Kritisches und Experimentelles über den Zeitsinn.

Von

Richard Glass.

Mit 1 Holzschnitt.

I.

Im Verlaufe der letzten Jahre sind in den »Philosophischen Studien« zwei Arbeiten erschienen, welche sich mit Untersuchungen aus dem Gebiete des Zeitsinnes beschäftigen; die eine rührt von Herrn Dr. Estel her (»Neue Versuche über den Zeitsinn«, Studien II, 1), der Verfasser der anderen Arbeit ist Herr Dr. Mehner (»Zur Lehre vom Zeitsinn«, ebend. II, 4). Beide Autoren kommen zu keinem übereinstimmenden Resultate. Denn während Estel die beiden Gesetze aufstellt:

I. Es ist die Zeitschätzung nicht nur am eigentlichen Indifferenzpunkt am genauesten, sondern erreicht auch bei den Vielfachen desselben ein relatives Maximum der Genauigkeit;

II. Das Weber'sche Gesetz hat für den Zeitsinn keine Gültigkeit; fasst Mehner die Ergebnisse seiner Untersuchung in folgende drei Sätze zusammen:

1) Die Schätzungsdifferenz erreicht relative Minima bei den ungeraden Vielfachen der Indifferenzzeit ($0{,}71^s$), dagegen relative Maxima bei den geraden Vielfachen jener Zeit; von $11{,}4^s$ an scheint die Periodicität der Schätzungsdifferenz aufzuhören (Periodicitätsgesetz);

2) Kleine Zeitstrecken bis $0{,}7^s$ erscheinen in der Reproduction vergrößert, mittlere Zeiten von $0{,}7^s$ bis 5^s verkleinert, und große Zeiten oberhalb 5^s wiederum vergrößert;

3) Das Weber'sche Gesetz scheint sich von $7,1^s$ an allmählich Geltung zu verschaffen, zumal da von hier an die mittlere Unterschiedsempfindlichkeit constant bleibt und namentlich von 10^s bis $12,1^s$ die Werthe der mittleren Verhältnissschwelle eine große Constanz zeigen.

Vergleicht man die Gesetze Mehner's mit jenen Estel's, so lehrt ein flüchtiger Blick schon, in welch' grellen Gegensatz beide Autoren zu einander gerathen. Estel's Arbeit hat eine werthvolle Abhandlung Fechner's [1]) veranlasst, in welcher dieser unermüdliche Förderer der Psychophysik die Unsicherheit der Estel'schen Schlüsse darthut; Mehner's Resultate aber sind theilweise außerordentlich merkwürdiger Natur, und die Folgerungen, welche er aus seinen Beobachtungen zieht, sind, wie mich dünkt, nicht über alle Anfechtbarkeit erhaben, so dass mir nicht nur eine Beleuchtung der Mehnerschen Sätze, sondern auch eine Wiederholung der Versuche überhaupt angezeigt erschien. Ich sah mich zu dieser Prüfung um so mehr veranlasst, weil ich bei sehr vielen der Versuche, auf welche Mehner seine Schlüsse gründet, zugegen gewesen bin, mitgeschätzt und dabei in Erfahrung gebracht habe, dass in vielen Fällen meine Schätzungen durchaus andere waren als diejenigen Mehner's, wie dies Letzterer auch mehrmals in seiner Abhandlung bekundet.

II.

Estel und Mehner haben das Gemeinsame, dass sie eine gewisse gesetzmäßige Periodicität im Gange der Schätzungsdifferenz $\varDelta$ constatiren; bei Estel beruht freilich das Periodicitätsgesetz mehr auf willkürlichen Annahmen, als auf den Ergebnissen der Beobachtung, wie man sofort erkennen wird, wenn man die Estel'schen Zahlenwerthe [2]) näher ansieht. Ganz anders liegen die Verhältnisse bei Mehner. Man muss für den ersten Augenblick erstaunen über das reine Hervortreten des periodischen Ganges der Schätzungsdifferenz, besonders wenn man die Curve betrachtet, welche diesen Gang ver-

1) Fechner, Ueber die Frage des Weber'schen Gesetzes und Periodicitätsgesetzes im Gebiete des Zeitsinns. (Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Kgl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, Band 13, I). Außerdem in den »Studien«, III, S. 1 ff.

2) Estel, a. a. O. Tab. XII, XIII, XIV.

sinnlicht, und doch kann man, wie ich glaube, bei näherem Zusehen einige Bedenken nicht abweisen, welche das Mehner'sche Periodicitätsgesetz nicht als so sicher begründet erscheinen lassen, wie es auf den ersten Anblick der Fall zu sein schien. Diese Bedenken mögen zunächst hier einen Platz finden.

Es ist für die folgende Betrachtung nöthig, dass ich von allen Mehner'schen Zahlen wenigstens die Werthreihe der Δ gebe, während ich den Leser bitten muss, die übrigen Zahlen, die später noch herangezogen werden müssen, bei Mehner selbst aufzusuchen. Aus Mehner's Tabelle II ergibt sich folgende Doppelreihe, worin sich über jedem Δ die zugehörige Zeit t befindet:

$t =$ 0,7; 0,75; 1,0; 1,5; 2,0;
$\Delta =$ + 0,00375; — 0,01; — 0,01125; — 0,01625; — 0,01;
2,1; 2,15;
— 0,00375; + 0,00125;

$t =$ 2,5; 2,8; 3,0; 3,5; 3,55;
$\Delta =$ — 0,035; — 0,04; — 0,03125; — 0,0075 [1]; + 0,00375;
4,0; 4,2;
— 0,035; — 0,04;

$t =$ 4,5; 5,0; 5,4; 5,7; 6,0;
$\Delta =$ — 0,015; + 0,00375; + 0,00375; + 0,015; + 0,03125;
6,4; 7,1;
+ 0,02625; + 0,1479;

$t =$ 7,8; 8,55; 9,3; 10,0; 10,65;
$\Delta =$ + 0,055; + 0,133125; + 0,07125; + 0,1275; + 0,10875;
11,4; 12,1.
+ 0,13875; + 0,175.

Das Erste, was bei Mehner's Besprechung dieser Werthreihe auffällt, ist der eigenthümliche Gebrauch der Begriffe Maximum und Minimum. Nach Mehner erreicht nämlich die Schätzungsdifferenz im Werthe Δ_x ein relatives Maximum, falls Δ_x größer ist als seine beiden Nachbarwerthe Δ_{x-1} und Δ_{x+1}, jedoch sind hierbei die drei Schätzungsdifferenzen ihrem absoluten Betrage nach zu nehmen, d. h. ohne Rücksicht auf ihr Vorzeichen; ganz entsprechend würde Mehner's

1) Bei Mehner findet sich: $\Delta =$ — 0,075, jedoch wohl nur in Folge eines Druckfehlers, denn beim Berechnen des Δ ergibt sich der von uns angeführte Werth.

Definition für das relative Minimum lauten müssen. Ueberdies spricht Mehner noch von einem absoluten Minimum der Schätzungsdifferenz; dasselbe wird erreicht, sobald $\Delta = 0$ ist. Diese drei Definitionen gibt zwar Mehner nicht ausdrücklich, obgleich dies wohl nöthig gewesen wäre, da man mit den Begriffen »relatives Maximum« und »relatives Minimum« für gewöhnlich einen anderen Sinn verbindet, sie folgen aber unmittelbar aus den in seiner Abhandlung niedergelegten Angaben. Es soll nun nicht bestritten werden, dass man im vorliegenden Falle die Begriffe Maximum und Minimum in dieser Weise benutzen darf, da man folgendermaßen argumentiren kann. Es ist zunächst gleichgültig, nach welcher Seite hin die Schätzungsdifferenz abweicht, ob sie positiv oder negativ ist; eine Hauptsache vielmehr ist es, zunächst diejenigen Punkte zu ermitteln, für welche Δ gleich Null wird, sowie diejenigen, für welche es eine relativ größte und eine relativ kleinste Abweichung von Null aufweist. Trotzdem werde ich mich dem Vorgehen Mehner's bei der Betrachtung des Ganges eines dem Δ entsprechenden Elementes, des constanten Fehlers c, nicht anschließen, da man sonst ziemlich allgemein bei einer Besprechung periodischer Erscheinungen die Begriffe Maximum und Minimum in dem gewöhnlichen, mathematischen Sinne zu verwenden pflegt. Es soll jedoch hierauf kein Einwand gegen das Mehner'sche Periodicitätsgesetz gegründet werden, sondern wir wollen an der Hand der Mehner'schen Festsetzungen zur Betrachtung der Δ-Werthreihe übergehen; hierbei sollen der Kürze wegen diejenigen Zeiten, für welche die Schätzungsdifferenz ein Maximum oder ein Minimum erreicht, Hauptzeiten genannt werden; Mehner theilt dieselben noch in zwei Classen: in die Maximalzeiten und in die Minimalzeiten. Als erste Hauptzeit findet Mehner $t = 0{,}714^s$; sie wird durch ein einfaches Interpolationsverfahren aus den beiden untersuchten Zeiten $t = 0{,}7^s$ und $t = 0{,}75^s$ erhalten, wenn man die Zeit sucht, für welche $\Delta = 0$ ist. Diese Zeit $t = 0{,}714$ ist die erste Indifferenzzeit (eben weil für sie $\Delta = 0$ ist), sie ist im folgenden stets gemeint, sobald von der Indifferenzzeit schlechthin die Rede ist, und ihre Größe möge durch t_i bezeichnet werden. Die übrigen Indifferenzzeiten hat Mehner nicht auf demselben Wege ermittelt, sondern er führt einfach als solche Zeiten noch $t = 2{,}15^s$; $= 3{,}55^s$ und $5{,}0^s$ auf, obgleich für diese Zeiten die Schätzungsdifferenz einen von Null verschiedenen Werth besitzt; nach Mehner gibt es also vier Indifferenzzeiten. Hätte er jedoch ebenso wie früher interpolirt, so würde er, wie man unmittelbar übersieht, sechs solche Zeiten erhalten haben. Das Unterlassen der Interpolation beruht wohl auf der Erwägung, dass für die zuletzt genannten drei Zeiten die Schätzungsdifferenz nur sehr kleine Werthe annimmt (sie übersteigen ja $0{,}00375^s$ nicht an Größe), eine Ueberlegung, welche man nicht ohne weiteres von der Hand weisen kann, deren Consequenzen aber freilich auch gezogen werden müssen. Thut man dies, so sind jedenfalls auch $t = 2{,}1^s$ und $t = 5{,}4^s$ in die Reihe der Indifferenzzeiten mit aufzunehmen, und setzt man mit Mehner voraus, dass die Curve, welche den Gang der Schätzungsdifferenz darstellt, aus einer gebrochenen Geraden bestehe, so würde sich sogar eine ganz neue Erscheinung aus den Mehner'schen Beobachtungen ableiten lassen, nämlich die Existenz von Indifferenzzonen, von denen sich die erste, kleinere, von $2{,}1^s$ bis $2{,}15^s$, die zweite, größere aber von $4{,}9^s$ bis $5{,}4^s$ erstreckte. Doch es mag die Zulässigkeit oder Unzulässigkeit jener Annahme über den Verlauf des $\varDelta$ von einer untersuchten Zeit zur anderen hier nicht zum Gegenstand einer Erörterung gemacht, sondern nur festgehalten werden, dass auch die Zeit $5{,}4^s$ als Indifferenzzeit angesehen werden muss. Diese Zeit ist aber kein ganzes Vielfache der Indifferenzzeit t_i, sie passt also nicht in das Mehner'sche Periodicitätsgesetz. Für die Nachbarzeit $5{,}7_s$, welche als gerades Vielfache jenem Gesetze gemäß eine Hauptzeit sein sollte, gilt dies, wie Mehner selbst anführt, nicht, dagegen meint Mehner, die nächste Zeit $t = 6^s$ sei eine Hauptzeit, denn für sie erreiche die Schätzungsdifferenz ein relatives Maximum. Sehen wir zu, wie dieses Maximum zu Stande kommt. Einfach durch eine Differenz, deren Größe fünf Tausendtel einer Secunde beträgt, denn die unmittelbar folgende Zeit $t = 6{,}4^s$ zeigt ein $\varDelta$, welches von jenem für $t = 6^s$ nur um den eben angegebenen Werth abweicht; hätte sich das Mittel von $\varDelta$ für $t = 6^s$ um $0{,}005''$ niedriger gestellt, so würde $t = 6^s$ die Eigenschaft, Hauptzeit zu sein, verlieren, und alsdann würde auch $t = 6{,}4^s$ aus der Reihe der Hauptzeiten ausscheiden, wie unmittelbar aus der oben angeführten Werthreihe hervorgeht. Die Kleinheit jener Größe, welche 6^s und $6{,}4^s$ zu Hauptzeiten erhebt, fällt an sich schon auf, noch mehr aber, wenn man bemerkt, dass der Unterschied zwischen den Schätzungsdifferenzen für die Zeit $6{,}4^s$ und die unmittelbar folgende Zeit $7{,}1^s$ $0{,}1211^s$, also ungefähr das Vierundzwanzigfache jener Größe ausmacht. Hierzu tritt außer anderem noch die Existenz eines Fehlers, mit welchem $\varDelta$, trotzdem es ein Mittelwerth ist, behaftet ist, als ein Moment, welches den Zweifel an der Behauptung, die Zeiten 6^s und $6{,}4^s$ seien Hauptzeiten, erheblich verstärkt. Dieser Fehler, der sogenannte wahrscheinliche Fehler, würde nur in dem Falle gleich Null sein, wenn die Anzahl der Beobachtungen unendlich groß wäre; er nimmt jetzt einen bestimmten, endlichen Werth an, da Mehner für jede Zeit nur zehn Versuche angestellt hat. Es wird, wie Fechner im Jubelbande der Poggendorff'schen Annalen gezeigt hat, dieser Fehler bestimmt durch die Formel:

$$w = \frac{1{,}195503 \, . \, \Sigma \, \delta}{n \, . \, \sqrt{2n-1}},$$

worin n die Anzahl der Versuche, $\Sigma \, \delta$ die Summe aus sämmtlichen Abweichungen der Einzelbeobachtungen vom Mittel darstellt. Im vorliegenden Falle sind zwar nicht die einzelnen Abweichungen der beobachteten Schätzungsdifferenzen von der mittleren Schätzungsdifferenz bekannt, wohl aber das Mittel aus diesen Abweichungen, welches Mehner mit $\delta \, \varDelta_m$ bezeichnet hat; dieses $\delta \, \varDelta_m$ ist daher gleich dem $\frac{\Sigma \, \delta}{n}$ unserer Formel, welche deshalb übergeht in die andere:

$$w = \frac{1{,}195503 \, . \, \delta \, \varDelta_m}{\sqrt{2n-1}} = 0{,}27425 \, . \, \delta \, \varDelta_m,$$

da $n = 10$ ist. Setzt man die in der Mehner'schen Tabelle II vorhandenen Werthe für $\delta \, \varDelta_m$ in diese Formel ein, so ergibt sich für $t = 6^s$ der wahrscheinliche Fehler der Schätzungsdifferenz gleich 0,01337, d. h. er ist fast halb so groß wie diese Schätzungsdifferenz, und für $t = 6{,}4^s$ wird $w = 0{,}00514$. Diese Größenverhältnisse der wahrscheinlichen Fehler und die oben angeführten Umstände berechtigen zu dem Schluss, dass das Einfügen der beiden Zeiten 6^s und $6{,}4^s$ in die Reihe der Hauptzeiten der vollkommenen Sicherheit entbehrt.

Weiter aber sind für die Entscheidung der Frage, ob Mehner's Periodicitätsgesetz wirklich aus den Thatsachen der Beobachtung abgeleitet werden könne, noch die folgenden beiden Punkte nicht ohne Wichtigkeit:

Die Zeiten über $6{,}4^s$, welche Mehner untersucht, sind nur ganze Vielfache der Indifferenzzeit t_i; da nun $\varDelta$ sicherlich Schwankungen unterworfen ist, so kann es nicht wunder nehmen, dass einige der von $t = 6{,}4^s$ ab untersuchten Zeiten abwechselnd als Maximal- und Minimalzeiten auftreten, das Zutreffen des Periodicitätsgesetzes für Zeiten über $6{,}4^s$ ist demgemäß noch kein zwingender Beweis für die Gültigkeit jenes Gesetzes. Und was endlich den Schluss des Gesetzes anlangt, welcher von der Aufhebung der Periodicität handelt, so möchte ich mir dazu folgende Bemerkung erlauben: Als letzte Hauptzeit erscheint $t = 10{,}65^s$, während sich die Schätzungen Mehner's auch noch auf die Zeiten $11{,}4^s$ und $12{,}1^s$ erstreckt haben. Weil $11{,}4^s$ nicht als Hauptzeit auftritt (über den Charakter von $t = 12{,}1^s$ lässt sich natürlich nichts aussagen), folgert Mehner, die Periodicität der Schätzungsdifferenz scheine von dieser Zeit an überhaupt aufzuhören, während doch hier genau dieselbe Eigenthümlichkeit stattfinden könnte, wie in dem Intervall von 5^s bis 6^s, wo auch die Periodicität des $\varDelta$ ein Ende zu nehmen schien, während sie sich über 6^s wieder geltend macht. Fasst man alle diese Bemerkungen zusammen, so gelangt man zu dem Ergebniss:

Obwohl an einem gewissen periodischen Verhalten der Schätzungsdifferenz kaum gezweifelt werden kann, so kann doch Mehner's Begründung seines Periodicitätsgesetzes eine genügend sichere nicht genannt werden.

Im weiteren Verlaufe seiner Untersuchung will Mehner der Fechner'schen Forderung gerecht werden, es sei zu erklären, woher die Periodicität der Schätzungsdifferenz ihren Ursprung nehme. Fechner unterstützt seine Forderung durch die Bemerkung, dass ja $\varDelta$ nicht direct aus den Versuchen gewonnen, sondern aus mehreren beobachteten Werthen abgeleitet würde. Mehner beginnt die diesbezügliche Betrachtung mit den Worten: »Da $\varDelta$ in Folge seiner Definition abhängig ist von direct aus den Versuchen gewonnenen Elementen, so ist sein periodischer Character auch auf die Periodicität derselben zurückzuführen« (S. 567). Diese Behauptung würde vollkommen correct sein, wenn Mehner statt des »auch« ein »vielleicht« gesetzt hätte, denn erinnert man sich daran, dass

$$\varDelta = \frac{t_o + t_u}{2} - t = \frac{d_o - d_u}{2}\,{}^{1)},$$

so ist, wenn man bei der zweiten Definitionsgleichung stehen bleibt,

---

1) Wir haben einfach $\varDelta$ statt des Mehnerschen $\varDelta_m$ gesetzt, um das $\varDelta_m$ späterhin beibehalten zu können zur Bezeichnung des mittleren Fehlers. Ebenso haben wir den Index m unterdrückt in den Bezeichnungen t_o, d_o u. s. w.

der Fall wohl denkbar, dass die Reihen der d_0 und d_u für sich nur stetig wachsende Größen aufweisen, während in der Reihe der $\varDelta$ eine strenge Periodicität eintritt, wie an folgendem Beispiele ersichtlich ist: erhält d_0 nach einander die Werthe: 0,08; 0,11; 0,12; 0,15; 0,16; 0,19; 0,20; ... und d_u entsprechend die Werthe: 0,04; 0,05; 0,07; 0,08; 0,10; 0,11; 0,14; ... so bemerkt man unmittelbar, dass trotz alledem $\varDelta$ rein periodisch sich ändern würde.

Die erste Definitionsgleichung für $\varDelta$ enthält die Größen t_0 und t_u, von ihrem Verlaufe spricht Mehner a. a. O. nicht, er wendet sich vielmehr sofort zur Betrachtung der Größen, welche in die zweite Definitionsgleichung des $\varDelta$ eingehen, der Unterschiedsschwellen d_0 und d_u, und untersucht, welche Bedingungen diese Schwellen erfüllen müssten, um eine Periodicität des $\varDelta$ herbeizuführen. Zwei Möglichkeiten sind in dieser Hinsicht nach Mehner vorhanden: entweder bleibt die eine Unterschiedsschwelle constant, und der undulirende Gang der anderen erzeugt die Periodicität (eine Ansicht, welche mir für den vorliegenden Fall nicht wahrscheinlich erscheint); oder die beiden Unterschiedsschwellen ändern sich selbst periodisch mit der Indifferenzzeit. Hierbei entgeht ihm jedoch der Umstand, dass aus dem periodischen Verlaufe von d_0 und d_u nicht auf den gleichen Verlauf von $\varDelta$ geschlossen werden kann, weil die Schätzungsdifferenz gleich dem halben Unterschiede der beiden Unterschiedsschwellen ist.

Doch, gehen wir von diesen theoretischen Erörterungen zu den Thatsachen selbst über. Hier ist von den beiden Möglichkeiten nur die zweite ins Auge zu fassen und nachzusehen, ob sie vielleicht eintritt. Merkwürdiger Weise aber beschäftigt sich Mehner an dieser Stelle nicht mit der Untersuchung des Ganges von d_0 und d_u, was doch wohl das einzig Angemessene gewesen wäre, sondern er bespricht den Verlauf der Größen $\frac{100\,d_0}{t}$ und $\frac{100\,d_u}{t}$, welche einerseits in den Ausdruck für $\varDelta$ gar nicht eingehen, von denen andererseits aber festzuhalten ist, dass aus einem etwaigen periodischen Verhalten dieser Größen durchaus nicht auf dasjenige der Unterschiedsschwellen d_0 und d_u geschlossen werden kann, da sich der Werth des t fortwährend ändert. Und was die Periodicität jener Größen selbst angeht, so zeigt $\frac{100\,d_0}{t}$ einen periodischen Gang, der nicht weiter als bis $7{,}1^s$ reicht und selbst bis dahin für einige Zeiten nicht mit dem Mehner'schen Periodicitätsgesetz übereinstimmt, während sich für die Größe $\frac{100\,d_u}{t}$ in der Hauptsache nur bis $6{,}4^s$ eine solche Uebereinstimmung herausstellt. Erst viel später (auf S. 584) erwähnt Mehner, dass d_o und d_u dieselbe Periodicität wie $\varDelta$ zeigten. Ueberblickt man jedoch die Reihen der d_o und d_u, so gelangt man sogleich zu der Einsicht, dass diese Behauptung den Beobachtungsergebnissen nur wenig entspricht. Auch bei dieser Gelegenheit kommen wir also wieder zu dem Resultate, dass die Größen, welche einen periodischen Verlauf zeigen sollen, wohl zum Theil unter das Mehner'sche Gesetz fallen, zum anderen Theil aber demselben vollkommen widersprechen.

Eine weitere, seinem Gesetze entsprechende Periodicität gewisser Elemente deutet Mehner mit folgenden Worten (auf S. 582) an: »Da nun die Unterschiedsschwellen d_o und d_u einen undulirenden Charakter besitzen, so müssen die Verhältnissschwellen $v_o = \frac{t_o}{t} = \frac{t+d_o}{t}$ und $v_u = \frac{t}{t_u} = \frac{t}{t-d_u}$ ebenfalls periodisch sein mit der doppelten Indifferenzzeit, und zwar müssen sie denselben Verlauf zeigen wie die Größen $\frac{100\,d_o}{t}$ und $\frac{100\,d_u}{t}$«. Mehner behauptet hier einfach, die Unterschiedsschwellen besäßen einen undulirenden Charakter, und deshalb müssten v_o und v_u periodisch mit der doppelten Indifferenzzeit sein; es müsste aber, um diese Angabe als berechtigt erscheinen zu lassen, doch wohl vorher etwas über den undulirenden Charakter der Unterschiedsschwellen ausgesagt und insbesondere nachgewiesen sein, dass diese Schwellen periodisch sind mit der doppelten Indifferenzzeit. Ein solcher Nachweis würde eine ebensolche Periodicität für v_o und v_u als möglich, wohlgemerkt aber nicht als nothwendig erscheinen lassen; wir haben schon oben bemerkt, dass eine derartige Periodicität für die Unterschiedsschwellen, wie sie hier verlangt wird, von Mehner erst an einer späteren Stelle behauptet wird, nach Mehner's Beobachtungsresultaten aber nicht vorhanden ist. Oder sollte Mehner, indem er von dem undulirenden Charakter der Unterschiedsschwellen spricht, nicht diese selbst, sondern die Größen $\frac{100\,d_o}{t}$ und $\frac{100\,d_u}{t}$ im Sinn gehabt haben? Sagt er doch selbst am Schlusse der angezogenen Stelle, v_o und v_u zeigten denselben Verlauf wie $\frac{100\,d_o}{t}$ und $\frac{100\,d_u}{t}$. Diese letztere Behauptung ist ganz richtig, sie bietet aber nichts Neues, erst aus den Ergebnissen der Beobachtung Folgendes, denn wie man unmittelbar einsieht, kann man die Gleichung für v_o auch schreiben:

$$v_o = 1 + \frac{d_o}{t},$$

und daraus geht hervor, dass mit einem größten oder kleinsten Werthe von $\frac{d_o}{t}$ auch ein größter oder kleinster Werth von v_o verknüpft sein muss und umgekehrt. Genau dasselbe gilt in Bezug auf v_u und $\frac{d_u}{t}$, da man die Definitionsgleichung für v_u auch darstellen kann in der Form:

$$v_u = \frac{1}{1 - \frac{d_u}{t}}.$$

Wie wir oben bemerkten, ordnen sich aber die Größen $\frac{d_o}{t}$ und $\frac{d_u}{t}$ nicht in das Mehner'sche Periodicitätsgesetz ein, also werden es auch v_o und v_u nicht thun, eine Folgerung, die man unmittelbar bestätigt findet, wenn man die entsprechenden Zahlen aus der Tabelle III zur Vergleichung herbeizieht. Und nicht bloß v_o und v_u sollen in der angegebenen Weise periodisch sein, sondern auch ihre Differenz $v_o - v_u$, wie man aus folgender Stelle der Mehner'schen Abhandlung (S. 583, 584) entnehmen kann; es heißt dort: »Wie ein Blick auf die Tabelle III zeigt, sind die Differenzen $v_o - v_u$ auch viel zu groß, um durch zufällige Einflüsse erzeugt zu werden. Dazu kommt noch der wichtige Umstand, dass auch sie denselben Verlauf zeigen wie $\varDelta$, was allerdings nicht wunder nehmen kann, da ja $v_o = \frac{t + d_o}{t}$ und $v_u = \frac{t}{t - d_u}$, also in den Verhältnissschwellen die beiden periodisch verlaufenden Unterschiedsschwellen enthalten sind«. Ich will mich hier nicht mit theoretischen Erörterungen aufhalten, sondern bemerke einfach, dass mich auch in diesem Falle die Zahlen der Tabelle III nicht von der Richtigkeit der Mehner'schen Behauptung überzeugen, denn während darnach im ganzen nur 17 Maxima resp. Minima (relative und absolute) vorhanden sein dürften, kann man in der Tabelle fast die doppelte Anzahl zusammenbringen. Hiermit will ich die Beleuchtung der Angaben Mehner's über die Elemente, welche die bekannte Periodicität besitzen sollen, schließen, und mich noch einmal der Schätzungsdifferenz $\varDelta$ zuwenden.

In dem Abschnitte seiner Arbeit, welchen Mehner »Die Streitfrage zwischen Fechner und Wundt« überschrieben hat, spielt Δ eine wichtige Rolle; diese Größe würde, wenn Mehner's Betrachtungen vollständig richtig wären, und falls sie mit den Thatsachen vollkommen im Einklang stünden, zu einer Bedeutung emporgehoben, welche ihr den Primat im Gebiete des Zeitsinnes in der That sicherten. Ehe ich jedoch auf den betreffenden Passus näher eingehe, muss ich den unmittelbar vor jener Stelle befindlichen Sätzen eine kurze Besprechung widmen. Mehner redet nämlich auf S. 588 von der Schätzungssicherheit (mittleren Unterschiedsempfindlichkeit), welche definirt wird durch die Gleichung:

$$E_m = \frac{2t}{d_o + d_u} = \frac{t}{D},$$

und behauptet, »dass an den vier Indifferenzpunkten, wo also die Schätzungsdifferenz gleich Null ist, die obere und untere Unterschiedsschwelle relative Minima erreichen, mithin auch der Schätzungsfehler (die mittlere Unterschiedsschwelle) $D = \frac{d_o + d_u}{2}$, dass also an diesen Punkten die Genauigkeit der Schätzung relativ am größten ist. Dass genannte Größen an den Indifferenzpunkten absolute Minima erreichen, ist übrigens gar nicht nöthig, da die Schätzungssicherheit nicht gemessen wird durch den einfachen reciproken Werth des Schätzungsfehlers D, sondern durch den Quotienten $\frac{t}{D}$, also durch sein Verhältniss zu der zugehörigen Normalzeit«. Mehner meint also, es sei nicht nöthig, dass die Größen d_o, d_u und D, die drei Unterschiedsschwellen, an den Indifferenzpunkten absolute Minima erreichten, d. h. gleich Null würden, weil die Schätzungssicherheit nicht durch $\frac{1}{D}$, sondern durch $\frac{t}{D}$ gemessen würde, oder mit anderen Worten: würde die Schätzungssicherheit durch $\frac{1}{D}$ gemessen, so müssten die drei Unterschiedsschwellen absolute Minima erreichen, falls die Schätzungssicherheit an der betreffenden Stelle einen größten Werth annehmen sollte. Wir bemerken hier sogleich, dass unter dieser Voraussetzung die Schätzungssicherheit einen unendlich großen Werth, ein »absolutes Maximum« erreichen würde; sie erlangte aber auch, weil wir nur endliche Zeiten t untersuchen, denselben Werth, dafern sie nicht gemessen würde durch $\frac{1}{D}$, sondern durch $\frac{t}{D}$; in diesem Falle wäre es also ganz gleichgültig, welche von beiden Größen uns als Maß für die Sicherheit der Schätzung diente. Beiläufig möge nur noch erwähnt sein, dass der Fall $d_o = d_u = 0$ für irgend ein t wohl kaum vorkommen kann.

In den angeführten Sätzen behauptet Mehner noch, an den Indifferenzpunkten träten Minima der oberen und unteren Unterschiedsschwelle ein. Für die erste Indifferenzzeit, welche durch bloße Rechnung ermittelt worden ist, kann ich diese Behauptung nicht widerlegen, jedenfalls aber ist bei den Werthen, welche die Beobachtung für die Unterschiedsschwellen der Zeiten $0{,}7^s$ und $0{,}75^s$ liefert, die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dass ein Minimum der Unterschiedsschwellen für $t = 0{,}714^s$ nicht einzutreten braucht; denn da nach Mehner's Tabelle II für $t = 0{,}7$ $d_o = 0{,}04$, $d_u = 0{,}0325$ und für $t = 0{,}75$ $d_o = 0{,}0375$, $d_u = 0{,}0575$ sind, so wären für $t = 0{,}714$ $d_o = 0{,}039$ und $d_u = 0{,}039$ sehr wohl mögliche Werthe der Unterschiedsschwellen, welche zwar $0{,}714^s$ als Indifferenzzeit erscheinen ließen, nicht aber Minima der Unterschiedsschwellen lieferten. Für die Zeit $t = 2{,}15^s$ aber ist zu constatiren, dass für sie die obere Unterschiedsschwelle kein Minimum erreicht.

Im Anschluss an die obigen Worte fährt Mehner fort: »Wie nun den relativen Minimis von $\varDelta$ relative Maxima der (mittleren) Unterschiedsempfindlichkeit entsprechen, so gehören auch umgekehrt zu den relativen Maximis für erstere relative Minima für letztere, es zeigen also Schätzungsdifferenz und Schätzungsfehler denselben Verlauf, man kann daher von der Größe der einen auf die Größe des anderen schließen, und somit könnte man ebenso gut wie D auch $\varDelta$ als Maß für die Genauigkeit der Schätzung nehmen«. Sehen wir zu, ob der Schätzungsdifferenz $\varDelta$ wirklich, außer ihrer gewöhnlichen Bedeutung, auch noch die neue, wichtige zukommt, welche ihr Mehner in seinen letzten Worten beilegt. Es ist zuvörderst festzustellen, dass den relativen Minimis von $\varDelta$, welche nach Mehner eintreten bei den ungeraden Vielfachen der Indifferenzzeit 0,714, durchaus nicht stets Maxima der mittleren Unterschiedsempfindlichkeit $E_m = \frac{t}{D}$ entsprechen, sondern aus seiner Tabelle ergibt sich, dass vier Treffern fünf Nichttreffer gegenüberstehen, und ebenso wenig gehören »zu den relativen Maximis für erstere (die Schätzungsdifferenz) durchgängig Minima für letztere« (die mittlere Unterschiedsempfindlichkeit), denn es zeigt in dieser Beziehung die Tabelle III vier Treffer und drei Nichttreffer. Mehner verlässt nun den Boden der Thatsachen und zieht aus der von ihm behaupteten Relation zwischen der Schätzungsdifferenz $\varDelta$ und der mittleren Unterschiedsempfindlichkeit E_m mehrere Folgerungen, deren erste lautet: die Schätzungsdifferenz $\varDelta$ und der Schätzungsfehler D haben denselben Verlauf. Diese Folgerung ist, wie wir weiter unten zeigen werden, selbst dann eine gewagte, wenn wirklich die Beziehung zwischen $\varDelta$ und E_m besteht, welche Mehner annimmt; ihre Richtigkeit wird aber noch weiter in Frage gestellt, wenn man sich die thatsächliche Beziehung zwischen $\varDelta$ und E_m vergegenwärtigt. Nehmen wir jedoch einmal mit Mehner an, dass, sobald $\varDelta$ ein Minimum erreiche, für $E_m = \frac{t}{D}$ ein Maximum vorhanden sei. Mehner schließt hieraus, dies sei nur dann möglich, wenn zugleich mit $\varDelta$ auch D einen kleinsten Werth zeige, ein Schluss, welcher ganz richtig ist, wenn t constant bleibt; im vorliegenden Falle aber ändern sich nicht nur D und $\varDelta$, sondern auch t, und deshalb ist nicht mit jedem Maximum von E_m nothwendiger Weise ein Minimum von D verbunden, oder anders und zwar unter Bezugnahme auf die Mehner'sche Voraussetzung ausgedrückt: Es ist nicht nothwendig, dass zugleich mit $\varDelta$ auch D ein Minimum erreiche. Ganz entsprechend ergibt sich, dass es zwar nicht ausgeschlossen, jedoch nicht nothwendig ist, dass D und $\varDelta$ gleichzeitig einen größten Werth annehmen. Meine Bedenken betreffs der ersten Mehner'schen Folgerung werden auch durch die Thatsachen unterstützt; denn sucht man in der Tabelle III nach, so finden sich unter den D nur acht ausgezeichnete Werthe, während doch nach Mehner für $\varDelta$ 15 Maxima resp. Minima vorhanden sind, und von jenen acht Werthen fällt der vierte Theil nicht einmal auf Hauptzeiten; Schätzungsfehler und Schätzungsdifferenz zeigen also nicht denselben Verlauf.

Da Mehner meint, es hätten die Schätzungssicherheit E_m und die mittlere Unterschiedsschwelle (der Schätzungsfehler) einen entsprechenden Gang, d. h. einem Maximum jener Größe entspreche ein Minimum dieser, und umgekehrt, und weil er zu dem Schluss gekommen ist, D und $\varDelta$ besäßen denselben Verlauf, so gelangt er zu der zweiten, wichtigen Folgerung, es könne ebenso gut D wie $\varDelta$ als Maß für die Genauigkeit der Schätzung benutzt werden. Weil aber $\frac{t}{D}$ und D in Wirklichkeit nicht einen entsprechenden Verlauf aufweisen, so darf neben dem wahren Maße für die Genauigkeit der Schätzung $\frac{t}{D}$ nicht auch D als ebenbürtiges Maß angesehen werden, und da ferner Mehner die Benutzung von $\varDelta$ als ebensolches Maß auf den gleichen Verlauf von D und $\varDelta$ (Schätzungsfehler nnd Schätzungsdifferenz) gründet, also auf eine Uebereinstimmung, welche thatsächlich nicht besteht, so darf ebenso wenig wie D auch $\varDelta$ zu dem in Rede stehenden Zwecke benutzt werden, eine Folgerung, deren Richtigkeit durch die schon erwähnte Erscheinung bekräftigt wird, dass nach Mehner's Tabelle III keinerlei gesetzmäßige Beziehung besteht zwischen dem Gange des wahren Maßes für die Genauigkeit der Schätzung (E_m) und jenem der Schätzungsdifferenz. Hiermit aber erhält $\varDelta$ seine ursprüngliche Bedeutung zurück, indess die neue, welche ihm Mehner noch beilegt, durch die Thatsachen zu wenig gerechtfertigt erscheint.

III.

Diese Unsicherheiten der Mehner'schen Resultate bewogen mich, an eine neue Reihe von Versuchen heranzutreten. Herr Prof. Wundt hatte die Güte, mir zu diesem Zwecke denselben Apparat zur Verfügung zu stellen, mit dessen Hülfe Estel und Mehner ihre Beobachtungen ausgeführt hatten. Bei der Wahl der Untersuchungsmethode lenkte sich meine Aufmerksamkeit auf die Methode der mittleren Fehler, und zwar aus verschiedenen Gründen, deren wichtigster der folgende ist: Da es sich vornehmlich darum handelt, zu untersuchen, ob wirklich eine gewisse Periodicität im Gange des Schätzungsfehlers vorhanden sei, so wird man eine Methode nicht unberücksichtigt lassen dürfen, welche diesen Fehler unmittelbar aus der Beobachtung liefert. Dies geschieht bei der genannten Methode, wo jener Fehler als der constante Fehler erscheint. Die Methode der Minimaländerungen liefert dagegen jenen Fehler weniger direct, sondern erst mit Hülfe mehrerer durch die Beobachtung zu gewinnender Größen. Ferner fällt in's Gewicht, dass seit Vierordt's Untersuchungen[1]) die Methode der mittleren Fehler im Gebiete des Zeitsinnes in ausgedehnterer Weise nicht angewendet worden ist. Dennoch sollte diese Methode gegenüber derjenigen der Minimaländerungen nicht vernachlässigt werden, hat doch erst neuerdings Fechner in seiner »Revision der Hauptpunkte der Psychophysik« in überzeugender Weise ihre volle Berechtigung dargethan. Endlich möchte ich noch als einen Umstand, welcher mir die Methode der mittleren Fehler als berücksichtigenswerth erscheinen ließ, den geltend machen, dass bei ihr jeder einzelne Versuch Antwort zu geben scheint auf die Frage, welche das am nächsten liegende Problem des Zeitsinns ausmacht: wie groß erscheint eine gegebene Zeitstrecke, falls wir sie reproduciren?

Der wesentlichste Theil des von mir benutzten Zeitsinnapparates besteht bekanntlich in einem Rade, welches durch ein Uhrwerk in eine gleichförmige Bewegung versetzt werden kann; an dem Radkranze befindet sich ein abwärtsgehender Stift, welcher auf die Theilstriche eines in Grade getheilten, mit dem Radkranze concentrischen Kreises weist. Dieser Kreis wird von einem Holzringe getragen, an welchen gleichzeitig die »Auslöser« angeschraubt werden können. Ein anderer für die vorliegenden Versuche wichtiger Theil unseres Apparates ist ein Hebel, welcher den Gang des Uhrwerks augenblicklich zu hemmen gestattet. Will man nach der Methode der mittleren Fehler Versuche anstellen, so kann man nun folgendermaßen verfahren: Man nimmt zwei Auslöser und befestigt sie soweit von einander, als es der zu untersuchenden Normalzeit entspricht; alsdann wird das vorher auf seinen richtigen Gang geprüfte Uhrwerk in Bewegung gesetzt; hierdurch wird bewirkt, dass der am Rade befindliche Stift während einer Umdrehung zweimal durch einen Contact mit den Auslösern für einen Augenblick den Schluss eines elektrischen Stromes erzeugt. Es entstehen so zwei Hammerschläge, deren zeitlicher Abstand das zu schätzende Intervall, die Normalzeit, liefert. Unsere Aufgabe besteht darin, eine andere,

1) K. Vierordt, Der Zeitsinn nach Versuchen. Tübingen 1868. — Vierordt untersuchte, soweit seine Beobachtungen für uns in Betracht kommen, nicht einzelne bestimmte Zeiten näher, sondern er wählte Normalzeiten, welche sich innerhalb eines Intervalles von $0{,}25^s$ im Minimum bewegen; so hat er in seiner Tabelle A in 35 Fällen eine Normalzeit von $2{,}75^s$ bis 3^s (Mittelwerth $2{,}832^s$), in der nächsten Zeile eine solche von 3^s bis $3{,}5^s$ (Mittelwerth 3,230) in 48 Fällen u. s. w.; diese Eigenthümlichkeit ist unstreitig ein Mangel der Vierordt'schen Versuche.

ebenso groß wie die Normalzeit erscheinende Zeitstrecke, die Fehlzeit, zu bestimmen. Folgt die letztere Zeit unmittelbar auf die erstere, so ist der zweite Hammerschlag nicht nur das Endsignal für die Normalzeit, sondern zugleich das Anfangszeichen für die Fehlzeit. Die Bestimmung der letzteren geschieht alsdann in der Weise, dass man in dem Augenblicke, in welchem man meint, vom Eintritt des zweiten Hammerschlages an sei dieselbe Zeit verflossen wie zwischen dem ersten und zweiten Schlage, mittelst des erwähnten Hebels das Uhrwerk zum Stehen bringt; man kann dann unmittelbar ablesen, über welchem Theilstriche sich der Metallstift gerade befindet, die Zahl der zwischen dem Standorte des zweiten Auslösers und dem des Stiftes vorhandenen Grade liefert dann mit Hülfe einer leichten, noch zu besprechenden Reduction die Größe der Fehlzeitstrecke in Secunden.

Beim Anstellen der Versuche saß ich am Apparate, den Zeigefinger der rechten Hand an dem Hebel, und sah zu, bis der Metallstift dem ersten Auslöser nahe gekommen war; hierauf schloss ich die Augen und hörte kurz darauf den ersten Schlag, alsdann den zweiten; nach einer gewissen Zeit, welche mir der Normalzeit gleich zu sein schien, drückte ich ein wenig an den Hebel, und das Uhrwerk stand still. Jetzt erst öffnete ich die Augen und nahm die Ablesung vor, über welchem Theilstriche sich der Stift befand. Das Schließen der Augen war bei meiner Versuchsanordnung selbstverständlich nothwendig, zugleich aber wurde dadurch eine außerordentliche Concentration der Aufmerksamkeit auf das zu schätzende Intervall herbeigeführt. Es möge übrigens sogleich an dieser Stelle einer Fehlerquelle gedacht werden, welche namentlich bei den Versuchen, deren Ergebnisse in der Tabelle I niedergelegt sind, eine Trübung der Resultate erzeugt hat. Es macht sich nämlich bei der Untersuchung etwas größerer leerer Zeiten ein plötzliches Auftauchen von Vorstellungsreihen bemerkbar, hervorgerufen, wie mich dünkt, durch das Gefühl der Leere, welches man bei der Schätzung derartiger Zeiten empfindet; dieses Gefühl verschwindet, je mehr man sich mit der Schätzung größerer Zeitstrecken befasst, und je mehr man lernt, seine Aufmerksamkeit gänzlich auf das zu schätzende Intervall zu concentriren. So kommt es, dass ich bei den in der Tabelle II wiedergegebenen Versuchen fast gar nicht mehr von derartigen Störungen heimgesucht worden bin.

Der Einfluss, welchen eine in uns auftretende, uns bewusst werdende Vorstellung auf die Zeitschätzung ausübt, ist sehr mannigfaltiger Natur: entweder kommt die Vorstellung ungefähr um dieselbe Zeit, zu welcher man das Uhrwerk anzuhalten hätte, also kurz vor dem Ende der Fehlzeit, es währt dann eine kleine Weile, bis jene Vorstellung verschwindet, und so wird die Fehlzeitstrecke größer als sie werden sollte; oder es erscheint die Vorstellung nicht allzu lange nach dem zweiten Hammerschlage, mitten in der Fehlzeitstrecke, man wird sie gewahr, unterdrückt sie und hemmt dann in der Regel den Gang des Uhrwerks zeitiger, als es sonst der Fall ist, weil man die Zeit, welche das Aufsteigen und das Verschwinden der Vorstellung in Anspruch nimmt, ihrer Größe nach zu beurtheilen nicht im Stande ist und sie größer annimmt, als sie es in Wirklichkeit ist. Von nicht so schwerwiegendem Einflusse ist es, wenn eine Vorstellungsreihe während des Verlaufes der Normalzeit unsere Aufmerksamkeit von dem zu schätzenden Intervalle ablenkt, besonders dann nicht, wenn schon einige Versuche vorhergegangen sind; in diesem Falle scheint mir das »Zeitgedächtniss« helfend einzutreten und die Zeit, welche der Normalzeit durch das Kommen und Gehen einer Vorstellung entzogen wird, zu ersetzen. Hat man nämlich für eine bestimmte Zeit eine größere Anzahl von Versuchen angestellt, so prägt sich diese Zeitstrecke ihrer Größe nach dem Bewusstsein ziemlich fest ein, was dadurch begünstigt wird, dass, falls man nach der Methode der mittleren Fehler arbeitet, das Bewusstsein immer dieselbe Zeitstrecke in sich aufnimmt; dieser Umstand allein hat es mir möglich gemacht, dass ich, nachdem für eine gewisse Zeit 50 Beobachtungen angestellt worden waren, für kleinere Zeiten 8 bis 10, für größere 4 bis 5 Fehlzeiten hinter einander anzugeben vermochte, welche ganz in den Rahmen der übrigen Beobachtungen hineinpassten, ohne dass ich mir zuvor die Normalzeit hätte geben müssen.

Ich bemerke weiter, dass für jede der untersuchten Zeiten die Zahl der Beobachtungen 100 beträgt, welche hinter einander während einer Versuchsstunde angestellt wurden. Bei Zeiten unter 4 Secunden war es mir öfters möglich, an demselben Tage zwei verschiedene Normalzeiten zu untersuchen; um hierbei jedweden Contrasteinfluss hintanzuhalten, habe ich nach dem ersten Hundert von Beobachtungen eine größere Pause eintreten lassen, während deren ich mich gleichzeitig so weit erholte, dass von einer Beeinflussung des zweiten Hunderts von Beobachtungen durch die Ermüdung nicht die Rede sein kann. Nebenbei sei noch erwähnt, dass ich überhaupt nur bei größeren Zeiten und auch dann erst gegen das Ende der Versuchsstunde hin eine leichte Abspannung empfunden habe.

Da es sich für mich zunächst nur um die Controlirung der Mehner'schen Gesetze handelte, so habe ich, mit den kleinsten Zeiten beginnend und allmählich immer größere ins Bereich der Schätzung ziehend, nur diejenigen Zeiten untersucht, welche Mehner mit dem Namen Maximal- resp. Minimalzeiten belegt hat, und welche, wie wir schon oben erwähnten, den ganzen Vielfachen der Indifferenzzeit $0,714^s$ gleich sind. Ueberdies wurden noch die Zeiten $0,8^s$ und 1^s aufgenommen, um vielleicht eine Angabe über die Lage des (ersten) Indifferenzpunktes zu erhalten. Dass die Untersuchung bis zur Zeit $t = 15^s$ ausgedehnt wurde, hat seinen Grund in einem Umstande, auf welchen ich später zurückkommen werde. Die Versuche wurden angestellt bei einer solchen Geschwindigkeit des Rades, dass dasselbe für eine Umdrehung 18 Secunden nöthig hatte; damit der Metallstift von einem Theilstrich des Theilkreises zum nächsten gelangt, braucht er also $\frac{18^s}{360} = 0,05^s$. Wie wir oben sahen, wird bei den Versuchen die einzelne Fehlzeit zunächst in Graden abgelesen, man erhält sie, wie unmittelbar einleuchtet, in unserem Falle in Secunden ausgedrückt, indem man $0,05^s$ mit der abgelesenen Anzahl von Theilstrichen multiplicirt.

Die einzelnen Elemente wurden den Fechner'schen Festsetzungen [1]) gemäß berechnet: Bei allen m Versuchen wird die Fehlzeit f im allgemeinen von der Normalzeit t verschieden sein; der Unterschied zwischen der Fehl- und der Normalzeit $f - t$ gibt dann den im allgemeinen noch mit einem constanten Fehler c behafteten rohen Fehler d. Aus allen durch die Beobachtung gelieferten Fehlzeiten zieht man das Mittel $\frac{\Sigma f}{m}$ und bezeichnet es mit F; als Unterschied der einzelnen Fehlzeiten f von der mittleren Fehlzeit F erhält man die mit Δ zu bezeichnenden, vom constanten Fehler befreiten reinen variabeln Fehler,

1) Fechner, Revision der Hauptpunkte der Psychophysik, S. 105.

endlich als Mittel der ohne Rücksicht auf ihr Vorzeichen genommenen reinen Fehler den mit $\varDelta_m$ zu bezeichnenden reinen mittleren Fehler, dessen reciproker Werth als Maß für die Unterschiedsempfindlichkeit zu betrachten ist. Die Größe des eben erwähnten constanten Fehlers c wird durch die Gleichung $c = F - t$ bestimmt.

Endlich möge hier noch eine Bemerkung über die numerische Berechnung der in der Tabelle I befindlichen Elemente ihre Stätte finden. Dieselbe geschah für eine gewisse Zeit t in der Weise, dass von den gesammten $m = 100$ Beobachtungen je 10 auf einander folgende zu einer Gruppe vereinigt wurden; für jede Gruppe wurden dann F, c und $\varDelta_m$ bestimmt. Indem man aus den so erhaltenen Werthen das Mittel zog, ergaben sich die Werthe von F, c, $\varDelta_m$, welche in der Tabelle angeführt sind, und alsdann wurde die Größe der übrigen Elemente ermittelt.

IV.

Tabelle I.

t	F	c	$\varDelta_m$	$\frac{\varDelta_m}{t}$	$\frac{t}{\varDelta_m}$	c in Proc. von t $\left(\frac{100c}{t}\right)$	Zahl der Beobachtungen: überwerthige	vollwerthige	unterwerthige
0,7	0,708	+ 0,008	0,0464	0,0663	15,086	1,143 %	38	36	26
0,8	0,7525	— 0,0475	0,0473	0,0590	16,913	5,938	12	24	64
1,0	0,9375	— 0,0625	0,0571	0,0571	17,513	6,25	14	20	66
1,5	1,379	— 0,121	0,0746	0,0497	20,107	8,07	4	17	79
2,1	1,9085	— 0,1915	0,1211	0,0577	17,341	9,119	7	13	80
2,8	2,4125	— 0,3875	0,1474	0,0527	18,997	13,832	1	3	96
3,5	3,125	— 0,375	0,1792	0,0512	19,531	10,714	3	5	92
4,2	3,89	— 0,31	0,2228	0,0530	18,847	7,381	16	4	80
5,0	4,8745	— 0,1255	0,2574	0,0519	19,425	2,51	31	5	64
5,7	5,2935	— 0,4065	0,3	0,0526	19	7,132	19	4	77
6,4	5,8665	— 0,5335	0,374	0,0584	17,118	8,336	15	5	80
7,1	6,4985	— 0,6015	0,3539	0,0499	20,062	8,472	12	3	85
7,8	6,8735	— 0,9265	0,4091	0,0524	19,066	11,878	1	3	96
8,5	7,7785	— 0,7215	0,5092	0,0599	16,693	8,488	14	4	82
9,3	8,5355	— 0,7645	0,4424	0,0476	21,022	8,22	8	3	89
10,0	9,7325	— 0,2675	0,5064	0,0506	19,747	2,675	37	2	61
10,7	9,825	— 0,875	0,6223	0,0582	17,193	8,178	15	2	83
11,4	10,211	— 1,189	0,5874	0,0515	19,408	10,43	5	1	94
12,0	10,6885	— 1,3115	0,6642	0,0553	18,067	10,93	4	2	94
12,8	11,6345	— 1,1655	0,704	0,0550	18,1818	9,106	14	—	86
13,5	11,845	— 1,655	0,7769	0,0563	17,763	11,993	9	—	91
14,2	12,505	— 1,6945	0,8097	0,0570	17,537	11,933	9	1	90
15,0	14,117	— 0,883	0,906	0,0604	16,556	5,887	31	—	69

Von allen in der Tabelle I befindlichen Elementen zieht der constante Fehler c zunächst unsere Aufmerksamkeit auf sich, entspricht er doch dem Δ, der Schätzungsdifferenz Mehner's. c ist nicht gleich Δ, wenn es auch den Unterschied zwischen der Normal- und der Fehlzeit angibt, dies hängt einfach mit der Art und Weise zusammen, wie meine Versuche angestellt wurden. Sämmtliche Fehlzeiten sind ja etwas zu groß, und zwar um eine Zeit τ, welche für alle t dieselbe ist. Diese Zeit τ setzt sich aus mehreren Elementen zusammen, nämlich erstens aus jener Zeit, welche vergeht, um von dem Urtheil, dass die Fehlzeit der Normalzeit gleich sei, zu dem Entschluss überzugehen, den Gang des Uhrwerks zu hemmen; dazu kommt zweitens die Zeit, welche nöthig ist, den Bewegungsimpuls auszulösen und bis zum Muskel fortzupflanzen, und drittens wird noch Zeit verbraucht, um den Hebel zu verrücken, wenn diese letztere Zeit auch nur einen sehr kleinen Bruchtheil einer Secunde beträgt. Da alle Fehlzeiten gleichmäßig um τ zu groß sind, so wird der constante Fehler in Wahrheit gleich $c - \tau$ und also $\Delta = c - \tau$ sein; weil es mir aber zunächst nur auf den Gang des constanten Fehlers und nicht auf seinen genauen Werth ankommt, so ist es gleichgültig, ob bei allen in der Tabelle mit c bezeichneten Werthen eigentlich noch eine bestimmte Größe hinzugefügt oder hinweggenommen werden müsste.

Mustert man nunmehr den Gang des constanten Fehlers, so findet man, dass die Werthe für c nur an wenigen Stellen ein Maximum oder Minimum, diese Begriffe im gewöhnlichen, mathematischen Sinne genommen, erreichen. Es ergibt sich ein Minimum von c für die Zeiten $t = 2{,}8^s$; $7{,}8^s$; $9{,}3^s$; 12^s; $14{,}2^s$; dagegen findet sich ein Maximum des constanten Fehlers für $t = 5^s$; $8{,}5^s$; 10^s; $12{,}8^s$; 15^s. Dieses letztere Maximum könnte als solches wohl angefochten werden, weil $t = 15^s$ die letzte untersuchte Zeit ist; sieht man sich jedoch den Verlauf des c näher an, so wird man das Maximum von c für $t = 15^s$ wohl gelten lassen. Aus den gemachten Angaben geht hervor, dass für meine Zeitschätzung das Mehner'sche Periodicitätsgesetz nicht zu bestehen scheint. Dessen ungeachtet wäre die Behauptung zu weitgehend, dass in Bezug auf das Erscheinen eines Maximums oder Minimums von c vollkommene Regellosigkeit herrsche, denn nennt man alle die Zeiten, für welche ein Maximum oder ein Minimum von c eintritt, Hauptzeiten, und zwar jene, für welche c ein Maximum erreicht, Hauptzeiten erster

Art, die übrigen aber Hauptzeiten zweiter Art, so findet sich die Eigenthümlichkeit, dass zwischen verschiedenen Hauptzeiten derselben Art eine Differenz von ungefähr 5 Secunden besteht, so für die Hauptzeiten 1. Art: 5^s—10^s—15^s; für die Hauptzeiten 2. Art: $9{,}3^s$—$14{,}2^s$; $2{,}8^s$ — $7{,}8^s$; die Zeit $12{,}8^s$, welche nun eigentlich erscheinen sollte, findet sich aber unter den Hauptzeiten erster Art. Während ich die Beobachtungen anstellte, waren mir nur die Zeiten 5^s und 10^s als solche erschienen, für welche c ein Maximum erreiche, und ich hielt sie für die einzigen Hauptzeiten erster Art; dieser Umstand bestimmte mich, meine Beobachtungen bis zur Zeit $t = 15^s$ zu erstrecken. — Ein gewisses periodisches Verhalten des c kann also wohl nicht geleugnet werden, aber ein Gesetz vermag man freilich aus dem vorliegenden Beobachtungsmaterial nicht abzuleiten, und das ist auch leicht begreiflich, weil die einzelnen untersuchten Zeiten viel zu weit von einander abstehen; ich musste daher, um vielleicht doch ein Gesetz für den Gang des constanten Fehlers zu erhalten, mit einer neuen Reihe von Versuchen beginnen. Um möglichst sichere Resultate zu gewinnen, habe ich die Zahl der zu untersuchenden Zeiten fast auf das Doppelte gebracht, indem ich, die schon untersuchten Zeiten als Grundlage beibehaltend, zwischen dieselben noch neue Zeiten einschob in der Weise, dass diese Zeiten möglichst gleich weit von ihren Nachbarzeiten entfernt waren; hierbei brachte ich noch die Abänderung an, dass ich nur Zeiten schätzte, welche volle Zehntel einer Secunde ausmachten, und weiter bestrebte ich mich, möglichst die Zeiten dabei aufzunehmen, welche Mehner schon einer Schätzung unterworfen hatte. Diesen neuen Ergebnissen ist auch noch aus dem Grunde ein größeres Gewicht beizulegen, weil sich meine Uebung im Zeitschätzen durch die Absolvirung der früheren 2300 Versuche bedeutend erhöht hatte; ich bespreche deswegen auch die übrigen Elemente der Tabelle I nicht, es wird sich ja bei der nun folgenden Betrachtung der entsprechenden Werthe in der Tabelle II Gelegenheit bieten, auf sie zurückzukommen.

V.

Tabelle II.

t	F	c	Δ_m	$\frac{\Delta_m}{t}$	$\frac{t}{\Delta_m}$	c in Proc. von t $\left(\frac{100c}{t}\right)$	Zahl der Beobachtungen:		
							über-werthige	voll-werthige	unter-werthige
0,7	0,702	+ 0,002	0,0451	0,0644	15,521	0,286 %	34	31	35
0,8	0,882	+ 0,082	0,0553	0,0632	15,832	10,25	79	14	7
0,9	0,947	+ 0,047	0,0579	0,0643	15,544	5,222	60	17	23
1,0	1,0375	+ 0,0375	0,0542	0,0542	18,450	3,75	53	29	18
1,2	1,218	+ 0,018	0,0611	0,0509	19,640	1,5	47	21	32
1,5	1,5315	+ 0,0315	0,07	0,0467	21,429	2,1	52	19	29
1,8	1,8245	+ 0,0245	0,0775	0,0431	23,226	1,361	50	17	33
2,1	2,099	— 0,001	0,0952	0,0453	22,059	0,048	41	14	45
2,5	2,555	+ 0,055	0,1359	0,0543	18,403	2,2	55	11	34
2,8	2,758	— 0,042	0,1419	0,0507	19,732	1,5	39	10	51
3,2	3,076	— 0,124	0,1346	0,0421	23,774	3,875	25	6	69
3,5	3,46	— 0,04	0,1627	0,0465	21,512	1,143	38	9	53
3,8	3,84	+ 0,04	0,1777	0,0468	21,384	1,052	49	9	42
4,2	3,9795	— 0,2205	0,1802	0,0429	23,307	5,25	15	6	79
4,5	4,4705	— 0,0295	0,1975	0,0439	22,785	0,656	41	10	49
5,0	5,009	+ 0,009	0,2319	0,0464	21,561	0,18	50	5	45
5,4	5,064	— 0,336	0,2733	0,0506	19,758	6,22	22	6	72
5,7	5,21	— 0,49	0,305	0,0535	18,688	8,596	15	3	82
6,0	5,509	— 0,491	0,2875	0,0479	20,869	8,183	14	2	84
6,4	6,0325	— 0,3675	0,3147	0,0492	20,337	5,742	20	3	77
6,7	6,2375	— 0,4625	0,3138	0,0469	21,351	6,903	12	4	85
7,1	6,869	— 0,231	0,3143	0,0443	22,59	3,253	30	2	68
7,5	7,3573	— 0,1425	0,3536	0,0472	21,211	1,9	39	3	58
7,8	7,398	— 0,402	0,3718	0,0477	20,979	5,154	24	2	74
8,1	7,3555	— 0,7445	0,3898	0,0480	20,779	9,191	10	1	89
8,5	7,836	— 0,664	0,466	0,0548	18,240	7,812	22	1	77
8,8	8,4385	— 0,3615	0,4674	0,0531	18,828	4,108	31	1	68
9,3	8,514	— 0,786	0,4731	0,0509	19,657	8,452	14	1	85
9,6	9,0115	— 0,5885	0,4713	0,0491	20,369	6,130	16	1	83
10,0	9,986	— 0,014	0,5336	0,0534	18,740	0,14	50	1	49
10,3	9,6775	— 0,6225	0,4786	0,0465	21,522	6,044	17	2	81
10,7	9,8855	— 0,8145	0,566	0,0529	18,904	7,612	14	2	84
11,1	10,2615	— 0,8385	0,5018	0,0452	22,120	7,554	12	1	87
11,4	10,618	— 0,782	0,5966	0,0523	19,108	6,859	20	1	79
12,0	10,716	— 1,284	0,678	0,0565	17,699	10,7	6	1	93
12,5	11,7365	— 0,7635	0,678	0,0542	18,437	6,108	22	1	77
12,8	11,862	— 0,938	0,6436	0,0503	19,888	7,328	17	1	82
13,1	11,944	— 1,156	0,7247	0,0553	18,079	8,825	12	—	88
13,5	12,4895	— 1,0105	0,6809	0,0504	19,827	7,486	12	1	87
13,8	13,1195	— 0,6805	0,916	0,0664	15,066	4,931	22	1	77
14,2	13,13	— 1,07	0,8291	0,0584	17,127	7,538	15	1	84
14,6	13,276	— 1,324	0,7801	0,0534	18,715	9,079	10	—	90
15,0	14,564	— 0,436	0,7569	0,0505	19,818	2,907	32	1	67
15,4	14,3755	— 1,0245	0,7812	0,0507	19,713	6,653	15	—	85

Lenken wir auch hier wieder unser Augenmerk zuvörderst auf den Gang des constanten Fehlers c. Schon bei flüchtigem Ansehen ergibt sich gegen früher ein bedeutender Unterschied, denn während nach der Tabelle I c nur für $t = 0{,}7^s$ einen positiven Werth besaß, findet sich jetzt der constante Fehler positiv bis zur Zeit $1{,}8^s$; zwischen dieser und der unmittelbar folgenden Zeit $t = 2{,}1^s$ geht der constante Fehler ins negative Gebiet über und er bleibt negativ mit Ausnahme der Werthe für die drei Zeiten: $2{,}5^s$; $3{,}8^s$; 5^s, bei welchen ein nochmaliges Uebergreifen in das positive Gebiet stattfindet. Es ist überhaupt jetzt der constante Fehler, soweit er nicht gar positiv geworden ist, nach der negativen Seite hin nicht mehr so groß, als es sich nach der Tabelle I herausgestellt hatte, eine Erscheinung, welche durchaus auf die erlangte größere Uebung zurückzuführen ist. Verfolgt man die Schwankungen des c genauer, so findet man wieder, dass für gewisse Zeiten der constante Fehler ein Maximum erreicht, während sich bei anderen Zeiten ein Minimum von c zeigt. Hauptzeiten erster Art sind unserer Tabelle zufolge: $t = 0{,}8^s$; $1{,}5^s$; $2{,}5^s$; $3{,}8^s$; 5^s; $6{,}4^s$; $7{,}5^s$; $8{,}8^s$; 10^s; $11{,}4^s$; $12{,}5^s$; $13{,}8^s$; 15^s, während als Hauptzeiten zweiter Art zu erwähnen sind: $t = 1{,}2^s$; $2{,}1^s$; $3{,}2^s$; $4{,}2^s$; 6^s; $6{,}7^s$; $8{,}1^s$; $9{,}3^s$; $11{,}1^s$; 12^s; $13{,}1^s$; $14{,}6^s$. Auch hier kann man, ebenso wie wir es oben gethan haben, sowohl aus den Hauptzeiten erster Art als auch aus denen zweiter Art gewisse Gruppen herstellen, deren Glieder einen zeitlichen Abstand von etwa fünf Secunden unter einander haben. Diese Gruppen sind: $1{,}5^s$—$6{,}4^s$—$11{,}4^s$; $2{,}5^s$—$7{,}5^s$—$12{,}5^s$; $3{,}8^s$—$8{,}8^s$—$13{,}8^s$; 5^s—10^s—15^s für die Hauptzeiten erster Art, und für jene zweiter Art: $1{,}2^s$—6^s—$11{,}1^s$; $2{,}1^s$—[$6{,}7^s$]—$12{,}1^s$; $3{,}2^s$—$8{,}1^s$—$13{,}1^s$; $4{,}2^s$—$9{,}3^s$—[$14{,}6^s$]. In diesen Gruppen ist eine einzige Zeit nicht unterzubringen gewesen, die Hauptzeit erster Art $t = 0{,}8^s$, während in die Gruppen der Hauptzeiten zweiter Art die in Klammern stehenden Zeiten zwar nicht ganz hineinpassen, jedoch der betreffenden Gruppe wohl eingereiht werden können. Ob die Hauptzeit $0{,}8^s$ ihre Existenz nicht etwa dem Zufalle verdankt, soll dahingestellt bleiben; man könnte auf diesen Gedanken kommen, wenn man erwägt, dass für $t = 0{,}8^s$ der constante Fehler $10\frac{1}{4}\%$ der Normalzeit beträgt, ein Procentsatz, der für Zeiten bis 8^s hinauf in ähnlicher Größe nicht wiederkehrt. Noch eine Eigenthümlichkeit der Hauptzeiten erster Art möge hervorgehoben werden: Alle Hauptzeiten erster Art (immer $t = 0{,}8^s$ ausgenommen) stehen nämlich durchschnittlich um 1,25 Secunde von einander ab, so dass die Reihe der wahren Hauptzeiten erster Art die folgende zu sein scheint: $1,25^s — 2,5^s — 3,75^s — 5^s — 6,25^s — 7,5^s — 8,75^s — 10^s — 11,25^s — 12,5^s — 13,75^s — 15^s$.

Dies durch Versuche zu bestätigen, wäre nun eigentlich meine Aufgabe gewesen, doch habe ich mich derselben zunächst nicht unterzogen. Für mich waren folgende Gründe ausschlaggebend: Einmal schienen mir meine Versuche eine genügend sichere Grundlage für die Reihe der Hauptzeiten erster Art zu liefern, und sodann würde, wenn ich eine nachträgliche Untersuchung der in der zuletzt aufgestellten Reihe befindlichen, aber noch nicht untersuchten Zeiten ausgeführt hätte, vielleicht die weiter erlangte Uebung auf den Werth des constanten Fehlers von Einfluss gewesen sein, ein Einfluss, dessen Größe nicht ermittelt werden kann; die alsdann erhaltenen Zahlen für den constanten Fehler würden aber jedenfalls nicht zwischen die in der Tabelle II befindlichen eingereiht werden können.

Während sich also sämmtliche Hauptzeiten erster Art in einer einzigen Gruppe unterbringen lassen, deren Glieder durchschnittlich um 1,25 Secunde von einander abstehen, ist dies für die anderen Hauptzeiten nicht möglich gewesen, und diese Besonderheit führt uns unmittelbar zu der Frage, welche Bewandtniss es mit den Hauptzeiten erster Art habe. Aus den am Eingange dieses Abschnittes befindlichen Bemerkungen über die Größe des constanten Fehlers scheint hervorzugehen, dass im allgemeinen von mir kleine Zeiten überschätzt, größere aber unterschätzt werden, ein Resultat, welches ganz mit den Vierordt'schen Behauptungen zusammenfällt, dem Gesetze aber widerspricht, welches Mehner aufstellt, indem er sagt: Kleine Zeiten bis $0,7^s$ erscheinen in der Reproduction vergrößert, mittlere Zeiten von $0,7^s$ bis 5^s verkleinert und große Zeiten oberhalb 5^s wiederum vergrößert. Dieses Gesetz ist auch nicht mit Sicherheit aus den Mehner-schen Beobachtungen herzuleiten; denn erstens hat Mehner kleinere Zeiten als $0,7^s$ nicht untersucht, seine Behauptung, dass solche Zeiten überschätzt würden, entbehrt also der Begründung, und zweitens lehrt die Mehner'sche Tabelle II, dass nicht sämmtliche mittlere Zeiten unterschätzt werden, da ja für drei derselben die Schätzungsdifferenz größer als Null ist. Was die Ueberschätzung der Zeiten oberhalb 5 Secunden anlangt, so werde ich später noch einmal auf diesen Punkt zu sprechen kommen; ich bemerke hier nur beiläufig, dass Estel ebenfalls Zeiten über 5 Secunden untersucht hat, und dass sich bei sämmtlichen Beobachtern, deren Schätzungen Estel in seiner Arbeit [1]) anführt, für diese Zeiten negative Schätzungsdifferenzen ergaben.

Wir sagten vorhin, es scheine aus den Werthen des constanten Fehlers in der Tabelle II hervorzugehen, dass für kleine Zeiten bis etwa $1,8^s$ eine Ueberschätzung stattfinde, und in der That, behaupten zu wollen, dass für jene Zeiten im allgemeinen eine Ueberschätzung wirklich eintrete, hieße einen Trugschluss ziehen, denn, wie wir früher sahen, ist c nicht der wahre Werth des constanten Fehlers, sondern von jedem Werthe c ist der Werth der Zeit τ in Abzug bringen. Ueber die Zusammensetzung der Zeit τ ist auf Seite 442 gesprochen worden. es ist mir leider nicht möglich, über die Größe von τ etwas auszusagen; setzen wir jedoch den Fall, dass diese Zeit nicht weniger als $\frac{1}{20}$ Secunde betrage, eine Annahme, welche wohl kaum ungerechtfertigt erscheinen wird, so findet sich, dass unter dieser Voraussetzung nur eine Zeit überschätzt wurde, und zwar $t = 0,8^s$, alle übrigen Zeiten dagegen wurden unterschätzt. Die Hauptzeiten erster Art stellen sich dann als jene Zeiten heraus, welche verglichen mit ihren Nachbarzeiten am treusten, am wenigsten verkürzt reproducirt wurden. Diese Bevorzugung der Hauptzeiten erster Art muss einen Grund haben, der für die übrigen Zeiten hinwegfällt, insbesondere auch für die Hauptzeiten zweiter Art. Zwischen zwei Hauptzeiten erster Art muss natürlich irgendwo, und zwar ungefähr in der Mitte eine solche zweiter Art liegen, der Zufall spielt aber hierbei offenbar eine bedeutende Rolle, was sich in der Erscheinung spiegelt, dass die Hauptzeiten zweiter Art nicht in einer einzigen Gruppe unterzubringen sind.

In der 7. Verticalreihe unserer Tabelle wird der constante Fehler in Procenten der Normalzeit angegeben; ein stetiges Wachsthum in der Größe des Procentsatzes ist darnach unverkennbar, d. h. je größer die leere Zeitstrecke ist, welche wir reproduciren sollen, desto größer wird im allgemeinen der Procentbetrag, welchen der constante Fehler von dieser Zeit ausmacht, eine Erscheinung, welche mit der Erfahrung recht gut zusammenstimmt, dass große Zeiten ganz unverhältnissmäßig

---

1) Estel, a. a. O., S. 41 f.

zusammenschrumpfen, falls wir sie zu reproduciren versuchen. Im Anschluss hieran gestatte ich mir noch einige Worte über die in den Verticalreihen 8, 9 und 10 niedergelegten Angaben. Ich habe diejenigen unter den 100 Beobachtungen für eine Zeit t, welche eine Fehlzeit größer als die Hauptzeit lieferten, als überwerthige, diejenigen, welche Fehlzeiten gleich t ergaben, als vollwerthige, endlich diejenigen, bei welchen sich die Fehlzeit kleiner als die Hauptzeit herausstellte, als unterwerthige Beobachtungen bezeichnet, und in den erwähnten Columnen sind für jede Zeit die Zahlen der über-, voll- und unterwerthigen Beobachtungen angezeigt. Aus diesen Angaben geht hervor, dass die Anzahl der über- und unterwerthigen Beobachtungen einer fortwährenden Schwankung unterworfen ist; gegenüber den in der Tabelle I befindlichen Zahlen zeigt sich, dass im allgemeinen die Zahl der überwerthigen Beobachtungen eine größere geworden ist, eine Folge der größeren Uebung. Die Zahl der vollwerthigen Beobachtungen bewegt sich im ganzen in absteigender Linie; dies kann nicht befremden, wenn man berücksichtigt, dass der Spielraum, welcher für die einzelnen Fehlzeiten vorhanden ist, mit wachsender Zeit immer größer und damit die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen einer vollwerthigen Beobachtung eine immer geringere wird.

VI.

Ich komme jetzt zu einem Punkte meiner Betrachtung, welcher mir der wichtigste überhaupt zu sein scheint, zur Beantwortung der Frage, ob im Gebiete des Zeitsinnes das Weber'sche Gesetz gültig sei oder nicht. Gilt es, so ist dies nicht nur eine an sich erfreuliche Ausdehnung des Gesetzes auf ein neues Gebiet, sondern es ist dies auch für das Gesetz selbst von allergrößter Bedeutung.

Die Empfindungen, für welche die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes bis jetzt nachgewiesen worden ist, sind solche, welche fast tagtäglich in uns auftreten, denen wir also, sobald wir sie einer näheren Untersuchung unterwerfen, als alten Bekannten gegenüberstehen; ganz anders verhält es sich mit unserem Zeitbewusstsein. Wer kommt öfter in die Lage, eine Zeitschätzung ausführen zu müssen? Gewiss nur bei Wenigen wird dies der Fall sein. Aber selbst wenn von uns Zeiten geschätzt werden, so sind es doch in der Regel Zeiten, innerhalb deren verschiedene Ereignisse statt haben, welche oftmals einen Anhaltepunkt für die Zeitschätzung gewähren; im vorliegenden Falle dagegen handelt es sich um leere Zeiten und deren Schätzung. Wie fremdartig muss das Bewusstsein berührt werden, welche Schwierigkeiten werden sich also aufthürmen, sobald wir mit leeren Zeitstrecken experimentiren! Stellt sich trotz alledem heraus, dass auch für unser Zeitbewusstsein das Weber'sche Gesetz, wenigstens in starker Annäherung, gilt, so ist diese Thatsache, wie ich glaube, von hoher Wichtigkeit für das ganze Gesetz, indem so recht klar der fundamentale Charakter desselben hervortritt.

Bisher hat man angegeben, das Weber'sche Gesetz gelte entweder gar nicht im Gebiete des Zeitsinnes (Estel), oder es fange von etwa 7,1 Secunden ab an sich Geltung zu verschaffen (Mehner). Ich möchte von meinen Beobachtungsergebnissen behaupten, dass sie in viel höherem Grade für die volle Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes im Gebiete des Zeitsinnes als gegen dieselbe sprechen, und möchte, um diese Behauptung als begründet erscheinen zu lassen, die Aufmerksamkeit auf folgende Gesichtspunkte lenken: Bekanntlich ist die nothwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass das Weber'sche Gesetz zu Recht bestehe, die Constanz von $\frac{t}{\varDelta_m}$, der mittleren Unterschiedsempfindlichkeit, für alle t, und diese Bedingung ist nicht erfüllt, wenn man einfach die 6. Verticalreihe der Tabelle II betrachtet, in welcher die Werthe für $\frac{t}{\varDelta_m}$ eingezeichnet sind; es treten in dieser Werthreihe Schwankungen auf, die kaum zufällige sein können, denn schon nach Tabelle I ergibt sich für die mittlere Unterschiedsempfindlichkeit ein ähnlicher Verlauf, freilich mit anderen, durchgängig kleineren Werthen, und dies gerade führt uns auf einen Umstand hin, welcher es unmöglich macht, eine vollkommene Constanz für die mittlere Unterschiedsempfindlichkeit zu erhalten. Die Vergrößerung der Werthe von $\frac{t}{\varDelta_m}$ nach Tabelle II hat ihren ausschließlichen Grund in der bedeutend vermehrten Uebung im Zeitschätzen; erwägt man dies, und bedenkt man, dass größere Zeiten viel mehr Schwierigkeiten für die Schätzung darbieten als kleinere, so kann es nicht wunderbar erscheinen, dass mit wachsender Zeit der Werth von $\frac{t}{\varDelta_m}$ immer mehr sinkt. Dieses

Sinken würde nur vermieden werden können, wenn man im Stande wäre, mit einer bedeutend verstärkten Uebung an die Schätzung größerer Zeiten heranzutreten; man wird sich deshalb zufrieden geben müssen, wenn nur für ein engeres Gebiet die geforderte Constanz vorhanden ist. Aber selbst für derartige Gebiete zeigen sich immer noch Schwankungen in der Größe der mittleren Unterschiedsempfindlichkeit. Diese Schwankungen erscheinen aber begreiflich, wenn man bedenkt, dass die einzelnen Zeiten an verschiedenen Tagen, also streng genommen gar nicht von demselben Bewusstsein untersucht worden sind. Die verschiedensten Zufälligkeiten können somit auf die Größe der Unterschiedsempfindlichkeit von Einfluss gewesen sein, so dass also eine Constanz der mittleren Unterschiedsempfindlichkeit für die sämmtlichen t's verlangen in Wahrheit wohl etwas Unmögliches verlangen heißt. Aber weiter wird noch ein Grund für die vorhandenen Schwankungen offenbar, wenn man die für die verschiedenen Zeiten gewonnenen Einzelbeobachtungen durchmustert. Der Theorie nach liegen die Fehlzeiten, welche für die Normalzeit t möglich sind, zwischen $t+d_o$ und $t-d_u$, falls d_o die obere, d_u die untere Unterschiedsschwelle für die Zeit t angibt, und zwar gleichmäßig vertheilt über das ganze Intervall. In Wirklichkeit aber findet eine solche gleichmäßige Verbreitung nicht statt, sondern innerhalb des angedeuteten Gebietes zeigen sich an gewissen Stellen Anhäufungen von Einzelbeobachtungen, während andere Stellen als geradezu vernachlässigt erscheinen. Solche Anhäufungen treten besonders auf in der Nähe der Hauptzeiten erster Art, d. h. als Fehlzeiten erscheinen besonders oft Werthe, welche ungefähr einer Hauptzeit erster Art gleich sind. Das Gesagte wird an einem Beispiele anschaulicher werden. Aus einem leicht ersichtlichen Grunde wähle ich zunächst dazu die Zeit $t = 13{,}8^s$. Hier treten nach meinen Aufzeichnungen unter den 100 Beobachtungen 25 auf, welche sich um die Hauptzeit $12{,}5^s$, 14, welche sich um die Hauptzeit $13{,}8^s$, endlich 16, welche sich um die Hauptzeit 15^s gruppiren, d. h. welche um 0,1 und höchstens um 0,2 Secunde vom Werthe der angegebenen Hauptzeiten abweichen; fast alle übrigen Beobachtungen fallen zwischen die angegebenen Hauptzeiten hinein. Bei der nächsten untersuchten Zeit $14{,}2^s$ zeigen sich dieselben drei Hauptzeiten als Fehlzeitencentren, jedoch ist $t = 12{,}5^s$ nur halb so stark vertreten als vorhin, die Zahl der Beobachtungen, welche ungefähr $13{,}8^s$ als Fehlzeit ergeben, beträgt

20, endlich ist ungefähr $t = 15^s$ die Fehlzeit bei zwölf Beobachtungen. Diese ungleichmäßige Vertheilung der einzelnen Fehlzeiten über das Intervall von $t - d_u$ bis $t + d_0$ bringt es mit sich, dass die Größe des mittleren Fehlers $\varDelta_m$ Störungen unterworfen ist, welche sich wiederspiegeln im Verlaufe der mittleren Unterschiedsempfindlichkeit $\frac{t}{\varDelta_m}$; diese Vertheilung lässt, wie ich glaube, die nicht allzu bedeutende Variabilität der mittleren Unterschiedsempfindlichkeit selbst in engeren Gebieten erklärlich erscheinen.

Endlich muss ich noch auf einen weiteren Punkt aufmerksam machen. Für die kleinen Zeiten $0{,}7^s$; $0{,}8^s$; $0{,}9^s$ hat $\frac{t}{\varDelta_m}$ auffallend kleine Werthe, der mittlere Fehler ist also hier verhältnissmäßig zu groß gewesen; auch für diese Erscheinung ist, so dünkt mich, ein Erklärungsgrund vorhanden. Wird bei diesen kleinen Zeiten mit Hülfe der Methode der mittleren Fehler gearbeitet, so gewinnt man manchmal die Ueberzeugung, dass in Folge irgend welches Umstandes die Fehlzeit etwas zu groß ausgefallen ist, man will diesen Fehler in Zukunft vermeiden, man spannt deshalb die Aufmerksamkeit besonders stark an und bewirkt so leicht, dass man den Gang des Uhrwerks zu frühzeitig hemmt. Dieses Spiel des zu späten und zu frühzeitigen Hemmens wiederholt sich noch ein paar Mal und auf diese Weise wird der mittlere Fehler etwas zu groß, eine Vergrößerung, welche eben der Kleinheit der untersuchten Zeiten wegen von bedeutendem Einfluss auf den Werth der Unterschiedsempfindlichkeit $\frac{t}{\varDelta_m}$ ist.

Berücksichtigt man das bisher Gesagte, so ist man meiner Ansicht nach zu dem Schlusse berechtigt, dass das Weber'sche Gesetz wahrscheinlich auch in dem Gebiete des Zeitsinnes Geltung besitzt. Dieser Schluss erscheint um so gerechtfertigter, wenn man sich eines Analogons aus dem Bereiche der Physik erinnert. Ein solches findet man beispielsweise in dem Mariotte'schen Gesetze. Wie durch eingehende Versuche dargethan worden ist, gilt dasselbe nicht in aller Strenge für die Gase, sondern es zeigt für dieselben einzelne, zum Theil sogar recht beträchtliche Abweichungen; dessen ungeachtet hat man das Mariotte'sche Gesetz als solches bestehen lassen, man nimmt an, es sei gültig, und zwar streng gültig für ein ideales Gas und betrachtet es als ein Idealgesetz; das Gesetz hat aber dadurch an Bedeutung nichts eingebüßt. Ebenso wird man auch das Ernst Heinrich Weber'sche Grundgesetz als ein Idealgesetz auffassen müssen, das in der Welt der Erscheinungen nicht in seiner vollen Reinheit zu Tage treten kann, dessen fundamentaler Charakter für das Gebiet der Psychophysik sich aber wohl immer mehr herausstellen wird.

VII.

Es ist endlich noch die Frage zu entscheiden, ob die auf S. 445 f. als die wahren Hauptzeiten erster Art aufgestellten Zeiten wirklich die behauptete Eigenthümlichkeit besitzen. Zu dem Ende musste mit einer dritten Versuchsreihe begonnen werden, in welcher diese Hauptzeiten als Fundamentalzeiten zu benutzen waren. Die überdies noch zu schätzenden Zeiten konnten, da keinerlei Rücksichtnahme auf frühere Versuche mehr nöthig war, so gewählt werden, dass man im ganzen eine Reihe gleich weit von einander abstehender Zeiten erhielt; als Abstand zweier Nachbarzeiten bot sich im vorliegenden Falle ganz ungezwungen die Zeit 0,25 Secunden dar; trifft man diese Wahl, so hat man nicht nur den Vortheil, äquidistante Zeiten untersuchen zu können, sondern man erzielt, weil dieser Abstand gegenüber demjenigen bei der vorhergehenden Versuchsreihe bedeutend kleiner ist [$0,25^s$ gegen durchschnittlich $0,36^s$ früher] noch den weiteren Gewinn, dass ein Entgehen einer Hauptzeit noch weit unwahrscheinlicher wird. Die Ergebnisse meiner Schätzung sind in der folgenden Tabelle enthalten.

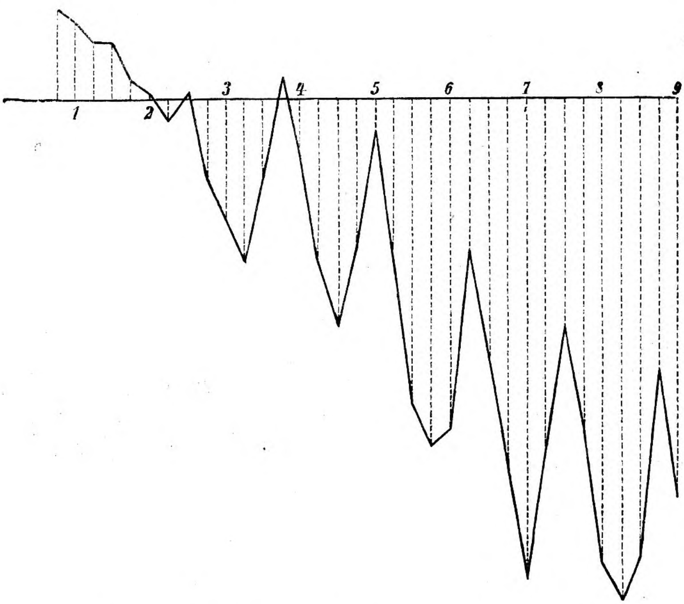
Auch hier soll wieder der constante Fehler und sein Gang der erste Gegenstand unserer Betrachtung sein. Vergleicht man zunächst das Vorzeichen der constanten Fehler aus der vorliegenden Tabelle III mit den entsprechenden Werthen nach der Tabelle II, so ergibt sich vollkommene Uebereinstimmung bis auf den constanten Fehler $t = 5$; derselbe beträgt jetzt $-0,04^s$, während er früher gleich $+0,009^s$ gefunden worden ist; diese Verschiedenheit liegt aber, so meine ich, doch zu sehr in der Natur des zu untersuchenden Gegenstandes begründet, als dass es noch einer besonderen Erklärung dafür bedürfte; und betrachtet man noch die Größe der einzelnen constanten Fehler, so folgt eigentlich nur für die vier ersten Zeiten eine wirkliche Werthänderung jenes Fehlers, für diese Zeiten ist c nämlich etwas gewachsen; für die meisten anderen Zeiten ist der Unterschied zwischen den Werthen des constanten Fehlers nach den Tabellen II und III ein kaum nennenswerther.

Tabelle III.

t	F	c	Δ_m	$\frac{\Delta_m}{t}$	$\frac{t}{\Delta_m}$	c in Proc. von t $\left(\frac{100c}{t}\right)$	Zahl der Beobachtungen: über-werthige	voll-werthige	unter-werthige
0,75	0,8785	+ 0,1285	0,041	0,0547	18,293	17,133%	98	2	—
1,0	1,117	+ 0,117	0,0504	0,0504	19,841	11,7	92	6	2
1,25	1,335	+ 0,085	0,0557	0,0446	22,442	6,8	78	20	2
1,5	1,5755	+ 0,0755	0,0664	0,0443	22,590	5,033	69	15	16
1,75	1,78	+ 0,03	0,0782	0,0447	22,378	1,691	48	18	34
2,0	2,017	+ 0,017	0,085	0,0425	23,530	0,85	44	18	38
2,25	2,2195	— 0,0305	0,0908	0,0404	24,780	1,356	34	17	49
2,5	2,514	+ 0,014	0,1026	0,0410	24,366	0,56	46	14	40
2,75	2,637	— 0,113	0,1187	0,0432	23,167	4,1	19	12	69
3,0	2,827	— 0,173	0,1377	0,0459	21,787	5,767	16	4	80
3,25	3,03	— 0,22	0,1505	0,0463	21,595	6,769	11	7	82
3,5	3,4105	— 0,0895	0,1606	0,0459	21,795	2,557	32	6	62
3,75	3,7815	+ 0,0315	0,1589	0,0424	23,600	0,84	46	10	44
4,0	3,923	— 0,077	0,1748	0,0437	22,883	1,925	36	5	59
4,25	4,03	— 0,22	0,2029	0,0477	20,947	5,177	18	10	72
4,5	4,2	— 0,3	0,2177	0,0484	20,671	6,667	16	2	82
4,75	4,5465	— 0,2035	0,2366	0,0498	20,076	4,284	27	5	68
5,0	4,9565	— 0,0435	0,2461	0,0492	20,317	0,87	42	4	54
5,25	5,0335	— 0,2165	0,2576	0,0491	20,380	4,124	28	2	70
5,5	5,0995	— 0,4005	0,2559	0,0465	21,493	7,282	11	2	87
5,75	5,2915	— 0,4585	0,2779	0,0483	20,691	7,974	12	2	86
6,0	5,566	— 0,434	0,2913	0,0486	20,597	7,233	14	2	84
6,25	6,0395	— 0,2105	0,3078	0,0492	20,305	3,368	32	4	64
6,5	6,1415	— 0,3585	0,3252	0,0500	19,988	5,515	18	4	78
6,75	6,246	— 0,504	0,3121	0,0462	21,628	7,467	10	4	86
7,0	6,3635	— 0,6365	0,342	0,0489	20,468	9,093	9	—	91
7,25	6,7805	— 0,4695	0,343	0,0473	21,137	6,476	17	3	80
7,5	7,1955	— 0,3045	0,3769	0,0503	19,899	4,06	29	4	67
7,75	7,3055	— 0,4445	0,3711	0,0479	20,884	5,735	17	4	79
8,0	7,3735	— 0,6265	0,4044	0,0506	19,782	7,831	13	2	85
8,25	7,59	— 0,66	0,3934	0,0477	20,971	8	10	2	88
8,5	7,883	— 0,617	0,4148	0,0488	20,492	7,259	13	1	86
8,75	8,389	— 0,361	0,3896	0,0445	22,459	4,126	25	1	74
9,0	8,4725	— 0,5275	0,4252	0,0472	21,167	5,861	18	1	81

Aus den Angaben über die Größe des constanten Fehlers geht hervor, dass kleine Zeiten überschätzt werden; beträgt die Zeit τ $\frac{1}{20}$ Secunde, wie wir früher (vgl. S. 447) annahmen, so würde die Ueberschätzung sich bis zur Zeit $t = 1,5^s$ erstrecken, ja bei den vorliegenden Beobachtungsresultaten würde für Zeiten über $1,5^s$ auch dann noch keine Ueberschätzung zu constatiren sein, wenn τ nur $\frac{1}{30}$ einer Secunde ausmachte; größere Zeiten werden unterschätzt und zwar unterschätzt in steigendem Maße.

Was weiter den Gang des constanten Fehlers anlangt, so möge derselbe zuvörderst graphisch dargestellt werden. Benutzt man zu dem Ende die einzelnen Zeitstrecken als Abscissen, die zugehörigen constanten Fehler als Ordinaten, und wählt man den Maßstab für die Ordinaten zehnmal so groß als den für die Abscissen, so erhält man, wenn man noch die Endpunkte der Ordinaten durch gerade Linien unter einander verbindet, folgende gebrochene Gerade als Bild für den Verlauf des constanten Fehlers:



Aus unserer Tabelle und auch aus unserer Figur ergeben sich unmittelbar als Hauptzeiten erster Art die Zeiten $t = 2,5$; $3,75$; 5; $6,25$; $7,5$; $8,75$; und das sind nichts weiter als die ganzen Vielfachen der Zeit $1,25^s$, oder anders ausgedrückt: es sind dies die Zeiten, welche früher als die wahren Hauptzeiten erster Art bezeichnet wurden. Dass die Zeit $1,25^s$ selbst in dieser Reihe nicht vorkommt, kann auffallen; dieses Vorkommniss scheint anzudeuten, dass nur bei größeren Zeiten der die Periodicität hervorrufende Factor in Thätigkeit tritt, während bei dieser kleinen Zeit die Schätzung eine directe, von jenem Factor unbeeinflusste ist. Oder sollte die auffallend große Zahl von vollwerthigen Schätzungen (Gleichschätzungen) für die Zeit $1{,}25^s$ (20 gegenüber 15 und 6 bei den Nachbarzeiten) die Stelle des Maximums von c vertreten?

Zwischen den Hauptzeiten erster Art finden sich folgende zweiter Art: $t = 3{,}25$; $4{,}5$; $5{,}75$; 7; $8{,}25$. Während früher für diese Hauptzeiten jedwede Gesetzmäßigkeit mangelte, tritt jetzt der beachtenswerthe Umstand ein, dass auch für sie der gegenseitige Abstand $1{,}25^s$ beträgt, und dass sie sich darstellen lassen durch den Ausdruck $m \,.\, 1{,}25^s - 0{,}5^s$, wobei $m = 3, 4, 5, 6, 7$ zu setzen ist. Diese Eigenthümlichkeit der Hauptzeiten zweiter Art liegt wohl einerseits hauptsächlich in der Anordnung der Versuche begründet. Es folgen nämlich auf jede Hauptzeit erster Art bis zur nächsten Hauptzeit erster Art vier Nebenzeiten; der constante Fehler sinkt nun, wenn wir von der ersten Hauptzeit ausgehen, immer mehr, er würde also bei der vierten Nebenzeit den tiefsten Standpunkt erreichen, wenn sich nicht bei dieser Zeit schon der Einfluss der unmittelbar folgenden Hauptzeit erster Art geltend machte, und so kommt es, dass der größte negative constante Fehler stets bei der dritten Nebenzeit, deren Größe durch $m \,.\, 1{,}25^s - 0{,}5^s$ dargestellt werden kann, zu finden ist; andererseits ist zu bemerken, dass die Differenzen, welche die Hauptzeiten zweiter Art erzeugen, zum Theil zu klein sind, als dass mit Sicherheit auf den Charakter jener Zeiten als Hauptzeiten zweiter Art geschlossen werden könnte.

Endlich möge noch erwähnt werden, dass auch die vorliegenden Versuche zu Gunsten des Weber'schen Gesetzes zu sprechen scheinen; die Unterschiedsempfindlichkeit ist fast genau dieselbe geblieben, die einzelnen Abweichungen gegenüber den Angaben der Tabelle II können kein Befremden erregen, besonders wenn man erwägt, wie viele Einflüsse, die uns völlig unbekannt sind und bleiben, bei psychophysischen Untersuchungen hereinspielen. Dieser Erwägung habe ich auch noch in folgender Weise einen experimentellen Hintergrund zu verschaffen gesucht: Nachdem die in der Tabelle III zusammengestellten Versuche beendigt worden waren, schätzte ich an zwei aufeinanderfolgenden Tagen nochmals die Zeit $t = 4^s$ und erhielt dabei folgende Resultate:

Tabelle IV.

t	F	c	$\varDelta_m$	$\frac{\varDelta_m}{t}$	$\frac{t}{\varDelta_m}$
4,0	3,875	— 0,125	0,1774	0,0444	22,548
4,0	3,8905	— 0,1095	0,1998	0,0499	20,020

Die Bedingungen, unter welchen die beiden Schätzungen vorgenommen wurden, waren, soweit ich es zu beurtheilen vermag, ganz dieselben, der constante Fehler zeigt auch verglichen mit dem Werthe aus Tabelle III eine ziemlich gute Uebereinstimmung, dagegen ergibt sich, dass wohl der eine Werth der Unterschiedsempfindlichkeit zu demjenigen der Tabelle III passt, dass aber der andere sich ziemlich weit davon entfernt. Dies Beispiel zeigt jedenfalls, dass die Schwankungen des Werthes $\frac{t}{\varDelta_m}$ in Tabelle II und III nicht größer sind als die Schwankungen der Beobachtung bei einem und demselben Zeitwerthe.