elem.« II. S. 85 gegeben, womit auch zu vergleichen »In Sachen« S. 11 und 46.

Wenn also z. B. für drei Sterne von den physischen Helligkeiten A , B , C das Weber'sche Gesetz sich in der Art bestätigt, dass bei Gleichheit von $\frac{B}{A}$ mit $\frac{C}{B}$ die Unterschiedsempfindung bez. A , B der

1) In der That, bei verschiedenen Menschen, bei verschiedenen Zuständen der Empfindlichkeit, bei verschiedenen zeitlich-räumlichen Verhältnissen, unter denen die Reize einwirken, nimmt die Unterschieds- wie Verhältnisschwelle verschiedene Werthe an, ohne zu hindern, dass das Weber'sche Gesetz dabei gültig bleibe.

Unterschiedsempfindung bez. B, C gleich gefunden wird, so kann man nach der Uebertragung des Weber'schen Gesetzes von den Unterschiedsempfindungen auf Empfindungsunterschiede schließen, dass auch der Empfindungsunterschied bez. A, B gleich dem E.U. bez. B, C ist, und kann hiernach ein Maß der Empfindungsunterschiede in ganz entsprechender Weise erhalten, als wir ein solches für Unterschiedsempfindungen erhalten haben, ohne dass es nöthig sein dürfte, dies nochmals auszuführen. Doch wird sich ein Anlass zu solcher Ausführung unter (6) von selbst finden. Man übersieht dabei leicht, dass dem Maße der Empfindungsunterschiede ebenso eine Einheit ihrer Art unterliegt, als dem der Unterschiedsempfindungen; nur dass beide von einander abweichen. Es ist aber zur Gewinnung des Maßes der Empfindungsunterschiede keineswegs nöthig, das Verhältniss zu kennen, in welchem die Einheit der Empfindungsunterschiede zur Einheit der Unterschiedsempfindungen steht, und mithin beiderlei Maße überhaupt zu einander stehen; es genügt bei den einen wie bei den anderen, in angeführter Weise das Verhältniss der Einzelmaße zur willkürlich gewählten Einheit ihrer Art bestimmen zu können.

Inzwischen finde ich, um dies doch gelegentlich beizufügen, nach einem, hier nicht zu reproducirenden Gange (in den »Elem.« und »In Sachen«), dass, wenn R_1, R_2 zwei verschiedene Reize sind, v die, von den zeitlich-räumlichen Verhältnissen der Reize abhängige Verhältnisschwelle, und k eine, von den absoluten Reizgrößen unabhängige, von der willkürlichen Empfindungseinheit abhängige, Constante bedeutet, man für den Empfindungsunterschied U und die zugehörige Unterschiedsempfindung u folgende Gleichungen erhält:

$$U = k \log \frac{R_2}{R_1} ; \quad u = k \log \frac{R_2}{R_1 v}$$

$$U - u = k \log v.$$

Die Formel für U entspricht meiner Unterschiedsformel, die Formel für u meiner Unterschiedsmaßformel.

Aus der Gleichung für $U - u$ folgt, dass allgemein der Empfindungsunterschied U die Unterschiedsempfindung u um einen gewissen, dem Logarithmus der Verhältnisschwelle v proportionalen Werth übertrifft, für den Fall jedoch damit zusammenfällt, dass die Verhältnisschwelle = 1 ist, was mit dem Nullwerthe der Unterschiedsschwelle solidarisch ist.

Es verdient Rücksicht, dass die Alteration, welche die wirklichen Empfindungsunterschiede im Uebergange zu empfundenen Unterschieden durch den Einfluss zeitlich-räumlicher Nichtcoincidenz der Reize und mithin Empfindungen erfahren, nicht die Empfindungen selbst betrifft; sie bleiben, bei falscher Schätzung ihres Unterschiedes, was sie an sich im Moment ihrer Entstehung und während ihrer Dauer sind; und ein entsprechender Unterschied als zwischen Unterschiedsempfindungen und Empfindungsunterschieden ist bei ihnen nicht zu machen, natürlich, da der Grund einer solchen Unterscheidung, die zeitlich-räumliche Nichtcoincidenz für jede Empfindung insbesondere wegfällt. Jeder Reiz, wie die davon abhängige ps.ph. Erregung und Empfindung fällt doch während der Dauer derselben mit sich selbst zusammen; und wenn wir zwei Empfindungen nicht ausdrücklich mit einander vergleichen, was im gewöhnlichen Leben überhaupt nur ausnahmsweise geschieht, besteht jede richtig für sich, wie sie ist, und besteht mithin ihr Unterschied richtig, wie er ist. Der Vergleich zweier Empfindungen aber, um uns ihrer Gleichheit oder Verschiedenheit bewusst zu werden, kann überhaupt nicht unmittelbar bei ihrer Auffassung geschehen, und in der Erinnerung kann jede von beiden falsch gegen die andere geschätzt werden; denn selbst über die zweietgetretene müssen wir im Moment, wo wir von ihrer unmittelbaren Auffassung zu ihrer Vergleichung mit der ersteingetretenen übergehen, erinnernd hinausgehen.

Man kann nun sagen: wenn es nicht zeitlich-räumliche Verhältnisse sind, so können es aber Aufmerksamkeits- (sog. Apperceptions-) verhältnisse sein, wodurch die Empfindungen abgeändert werden, und muss man also appercipirte, d. i. durch Aufmerksamkeit in's Bewusstsein gerufene oder dadurch in der Klarheit und Intensität gesteigerte Empfindungen von nicht appercipirten, doch in der Seele bestehenden unterscheiden. Kann doch eine Empfindung bei fehlender Aufmerksamkeit auf einen Reiz, der die Empfindung zu erwecken im Stande ist, ganz aus dem Bewusstsein schwinden, und bei vorhandener Aufmerksamkeit je nach dem Grade derselben mit verschiedener Klarheit und Intensität in's Bewusstsein treten. Wohl, erstenfalls, wenn sie ganz aus dem Bewusstsein schwindet, sage ich: sie ist eben nicht da, wenn schon eine unvollständige ps.ph. Bedingung zu ihrem Erscheinen da sein kann; und zweitenfalls: sie ist eben mit dem Grade

der Klarheit und Intensität da, den ihr der Grad der darauf bezüglichen Aufmerksamkeit verleiht. Von einer Empfindung aber, die vermöge nicht hinreichender Aufmerksamkeit in der Art aus dem Bewusstsein schwindet, dass wir weder von ihrer Qualität etwas aussagen, noch sie ihrer Quantität nach mit andern gleichartigen Empfindungen vergleichen können, als von einer in der Seele doch vorhandenen zu sprechen, schiene mir ein in's Dunkle oder Unfassliche führender Sprachgebrauch.

Köhler freilich sagt (S. 578 seiner Abh.): »Unsere Empfindungen existiren für uns nur nach der Quantität und Qualität, wie wir sie auffassen; wie sie sich abgesehen von unserer Apperception verhalten, bleibt uns völlig unbekannt.« Meinerseits würde ich sagen: abgesehen von ihrer Auffassung und dem Grade der Aufmerksamkeit, womit wir sie auffassen, existiren Empfindungen überhaupt nicht, und kann also von einem Wie ihres Verhaltens abgesehen davon nicht die Rede sein. Hingegen kann nach der Uebertragbarkeit des Weber'schen Gesetzes von Unterschiedsempfindungen auf Empfindungsunterschiede und den unter (10) und (11) aufgestellten Sätzen über die Aufmerksamkeit allerdings nicht nur von Verhältnissen der Empfindungsunterschiede und Empfindungen, wie sie unter Mitrücksicht auf die Aufmerksamkeit wirklich sind, die Rede sein, sondern lassen sich auch gesetzliche Bestimmungen darüber geben.

6) Aus der Messbarkeit der Empfindungsunterschiede unter (5) folgt nun die der Empfindungen auf Grund einer einfachen Thatsache und eines einfachen mathematischen Satzes.

Ersteres die, der Thatsache der Unterschiedsschwelle analoge, Thatsache der einfachen Reizschwelle, wonach ein Reiz, der im Stande ist, eine bestimmte Art von Empfindungen hervorzurufen, doch erst eine gewisse Größe, d. i. eben die Reizschwelle, übersteigen muss, ehe die Empfindung anfängt, gespürt zu werden, hiermit den Nullwerth einer wirklichen Empfindung zu übersteigen. Man kann nach dem Grunde der Reizschwelle eben so fragen, als nach dem der Unterschiedsschwelle gefragt wurde, und es wird auf diese Frage zurückzukommen sein; zunächst aber handelt es sich nur um die jedenfalls bestehende Thatsache. Der mathematische Satz ist dieser: die Unterschiede gegebener Werthe von Null fallen mit den betreffenden Werthen selbst zusammen, $a - 0 \text{ ist } = a$; $b - 0 \text{ ist } = b$ u. s. w.

Sei nun innerhalb der Gültigkeitsgrenzen des Weber'schen Gesetzes eine Reihe der Ordnung nach aufsteigender willkürlich abänderbarer Reize

A, B, C, D, E . . .

gegeben, denen die sich mit abändernden Empfindungen

a, b, c, d, e . . .

zugehören; so werden wir es durch Abänderung der Werthe der oberen Reihe dahin bringen können, dass

$$\frac{B}{A} = \frac{C}{B} = \frac{D}{C} \text{ u. s. w.,}$$

dass mithin nach dem Weber'schen Gesetze die zugehörigen Unterschiedsempfindungen gleich werden, und nach der Uebertragbarkeit des Weber'schen Gesetzes von Unterschiedsempfindungen auf Empfindungsunterschiede auch die successiven Empfindungsunterschiede

b - a, c - b, d - c, e - d

gleich werden. Dann wird nach unserem allgemeinen Maßprincip der Empfindungsunterschied zwischen irgend einem Gliede der Reihe, sagen wir *c*, und dem oberen Endgliede, kurz der Empfindungsunterschied *e - c* aus den zwei gleichen Empfindungsunterschieden *d - c*, *e - d* zusammengesetzt, mithin doppelt so groß sein, als jeder von beiden, womit wir zunächst ein Maß des Empfindungsunterschiedes *e - c*, unter Annahme von *d - c* als Einheit erhalten; denn wir werden danach sagen können, der Empfindungsunterschied *e - c* sei = 2, wenn der E.U. *d - c* als 1 genommen wird. Dasselbe wird aber auch noch richtig bleiben, wenn bei Gleichheit der successiven Reizverhältnisse, wovon die Gleichheit der successiven Empfindungsunterschiede abhängt, eine der Empfindungen, sagen wir wieder *c*, den Nullwerth, hiermit *C* den Schwellenwerth hat, ein Fall, der sich bei freigestellter Abänderung der Reize immer herstellen lässt. Auch dann wird *e - c* zweimal so groß als *d - c*, hiermit solidarisch aber *e* zweimal so groß als *d* sein, weil ja *c = 0*; und sollte die Reihe der großen und kleinen Buchstaben noch in entsprechender Weise über *E* und *e* hinaus fortgesetzt werden, so würde nach entsprechender Herleitung die dem Reize *F* zugehörige Empfindung *f* dreimal so groß als die Empfindung *d* sein, womit dem Princip eines Maßes der Empfindung entsprochen ist.

Diese Ableitung des Empfindungsmaßes erscheint freilich sehr umständlich, wogegen die, davon abhängige, Maßformel

$$E = k \log \frac{R}{\mathfrak{R}}$$

worin \mathfrak{R} der Schwellenwerth des Reizes ist, sehr einfach ist. Hier aber sollte es sich wesentlich eben nur um Verdeutlichung des Principes des Empfindungsmaßes handeln, wozu eine Bezugnahme auf diese Formel nicht dienen kann; indess die Ableitung der Formel nur auf Grund des Principes zu geschehen hatte.

Natürlich werden die Empfindungen d, e , welche den Reizen \mathfrak{D} , E oberhalb des Schwellenwerthes C zugehören, positive Werthe erhalten, wogegen die Empfindungen $0-a, 0-b$, welche den Reizen A, B unterhalb des Schwellenwerthes C zugehören, und gar nicht in's Bewusstsein fallen, consequentermaßen (wie auch nach voriger Formel) negative Werthe annehmen, um so größere, je weiter sie wegen Sinkens der Reize unter den Schwellenwerth, von wo an ein Merklichwerden der Empfindung erst beginnt, von diesem Merklichwerden entfernt sind. Ueber meine demgemäße Deutung dieser negativen Empfindungswerthe habe ich mich wiederholten Anfechtungen gegenüber wiederholt in früheren Schriften (Elem. II. 39 ff., In Sachen 48 ff., Revision 206 ff.) ausgesprochen und werde unter III (3) Anlass haben, Köhler gegenüber nochmals darauf zurückzukommen, ohne etwas von meinen früher geäußerten Ansichten darüber zurücknehmen zu können.

In m. Elem. I. 60 habe ich die successiven einander gleichen Differenzen $d-c, e-d$ u. s. w. als gleiche Incremente, aus denen die Empfindung vom Nullwerth $c=0$ an erwächst, bezeichnet, und hiernach das Princip des Empfindungsmaßes sachlich gleichgeltend mit voriger Darstellung so formulirt:

»Principiell also wird unser Maß der Empfindung darauf hinauskommen, jede Empfindung in gleiche Abtheilungen, d. h. die gleichen Incremente, aus denen sie vom Nullzustande erwächst, zu zerlegen, und die Zahl dieser gleichen Abtheilungen als wie durch die Zolle eines Maßstabes, durch die Zahl der zugehörigen variablen Reizzuwüchse bestimmt zu halten, welche die gleichen Empfindungszuwüchse hervorzubringen im Stande sind.«

Damit stimmt folgende Erklärung, Elem. II. 191, für den allgemeinen Fall, dass die Beziehung zwischen gegebenen Empfindungsunterschieden und zugehörigen Reizverhältnissen oder relativen Reiz-

unterschieden im Uebergange zu verschiedenen Höhen der Reiz- und Empfindungsscala variirt, also nicht allgemein dem Weber'schen Gesetze entspricht.

»Das Wesentliche, worauf sich unser Princip in seiner vollen Allgemeinheit stützt, ist nur die Möglichkeit, die Gleichheit kleiner Aenderungen, Zuwüchse der Empfindung für gegebene Reizzuwüchse in verschiedenen Theilen der Reizscala zu constatiren, wofür uns nicht nur eine, sondern drei gute Methoden zu Gebote stehen. Indem wir die ganze Empfindung aus constanten Zuwüchsen $\delta\gamma$ von Null an, welche als Function zugehöriger Reizzuwüchse $\delta\beta$ in den verschiedenen Theilen der Reizscala bestimmt sind, erwachsen denken, erhalten wir den Maßwerth der ganzen Empfindung γ durch Summation ihrer Zuwüchse von Null bis zum Werthe γ , welcher einem gegebenen Reize β entspricht, oder allgemeiner den Unterschied $\gamma - \gamma^1$ zweier Empfindungen, welche den Reizen β, β^1 entsprechen, als Summe der in das zugehörige Intervall fallenden Zuwüchse.«

Es folgen noch Erläuterungen und Anwendungen, die ich hier übergehe.

7) Nachdem im Vorigen der Aufgabe genügt ist, ohne Formelaufwand zu zeigen, nach welchen Principien sowohl ein Maß der Unterschiedempfindungen als Empfindungsunterschiede als Empfindungen in Bezug auf Einheiten ihrer Art zu gewinnen, unterlasse ich es, auch auf die von diesen Principien abhängige Entwicklung der betreffenden Formeln einzugehen, von welchen die wichtigsten die sog. Fundamentalformel, Maßformel, Unterschiedsformel und Unterschiedsmaßformel sind. Man findet diese Entwicklung theils in den ersten Capiteln des II. Bandes meiner »Elemente«, theils, in kürzerer und bequemerer Uebersicht, in meiner Schrift »In Sachen« S. 7 ff. Ich habe bisher keinen Anlass gefunden, von diesen Formeln abzugehen, und nur in Betreff ihrer Ableitung aus formellem Gesichtspunkte folgendes zu bemerken.

In den »Elementen« habe ich das, direct nur an Unterschiedempfindungen bewährbare Weber'sche Gesetz von vorn herein auf Empfindungsunterschiede übertragen, und hiernach Fundamentalformel, Maßformel und Unterschiedsformel abgeleitet, ohne diese Uebertragbarkeit vorher begründet zu haben. Doch begründet dies in sofern

keinen sachlichen Einwand gegen die Gültigkeit dieser Formeln, als die Rechtfertigung der betreffenden Uebertragbarkeit in den Elementen selbst (II. S. 85) nachgetragen und durch weitere Betrachtungen in »In Sachen« S. 11. 46 gestützt worden ist; indess ein formaler Einwand wohl gegen die Nachträglichkeit selbst erhoben werden kann, dem in dieser Abh. von vornherein dadurch begegnet ist, dass die Beziehung des Weber'schen Gesetzes von vorn herein auf Unterschiedsempfindungen geschah und von da zur Uebertragung auf Empfindungsunterschiede geschritten wurde.

Zunächst könnte man meinen, da das Weber'sche Gesetz direct doch nur an Unterschiedsempfindungen bewährbar ist, müsste die darauf bezügliche Unterschiedsmaßformel auch direct, ohne erst durch die Uebertragung auf Empfindungsunterschiede durchzugehen, aus dem Weber'schen Gesetze ableitbar sein. Aber Unterschiedsempfindungen sind durch die Unterschieds- und Verhältnisschwelle complicirt, welche Complication bei den Empfindungsunterschieden wegfällt, und formell wird doch der Fortschritt von den einfachen zu den zusammengesetzten Formeln im Vortheil bleiben.

Hiernach gehe ich noch zu manchen Betrachtungen über, welche zur Vervollständigung der bisher gepflogenen dienen.

8) Wundt (Phil. Stud. II. S. 3. 23) unterscheidet ein Weber'sches und ein Fechner'sches »Maßprincip« aus folgendem Gesichtspunkte. »Nach dem Weber'schen Princip können eben merkliche Unterschiede der Empfindung in Bezug auf den Grad ihrer Merklichkeit einander gleich gesetzt werden; wogegen nach dem Fechner'schen gleich merkliche Unterschiede [d. h. nach mir gleich große Unterschiedsempfindungen] als gleich große Unterschiede von Empfindungen [nach mir kurz als gleiche Empfindungsunterschiede] betrachtet werden können.« Gegen das Weber'sche Princip lasse sich nichts einwenden, wogegen das Fechner'sche discussionsfähig und nur unter beschränkenden Bedingungen zuzulassen sei, auf deren Untersuchung Wundt eingeht.

Sollte nun wirklich ein Fechner'sches Maßprincip von einem Weber'schen zu unterscheiden sein, so möchte ich es doch in voriger Weise nicht scharf genug definirt finden, um Missverständnisse auszuschließen, und glaube auch, dass es sachlich nicht ganz mit dem, mir von Wundt zugeschriebenen übereinstimmt, wenn schon es eine

leichte Verwechslung damit zulassen mag. Factisch besteht mein Maßprincip, wenn von einem solchen als einem vom Weber'schen unterscheidbaren die Rede sein soll, nur in der, unter (5) und (6) besprochenen, Ansicht von der Uebertragbarkeit des Weber'schen Gesetzes von Unterschiedsempfindungen auf Empfindungsunterschiede, welche Uebertragbarkeit allerdings mit dem, direct auf Unterschiedsempfindungen bezüglichen, Weber'schen Gesetze nicht von selbst gegeben ist, daher es einer Begründung derselben bedurfte, worüber die betreffenden Nummern nachzusehen.

Nun gehört schon zur Constatirung des Weber'schen Gesetzes, sogar in seinen ausgezeichnetsten Fällen, die Erfüllung gewisser Bedingungen, als wie die Erhaltung gleichförmiger äußerer Versuchsverhältnisse und eines gleichförmigen Zustandes der Aufmerksamkeit, die Compensation constanter und zufälliger Fehler. Wenn sich aber das Weber'sche Gesetz unter Einhaltung solcher Bedingungen bezüglich der Unterschiedsempfindungen bestätigt, vermöchte ich keine beschränkenden Bedingungen seiner Uebertragbarkeit auf Empfindungsunterschiede weiter anzuerkennen; und da Wundt doch solche nach seiner Fassung des Fechner'schen Maßprincips für dessen Gültigkeit findet, so muss ich allerdings glauben, dass eine sachliche Differenz in dieser Hinsicht zwischen uns besteht, zu deren Hervorhebung die Bemerkung beitragen mag, dass die, von mir angenommene Uebertragbarkeit des Weber'schen Gesetzes von Unterschiedsempfindungen auf Empfindungsunterschiede unter keinen Umständen auf eine Identificirung beider hinausläuft; sondern unter allen Umständen bleiben nach (5) die Unterschiedsempfindungen u kleiner als die Empfindungsunterschiede U . Da mir nach Allem eine volle Klarheit darüber mangelt, wiefern das, mir von Wundt zugeschriebene, Princip mit dem, wozu ich mich bekenne, zusammentrifft oder nicht, unterlasse ich es, auf weitere Erörterungen darüber einzugehen, und möchte nur bemerken, dass ich jedenfalls der Gleichung (Phil. Stud. II, S. 6.27)

$$k \frac{\Delta R}{R} = \Delta E,$$

welche Wundt nach seiner Fassung meines Maßprincips mit demselben in Beziehung setzt, nicht zuzustimmen vermöchte, sofern sie sich auf endliche Differenzen bezieht. Hierüber aber sind bestimmtere Erklärungen unter I (5) und III (6) gegeben.

9) Wie man gesehen hat, kann ein Empfindungsmaß nicht ohne Bestimmung der Reizschwelle, d. h. des Reizwerthes, bei welchem die Empfindung Null ist, erlangt werden. Nun lässt sich fragen, ob das Dasein einer Reizschwelle nicht bloß davon abhängt, dass der Reiz erst eine gewisse Stärke übersteigen muss, um durch die äußeren Zwischenmittel und den Sinnesnerven durch bis zum Sensorium (Gehirn) als dem Ort, wo überhaupt nur ps.ph. Erregungen zu suchen sind, zu gelangen, ob aber auch, wenn er dahin gelangt ist, und eine ps.ph. Erregung hervorgerufen hat, diese erst einen gewissen endlichen Werth, eine sog. innere oder psychophysische Schwelle übersteigen muss, um eine merkbare Empfindung zu geben, oder ob schon die kleinste ps.ph. Erregung eine entsprechend kleinste Empfindung hervorruft. Diese Frage ist an sich wichtig; die Möglichkeit eines Empfindungsmaßes aber hängt, wie schon unter I. (9) bemerkt, nicht an ihrer Entscheidung, da vielmehr die Thatsache der äußeren Reizschwelle, d. h., welche sich auf den äußeren Reiz bezieht, gleichviel ob eine innere oder psychophysische besteht, zur Begründung eines Empfindungsmaßes in angegebener Weise hinreicht.

Aber gehen wir doch näher auf die betreffende Frage ein, um damit zugleich die Beziehung der verschiedenen Schwellen zu einander in's Licht zu setzen.

Die Unterschiedsschwelle anlangend, so ist nicht möglich, das Dasein derselben eben so, wie es bei der Reizschwelle wenigstens möglich scheint, bloß darauf zu schieben, dass die Reize, welche den zu unterscheidenden Empfindungen zugehören, nicht bis zum Sensorium gelangt sind, mithin keine ps.ph. Erregungen erweckt haben, da der Umstand selbst, dass die zu unterscheidenden Empfindungen für das Bewusstsein vorhanden sind, beweist, dass auch die körperlichen Bedingungen dazu, die wir psychophysische nennen, vorhanden sein müssen. Die Unterschiedsschwelle ist also jedenfalls eine innere, d. h. nicht bloß für den Unterschied von Reizen, sondern von ps.ph. Erregungen gültige. Das Dasein der Unterschiedsschwelle ließ sich nun davon abhängig machen, dass die Reize und mithin davon abhängigen ps.ph. Erregungen, an welche sich Empfindungen verschiedener Größe bei gleicher Art knüpfen, nicht zeitlich-räumlich coincidiren. Hiergegen lässt sich das Dasein der, auf Empfindungen bezüglichen sei es äußeren oder inneren Schwelle, nicht von einer entsprechenden

Ursache abhängig machen, da besprochenermaßen jeder Reiz, mithin die davon abhängige ps.ph. Erregung und Empfindung mit sich selbst coincidirt; und dies könnte als ein Grund angesehen werden, die Reizschwelle bloß als eine äußere in obigem Sinne gelten zu lassen. Allein es wird sich zeigen lassen, dass, wenn es auch Fälle geben kann, wo der Reiz sich wirklich nicht bis zum Sensorium fortpflanzt (s. Revision S. 240), doch auch in dem Falle, wo er sich bis dahin fortpflanzt, aus einem andern Grunde als dem der zeitlich-räumlichen Nichtcoincidenz eine gewisse Größe der, durch den Reiz erweckten, ps.ph. Erregung, kurz innere oder ps.ph. Schwelle überstiegen werden muss, um die zugehörige Empfindung bemerklich werden zu lassen.

Man muss nämlich berücksichtigen, dass, wenn während des wachen Zustandes ein Reiz seine Wirkung bis zum Sensorium erstreckt, er dasselbe nicht psychophysisch leer, sondern schon von irgendwelchen ps.ph. Erregungen eingenommen findet; und zwar liegt dies im Begriff des wachen Zustandes selbst, sofern sich dieser eben dadurch vom Zustande des traumlosen Schlafes unterscheidet, dass wir dabei in irgendwelchen Bewusstseinsvorgängen begriffen sind, welche das Dasein von ps.ph. Vorgängen voraussetzen, insofern wir Bewusstseinsvorgänge überhaupt an solche geknüpft halten.

Kürze halber werde ich die schon vorhandene ps.ph. Erregung des Sensoriums, zu welcher die durch den Reiz erweckte zutritt, die vorgängige, die durch den zutretenden Reiz erweckte die zutretende nennen, wobei indess zu berücksichtigen, dass auch während der Dauer einer Reizeinwirkung eine davon unabhängige ps.ph. Erregung des Sensorium besteht, welche unter entsprechende Gesichtspunkten als die vorgängige tritt, aber vielmehr als mitgehende zu bezeichnen wäre. Wo also Kürze halber bloß vorgängige Erregung genannt wird, ist die Uebertragbarkeit auf mitgehende vorausgesetzt.

Die vorgängige (resp. mitgehende) ps.ph. Erregung setzt sich gemeinhin aus verschiedenartigen Componenten zusammen. Wir sind im wachen Zustande theils in einem, mit einer gewissen Intensität von statten gehenden Vorstellungslaufe begriffen, theils macht sich dieses oder jenes Gemeingefühl geltend, theils sind wir abgesehen von dem zutretenden äußeren Reize schon von diesen oder jenen andern äußeren Reizen afficirt, welche bis zum Sensorium gelangen.

Alles das führt ps.ph. Erregungen verschiedener Art mit sich, so dass die ganze vorgängige ps.ph. Erregung gemeinhin eine Mischung von solchen ist, die ihrer Art nach mit der zutretenden nicht oder nicht vollständig übereinstimmen. Zwar auch, wenn die ganze vorgängige ps.ph. Erregung nur in einer einzigen, von der zutretenden der Art nach verschiedenen, bestände, würden die folgenden Principien noch gelten, doch bleiben wir bei dem allgemeineren und der Wirklichkeit unstreitig in der Regel mehr entsprechenden Falle einer vorgängigen Mischung stehen.

Nun lässt sich aus einfachen, aber fundamentalen Thatsachen der Satz ableiten, dass die durch den Empfindungsreiz zutretende ps.ph. Erregung einen gewissen Grad der Stärke, welcher mit der Stärke der vorgängigen Erregung zugleich wächst, d. i. die von mir sog. Mischungsschwelle, übersteigen muss, wenn die Empfindung, welche der Reiz für sich erwecken würde, ihrer Qualität nach spürbar und ihrer Quantität nach mit anderen Empfindungen vergleichbar in's Bewusstsein treten soll. Unterhalb dieses Grades der Stärke wird zwar die psychische Erregung, welche der vorgängigen ps.ph. Erregung zugehört, durch den Zutritt einer neuen ps.ph. Erregung als verstärkt und ihrer Qualität nach als modificirt anzunehmen sein, ohne dass wir aber diesen psychischen Zuwachs und diese psychische Qualitätsänderung abgesondert in's Bewusstsein zu nehmen vermögen, was ich kurz dadurch bezeichne, dass die Empfindung, welche der betreffende Reiz für sich erwecken würde, unbewusst in der vorgängigen psychischen Erregung (dem vorgängigen resp. mitgehenden Bewusstseinszustande) aufgeht, so lange die Mischungsschwelle nicht überschritten ist. Als besonders auffassbar tritt die Empfindung erst mit Uebersteigen dieser Schwelle hervor.

Das Wesentlichste, was hierüber zu sagen, ist schon in meinen Erörterungen über die Mischungsschwelle in »In Sachen« S. 105 f. und in »Revision« S. 178 ff. enthalten, ohne bisher Beachtung gefunden zu haben. Zur Erläuterung der Thatsache der Mischungsschwelle ging ich da von folgendem Beispiele aus.

»In einem starken Geräusch, wie es etwa von einer aufgeregten Volksmasse hervorgebracht wird, kann ein Violinton als solcher ganz unhörbar untergehen, indess er doch zur Hörbarkeit des Geräusches beiträgt. Soll er aber seiner Qualität und Quantität nach besonders

erkannt werden, so muss entweder das mitgehende Geräusch wegfallen, oder er muss sich mit einem gewissen Grade der Stärke, d. i. um die Mischungsschwelle, über das mitgehende Geräusch erheben. Entsprechend mit Geruchs- und Geschmacksreizen.«

Die vorgängige oder in diesem Beispiele vielmehr mitgehende ps.ph. Erregung ist hier durch eine, von einem äußeren Reize, dem Geräusche, abhängige Erregung repräsentirt; aber nur deshalb ist dies Beispiel gewählt, weil die Thatsache der Mischungsschwelle dadurch so zu sagen aufzeiglich wird; jedoch leuchtet ein, dass eine, durch innere Gründe verursachte, vorgängige oder mitgehende ps.ph. Erregung dasselbe leisten muss.

Während nun die Qualität des psychischen Zustandes, der sich an eine vorgängige oder mitgehende ps.ph. Erregung knüpft, durch den Einfluss einer zutretenden ps.ph. Erregung, welche die Mischungsschwelle nicht erreicht, modificirt wird, ohne dass wir die von der letzteren abhängige psychische Erregung von der vorgängigen oder mitgehenden, in der sie unbewusst aufgeht, zu unterscheiden wissen, wird umgekehrt bei Uebersteigen der Mischungsschwelle die ihrer Qualität nach unterscheidbar gewordene psychische Erregung, welche an der zutretenden ps.ph. Erregung hängt, durch die concurrirende vorgängige oder mitgehende beeinflusst. So, wenn der Violinton bei mäßigem Geräusche die Mischungsschwelle übersteigt und als Violinton erkannt wird, erscheint er doch durch das mitgehende Geräusch gestört, und können überhaupt Töne durch solche Störung den Eindruck der Rauheit machen. Allgemein und gründlich gefasst können daher mit einander zusammentreffende Empfindungen verschiedener Art gegenseitig als mitgehend und zutretend gefasst werden.

In dem vorigen Beispiele sind beide in Concurrenz tretende ps.ph. Erregungen zwar verschiedener Art, aber aus demselben Sinnesgebiete genommen. Doch ist letzteres wieder nicht wesentlich. Gesetzt, jemand ist ganz in das Hören eines Concertes vertieft, so wird die Wirkung schwacher oder mäßiger Gesichtsrerize unbewusst darin aufgehen, wie denn der aufmerksame Hörer in einem hellen Concertsaale vom Dasein der Helligkeit kein Sonderbewusstsein hat, wogegen der Eintritt eines starken Blitzes das Sonderbewusstsein der Helligkeit bei ihm sofort wachrufen kann. Doch ist auch die mäßige Helligkeit des Concertsaales, indem sie in dem Gehörseindruck unbewusst aufgeht, nicht

einflusslos auf denselben, denn in einem hellen Concertsaale hört sich dasselbe Concert bei demselben Grade der Aufmerksamkeit doch anders an, als in völliger Dunkelheit; der Gehörseindruck wird durch den Gesichtseindruck unter der Mischungsschwelle immerhin etwas modificirt, oder durch den darin aufgehenden Gesichtseindruck gestört. Natürlich kommen hierbei Aufmerksamkeitsverhältnisse mit in's Spiel, aber nicht in Widerspruch, sondern Hand in Hand mit der Thatsache der Mischungsschwelle. Durch, sei es willkürlich oder unwillkürlich verstärkte Aufmerksamkeit auf einen Reiz kann nämlich die Gesamtintensität des darauf bezüglichen Bewusstseins so verstärkt werden, dass die Mischungsschwelle überstiegen wird, wobei die in meiner »Revision« S. 269 ff. entwickelten und folgendes unter (10) und (11) recapitulirten Betrachtungen über die Rolle der Aufmerksamkeit in Rücksicht kommen.

Hiernach ist zugegeben, dass jede ps.ph. Erregung, mag sie klein oder groß sein, auch eine psychische Leistung, d. i. Steigerung der Bewusstseinsthätigkeit, mitführt, und es insofern gar keine innere d. h. für ps.ph. Erregungen gültige, Schwelle gibt, nur dass die Empfindung, um deren Erkenntniss und Maß es sich in unseren Maßformeln für Empfindung handelt, nicht eher einen Gewinn davon hat, als bis die Mischungsschwelle überstiegen ist, bis dahin ist ein positiver Gewinn bloß für die vorgängige psychische Erregung in Anspruch zu nehmen, und besteht allerdings für die betreffende Empfindung insofern eine innere oder ps.ph. Schwelle, als erst eine gewisse Größe der zur Empfindung gehörigen ps.ph. Erregung, d. i. eben die Mischungsschwelle, überstiegen werden muss, bevor die betreffende Empfindung ihrer Qualität und Quantität nach unterscheidbar in's Bewusstsein tritt. Ja, bevor die Mischungsschwelle erreicht ist, mithin noch etwas an der Größe der ps.ph. Erregung fehlt, von wo an die Empfindung als besonders unterscheidbar auftritt, fehlt auch noch etwas an dem Zustandekommen dieser Empfindung, was in entsprechendem Sinne durch negative Empfindungswerthe auszudrücken ist, als oben bei Bezugnahme auf die Reizschwelle statt auf die Mischungsschwelle besprochen wurde.

Wie wir nun bei gleichartigen Empfindungen statt der Unterschiedsschwelle auch die Verhältnisschwelle in Betracht ziehen können, welche überstiegen werden muss, um eine erkennbare Unter-

schiedsempfindung zu haben, so entsprechend statt der Mischungsschwelle als Unterschied psychophysischer Erregungen (Unterschiedsmischungsschwelle) das Verhältniss derselben (Verhältnissmischungsschwelle), was überstiegen werden muss, um eine besonders auffassbare Empfindung zu erhalten, was aber nur ein formell verschiedener Ausdruck derselben Thatsache ist.

Durch vorstehende Betrachtungen wird nichts in unseren auf das Weber'sche Gesetz gegründeten Maßformeln für Empfindungen, Empfindungsunterschiede und empfundene Unterschiede geändert, sondern die Deutung dieses Gesetzes und dieser Formeln bloß dahin bestimmt, dass als die Empfindungen, worauf sich das Gesetz und die Formeln beziehen, nicht die, in einem vorgängigen oder mitgehenden Bewusstseinszustande aufgehenden, sondern die besonders auffassbaren Empfindungen zu verstehen sind, wobei die Mischungsschwelle an die Stelle der Reizschwelle tritt, was ich schon früher (Revision S. 180) mit der Bemerkung begleitet habe, dass die Schwelle, um die es sich hierbei handelt, nicht als eine absolut unveränderliche anzusehen sei, sondern sich mit dem Werthe der vorgängigen ps.ph. Erregung ändern müsse.

Unstreitig wird man zugestehen müssen, dass die Mischungsschwelle im angegebenen Sinne keine Fiction, sondern eine Thatsache ist, welcher Rechnung zu tragen ist. Sofern dies aber seitens Anderer bisher nicht geschehen ist, darf ich behaupten, dass alle Besprechungen der Frage, ob eine innere Schwelle bestehe, welche bisher seitens Anderer vorliegen, nicht nur unvollständig, sondern auch unzulänglich geblieben sind.

10) Schon mehrmals war Anlass, der Aufmerksamkeit als einer, bei unseren ps.ph. Versuchen mitspielenden, und in den darauf bezüglichen Betrachtungen zu berücksichtigenden, psychischen Thätigkeit zu gedenken. Zur Klarstellung meiner Ansichten über die Rolle, welche ich der Aufmerksamkeit hierbei beilege, mögen folgende Bemerkungen dienen.

Die Aufmerksamkeit ist ein durch Selbstbeobachtung in uns aufzeiglicher, psychischer Act, der sich ebenso aufzeiglich nicht nur auf sinnliche Empfindungen, welche durch äußere Reize erweckt werden, sondern auch auf innerlich erzeugte Vorstellungen, kurz auf psychische Phänomene jeder Art, allgemein mit β zu bezeichnen, be-

ziehen kann. Wenn wir sagen, dass sie sich auf einen Reiz richte oder beziehe, heißt dies eigentlich nur, dass sie sich auf die dadurch erweckte Empfindung beziehe, welche unter den Begriff des \mathfrak{B} mitgehört. Ich stelle nun, auf Grund schon früherer eingehenderer Erörterungen hierüber im XIX. Cap. meiner »Revision« S. 269 ff. folgende Sätze auf.

1) Ein und dasselbe \mathfrak{B} kann mit verschiedener Aufmerksamkeit aufgefasst, oder, in Anschluss an den Sprachgebrauch Wundt's, verschieden apperzipirt werden¹⁾. Es ist aber dabei die Stärke oder Intensität der Aufmerksamkeit, heiße sie zugleich der Sache und Intensität nach \mathfrak{A} , von der Stärke oder Intensität des Phänomens \mathfrak{B} unterscheidbar, wie uns die innere Erfahrung lehrt. Ich weiß z. B., wenn ich einen Schall höre, sehr wohl zu unterscheiden, ob die Schallempfindung \mathfrak{B} oder die Aufmerksamkeit \mathfrak{A} sich verstärkt resp. schwächt; ob beide zugleich sich verstärken oder schwächen, oder, was ja auch vorkommen kann, die eine sich verstärkt, während die andere sich gleich bleibt oder sich schwächt.

2) Die Gesamtintensität des Bewusstseins, welche bei Auffassung eines \mathfrak{B} thätig ist, heiße sie \mathfrak{B} , setzt sich aus der Intensität der \mathfrak{A} , welche dabei verwendet wird, und der Intensität des \mathfrak{B} , auf welches sie bezogen ist, kurz aus \mathfrak{A} und \mathfrak{B} als aus zwei Componenten zusammen, und kann eben sowohl seitens der einen als anderen, als beiden zugleich sich ändern.

3) Unter gewöhnlichen Umständen wird die Intensität eines \mathfrak{B} nicht merklich oder erheblich durch Verstärkung der darauf gerichteten \mathfrak{A} verstärkt. Indessen lassen die bekannten Versuche Meyer's schließen, dass eine solche Verstärkung doch nicht überhaupt fehlt (Revision S. 72). Auch in diesem Falle aber bleibt die verstärkte \mathfrak{A} von dem verstärkten \mathfrak{B} unterscheidbar und nimmt die, auf letzteres bezogene, Gesamtintensität des Bewusstseins \mathfrak{B} von beiden Seiten zugleich zu.

1) Nach »Physiol. Psychol.« 2. Aufl. II. S. 20 (Anmerk.) versteht Wundt unter Apperception psychischer Werthe »die Erfassung derselben durch die Aufmerksamkeit« gegenüber »dem einfachen Bewusstwerden, dem Percipiren«, indess er sie nach »Philos. Stud.« II. S. 33 »mit Rücksicht auf ihren Effect als denjenigen Vorgang definiert, durch welchen die Klarheit einer, im Bewusstsein anwesenden, zuvor percipirten, Vorstellung erhöht werde«. Dies in Kürze. Eingehender behandelt Wundt den Begriff und das Wesen der Apperception am o. a. O. (Ph.Ps. II) von S. 204 an.

4) Quantitative oder qualitative Verschiedenheit (Contrast), sowie Wechsel von β 's ruft bezüglich derselben (bei zeitlichem Wechsel bez. des späteren) unwillkürlich eine stärkere α hervor als Gleichförmigkeit. Es scheint aber (nach »Revis.« S. 282) unter sonst gleichen Umständen auch die absolute Stärke der β 's unwillkürlich mitbestimmend für die Stärke der darauf bezogenen α .

5) Die α bez. eines β kann aber auch willkürlich verstärkt oder geschwächt, und der unwillkürliche Grad derselben dadurch abgeändert werden.

Eine Folgerung hiervon ist, dass die α bei Versuchen mit abgeänderten Reizgrößen, welche unwillkürlich eine Veränderung des Grades der darauf bezogenen α mitführen würden, doch willkürlich (eine Willkür, die bei fortgesetzten Versuchen leicht zur Gewöhnung wird) auf demselben Stande erhalten werden kann.

6) Die α kann in größerer oder geringerer Stärke einem β zugewandt, darauf bezogen, aber auch davon abgewandt, davon abgezogen sein. Die Zuwendung mit größerer oder geringerer Stärke der α zu einem β (sei es willkürlich oder unwillkürlich) ist aber im Allgemeinen antagonistisch mit einer entsprechenden Abziehung derselben von einem anderen β (oder anderen β 's) oder mindestens Schwächung der auf letzteres bezogenen α verbunden; und umgekehrt die Abwendung oder Schwächung einerseits mit einer Zuwendung oder Verstärkung andererseits; so dass die Gesamtintensität des Bewusstseins bez. beider β 's sich nicht nothwendig damit ändert.

7) Wenn die Stärke der, einem β zugewandten α als positiv gefasst wird, ist sie in Abwendung davon bezüglich desselben β als negativ zu fassen, und zwar in um so größeren negativen Werthen auszudrücken, je stärker sie abgezogen ist. Zwischen Zuwendung und Abwendung der α bezüglich eines β liegt der Nullwerth derselben bez. dieses β , bei welchem die der α unterliegende ps.ph. Thätigkeit ihren Schwellenwerth erreicht.

8) So wie nämlich psychischerseits bei einem mit einem gewissen α -Grade aufgefassten β die Componenten α und β zu unterscheiden sind, so auch die körperlichen Bedingungen oder ps.ph. Unterlagen von α und β , welche zugleich der Sache und Intensität nach resp. mit A und P bezeichnet werden mögen. Zur Gesamtintensität des Bewusstseins β bez. eines gegebenen β gehört ein, aus A und P zusam-

mengesetzes B , welches nach Erörterungen in »Revision« S. 276 vielmehr durch AB als $A+B$ zu repräsentiren ist.

9) Ein \mathfrak{P} kann bei gegebenem \mathfrak{A} und mithin A eben sowohl aus dem Bewusstsein schwinden, und hiermit negative Werthe annehmen, wenn sein P unter einen gegebenen Werth, die Schwelle p fällt, als wenn bei gegebenem P die \mathfrak{A} und hiermit A unter einen gegebenen Werth, die Schwelle a fällt. In jedem Falle schwindet es dann, wenn die Gesamttintensität des Bewusstseins bezüglich \mathfrak{P} einen negativen Werth annimmt, d. i., wenn die zu dieser Gesamttintensität gehörige ps.ph. Thätigkeit $B=AP$ unter eine gewisse Grenze, die Schwelle $b=ap$ sinkt.

10) Wenn mehrere an sich unterscheidbare \mathfrak{P} 's in Verbindung aufgefasst werden, so kann die Unterscheidung eines jeden von den übrigen durch willkürliche Verstärkung der \mathfrak{A} bez. desselben erleichtert werden, z. B. dadurch ein gewisser Ton aus einem Gemisch anderer Töne herausgehört werden, der ohne besonders auf ihn gerichtete \mathfrak{A} im Gemisch der übrigen Töne ununterscheidbar untergehen, d. i. unter seine Mischungsschwelle fallen würde. Nun kann man fragen, wie lässt sich die \mathfrak{A} auf ein \mathfrak{P} richten, dessen Dasein uns eben wegen dieses Untergehens noch nicht bekannt ist. Aber sie kann mittelbar darauf gerichtet werden, indem sie auf die vorweg genommene Vorstellung desselben gerichtet wird.

11) Wenn ein \mathfrak{P} sich aus verschiedenen \mathfrak{P} 's zusammensetzt, die unter erforderlichen Bedingungen, welche aber nicht immer vorhanden zu sein brauchen, unterschieden werden können, so sprechen wir von um so größerer Deutlichkeit des zusammengesetzten \mathfrak{P} , je mehr von diesen Bestandtheilen und je schärfer sie unterschieden werden. — Wenn ein \mathfrak{P} mit anderen, unter erforderlichen Bedingungen davon unterscheidbaren \mathfrak{P} 's zugleich im Bewusstsein ist, so sprechen wir von um so größerer Klarheit des betreffenden \mathfrak{P} , von je mehr der anderen \mathfrak{P} 's und je schärfer es sich davon unterscheidet. Die Bedingungen größerer Deutlichkeit und Klarheit liegen in Verhältnissen der P und A , welche den betreffenden \mathfrak{P} 's und darauf bezogenen \mathfrak{A} 's unterliegen, und gestatten eine Casuistik, auf die aber hier nicht einzugehen ist.

12) Die vorigen Verhältnisse lassen sich im Zusammenhang durch folgende Formeln (»Revis.« 274) repräsentiren, worin a, p, b respective Schwellenwerthe von A, P, B sind.

$$\mathfrak{P} = k \log \frac{P}{p} \dots \dots \dots (1)$$

$$\mathfrak{A} = k \log \frac{A}{a} \dots \dots \dots (2)$$

$$\mathfrak{B} = k \log \frac{B}{b} = k \log \frac{AP}{ap} \dots \dots (3)$$

Für Werthe von P , A , B , welche respectiv kleiner als ihre Schwellenwerthe sind, nehmen \mathfrak{P} , \mathfrak{A} , \mathfrak{B} negative, hiermit unmögliche Werthe in demselben Sinne an, den ich überall negativen psychischen Werthen beilege. — Formel (1) stimmt mit meiner Maßformel und gilt für die Stärke des \mathfrak{P} in Abhängigkeit von der Stärke der ps.ph. Erregung bei gleichgehaltenem \mathfrak{A} ; oder bei Abänderung des \mathfrak{A} insoweit, als \mathfrak{P} nicht dadurch verändert wird; Formel (2) gilt für die Abhängigkeit der \mathfrak{A} von der ihr unterliegenden ps.ph. Thätigkeit bei Gleichheit des \mathfrak{P} ; Formel (3) endlich gibt die Stärke des gesammten, bezüglich der Auffassung von \mathfrak{P} thätigen Bewusstseins, in Abhängigkeit von beiden Componenten desselben und den unterliegenden ps.ph. Thätigkeiten. Auf eine noch speciellere Discussion dieser Formeln ist in »Revision« eingegangen.

13) Um schließlich noch einmal auf die obige Auffassung der inneren Schwelle (S. 202 ff.) zurückzukommen, so kann man dagegen einwenden, dass sie nicht fundamental sei, indem sie uns in den zwei wichtigen Fällen im Stiche oder in Unsicherheit lasse, wo der Mensch zum ersten Male, d. i. zum Leben, und wo er aus einem traumlosen Schlafe erwacht, sofern beidesfalls kein vorgängiges Bewusstsein, mithin keine vorgängige ps.ph. Erregung da sei, und nun die Frage bleibe, ob mit dem Beginn der ps.ph. Erregung Bewusstsein beginne oder diese Erregung erst dazu einen gewissen endlichen Werth, eine Schwelle erreichen müsse. In der That kann die aufgestellte Ansicht ihre volle Allgemeinheit nur erlangen, wenn die Psychophysik selbst in einer Allgemeinheit gefasst wird, in der ich sie freilich sachlich von jeher gefasst habe, ohne bisher darin den Anschluss gefunden zu haben, den ich zuversichtlich noch von der Zukunft erwarte. Hiernach ist die ganze materielle Welt ein psychophysisches System, worin das des Menschen theilhaft einbegriffen ist. Soll sich nun das Bewusstsein des Menschen als Sonderbewusstsein aus dem nie schlafenden Bewusstsein des allgemeinen Geistes, der an das allgemeine System geknüpft ist, herausheben, so muss die ps.ph. Erregung des Menschen ein gewisses

Verhältniss zur ps.ph. Erregung des allgemeinen Systems, worein er eingetaucht ist, übersteigen, welches unter das Princip der Mischungsschwelle tritt. Es kann aber um so weniger meine Absicht sein, die allgemeine Ansicht, in welche diese hineintritt, hier näher begründen oder ausführen zu wollen, als es anderwärts zur Genüge von mir geschehen ist, und zwar in nächstem Anschlusse an die Psychophysik engeren Sinnes, die ich unter Psychophysik schlechthin verstehe, kurz in »Revision« S. 13 ff., eingehender im 45. und 46. Cap. des II. Theils der »Elemente«, indess ich von naturphilosophischen Schriften hier nur auf »die Tagesansicht gegenüber der Nachtansicht« als die letzte, und den X. Abschn. des Schriftchens »Ueber die Seelenfrage« (Leipzig, Amelang), als den fundamentalsten verweisen will. Nun wird mir freilich die Unterstützung und Ergänzung, welche sich Glauben und Wissen in diesen Schriften zur Begründung einer allgemeinen Weltansicht leisten, nur eben (seitens v. E.) als »Vermengung von Glauben und Wissen« vorgerückt; es würde aber nicht nur nicht hier am Orte, sondern meines Erachtens überhaupt überflüssig sein, mich gegen diese factische Untriftigkeit zu wehren.

III. Köhler. Ueber die hauptsächlichsten Versuche einer Formulirung des psychophysischen Gesetzes von Weber.

Alfred Köhler. Philos. Stud. Band III. 1886. S. 573 ff.

Nach Vorausschickung einer Einleitung »Ueber die Messbarkeit der Empfindungen« unterwirft der Verf. in dieser Abh. die mathematischen Formulirungen des Weber'schen Gesetzes seitens Fechner, Wundt, Bernstein, Delboeuf, Brentano, Plateau, Helmholtz, Langer, G. E. Müller einer eingehenden kritischen Besprechung. Nun habe ich, abgesehen natürlich von Fechner (mir selbst), schon früher (in »In Sachen« und in »Revision«) dasselbe in Bezug auf sämmtliche vorgenannte Autoren gethan; und da der Verf. sich doch veranlasst gesehen hat, die Besprechung darüber neu aufzunehmen, so habe ich natürlich zu schließen, dass er die meinige nicht zulänglich gefunden hat; kann auch den Gesichtspunkt davon leicht darin erkennen, dass er meinen psychophysischen Principien die von Wundt, so weit sie von den meinigen abweichen, und zumest auch die von Delboeuf vorzieht, und darin Anlass gefunden

hat, die Formulierungen des Weber'schen Gesetzes im Sinne dieser Abweichungen, sowie nach selbständigem Ermessen, nochmals durchzunehmen, wogegen ich natürlich nichts haben kann. Nun würde es aber, wenn mir folgender kurze Ausdruck gestattet sein soll, für mich an sich tädios sein, eine schon früher von mir gewaschene Wäsche nochmals vergleichend mit dem Verf. durchzuwaschen; ich vermöchte aber auch seinen eingehenden Erörterungen in dieser Hinsicht schon aus dem äußeren Grunde nicht eben so eingehend zu folgen, dass eine rückfällige Erschwerung meines Augenleidens es mir überhaupt ausnehmend erschwert, längeren und namentlich mit Formeln durchsetzten Abhandlungen zu folgen. Also habe ich, abgesehen von einigen flüchtigen Einblicken in den übrigen Theil der Abh. des Verf. (wobei sich die Bemerkung unter (8) darbot), nur seine Einleitung über die Messbarkeit der Empfindungen und seine ersten Abschnitte betreffs der Formulirung des Weber'schen Gesetzes von mir und von Wundt, näher eingesehen, glaube aber auch, dass dies für den Zweck der hier beabsichtigten Discussion genügen konnte, ohne nöthig zu haben, der Durchführung der Ansichten des Verf. ins Einzelne nachzugehen. Natürlich wird dies Andere nicht abhalten können, dem Verf. in dem von mir nicht eingesehenen Theile seiner Abh. zu folgen, der ja in diesen oder jenen Beziehungen sehr triftig über mich hinausgegangen sein und mich selbst berichtigt haben kann, indess ich meinerseits in Bezug auf den von mir eingesehenen Theil folgende Bemerkungen nicht unterdrücken möchte.

(1)

Wenn ich nicht irre, stimmen die unter II von mir entwickelten Ansichten betreffs der allgemeinsten psychischen Maßprincipien wohl mit denen überein, welche Wundt in seiner *Physiol. Psychologie* vertritt und in einer Abhandlung seiner *Philos. Stud.* II, S. 1 ff. theils weiter ausgeführt, theils genauer bestimmt hat, hiernach auch mit denen des Verf., sofern sich dieser in allen Hauptpunkten an Wundt anschließt, und begegne ich also keinem entsprechenden Widerstreit mit diesen Autoren, als mit Elsas. Aber in der Ausführung der gemeinsamen Maßprincipien haben sich doch auch wesentliche Punkte der Abweichung zwischen uns ergeben, welche unter II theils ausdrücklich von mir hervorgehoben sind, theils denen, welche

die Abhandlungen von Wundt und Köhler studirt haben, von selbst als solche auffallen müssen. Sie betreffen insbesondere den Ursprung und die Natur der Schwellen, die Deutung der negativen Empfindungswerthe und die Berücksichtigung der Aufmerksamkeits- (Apperceptions-) Verhältnisse bei den psychischen Maßnahmen. Diese Punkte hängen mehr oder weniger zusammen und greifen in einander über, so dass man je nach den beiderseitig verschiedenen Auffassungen derselben und darauf bezüglichen Ausdrucksweisen im Grunde zwei verschiedene Systeme von Ansichten einander gegenüber hat, deren jedes in seinem eigenen Zusammenhange verfolgt sein will. Es dürften aber im Vorigen (unter II) mit den hier noch folgenden Ergänzungen dazu meinerseits und den betreffenden Abhandlungen von Wundt und Köhler anderseits die Akten zur Kenntnissnahme von den beiderseitigen Systemen schon hinreichend vorliegen oder von gegentheiliger Seite leicht dahin ergänzt werden können, um das Publicum in den Stand zu setzen, Stellung dazu zu nehmen.

Ohne nun hier auf Punkte der Abweichung zurückkommen zu wollen, die schon unter II zur Sprache gekommen sind, gehe ich noch auf die folgenden ein.

(2)

Nach den Auseinandersetzungen in meinen früheren Schriften und oben unter II kann ein Maß psychischer Werthe, seien es Empfindungen, Empfindungsunterschiede oder Unterschiedsempfindungen, nicht ohne Mitbezug auf die ihnen unterliegenden Reizwerthe oder Reizfunctionen erhalten werden. Nach dem Verf. aber (S. 575. 597) ist, um eine Maßbeziehung zwischen Reiz und Empfindung aufstellen zu können, schon nöthig, »dass man die Empfindung an sich selbst messen könne«; er statuirt also ein von den Maßen physischer Werthe, Reize, unabhängiges psychisches Maß, und zwar, wie aus seinen Ausführungen hervorgeht, nicht blos für Empfindungen, sondern auch Empfindungsunterschiede und Unterschiedsempfindungen, auf welche (letztere) sich das von ihm discutirte Weber'sche Gesetz direct bezieht. Ist die betreffende Beziehung zwischen psychischen und physischen Maßwerthen einmal festgestellt, so kann man dann allerdings, nachdem erst ein psychisches Maß zur Gewinnung der betreffenden Beziehung nöthig war, umgekehrt nach dieser Beziehung auch ein

psychisches Maß auf die, den psychischen Werthen zugehörigen, physischen Maßwerthe gründen, aber die psychische Messbarkeit an sich bleibt doch die erste Voraussetzung dazu. Der Verf. schließt sich in dieser Beziehung ganz an Delboeuf an und erläutert (S. 575) nach dessen Vorgange die Sache wesentlich wie folgt:

Um mit dem Thermometer die Wärme zu messen, muss man zuvor eine Maßscala der Wärme und des Thermometers (der Ausdehnung des Quecksilbers) für sich haben. Um mit dem Barometer Bergeshöhen zu messen, muss man zuvor eine Maßscala von Höhen im Raume und eine solche des Barometers für sich haben. Dann kann man beide auf einander beziehen und von diesen Beziehungen Nutzen für das Maß der Wärme durch das Thermometer und der Bergeshöhen durch das Barometer ziehen; aber zuvor war doch nöthig, die Wärme und die Bergeshöhen für sich messen zu können, um diese Beziehungen zu gewinnen.

Das ist nun zwar richtig, ist aber nur eine Analogie, die, wenn wir den Sachverhalt direct in's Auge fassen, eben in dem Punkte, worauf es ankommt, nicht zutrifft. Die Wärme nämlich kann man, etwa durch Quantitäten geschmolzenen Eises, ohne Thermometer, die Bergeshöhen ohne Barometer direct mit einem räumlichen Maßstabe messen, aber psychische Werthe, wie die vorgenannten, kann man von vorn herein nicht ohne Beziehung zu den physischen Werthen, an denen sie hängen, messen, wie man auch Zeitwerthe nicht an sich ohne die Raumwerthe der Uhr, oder an welchen Raumwerthen sie sonst hängen, messen kann, was von vorn herein ein Beweis ist, dass die Analogie, auf die sich der Verf. im Anschluss an Delboeuf beruft, nicht allgemein maßgebend sein kann, da sie nicht einmal für das physische Gebiet, wozu das Zeitmaß gehört, allgemein zutrifft.

Aber lassen wir die, jedenfalls nicht durchschlagende, Analogie und wenden uns direct zu der Weise, wie der Verf. sein psychisches Maß gewinnt (S. 576. 577), um zu sehen, ob er damit seiner eigenen Ansicht gerecht wird.

Hiernach wird das Maß einer gegebenen Unterschiedsempfindung¹⁾

1) Ich setze nach der, unter II besprochenen Unterscheidung zwischen Unterschiedsempfindungen und Empfindungsunterschieden, »Unterschiedsempfindung«

(U.E.) durch die Angabe erhalten, wie vielmal die Einheit der betreffenden U.E. in der ganzen U.E. enthalten ist. Eine solche Einheit gewinnen wir experimentell durch die ebenmerkliche U.E., die dem ebenmerklichen Reizunterschiede entspricht. Indem wir nun auf psychischer Seite immer um diese gleich merklich gehaltene kleine U.E. fortschreiten, und die dazu gehörigen physischen Reizwerthe markiren, erhalten wir in der Zahl der gleichen psychischen Fortschritte, heiße sie n , das Maß der ganzen U.E., in welcher die n -Theil-Unterschiedsempfindungen begriffen sind, und können zugleich aus der Beziehung zwischen den zu einander gehörigen gleichen psychischen und dazu markirten physischen Werthen, durch welche der Fortschritt geschieht, ein Gesetz dieser Beziehung, also auch das Weber'sche, sofern es besteht, gewinnen.

Ich denke, der Verf. wird mit dieser, aus zwei Paragraphen zusammengezogenen, Darstellung seines Maßprinzips, als sachlich zutreffend, einverstanden sein, und ich selbst bin weit entfernt, gegen diese Gewinnungsweise eines psychischen Maßes etwas einzuwenden, da ich vielmehr darin wesentlich nur meine eigene Weise dieser Gewinnung, wie ich sie vorlängst schon in den »Elementen« bezüglich der Empfindungen auseinandergesetzt und in dieser Abh. unter II S. 198 resumirt habe, wiederfinde; nur finde ich zugleich, dass der Verf. darin seiner eigenen Ansicht nicht gerecht wird, indem er zur Erlangung des Maßes der Unterschiedsempfindungen die Markirung der zu den gleichen psychischen Fortschritten zugehörigen Reizwerthe ausdrücklich vorschreibt. Nun setze ich voraus, der Verf. werde sagen, diese Markirung sei bloß zur Gewinnung der Beziehung zwischen psychischen und physischen Werthen nöthig, das psychische Maß, diesfalls das der Unterschiedsempfindungen, aber werde schon unabhängig davon durch die Zahl n der gleichen psychischen Fortschritte erhalten, welche zur ganzen U.E. führen. Aber es ist ein Irrthum, dass diese Zahl n sich ohne jene Markirung oder überhaupt ohne Kenntniß der zu den psychischen Fortschritten gehörigen Reizwerthe erhalten lassen, worüber ich schon Bemerkungen unter II S. 186 gemacht habe, denen ich die folgenden zufüge.

für das, vom Verf. gebrauchte Wort »Empfindungsunterschied«, weil es in diesem Zusammenhange sachlich dasselbe bedeutet, indem das empirische Maß, auf das sich der Verf. bezieht, direct nur auf Unterschiedsempfindungen gehen kann.

Seien zwei, ihrer Größe nach von einander entfernte, Reize r_0 , r_n (z. B. Sterngrößen) gegeben, und werde die dazu gehörige volle U.E. mit $\mathfrak{E} \cdot (n)$ bezeichnet, so hindert in der That nichts, sich dazu die Einheit, nach der dieser Werth zu messen, experimentell in der ebenmerklichen U.E. als Zubehör zum ebenmerklichen Reizunterschiede, oder, was der Verf. auch zulässt, in einer, bei der Methode der mittleren Abstufungen zu gewinnenden gleich merklichen U.E., welche einem gegebenen Reizverhältnisse entspricht, zu geben; aber um zu erfahren, wie oft der letztere in $\mathfrak{E} \cdot (n)$ enthalten sei, müssten wir nach dem Verf. die gleichen psychischen Fortschritte im reinen Bewusstsein, d. i. ohne die, zwischen r_0 und r_n inneliegenden Reize, welche den gleichen Fortschritten zugehören, zu markiren, so oft aneinandersetzen, bis die mit $\mathfrak{E} \cdot (n)$ bezeichnete volle U.E. erreicht ist. Aber er möge selbst versuchen, ob es ohne Anhalt an die zwischenliegenden Reize gelingt. Ohne solchen Anhalt fließen die psychischen Fortschritte unterschiedslos in einander über; wir wissen nicht, wo einer anfängt und endigt, können also das Postulat des Verf., ihr n zu bestimmen, nicht erfüllen, sondern haben einen ähnlichen Fall, als wenn wir die Höhe eines Thurmes nach Ersteigen einer ersten Stufe übrigens durch Ersteigen in der Luft bestimmen wollten. Auch liegt von vorn herein eine Inconsequenz darin, dass, während das psychische Maß principiell für sich, ohne Beziehung zu den unterliegenden physischen Werthen, gewinnbar sein soll, doch zur Gewinnung der psychischen Einheit eine solche Bezugnahme nicht nur zugelassen, sondern ausdrücklich gefordert wird; und in der That, wie sollte sonst ein bestimmter Begriff oder eine bestimmte Vorstellung mit dieser Einheit verbunden werden.

Schon oben (wie früher in »Elem.« I, 56) habe ich übrigens erinnert, dass es sich in diesen Beziehungen mit dem psychischen Empfindungsmaße analog als mit dem physischen Zeitmaße verhält. Auch Zeitwerthe können wir nicht abstract ohne Beziehung zu Raumwerthen messen, mit denen sie verknüpft sind, sei es, dass wir diese am Himmel oder an einer Uhr ablesen. Nun findet freilich der Unterschied statt, dass sich im ganzen Laufe der Zeitscala gleiche Zeitunterschiede an gleiche Raumunterschiede einer guten Uhr knüpfen, wogegen im Laufe der Empfindungsscala sich, soweit das Weber'sche Gesetz besteht, gleiche Unterschiedsempfindungen an

immer wachsende Reizdifferenzen knüpfen; aber dieser Unterschied ist nicht principiell oder wesentlich, denn auch den Ziffernkreis einer Uhr könnte man, statt in gleiche, in ungleiche Theile theilen, und er würde noch eben so gut und genau, nur umständlicher, zum Zeitmaß benutzt werden können, als bei der Gleichtheilung, wenn nur die Beziehung der successiven gleichen Zeitunterschiede zu den ungleichen Raumunterschieden, mit denen in Zusammenhang sie verlaufen, bekannt wäre.

Es ist bei dieser ganzen Angelegenheit wichtig, eine Verwechslung in folgender Beziehung zu vermeiden. In sofern fällt das Maß psychischer Werthe ganz auf psychische Seite, als sie, ohne Rücksicht auf mitgehende physische Werthe, auf eine psychische Einheit ihrer Art zu beziehen sind, und anders ist das psychische Maß von mir nie gefasst worden; aber etwas Anderes ist's, zu behaupten, dass diese, für das psychische Gebiet geltende Beziehung ohne Vermittelung der Beziehung psychischer Werthe zu den physischen Werthen, woran sie hängen, gewonnen werden könne; und dass die Gewinnung letzter Beziehung schon die Gewinnung der ersten voraussetze, was nach den entschiedenen Aeußerungen des Verf. offenbar seine Ansicht ist. Namentlich kann seine Erläuterung derselben durch die Delboeuf'schen Beispiele keinen Zweifel darüber lassen. - Dabei frage ich mich aber, ob der Verf. wirklich jener Verwechslung ganz entgangen ist, da ich mir sonst seine Opposition in dieser Angelegenheit kaum erklären könnte. Noch Niemand sonst ist es doch eingefallen, dass ein psychisches Maß auf rein psychischem Gebiete zu erlangen sei; und jedenfalls in dieser Beziehung kann sich der Verf. nicht auf Wundt berufen, der (nach Phil. Stud. II, 19) ausdrücklich eine, mit der meinigen übereinstimmende, Ansicht ausspricht.

(3)

Auf S. 593 nimmt der Verf. die Opposition gegen meine Deutung negativer Empfindungswerthe, die ich von gegnerischer Seite zu erfahren gewohnt bin, seinerseits wieder auf. Nur dass er, wie mir schon früher seitens Delboeuf begegnet ist, eine Ansicht als die meinige erklärt, von der ich gerade die entgegengesetzte behauptet und sogar ausdrücklich so ausgesprochen habe, dass eigentlich gar kein Missverständniss möglich war. Also muss ich den Verf. einiger Nach-

lässigkeit in dieser Hinsicht zeihen. In der That, auf S. 592 erklärt der Verf., meine Ansicht nur so verstehen zu können, dass »der negativen Empfindung ein Substrat im Gebiet des Realen oder des in der Anschauung Wirklichen entspreche«. Hiermit vergleiche man folgenden Ausspruch von mir in »Revision« S. 212: »In jedem Falle hüte man sich vor einer Verwechslung der mathematischen Existenz, die ich den negativen Empfindungswerthen beilege, mit einer realen. Die erstere lege ich denselben insofern bei, als sie zur mathematischen Bezeichnung der Unmöglichkeit von Empfindungen gegebener Art bei unzureichenden Bedingungen dazu dienen, womit denselben aber die reale Existenz nicht nur nicht zugesprochen, sondern ausdrücklich abgesprochen wird. Doch ist die betreffende Verwechslung gewöhnlich, ja so zu sagen hergebracht.« Hienach die Erwähnung Delboeuf's zum Belege davon.

Kann man sich wohl deutlicher ausdrücken? Und sachlich in demselben Sinne sind die negativen Empfindungswerthe nicht nur a. a. O., sondern auch in meinen früheren Besprechungen derselben in den »Elem.« II, 39 ff. und »In Sachen« 88 ff. verstanden.

Durch dieses fundamentale Missverständniß meiner Ansicht geräth nun die ganze Opposition, welche der Verf. in dieser Angelegenheit gegen mich führt, von vorn herein in Verwirrung, und schiene es zunächst am einfachsten, von derselben ganz zu abstrahiren; indess ist aus der Verwirrung leicht herauszukommen, indem man bei näherem Zusehen bemerkt, dass der Verf. Gegner meiner wirklichen Ansicht ist, wenn schon er sie nicht für die meinige hält, der Ansicht nämlich, dass die negativen Empfindungswerthe als imaginäre oder unmögliche zu deuten sind. Die negativen sind ihm vielmehr, so weit er überhaupt negative Empfindungswerthe zulässt, gleich real wie die positiven, und er erklärt sich nicht nur selbst in diesem Sinne, sondern führt auch (S. 591 f.) zur Unterstützung seiner Ansicht abstract mathematische Erklärungen über den Gegensatz des Positiven und Negativen und den Begriff des Imaginären von Harnack und Hankel d. J. in's Feld, worauf ich Anlass nehme wie folgt zu entgegnen.

Reale Raum- und Zeitlängen haben ihrer absoluten Größe nach keinen Gegensatz, da absolute Größe überhaupt keinen solchen hat, und der Gegensatz der Vorzeichen findet also auch auf ihre absolute Größe keine Anwendung; conventionell fasst man sie als positiv auf.

Wohl aber können sie, von einem Punkte aus nach entgegengesetzten Richtungen verfolgt, durch + und — unterschieden werden, und behalten dabei doch beiderseits reale Werthe. Wie kommt nun eine Licht- oder Tonempfindung dazu, als positive für real, als negative für imaginär zu gelten? Ich erwiedere: dadurch, dass sie ihrer Natur nach weder einen Gegensatz der absoluten Größe, noch der Richtung hat. Wenn also doch eine Untersuchung auf negative Werthe derselben unter gegebenen Bedingungen führt, wie es bei meinen Untersuchungen der Fall ist, so können eben nur Empfindungen, die unter diesen Bedingungen nicht in Wirklichkeit vorkommen können, darunter zu verstehen sein.

Dem gegenüber sieht der Verf. (S. 594. 595) den Gegensatz zwischen positiven und negativen Empfindungen durch den Gegensatz zwischen appercipirten und nicht appercipirten Empfindungen gedeckt, mit der Bemerkung, dass sich eben so wohl verschiedene Grade der Nichtapperception als der Apperception unterscheiden lassen, was ich nach dem Begriffe der Apperception (s. II S. 208 f.) doch nicht anders deuten kann, als dass positive Empfindungen solche sind, die durch hinreichende Aufmerksamkeit darauf in's Bewusstsein treten; negative solche, welche durch mehr oder weniger abgezogene Aufmerksamkeit aus dem Bewusstsein schwinden. Oder nicht so? »Der Gegensatz zwischen appercipirten und nicht appercipirten Empfindungen aber ist [nach dem Wortlaut des Verf.] als ein realer zu fassen«, was meines Erachtens nur so zu deuten, dass die nicht appercipirten negativen Empfindungen den appercipirten positiven eben so real gegenüberstehen, wie positive Zeit- und Raumstrecken den negativen. Hiegegen meinerseits Folgendes:

a) Wenn man den Einfluss der Reizgröße auf die Mercklichkeit oder Nichtmercklichkeit der Empfindung untersucht, muss man, da die Aufmerksamkeit doch thatsächlich Miteinfluss darauf hat, dieselbe bei den Versuchen mit den verschiedenen Reizgrößen in gleichförmigem Zustande erhalten. Nun bemerkt zwar der Verf.: »eine stärkere Empfindung werde mehr appercipirt«; unwillkürlich ja; aber wir haben uns bei den Versuchen nicht diesem unwillkürlichen Einflusse zu überlassen, und thun es auch nicht, sondern halten den Zustand der Aufmerksamkeit, mag es Reize über oder unter der Schwelle gelten, möglichst vergleichbar (s. II, S. 209, Satz 5); und da in diesem Falle

die Empfindung doch auch erlischt, wenn der Reiz von hohem Werthe bis zu einer gewissen endlichen Grenze, der Schwelle, herabkommt, hiemit die Empfindung von positiven Werthen bis Null herabkommt, wird man ihr nach ihrem functionellen Zusammenhange mit dem Reize bei weiterem Herabgehen des Reizes unter die Schwelle nur wachsende negative Werthe beilegen können; also kann ein Unterschied zwischen positiven und negativen Empfindungen jedenfalls nicht allein von dem, bei guten Versuchen ausgeschlossenen, Gegensatze der Apperception und Nichtapperception abhängig gemacht werden.

Hiegegen lässt sich nicht entgegnen, was der Verf. vielleicht entgegnen möchte: die Existenz der Reizschwelle komme darauf zurück, dass der Reiz unterhalb einer gewissen Größe seine Wirkung gar nicht bis zum Sensorium erstrecke; bei dem Grade der Stärke (der Reizschwelle), wo er dazu fähig werde, beginne die Empfindung mit Null, steige bei weiterer Verstärkung desselben mit positiven Werthen auf, bleibe hingegen unterhalb desselben Null. Inzwischen ist es doch nicht nur an sich triftiger, zu sagen, sie bleibe um so mehr hinter dem Eintritt in die Realität zurück, je weiter ihr Reiz unter die Schwelle fällt (wie es meinem Begriffe von der Imaginarität entspricht, der nicht durch Null, sondern durch wachsende negative Werthe repräsentirbar ist, wenn wachsende positive als real gefasst werden); sondern wenn die Aufgabe gestellt wird, die Abhängigkeit der Empfindung von der Stärke des Reizes durch eine allgemeine Formel auszudrücken, müssen die Reizwerthe unter der Schwelle ebensowohl als die Werthe darüber unter diese Formel gehören; und der Verf. möge doch versuchen, eine Formel aufzustellen, in welcher dem continuirlichen Sinken des Reizes unter die Schwelle, möchte diese auch in der angegebenen Weise gefasst werden, continuirliche Nullwerthe der Empfindung entsprechen. Nun kann dasselbe, was durch Verkleinerung des Reizes bei irgendwelcher Anbringungsweise desselben geleistet wird, auch durch Entfernung des Reizes oder eingeschobene Hindernisse der Zuleitung zum Gehirn geleistet werden; diese Gründe der Schwächung werden sich aber eben deshalb immer einer gewissen Verkleinerung des Reizes äquivalent setzen lassen. Uebrigens können hierbei auch die Betrachtungen unter II (9) mit berücksichtigt werden, nach welchen es zur äußeren Reizschwelle eine innere psychophysische gibt, die nicht von

mangelhafter Zuleitung abhängt; aber da das Maß der Empfindung factisch nicht als Function der ps.ph. Erregung, sondern des Reizes gewonnen wird, sind auch die positiven und negativen Empfindungswerthe als Function des Reizes und der Reizschwelle, welchen Ursprung sie immer habe, aufzufassen.

b) Nun ist allerdings richtig, dass Empfindungen bei gleichgehaltenem Reize auch durch abgezogene Aufmerksamkeit aus dem Bewusstsein schwinden, mithin nicht appercipirt werden können, und ich theile vollkommen die Ansicht, dass der Gegensatz zwischen Zuwendung und Abwendung der Aufmerksamkeit durch $+$, $-$ zu repräsentiren sei; wie es auch unter II (10) und (11) von mir geschehen ist, sehe aber durchaus nicht ein, wiefern die mehr oder weniger nicht appercipirten Empfindungen des Verf., d. i. von denen die Aufmerksamkeit mehr oder weniger abgezogen ist (was mir bei gleicher sachlicher Bedeutung unmittelbar verständlicher scheint) sich von den, mehr oder weniger hinter dem Eintritt in die Realität zurückbleibenden, d. i. nach mir imaginären, unterscheiden und darauf Anspruch machen können, für eben so real zu gelten, als die, welche durch hinreichende Aufmerksamkeit in's Bewusstsein treten. Als percipirt kann der Verf. sie nach der unter II S. 208 gegebenen Erklärung der Perception doch auch nicht fassen. Oder sollte der Verf. mit den verschiedenen Graden der Nichtapperception einer Empfindung wirklich noch etwas Anderes meinen, als mehr oder weniger abgezogene Aufmerksamkeit davon?

Unstreitig kann man verlangen, dass dem mathematischen Gegensatze der Vorzeichen $+$, $-$, oder damit gleichgeltenden Werthgegensatze positiv und negativ, in allen Anwendungen etwas Gemeinsames entspreche; d. i. aber eben nur die Bedeutung eines Gegensatzes; und dass ein, durch $+$ und $-$ bezeichneter, Gegensatz im Gebiete realer Werthe vorkommt, hindert nicht, dass ein solcher auch zwischen realen und imaginären Werthen vorkommt, in welchem jedem positiven Werthe ein gleich großer negativer entspricht.

Doch verfolgen wir die Einwände des Verf. gegen die imaginäre Bedeutung negativer Empfindungswerthe weiter.

Wahr ist, dass, wenn man früher »die mit $\sqrt{-1}$ zusammengesetzten Zahlen« für unmögliche erklärt hat, dies nicht mehr angeht, nachdem man eine anschauliche Darstellung derselben als realer Werthe ge-

funden hat. Aber wie soll daraus folgen, dass negative Empfindungen, d. i. mit $\sqrt{-1}$ zusammengesetzte Zahlwerthe derselben, nicht als unmögliche gelten können. Jene anschauliche Darstellung der mit $\sqrt{-1}$ behafteten Werthe als realer Werthe kommt bekanntlich darauf zurück, dass Werthe, die für eine gewisse Ebene unmöglich sind, noch in einer darauf senkrechten Ebene als wirkliche für die Anschauung dargestellt werden können, aber doch nur deshalb, weil eine wirkliche Ebene dazu da ist. Aber zum Reiche der als real mit $+$ bezeichneten Empfindungen gibt es überhaupt kein anderes, worin die negativen als reale gesucht werden können; sie bleiben also eben so imaginär, wie die mit $\sqrt{-1}$ multiplicirten Werthe imaginär bleiben würden, wenn es zur Ebene, worin die positiven Werthe anschaulich repräsentirbar sind, keine darauf senkrechte wirkliche gäbe. Hier wie vorhin ist es also eine unzutreffende Analogie, welche es verbieten soll, negative Empfindungen als unmögliche oder imaginäre zu fassen: factisch verhalten sich Empfindungen in betreffender Hinsicht eben anders als Raum- und Zeitstrecken.

Man muss sich dabei überall wohl hüten, den mathematischen Gegensatz zwischen den, conventionell als positiv mit $+$ bezeichneten, realen und den imaginären Werthen mit dem Gegensatze zwischen positiven Werthen und Null gleichbedeutend oder analog zu halten. Letzteres ist eigentlich gar kein Gegensatz, wenigstens kein solcher, der durch $+$, $-$ zu bezeichnen. Hingegen verhält es sich mit dem Gegensatze zwischen realen und imaginären Werthen so: Jedem, als real mit $+$ bezeichneten, Werthe entspricht imaginär statt 0 ein negativer Werth von gleicher Größe, welcher eine eben so große Entfernung vom Eintritt in die Wirklichkeit oder eben so große Vertiefung unter den Nullwerth, als der entsprechende positive eine Erhebung darüber bedeutet; wonach auch dieser Gegensatz zwischen real und imaginär durch Linien, die in derselben Ebene von demselben Punkte nach entgegengesetzten Richtungen gezogen werden, so gut graphisch repräsentirt werden kann, als wenn es sich um einen Gegensatz innerhalb eines Gebietes realer Werthe handelte. Ja, näher zugesehen, steht gar keine andere Bezeichnung als $+$ und $-$ für den absoluten Gegensatz zwischen real und imaginär zu Gebote. Denn $\sqrt{-1}$ und $\sqrt{+1} = 1$ bilden nicht nur keinen reinen Gegensatz an sich, wie

+ $\sqrt{1}$ und $-\sqrt{1}$, d. i. wie + 1 und - 1, sondern $\sqrt{-1}$ ist auch bemerktermaßen nur ein Ausdruck für Unmöglichkeit oder Imaginarität eines Werthes in der Ebene, auf die man die Untersuchung bezieht, ohne die Möglichkeit oder Realität desselben in einer anderen Ebene damit auszuschließen.

Hiezu noch Folgendes: Nicht nur der Verf. (S. 593), sondern auch, wie ich mich erinnere, schon früher Delboeuf, weisen darauf hin, dass in der Geometrie eine beliebige Verschiebung des Punktes, von welchem aus der Richtungsgegensatz in einer Linie gerechnet werde, möglich sei; wovon das Entsprechende nicht bei Empfindungen oberhalb und unterhalb der Reizschwelle gelte, die einander als positive und negative gegenüberstehen sollen. In der That aber scheint mir in dieser Hinsicht kein wesentlicher Unterschied zu bestehen. Bemerken wir nur, dass jene willkürliche Verschiebbarkeit des Nullpunktes zwischen positiven und negativen Raumstrecken blos in der abstracten Geometrie stattfindet und ganz das Entsprechende in der abstracten Psychophysik darin hat, dass wir je nach willkürlich abgeändert gedachter Empfindlichkeit den Schwellenwerth bei diesem oder jenem Reize annehmen können, wogegen man, wenn es sich um Probleme der Wirklichkeit handelt, beidesfalls in gleichem Sinne genöthigt ist, von einem bestimmten, nicht willkürlich verschiebbaren, sondern durch die Sachlage der Umstände gegebenen, Nullpunkt auszugehen, was sich leicht durch, doch wohl überflüssig scheinende, Beispiele erläutern ließe. Wenn man aber freilich eine Analogie zwischen dem, in abstracter Geometrie willkürlich verschiebbaren Nullpunkt mit dem in angewandter Psychophysik nicht verschiebbaren Nullpunkt sucht, so ist natürlich, dass man sie nicht findet.

Es wäre unstreitig erwünscht, wenn die Controverse über die negativen Empfindungswerthe endlich einmal ein Ende fände; aber nach meinen bisherigen Erfahrungen wird wohl noch mein Schatten davor keine Ruhe haben.

(4)

Von vorn herein (S. 580) stellt der Verf. als fundamentale Formeln für das Weber'sche Gesetz auf:

$$\frac{\Delta r}{r} = C; \quad \Delta s = c,$$

worin r die Größe des Reizes, welcher eine Empfindung von der

Stärke s auslöst, Δr den Zuwachs zum Reize, der nöthig ist, um eine ebenmerkliche oder überhaupt gleich merkliche Aenderung Δs der Empfindung hervorzurufen«; C und c (wofür der Verf. Const. und const. hat), zwei von einander verschiedene Constanten bezeichnen¹⁾.

Zu näherer Bestimmtheit möge bemerkt werden, dass, wenn r_2 der größere, r_1 der kleinere beider Reize ist, und Δr immer als positiv zählen soll, man $\Delta r_2 = r - r_1$ zu setzen und für r im Nenner den kleineren beider Reize zu nehmen, mithin $\frac{\Delta r}{r} = \frac{r_2 - r_1}{r_1} = C$ zu setzen hat, eine Gleichung, die natürlich von selbst die Gleichung $\Delta r = rC$ mitführt.

Nun scheint nach dieser Ausdrucksweise des Weber'schen Gesetzes dasselbe für den particulären Fall, dass $r = 0$, Schiffbruch zu erleiden, indem nach der Form $\frac{\Delta r}{r} = C$ die, bei endlichen Werthen von r endliche, Constante C bei $r = 0$ unendlich wird; nach der Form $\Delta r = rC$ aber, wie der Verf. S. 581 bemerkt, »zum Reiz $r = 0$ der Zuwachs $\Delta r = 0$ kommen muss, damit die Empfindung um die constante Zunahme Δs wachse, was natürlich sinnlos ist«. Beides dieselbe Schwierigkeit, nur in verschiedener Form.

Nun erinnert der Verf. mit Recht, diese Schwierigkeit könne nur scheinbar sein, da sie sich in der durch

$$\frac{\Delta z}{z} = C; \quad \Delta l = c$$

ausdrückbaren Beziehung zwischen Zahl z und Logarithmus l wiederfinde. Natürlich kann sie auch beidesfalls nur die gleiche Lösung finden, und diese soll sich nach dem Verf. »sehr einfach« dadurch ergeben, dass der Nullwerth von z , respective von r , nicht als absolut Null, sondern als etwas unendlich kleines zu fassen sei. Aber nicht nur vermisste ich den Beweis hiervon, sondern finde auch die Schwierigkeit dadurch nicht wirklich gelöst. Denn, ersetzen wir nach erster Ausdrucksweise derselben in der Gleichung $\frac{\Delta r}{r}$ (oder $\frac{\Delta z}{z}$) = C den Nullwerth von r durch einen unendlich kleinen Werth, so wird, wenn Δr immer noch

1) Mit dem von mir unter II eingehaltenen Sprachgebrauch verglichen bedeutet die eine »gleich merkliche Aenderung Δs der Empfindung« des Verf.'s nicht einen gleich großen Empfindungsunterschied, sondern eine gleich große Unterschiedsempfindung.

endlich ist, die, endlich bleiben sollende, Constante C so gut ∞ , als wenn r geradezu Null gesetzt würde. Nach der anderen (Köhler'schen) Ausdrucksweise aber würde man, wenn nach Ersatz von $r = 0$ durch einen unendlich kleinen Werth die Gleichungen haben:

$$\Delta r = C dr; \quad \Delta s = c,$$

d. h. zu einer unendlich kleinen Aenderung von r eine endliche Veränderung von s gehören, was jedenfalls unstatthaft ist.

Die Schwierigkeit löst sich aber meines Erachtens wie folgt. Gehen wir von der Gleichung $\frac{\Delta r}{r} = C$ bei einem beliebigen endlichen Werthe von r aus, so kann diese Gleichung bei gleichzeitiger Aenderung von Δr und r allgemein nur bestehen, wenn das Ausgangs- Δ und Ausgangs- r mit demselben m multiplicirt werden. Soll nun $r = 0$ werden, so muss $m = 0$ genommen werden. Das gibt

$$\frac{0 \cdot \Delta r}{0 \cdot r} = \frac{0}{0} = C,$$

ein an sich unbestimmter endlicher Werth, welcher aber, nach seiner Herleitungsweise aus dem bei endlichen Werthen von r stattfindenden C , mit demselben gleich zu nehmen ist.

Auf dasselbe kommt man, wenn in den Ausdruck des Weber'schen Gesetzes statt der Constanz des relativen Reizunterschiedes $\frac{\Delta r}{r} = C$ die Constanz des Reizverhältnisses $\frac{r_2}{r_1} = C$ eingeführt wird. Um von einem endlichen r_1 auf $r_1 = 0$ zu kommen, muss zur Erfüllung des Weber'schen Gesetzes nicht nur r_1 , sondern auch r_2 mit Null multiplicirt, und der Ausdruck $\frac{0}{0} = C$ mit dem bei endlichen Werthen von r zu erhaltenden gleich genommen werden.

Mit Vorigem steht in Zusammenhang, dass in unserer Fundamentalformel

$$ds = k \frac{dr}{r} \cdot \dots \cdot \odot,$$

welche das Weber'sche Gesetz in sich aufnimmt, ds keineswegs bei $r = 0$ unendlich wird, indem, um dem Weber'schen Gesetze zu genügen, dr mit r zugleich Null gesetzt werden muss.

(5)

Von vorn herein fragt sich, wie die beiden Ausdrucksweisen des Weber'schen Gesetzes zusammenhängen:

α) dass bei Gleichheit des Reizverhältnisses $\frac{r_2}{r_1} = C$,

β) dass bei Gleichheit des relativen Reizunterschiedes

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{r_2 - r_1}{r_1} = C$$

die Unterschiedsempfindung Δs constant bleibt.

Da
$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{r_1 + \Delta r}{r_1} = 1 + \frac{\Delta r}{r_1},$$

so ist natürlich, wenn $\frac{r_2}{r_1}$ constant ist, auch der ihm gleiche Werth $1 + \frac{\Delta r}{r_1}$, und nach Abzug des constanten 1, der Werth $\frac{\Delta r}{r_1}$ constant; und gehören also

$$\frac{r_2}{r_1} = C; \quad \frac{\Delta r}{r_1} = C_1 \quad \text{und} \quad \Delta s = c$$

zusammen, wo C_1 ebenso constant als C , nur eine andere Constante ist.

(6)

Auf S. 585 leitet der Verf. aus seinem, unter (4) angegebenen Ausdrücke des Weber'schen Gesetzes, welcher direct nur besagt, dass Δs constant bleibt, wenn $\frac{\Delta r}{r}$ constant bleibt, den Ausdruck ab:

$$\Delta s = k \frac{\Delta r}{r} \dots \text{D}),$$

wonach Δs dem $\frac{\Delta r}{r}$ proportional geht, und sieht meine Fundamentalformel

$$ds = k \frac{dr}{r} \dots \text{O}),$$

nur als den besonderen Fall von D) an, wo Δ in d übergeht, d. h. die Differenzen Δs , Δr unendlich klein werden. Aber nur O) ist richtig und D) falsch, worüber die, schon in der Controverse mit Elsas S.166 f. gemachten, Bemerkungen hier mit eingesehen werden können; der directe Beweis aber, dass O) und D) nicht mit einander stimmen, ist, dass die Integration von O) zweifellos zur Gleichung

$$\Delta s = s_2 - s_1 = k \log. \text{nat.} \frac{r_2}{r_1} \dots \text{Q}),$$

führt, welche mit D) unverträglich ist. Ich denke, der Verf. wird, wenn er der Ableitung der vorigen Formel (meiner Unterschiedsformel) in meinen »Elem.« II, S. 14. 89 mit Rücksicht darauf nachgehen will, dass dabei andere Buchstaben und Logarithmen gebraucht sind, nichts

dagegen einzuwenden finden, oder die Integrationen für s_1 und s_2 selbst leicht vornehmen können. Hingegen gestehe ich, die Ableitung von \textcircled{D} seitens des Verf.'s, wonach man $\frac{\Delta r}{r} = C$ mit einer neuen Constante k von der Art multipliciren soll, dass $kC = c$, nicht zu verstehen. Sie scheint mir das zu Beweisende vorauszusetzen; nämlich, dass es eine Constante k gibt, welche in den Fällen, wo eine Veränderlichkeit von $\frac{\Delta r}{r}$ vorausgesetzt wird, wie es in der Gleichung \textcircled{D} der Fall ist, das Verlangte leistet.

Die Ableitung von \textcircled{C} aus dem Weber'schen Gesetze ist unter Zuziehung des, von mir sog. mathematischen Hilfsprincipes geschehen, und, nachdem schon früher Gelegenheit war, darauf Bezug zu nehmen, will ich hier das, in »Elem.« II, S. 6 ff. und S. 10 darüber Gesagte zurückrufen. Das Princip selbst ist da S. 7 so ausgesprochen:

»Die beziehungsweise Aenderungen, Zuwüchse zweier von einander abhängiger continuirlicher Größen, von einem constanten Ausgangswerthe an oder innerhalb eines Theiles der Größen verfolgt, gehen einander merklich proportional, so lange sie sehr klein bleiben, wie auch das Abhängigkeitsverhältniss zwischen den Größen beschaffen sein mag, und wie sehr der beziehungsweise Gang der Größen im Ganzen und nach größeren Theilen von dem Gesetze der Proportionalität abweichen mag.« Wonach sich unbedenklich der Satz aussprechen lässt: »Die Aenderungen der Empfindung sind den Aenderungen der Reizgröße merklich proportional, so lange die Aenderungen beiderseits sehr klein bleiben.«

Was aber von sehr kleinen endlichen Aenderungen »merklich« gilt, gilt streng von unendlich kleinen, sog. Differenzialen.

Nach dem Weber'schen Gesetze nun bleibt Δs constant, wenn $\frac{\Delta r}{r}$ constant bleibt, welche absolute Werthe auch Δr und r annehmen mögen, und nach dem Hilfsprincip bleiben die Aenderungen Δs proportional mit Δr ; von irgend einem Ausgangswerthe r an gerechnet, so lange sie sehr klein, streng genommen unendlich klein, bleiben. Beide Bedingungen aber lassen sich in einer Gleichung zwischen Δs und Δr im Zusammenhange nur erfüllen, wenn man setzt

$$ds = k \frac{dr}{r} \dots \textcircled{C}.$$

In der That wird dem Weber'schen Gesetze dann dadurch genügt, dass ds constant bleibt, so lange $\frac{dr}{r}$ constant bleibt, dem Hülfsprincip aber dadurch, dass, sofern dr unendlich klein gegen den Reiz r , zu welchem es den Zuwachs bildet, r dadurch als unverändert gelten kann, was nicht mehr der Fall ist, wenn man dr mit Δr vertauschte, hiemit \textcircled{D} statt \textcircled{O} nehmen wollte. Hienach hindert nichts, eine Gleichung für endliche Differenzen Δs durch Integration von \textcircled{O} abzuleiten, die nur eben nicht mit \textcircled{D} stimmt.

(7)

Auf S. 574 führt der Verf. eine Stelle aus meiner Schrift »In Sachen« S. 1 als »Auseinandersetzung meines Maßprincipes« an, die vielmehr nur als kurze Erinnerung an die wirkliche Auseinandersetzung desselben in meinen »Elementen« anzusehen ist¹⁾. Bei Rückgang auf diese aber konnte meines Erachtens mein Maßprincip weder missverstanden, noch unklar oder von zweifelhafter Auslegung gefunden werden, wie es vom Verf. (S. 574. 576) geschehen ist, indem er jene Stelle durch Aeüßerungen wie folgt commentirt: »Entweder tritt bei Fechner nicht klar hervor, worauf es ankommt, oder er glaubt der eigentlichen Frage durch sein Maßprincip zu entgehen. . . .« »Hiemit scheint mir Fechner zuzugeben« u. s. w. . . . »Es wird klar, dass sich Fechner in den angegebenen Worten mindestens ungenau ausgedrückt hat.« Ich leugne in der That, dass so halbe und zweifelnde Ausdrücke auf die Auseinandersetzung meines Maßprincipes, wie sie in den »Elementen« gegeben ist, und wodurch jene Stelle zu commentiren war, triftige Anwendung finden, glaube aber den Grund der Aeüßerungen des Verf.'s darin suchen zu können, dass er weder in der betreffenden Stelle, noch in den »Elementen« auf seine, unter (2) besprochene, Ansicht eingegangen findet, wonach ein psychisches Maß für sich ohne Beziehung zu den unterliegenden physischen Maßwerthen soll erhalten werden können. Diese Ansicht als richtig angenommen, mag es freilich schwer sein, sich in meine entgegengesetzte Ansicht zu finden.

1) Schon in »Revis.« S. 303 hatte ich Anlass, mich in derselben Beziehung über Delboeuf zu beschweren; nur konnte ich damals, wegen mangelhaften Citates von seiner Seite, die betreffende Stelle in meinen Schriften nicht wieder auffinden.

(8)

Auf S. 638 bemerkt der Verf., es liege offenbar ein Versehen meinerseits vor, wenn ich (»Revis.« S. 204) G. E. Müller gegenüber behauptete, dass in seiner sog. corrigirten Maßformel

$$s = k \log \varphi (r)$$

die Empfindung nicht mit dem Reize r zugleich Null gesetzt werden könne. Denn der Gleichung

$$0 = k \log \varphi (0)$$

werde entsprochen, sobald $\varphi (0) = 1$ ist, und dieser Fall sei möglich, indem wir ihn z. B. in der Delboeuf'schen Formel

$$\varphi (r) = \frac{c+r}{c} = 1 + \frac{r}{c} \text{ (worin } c \text{ constant)}$$

haben, welche, sofern $s = k \log \varphi (r)$, zur Gleichung

$$s = k \log \left(1 + \frac{r}{c} \right)$$

führt.

Dies scheint zunächst einleuchtend, geht aber doch nicht an. Denn eine Gleichung wie letztere ist deshalb unstatthaft, weil danach der absolute Werth der Empfindung s von der Einheit abhängig wird, in der man r ausdrücken will. Dies aber kann man nur vermeiden, wenn man, wie ich fordere, s bei einem endlichen Reizwerthe ϱ Null werden lässt, wie es in meiner Maßformel

$$s = k \log \frac{r}{\varrho}$$

der Fall ist, indem r und ϱ natürlich in derselben Einheit auszudrücken sind, und demgemäß $\frac{r}{\varrho}$ sich mit Aenderung dieser Einheit nicht ändert.

Ich habe aber zuzugeben, dass diese Betrachtung in meiner »Revision« noch fehlte und damit allerdings dem Einwande des Verf. noch Raum blieb.