Ueber Photometrie mittelst rotirender Scheiben.

Von

Dr. Alfr. Lehmann
in Kopenhagen.

Mit 1 Holzschnitt.

Rotirende Scheiben haben eine nicht geringe Anwendung bei physiologischen und psychophysischen Versuchen zur Hervorbringung von Farbenmischungen und von Grau verschiedener Helligkeit gefunden. Als Messapparate für physikalische Zwecke, zur Bestimmung der Helligkeitsverhältnisse gegebener Objecte, sind dieselben dagegen bisher nicht häufig in Anwendung gekommen; meines Wissens liegen nur ein Paar einzelne Beispiele einer solchen Anwendung vor: Aubert hat sich eines »Episkotister« zur Bestimmung der Lichtabsorption bei Dunkelgläsern bedient[1], und ich selbst habe die Helligkeit der Farben in verschiedener Beleuchtung mittelst einer Scheibe mit schwarzen und weißen Sectoren bestimmt[2]. Bei genauerer Untersuchung hat es sich indessen herausgestellt, dass der Episkotister sich mit großem Vortheil zu photometrischen Messungen von sehr verschiedener Art gebrauchen lässt, indem derselbe durch ein Paar einzelne Ablesungen genauere Werthe liefert, als man durch die meisten anderen Methoden selbst als Mittel zahlreicher Versuche zu erhalten im Stande ist.

In Nachstehendem sollen verschiedene Anwendungen des Ap-

---

1) Physiologie der Netzhaut. Breslau 1865, S. 34.

2) Pflüger's Archiv für die gesammte Physiologie. Bd. 36, 1885, S. 635.

parates gezeigt, und Nachweise für die dadurch erreichbare Genauigkeit gegeben werden.

Das Princip der rotirenden Scheiben findet seinen Ausdruck in dem von Talbot aufgestellten Satze: »Wenn ein leuchtender Gegenstand regelmäßig intermittirend auf das Auge wirkt und die successiven Momente seines Erscheinens so nahe an einander liegen, dass das Auge sie nicht mehr unterscheiden kann, sondern eine ununterbrochene Empfindung erhält, so ist die scheinbare Helligkeit dieses Gegenstandes geschwächt in dem Verhältniss der Summe der Erscheinungs- und Verschwindungsdauer zur bloßen Erscheinungsdauer«[1]. Talbot hat nicht selbst einen experimentellen Beweis für die Richtigkeit dieses Satzes geführt; er stützt dieselbe nur auf einige theoretische Betrachtungen von ziemlich zweifelhaftem Werth. Dagegen hat Plateau durch directe Messungen das Talbot'sche Gesetz vermittelst rotirender Scheiben bewiesen[2]. Er verfuhr dabei auf folgende Weise:

Wird eine cirkelförmige Scheibe, auf welcher schwarze und weiße Sectoren regelmäßig vertheilt sind, in hinlänglich schnelle Rotation um eine Achse durch den Mittelpunkt gesetzt, so wird die Helligkeit h derselben nach Talbot's Satze sein

$$h = \frac{a}{360} H,$$

wo a die Summe der Winkelgrade sämmtlicher weißen Sectoren, H die Helligkeit des Weißen ist. Nimmt man diese zur Einheit, so erhält man also, indem $H = 1$,

$$h = \frac{a}{360} \qquad (1)$$

Plateau stellte nun in einen schwarz angestrichenen Raum einen Lichtgeber, und in großem Abstand von demselben eine rotirende Scheibe, bei der das Verhältniss zwischen den Graden der schwarzen und der weißen Sectoren, und damit also h, bekannt war. Hinter der rotirenden Scheibe wurde ein weißer Schirm von demselben Papier wie die weißen Sectoren der Scheibe angebracht, und zwar in einer solchen Stellung, dass er nicht ganz von der Scheibe beschattet wurde. Die Anordnung war so getroffen, dass ein Beobachter von dem Platz

1) Philosophical Magazine, novbre 1834, pag. 327.

2) Bulletins de l'Académie royale de Bruxelles 1835, pag. 52. Pogg. Ann. B. 35, 1835 pag. 457.

unmittelbar hinter dem Lichtgeber die rotirende Scheibe auf dem erleuchteten Theile des Schirmes als Hintergrund sehen konnte. Wurde nun der Schirm so weit von dem Licht entfernt, dass er der schwächeren Beleuchtung wegen ebenso dunkel erschien wie die rotirende Scheibe, so hatte man in dem Verhältniss zwischen den Quadraten der Abstände der zwei Objecte ein Maß für ihre relative Helligkeit. Nennt man den Abstand des Schirmes L, denjenigen der Scheibe l, so hat man:

$$\frac{h}{H} = \frac{l^2}{L^2},$$

oder, für $H = 1$,

$$h = \frac{l^2}{L^2} \tag{2}$$

Ist Talbot's Satz richtig, so muss also $h = \frac{l^2}{L^2} = \frac{a}{360}$ sein.

Die von Plateau gefundenen Werthe stimmen nun recht gut hiermit überein, wie aus untenstehender Tabelle zu ersehen ist. Die Differenzen d erweisen sich durchweg als ziemlich klein; da sie aber alle, mit einer einzigen Ausnahme, positiv sind, muss hier wahrscheinlich ein constanter Fehler vorliegen. Dieser stammt unzweifelhaft von Gl. (1) her, die nur Geltung haben kann in dem Falle, dass die schwarzen Sectoren durchaus kein Licht reflectiren. Ist die Helligkeit des schwarzen Papiers dagegen $\frac{1}{K}$ von der des weißen, so hat man zufolge Talbot's Satz:

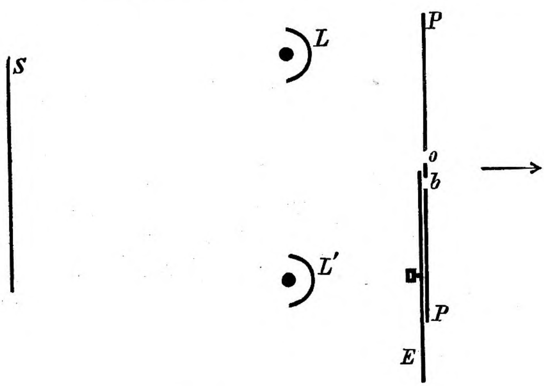
$$h = \frac{a}{360} + \frac{360-a}{360} \cdot \frac{1}{K} = \frac{1}{K}\left(\frac{a\,(K-1)}{360} + 1\right) \tag{3}$$

Wie wir später darthun werden, kann man mit großer Annäherung für das von Plateau benutzte weiße und schwarze Papier $K = 52$ setzen, und berechnet man danach mittelst Gl. (3) die genauen Werthe für h, so findet man die in untenstehender Tafel unter *corr.* h angegebenen Zahlen. Die Differenzen zwischen dem Verhältniss $\frac{l^2}{L^2}$ und *corr.* h werden in der Columne $d_,$ angegeben.

Versuch-No.	$\frac{l^2}{L^2}$	$\frac{a}{360}$	d	*corr.* h	$d_,$
I.	0,5157	0,5000	+ 0,0157	0,5096	+ 0,0061
II.	0,3460	0,3333	+ 0,0127	0,3462	— 0,0002
III.	0,3390	0,3333	+ 0,0057	0,3462	— 0,0072
IV.	0,8722	0,8750	— 0,0028	0,8775	— 0,0053
V.	0,8809	0,8750	+ 0,0059	0,8775	+ 0,0034

Die Differenzen $d_{\prime}$ sind, wie man sieht, bedeutend kleiner als d; die Summe der Fehler $\Sigma d_{\prime} = 0{,}0222$, während $\Sigma d = 0{,}0428$, und außerdem fallen die Fehler jetzt einigermaßen gleichmäßig in positiver und negativer Richtung. Die corrigirten Plateau'schen Werthe geben demnach einen unbestreitbaren Beweis für die Richtigkeit von Talbot's Gesetz; anderweite Beweise werden sich in dem Folgenden bei den verschiedenen Anwendungen der rotirenden Scheiben finden.

Will man rotirende Scheiben zu photometrischen Messungen gebrauchen, so gibt man denselben am besten die von Aubert mit dem Namen Episkotister bezeichnete Form. Der von mir benutzte Apparat bestand aus zwei vollkommen ähnlichen Scheiben von 15,5 cm Radius, durch zwei gegen einander rechtwinklige Diameter in vier Sectoren getheilt, von welchen zwei einander diametral gegenüber stehende fortgeschnitten waren, bis auf ein kleines Stück um das Centrum, während die beiden anderen auf beiden Seiten schwarz gemalt waren.



Wurden die zwei Scheiben unmittelbar an einander auf derselben Achse angebracht, so konnte man also, indem man sie gegen einander verschob, die Größe der offenen Sectoren zwischen 0° und 90° variiren; das Winkelmaß der Öffnung war an einer Eintheilung abzulesen, die eine Bestimmung von $\frac{1}{4}$° zuließ.

Zu Untersuchungen über die Lichtabsorption bei Dunkelgläsern hatte ich die in beistehender Figur skizzirte Anordnung getroffen. S ist ein weißer Schirm, von den beiden gleichen, genau regulirten Lampen L und L' beleuchtet. Diese sind von halbcylindrischen schwarzen Mänteln umgeben, so dass sie ihr Licht nur auf den Schirm S werfen. In einigem Abstande hinter den Lampen ist ein schwarzer Schirm PP aufgestellt, in welchem 2 elliptische Oeffnungen o und b angebracht sind, die etwas über 1 cm von einander abstehen. Zwischen den Lampen und diesem Schirm ist der Episkotister E in der Art aufgestellt, dass er die Oeffnung b verdeckt, während er o freilässt. Der Beobachter nimmt Platz in passendem Abstande in der Richtung des Pfeiles. Will man nun die Helligkeit eines Glases bestimmen, so wird es vor die freie Oeffnung o gebracht und die offenen Sectoren des Episkotisters werden so lange verändert, bis man den Grad a findet, bei welchem o und b gleich hell sind. Natürlich ist es am besten, diese Bestimmung systematisch auszuführen, indem man z. B. anfänglich b zu dunkel nimmt, und darauf durch langsame Vergrößerung der Sectorenöffnung im Episkotister den Punkt sucht, wo o und b gleich hell werden. In einer neuen Versuchsreihe geht man alsdann den umgekehrten Weg, und nimmt das Mittel von den beiden Werthen, die jedoch gewöhnlich nicht sehr von einander abweichen. Es sei a^0 das Mittel von zwei Versuchsreihen; durch jede Arealeinheit der Oeffnung b geht alsdann eine Lichtmenge i, bestimmt durch die Formel

$$i = \frac{a}{360} J,$$

in der J die durch die unverdunkelte Oeffnung fallende Lichtmenge ist. Da die schwarzen Sectoren des Episkotisters zufolge der Art, wie der Versuch angeordnet ist, durchaus kein Licht auf der der Oeffnung b zugewandten Seite erhalten, darf man dieselben hier als absolut dunkel betrachten, und es bedarf also nicht der durch Gl. (3) gegebenen Correction. Nennt man den Absorptionscoefficienten des Glases α, so geht durch jede Flächeneinheit der Oeffnung o eine Lichtmenge $i = (1 - \alpha) J$, wo J die obige Bedeutung hat. Da die zwei Oeffnungen nun gleich hell erscheinen, muss also $\frac{a}{360} = 1 - \alpha = h$ sein, indem wir die Helligkeit des Glases mit $h = 1 - \alpha$ bezeichnen. Eine Controle der Richtigkeit dieser Bestimmungen hat man nun in folgendem Umstande.

Ist die Helligkeit zweier Gläser beziehungsweise h_1 und h_2, so wird das eine die Lichtmenge $i_1 = Jh_1$ durchlassen, das andere die Lichtmenge $i_2 = Jh_2$, wenn sie von derselben Lichtquelle beleuchtet werden. Zufolge der Absorptionstheorie werden beide zusammen die Lichtmenge $i_3 = Jh_1 h_2$ durchlassen. Nennt man die Helligkeit der zusammengelegten Gläser h_3, so muss man also finden:

$$h_3 = h_1 h_2 \tag{4}$$

Die Versuchsresultate sind in guter Uebereinstimmung mit der Theorie, wie nachstehende Tabelle zeigt:

Die Gläser No.	I	II	III	I+II	II+III
h beobachtet =	0,383	0,260	0,260	0,1028	0,0703
h berechnet =				0,0996	0,0676
d =				0,0032	0,0027

Unter h sind die durch die Versuche gefundenen Helligkeiten angegeben; h berechnet zeigt die für zwei Glascombinationen durch Gl. (4) berechneten Werthe, d ist die Differenz der experimentell gefundenen und berechneten Zahlen. Die Abweichungeu erstrecken sich, wie man sieht, nur über einige wenige Tausendstel, und fallen demnach völlig innerhalb der Genauigkeit, die sich überhaupt bei Versuchen erreichen lässt, welche auf Vergleichen von Lichtempfindungen basirt sind. Die Methode kann daher gewiss, was die Sicherheit anbelangt, neben die anderen gestellt werden, die bisher praktische Anwendung zur Bestimmung der Lichtabsorption gefunden haben; jedenfalls gibt sie weit zuverlässigere Werthe, als einzelne Polarisationsphotometer, die an verschiedenen Tagen — je nach der größeren oder geringeren Reinheit des Himmels — sehr verschiedene Werthe geben.

Eine fernere wesentliche Anwendung findet der Episkotister bei der Bestimmung des Helligkeitsverhältnisses zwischen Schwarz und Weiß. Dieses Verhältniss spielt eine bedeutende Rolle bei den psychophysischen Versuchen, aber die von Aubert angegebene Methode zur Bestimmung derselben, die einzige bisher in Anwendung gebrachte, leidet an großen Uebelständen. Sie erfordert einen sehr geübten Beobachter und eine sehr große Anzahl von Versuchen, um einigermaßen zuverlässige Mittel zu geben. Es ist eigentlich dasselbe Verfahren, welches Plateau zu seinen Untersuchungen über die Helligkeit rotirender Scheiben anwandte. Ein weißer Schirm wird in dem Abstand L von der Lichtquelle angebracht, und man sucht hierauf den Abstand l, den ein schwarzer Schirm haben muss, um eben so hell wie der weiße zu erscheinen. Das Verhältniss $\frac{l^2}{L^2}$ gibt alsdann die Helligkeit des angewandten Schwarz mit Weiß als Einheit an. Wegen des großen Unterschiedes im Abstande der beiden Schirme und des großen

Farbenunterschiedes zwischen ihnen, der fast nicht zu vermeiden ist, wird es äußerst schwierig, den Punkt zu finden, wo sie genau dieselbe Helligkeit haben; man muss daher das Mittel aus der größtmöglichen Anzahl systematisch, bei steigenden und fallenden Reihen ausgeführter Bestimmungen nehmen. Dessenungeachtet werden die gefundenen Zahlen mit Fehlern behaftet sein, die sich nicht eliminiren lassen. Denn damit das Licht genau mit dem Quadrate des Abstandes abnehme, müssten die Versuche in einem absolut schwarzen Raume angestellt werden, ein solcher lässt sich aber nicht herstellen. Selbst ein schwarz gemaltes Zimmer reflectirt immer einiges Licht von der Decke und den Wänden, und dieses reflectirte Licht erhält natürlicher Weise einen weit größeren Einfluss auf den schwach beleuchteten weißen, als auf den stark beleuchteten schwarzen Schirm. Der weiße wird also verhältnissmäßig zu hell erscheinen, der schwarze wird in Folge dessen der Lichtquelle zu nahe gerückt werden und das Verhältniss $\frac{l^2}{L^2}$ also zu klein werden. Je näher der weiße Schirm der Lichtquelle steht, je kleiner also L ist, desto größer wird dieser Fehler. Um einigermaßen brauchbare Zahlen zu erzielen, muss man also über ziemlich erhebliche Abstände verfügen können. Wie bedeutend der aus diesem Verhältniss erwachsende Fehler werden kann, soll weiter unten nachgewiesen werden.

Alle die erwähnten Quellen zu Fehlern verschwinden bei einer zweckmäßigen Anwendung des Episkotisters. Ich benutzte bei meinen Versuchen hierüber ganz dieselbe Anordnung, wie zur Untersuchung der Lichtabsorption bei Dunkelgläsern, nur mit dem Unterschiede, dass bei S (siehe die Figur) nicht ein einzelner weißer Schirm angebracht war, sondern die zwei Papiere, deren Helligkeitsverhältnisse gefunden werden sollten. Die Papiere waren solchergestalt aufgehangen, dass sie in einer genau mit der Symmetrieachse der ganzen Aufstellung zusammenfallenden verticalen Linie an einander stießen. Das schwarze Papier war der Oeffnung o gegenüber, die jetzt selbstverständlich nicht durch irgend ein Glas verdeckt war, angebracht, das weiße der Oeffnung b gegenüber, die durch die rotirende Scheibe E verdunkelt werden konnte. Die Stellung des Beobachters ist so zu wählen, dass er das dunkle Papier nur durch o, das helle nur durch b sieht; liegen die zwei Oeffnungen näher, als der Abstand zwischen den Augen des Beobachters, so wird es nothwendig, dass er das eine Auge schließe, was übrigens die Bestimmung nicht erschwert. Die freie Oeffnung des Episkotisters wird nun verkleinert, bis *o* und *b* sich gleich hell zeigen, und die Helligkeit des Schwarz, mit weiß als Einheit, wird darauf nach Gl. (1) berechnet.

In untenstehender Tabelle zeigt das auf diese Weise bestimmte Helligkeitsverhältniss, theils zwischen Neutralschwarz und Zinkweiß $(N:Z)$, beziehungsweise der dunkelste und hellste Farbenstoff, die im Handel vorkommen, theils zwischen Neutralschwarz und weißem Cartonpapier $(N:P)$. Zur Probe der Richtigkeit ist das Verhältniss außerdem durch Aubert's Methode bestimmt, und zwar durch zwei verschiedene Versuchsreihen für beide Gruppen, indem der Abstand L des Schirmes von der Lichtquelle das eine Mal 200 cm, das andere mal 400 cm war. Wie man sieht, wird das Verhältniss $\frac{l^2}{L^2}$ um so kleiner, je kleiner man L genommen hat; das ist aber gerade, was nach dem Obigen erwartet werden musste. Je größer L wird, desto mehr nähert $\frac{l^2}{L^2}$ sich dem Verhältniss $\frac{a}{360}$, aber es ist fortwährend zu klein, selbst bei $L = 400$ cm. Die Differenzen sind indessen hier so außerordentlich klein, dass diese Versuche als vollgültiger Beweis für die Brauchbarkeit des Episkotisters betrachtet werden können.

		$N:Z.$	$N:P.$
$\frac{l^2}{L^2}$	$L = 200$ cm	$\frac{1}{76}$	$\frac{1}{68}$
	$L = 400$ cm	$\frac{1}{59{,}2} = 0{,}0169$	$\frac{1}{55} = 0{,}0182$
$\frac{a}{360}$		$\frac{1}{58} = 0{,}0174$	$\frac{1}{52} = 0{,}0194$
d		$-\ 0{,}0005$	$-\ 0{,}0012$

Mit Beziehung auf diese Versuche geschah es, dass wir vorhin bei der Correction von Plateau's Untersuchungen $K = 52$ gesetzt haben. Allerdings ist uns die Beschaffenheit des von ihm verwandten schwarzen und weißen Papiers unbekannt, da seine Abhandlung keinen Aufschluss hierüber gibt; da aber das Helligkeitsverhältniss $\frac{1}{52}$ für rein weißes Papier und einen der dunkelsten Farbestoffe gilt, wird man sicherlich keinen großen Fehler bei der Wahl gerade dieses Verhältnisses begehen. Unter allen Umständen zeigen unsere Correctionen auf Grundlage dieser Zahl, dass die Plateau'schen Versuche in der That genauer sind, als die uncorrigirten Werthe vermuthen ließen.

Noch eine anderweitige Anwendung des Episkotisters dürfte eine nähere Erwähnung verdienen. Man hat bisher bei verschiedenen Versuchen in hohem Grade eine einigermaßen genaue Methode zur Bestimmung der Stärke des Tageslichtes vermisst. Am häufigsten hat man sich zu derartigen Bestimmungen des Schattenphotometers bedient; aber ganz davon abgesehen, dass die Farbenunterschiede der Schatten es äußerst schwierig machen, zu entscheiden, wann sie gleich dunkel sind, so leidet dieser sowohl wie ein jeder andere Photometer an dem Uebelstande, dass man das Tageslicht gar nicht messen kann, sobald es eine gewisse Intensität überschreitet, weil unsere gewöhnlichen künstlichen Beleuchtungsmittel zu schwach sind, um damit verglichen werden zu können. Die Beleuchtung durch directes Sonnenlicht hat man so nur unter ganz besonderen Umständen messen können. Durch eine Combination des Bunsen'schen Photometers mit einem Episkotister lassen sich indessen die wesentlichsten dieser Schwierigkeiten überwinden.

In einem lichtdichten, innen schwarz gemalten Kasten, 60 cm lang, 15 cm breit und so hoch, dass ein Licht darin brennen kann, wird eine Normalkerze auf solche Weise angebracht, dass die Flamme sich stets in bestimmter Höhe über dem Boden des Kastens befindet. In dieser Höhe befindet sich am einen Ende des Kastens ein weißer Schirm mit einem durchsichtigen Fleck, der am besten auf die von Töpler angegebene Weise hergestellt wird, indem ein Stück weißes Papier mit einer kreisrunden Oeffnung zwischen zwei Stücke durchsichtiges Pergamentpapier gelegt wird[1]). Im anderen Ende des Kastens ist eine Oeffnung angebracht, durch welche der Beobachter den Schirm sehen kann, und um nicht von der Lichtflamme geblendet zu werden, ist diese theilweise von einem kleinen schwarz gemalten Mantel umgeben. Stellt man nun diesen Apparat mit dem Schirm gegen das Tageslicht gekehrt auf, so kann man durch Verschiebung des Lichtes in dem Kasten längs eines Maßstabes, welche der Beobachter, ohne

1) Wiedemann's Ann. Bd. VIII.

seinen Standpunkt zu verändern, durch Hülfe einer kleinen Stange bewerkstelligen kann, den Abstand zwischen Schirm und Lichtquelle finden, wo der durchsichtige Fleck eben verschwindet, und man hat alsdann in dem Quadrat dieses Abstandes ein Maß für die Stärke der Beleuchtung. Da der Farbenunterschied zwischen dem durchsichtigen und dem undurchsichtigen Theile des Schirmes nur gering ist, lässt sich die Einstellung verhältnissmäßig genau ausführen. Falls nun die Beleuchtung der äußeren Seite des Schirmes stärker ist, als dass sie durch eine einzelne Normalkerze gemessen werden kann, so wird vor dem Schirm und dicht an demselben ein Episkotister angebracht. Hierdurch lässt sich also das Tageslicht, ehe es den Schirm trifft, in jedem beliebigen und bekannten Verhältnisse schwächen, und die solchergestalt geschwächte Beleuchtung wird alsdann durch Verschiebung des Lichtes gemessen. Auf diese Weise lässt sich sogar directes Sonnenlicht messen, wenn die ganze freie Sectoröffnung des Episkotisters bis zu $^1/_2{}^\circ$ vermindert wird. Dadurch wird die Beleuchtung auf $\frac{1}{720}$ herabgedrückt, und ist dann gewöhnlich nicht stärker, als dass sie mit einer einzelnen Normalkerze verglichen werden kann.