

Zum Mafs der Schallstärke.

Von

Dr. Paul Starke.

Zur Vervollständigung einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich im Sommer 1886, im Winter 1886/87 und im Sommer 1887 mit Wiederbenutzung der in jener Abhandlung beschriebenen Apparate und nach der gleichfalls dort auseinandergesetzten Untersuchungsmethode neue Experimente über die Messung von Schallstärken angestellt. Bald nach Beginn derselben zeigte sich, dass — in Folge der Ansammlung von permanentem Magnetismus in den Magnetkernen der Fallapparate — bei der Combination zweier derselben zu einem einzigen die Anker der Magnete nach Oeffnung des elektrischen Stromes nicht genau gleichzeitig von ihren Eisenkernen sich lösten, so dass ein exacter simultaner Fall zweier Kugeln nicht erzielt wurde. Ich ließ daher an einem der elektromagnetischen Fallapparate eine einfache Veränderung anbringen, welche gestattete, mittelst desselben allein zwei oder drei Kugeln genau gleichzeitig fallen zu lassen. Die Veränderung bestand darin, dass auf die obere Fläche der eine cylindrische Rinne tragenden Brücke ^l²⁾ eine breitere Messingplatte aufgeschraubt wurde, auf welcher drei solche Rinnen in gleichen Abständen von je etwa 30 mm angebracht waren. Nach entsprechender Verbreiterung der Wände *d* und *e*, zwischen welche die Fallkugel nach Anziehung des Ankers geklemmt wird, vermag daher der Apparat zwei oder drei Kugeln gleichzeitig auf-

1) Philos. Stud. III, S. 264 ff.

2) Vgl. die der citirten Abhandlung beigegebene perspectivische Zeichnung. (Tafel III.)

zunehmen. Die Wand d war überdies um eine durch ihre Mitte geführte verticale Axe drehbar, wodurch man erreicht, dass, sobald in jeder der beiden äußeren cylindrischen Rinnen eine Fallkugel sich befindet, der Druck, den die Kugeln nach Schließung des elektrischen Stromes erleiden, auf beide gleichmäßig vertheilt wird.

Die bei der jetzigen, im übrigen mit der früheren übereinstimmenden Versuchsanordnung benutzten Hilfsapparate erfuhren nur insofern eine Vermehrung, als in jeden der beiden Stromkreise ein Rheochord und überdies in den einen, in welchem sich der zur Aufnahme mehrerer Kugeln eingerichtete elektromagnetische Fallapparat befand, ein Galvanometer eingeschaltet wurde; endlich wurden die beiden Rumkorff'schen Federcommutatoren durch sicher functionirende Quecksilbercommutatoren ersetzt, und die früher angewandten Daniellschen Elemente mit je sechs Meidingerschen vertauscht, welche sich sehr gut bewährten.

Als Fallkugeln standen mir fünf von Herrn Mechanikus Krille sorgfältig gedrechselte Elfenbeinkugeln zur Verfügung. Vier davon hatten einen Durchmesser von je 21 mm und wogen durchschnittlich je 8,07 Gramm, während die fünfte vom doppelten Volumen und 26,5 mm Durchmesser das Gewicht $P = 16,12$ Gramm besaß, so dass, wenn man mit p das Gewicht einer jeden der vier kleineren Fallkugeln bezeichnet, $P = 2p$ gesetzt werden darf. Der von diesen Kugeln, welche auf die auch früher schon als Fallunterlage benutzte Ebenholzplatte von den Dimensionen 87,9 und $1\frac{1}{2}$ cm hinabfielen, erzeugte Schall zeichnete sich durch scharfe Begrenzung aus; der Unterschied in der Klangfarbe bei Anwendung verschieden großer Fallhöhen oder von Kugeln verschiedenen Calibers war bei der weitaus größten Zahl der Versuche sehr unbedeutend.

Während wir bei den früheren Experimenten je nach der Art der Erzeugung des Normalschalls zu einer Eintheilung der Versuche in verschiedene Gruppen gelangten, lassen sich die jetzt angestellten unter Zugrundelegung der Erzeugungsweise des Vergleichsschalls in zwei Abtheilungen sondern. In den Versuchen der ersten Gruppe wurde der Vergleichsschall erzeugt durch die Kugel p , bei denen der zweiten Gruppe durch die Kugel vom doppelten Gewicht $P = 2p$; der Normalschall hingegen kam in beiden Abtheilungen zu Stande durch simultanen Fall zweier gleichen Kugeln p . Außerdem wurden

aber der ersten Versuchsgruppe zur Elimination des durch das Weber'sche Gesetz bedingten Schätzungsfehlers Versuche beigefügt, bei denen der Normalschall ebenso wie der Vergleichsschall durch eine einzige Kugel p zu Stande kam; entsprechende Versuche durften, wie sich später zeigen wird, in der zweiten Gruppe wegfallen.

Schließlich mag bemerkt werden, dass die Experimente mit beiden Reagirenden, den Herren Schönbach (Sch.) und Hallock (Hck.) zu verschiedenen Zeiten ausgeführt, und also gegenseitige Störungen derselben in der Fällung der Urtheile vermieden wurden. Die »Zwischenzeit«, die vom Aufschlagen der einen bis zu dem der anderen Kugel verfließt, betrug bei beiden Reagirenden 0,6 bis 0,8 Sec.

Gruppe a. Vergleichskugel p .

Die Versuche dieser Gruppe wurden ähnlich den früheren der »Abtheilung B«¹⁾, bei denen Stahlkugeln als Schallerzeuger dienten, in der Weise ausgeführt, dass wir mit einer Versuchsreihe begannen, in der der constante Normalschall durch simultanen Fall zweier gleichen Kugeln p von der Höhe η erzeugt wurde; in einer unmittelbar auf diese folgenden Versuchsreihe fiel nur eine Normalkugel p von der doppelten Höhe $H = 2\eta$. Im ersten Falle waren die untersuchten Normalhöhen:

$$\eta = 100, 200, 300 \text{ mm,}$$

und demzufolge im zweiten:

$$H = 2\eta = 200, 400, 600 \text{ mm.}$$

Der Raumersparniss halber sollen die Tabellen wegfallen, in welchen sich für obige Normalhöhen die unmittelbaren Versuchsergebnisse zusammengestellt finden, d. h. die durch Ablesung am Maßstabe des Apparats nach Vorschrift unserer Untersuchungsmethode erhaltenen Vergleichshöhenzahlen. Es sei jedoch bemerkt, dass nach jenen Tabellen die Versuchszahlen Sch.'s im Allgemeinen etwas niedriger sind als die Hck.'schen.

Ferner bewähren sich für die Normalhöhe η und die ihr zugehörigen acht Vergleichshöhen

$$h'o_1, h''o_1, h'u_1, h''u_1, h'o_2, h''o_2, h'u_2, h''u_2$$

1) Philos. Stud. III S. 296 ff.

wieder die schon früher erhaltenen Ungleichungen:

$h'o_1 < h'u_1 < h''o_1 < h'u_1 < 2\eta < h'o_2 < h''u_2 < h''o_2 < h'u_2 < 4\eta$,
während die der Normalhöhe H zukommenden Vergleichshöhen:

$$H'o_1, H''o_1, H'u_1, H''u_1, H''o_2, H''o_2, H'u_2, H''u_2$$

folgenden Ungleichungen gehorchen:

$$H'o_1 < H''u_1 < H''o_1 < H'u_1 < H < H'o_2 < H''u_2 < H''o_2 < H'u_2 < 2H.$$

Hervorzuheben ist, dass umsoweniger Abweichungen von diesen Ungleichungen eintreten, je größer die Normalhöhen sind. Jene Ungleichungen beweisen aber, dass im ersten Falle Abweichungen des Vergleichsschalles in demselben Sinne vorkommen wie im zweiten.

Um weitere Schlüsse aus unseren Zahlen ziehen zu können, berechnen wir aus jedem Einzelversuche das arithmetische Mittel h der 8 Vergleichshöhen $h'o_1, h''o_1, h'u_1, h''u_1, h'o_2, h''o_2, h'u_2, h''u_2$ und das Mittel H der Vergleichshöhen $H'o_1, H''o_1, H'u_1, H''u_1, H'o_2, H''o_2, H'u_2, H''u_2$. Wir finden so für:

Sch.				Hck.			
$\eta = 100$	h	$H = 200$	H	$\eta = 100$	h	$H = 200$	H
	217		215		222		220
	211		211		212		212
	217		218		215		212
	212		211		215		215
	211		212		212		216
	210		211		216		218
	214		213		220		216
	211		212		213		215
	210		211		215		213
	211		210		219		219

Sch.				Hck.			
$\eta = 200$	h	$H = 400$	H	$\eta = 200$	h	$H = 400$	H
	431		431		439		442
	419		419		418		426
	419		414		422		420
	421		425		437		438
	433		433		429		420
	429		424		427		427
	426		425		429		427
	432		438		431		430
	425		423		425		428
	432		432		432		433

Sch.			Hck.				
$\eta = 300$	h	$H = 600$	H	$\eta = 300$	h	$H = 600$	H
	644		639		642		645
	637		641		647		646
	638		638		641		650
	636		638		639		644
	637		636		643		639
	633		633		651		643
	636		636		645		655
	635		635		650		644
	633		634		647		652
	636		634		640		642

Wir bemerken also vorerst, und zwar deutlicher als in den Reihen der Einzelversuche, dass die Sch.'schen Zahlen in der Regel kleiner sind als die Hck.'s; ferner aber zeigt sich, dass im Allgemeinen h ebenso oft H überwiegt als dieses h . Denn es ist für:

Sch.		Hck.	
$\eta = 100, H = 200$	$h = H$ 1mal, $h < H$ 5mal, $h > H$ 4mal.	$\eta = 100, H = 200$	$h = H$ 3mal, $h < H$ 3mal, $h > H$ 4mal.
$\eta = 200, H = 400$	$h = H$ 4mal, $h < H$ 2mal, $h > H$ 4mal.	$\eta = 200, H = 400$	$h = H$ 1mal. $h < H$ 5mal. $h > H$ 4mal.
$\eta = 300, H = 600$	$h = H$ 4mal, $h < H$ 3mal, $h > H$ 3mal.	$\eta = 300, H = 600$	$h = H$ 0mal. $h < H$ 6mal. $h > H$ 4mal.

Unter den aufgezählten 60 überhaupt möglichen Fällen sind also 13 Gleichheitsfälle, 24 mal überwiegt H h und 23 mal letzteres das erstere; oder die Anzahl der Gleichheitsfälle ist etwa halb so groß als die jedes der beiden Ungleichheitsfälle. Von den 13 Gleichheitsfällen entfallen auf Sch. 9 und auf Hck 4. Bei den Ungleichheitsfällen ist die Vertheilung folgende: für Sch. ist:

$$10 \text{ mal } h < H, \quad 11 \text{ mal } h > H$$

und für Hck.:

$$14 \text{ mal } h < H, \quad 12 \text{ mal } h > H.$$

Wenn bereits durch das Angeführte die Uebereinstimmung der für die Normalhöhen η und H sich ergebenden Vergleichshöhen in

hohem Grade wahrscheinlich gemacht wird, so tritt diese Uebereinstimmung noch klarer hervor, wenn wir aus den unmittelbaren Versuchsergebnissen die »Hauptreihen« ableiten, d. h. diejenigen Reihen, deren Glieder aus der Bildung des arithmetischen Mittels der homologen Glieder in den Einzelversuchsreihen resultiren. Diese Hauptreihen sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt.

Sch.

Vergleichskugel p . 2 gleiche Normalkugeln p .

η	$h'o_1$	$h''o_1$	$h'u_1$	$h''u_1$	$h'o_2$	$h''o_2$	$h'u_2$	$h''u_2$
100	113	146	153	121	273	309	314	272
200	242	309	324	263	520	605	620	527
300	358	471	491	394	735	925	941	777

Sch.

Vergleichskugel p . Normalkugel p .

H	$H'o_1$	$H''o_1$	$H'u_1$	$H''u_1$	$H'o_2$	$H''o_2$	$H'u_2$	$H''u_2$
200	113	144	152	119	273	309	315	277
400	244	316	327	261	513	605	619	527
600	360	473	491	398	731	921	940	777

Hck.

Vergleichskugel p . 2 gleiche Normalkugeln p .

η	$h'o_1$	$h''o_1$	$h'u_1$	$h''u_1$	$h'o_2$	$h''o_2$	$h'u_2$	$h''u_2$
100	119	160	161	122	264	315	326	261
200	243	314	324	252	515	628	637	518
300	360	478	499	394	724	956	972	775

Hck.

Vergleichskugel p . Normalkugel p .

H	$H'o_1$	$H''o_1$	$H'u_1$	$H''u_1$	$H'o_2$	$H''o_2$	$H'u_2$	$H''u_2$
200	119	164	162	121	263	314	321	260
400	245	314	320	253	521	623	636	521
600	376	483	504	394	724	937	975	776

Wir bemerken also wiederum, dass sich die bereits früher aufgestellten Ungleichungen im Allgemeinen bewähren, nur in einzelnen Fällen, namentlich bei der kleinsten Normalhöhe $\eta = 100$, resp. $H = 200$ finden sich Abweichungen.

Wollen wir auf unsere Versuchszahlen weitere Regeln der Wahr-

scheinlichkeitsrechnung anwenden, insbesondere den wahrscheinlichen Fehler und, zur Gewinnung eines Urtheils über den Schwankungsumfang, die mittlere Variation bestimmen, so ergibt die Zusammenstellung der hierbei gefundenen Resultate folgende Tabellen, in denen h das Mittel aus den der Normalhöhe η zugehörigen Vergleichshöhen der vorstehenden Hauptreihen bedeutet, während H analoge Bedeutung für H besitzt und $f, F; v, V$ wahrscheinlicher Fehler und mittleren Variation für η , resp. H sind.

Sch.

η	h	f	v	H	H	F	V	$H-h$
100	212	1,8	2,0	200	212	1,6	1,6	0
200	427	3,6	4,7	400	426	4,8	5,6	-1
300	637	2,2	2,1	600	636	1,7	2,0	-1

Hck.

η	h	f	v	H	H	F	V	$H-h$
100	216	2,3	2,7	200	216	1,9	2,2	0
200	429	4,3	4,7	400	429	4,7	5,3	0
300	645	2,8	3,5	600	646	3,3	3,8	+1

Die merkwürdigste diesen Tabellen zu entnehmende Thatsache ist wohl die, dass sowohl wahrscheinlicher Fehler als mittlere Variation beim Uebergange von der kleinen zur mittleren Normalhöhe ungefähr sich verdoppelt haben, dann aber beim Uebergange von der mittleren zur großen Normalhöhe eine weitere entsprechende Vermehrung nicht eingetreten, sondern vielmehr eine Abnahme dieser Functionen zu constatiren ist, welche Verminderung so groß ist, dass wahrscheinlicher Fehler und mittlere Variation für die große Normalhöhe fast nicht größer sind als für die kleinste. Namentlich gilt letzteres für die Sch.'schen Zahlen. Die Erklärung dieser Thatsache dürfte einestheils auf den Umstand zurückzuführen sein, dass wir unsere Versuche mit der kleinsten Normalhöhe begannen und mit der größten abschlossen, wodurch der Einfluss der Uebung sich geltend gemacht hat, andernteils aber auch darauf, dass wir bei der mittleren Normalhöhe aus uns unbekannt gebliebenen Gründen am meisten unter dem störenden Einfluss der Verschiedenheit der Klangfärbung zu leiden hatten.

Das Resultat unserer bisherigen Untersuchungen können wir

dahin aussprechen, dass innerhalb unserer Versuchsgrenzen das Gesetz der Proportionalität von Schallstärke und Fallhöhe bei constantem Fallgewicht Gültigkeit besitzt, da die von diesem Gesetz gefundenen Abweichungen, die übrigens nach beiden Seiten hin auftreten, durchaus als innerhalb der Grenzen nothwendiger Versuchsfehler liegend, zu betrachten sind.

Als ergänzende Nachträge und Zusätze zu diesem Hauptresultat mögen noch folgende Thatsachen Erwähnung finden: Die frühere Beobachtung, nach welcher die Vergleichshöhen der ersten Zeitfolge, bei welcher der constante Normalschall dem variablen Vergleichschall vorangeht, mit wachsender Normalhöhe gleichfalls zunehmen, die der zweiten Zeitfolge dagegen, wo der constante Normalschall auf den variablen Vergleichschall folgt, mit wachsender Normalhöhe etwas abnehmen, ist auch jetzt wieder gemacht worden. Bezeichnen wir nämlich für die Normalhöhe η das arithmetische Mittel aus den vier Vergleichshöhen $h'o_1$, $h''o_1$, $h'u_1$, $h''u_1$ der ersten Zeitfolge mit h_1 , das Mittel aus den Höhen $h'o_2$, $h''o_2$, $h'u_2$, $h''u_2$ der zweiten Zeitfolge mit h_2 , und haben H_1 und H_2 homologe Bedeutung für die Normalhöhe H , so folgt zunächst aus den früher aufgestellten Ungleichungen, die zwischen den Vergleichshöhen bestehen:

$$\begin{aligned} h_1 &< 2\eta < h_2 < 4\eta, \text{ und:} \\ H_1 &< H < H_2 < 2H; \text{ oder:} \\ \frac{h_1}{2\eta} &< 1, \quad 1 < \frac{h_2}{2\eta} < 2, \\ \frac{H_1}{H} &< 1, \quad 1 < \frac{H_2}{H} < 2. \end{aligned}$$

Berechnen wir nun h_1 und h_2 , H_1 und H_2 aus den Tabellen der Hauptreihen und bilden mit den gefundenen Werthen die obigen Quotienten, so erhalten wir folgende Reihe zusammengehöriger Werthe

von $\frac{h_1}{2\eta}$, $\frac{h_2}{2\eta}$, $\frac{H_1}{H}$, $\frac{H_2}{H}$:

Sch.			Hck.		
η	$\frac{h_1}{2\eta}$	$\frac{h_2}{2\eta}$	η	$\frac{h_1}{2\eta}$	$\frac{h_2}{2\eta}$
100	0,667	1,460	100	0,703	1,458
200	0,711	1,420	200	0,708	1,436
300	0,712	1,408	300	0,721	1,426

Sch.			Hck.		
H	$\frac{H_1}{H}$	$\frac{H_2}{H}$	H	$\frac{H_1}{H}$	$\frac{H_2}{H}$
200	0,660	1,468	200	0,708	1,448
400	0,718	1,415	400	0,708	1,438
600	0,717	1,406	600	0,732	1,430

Was endlich die Frage der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes betrifft, so muss, wenn dasselbe sich bewähren soll, der sogenannte »relative Schätzungsfehler« $\frac{H}{H} - 1$ constant sein, worin H das aus den Hauptreihen zu berechnende arithmetische Mittel der der Normalhöhe H zugehörigen 8 Vergleichshöhen bedeutet. Die Berechnung dieses relativen Schätzungsfehlers liefert folgende Resultate:

Sch.			Hck.		
H	H	$\frac{H}{H} - 1$	H	H	$\frac{H}{H} - 1$
200	212	0,060	200	216	0,080
400	426	0,065	400	429	0,073
600	636	0,060	600	646	0,077

Trotz der geringen Anzahl der Fallhöhen, ein Umstand, welcher es erschwert, über die Constanz oder Nicht-Constanz des relativen Schätzungsfehlers ein sicheres Urtheil zu gewinnen, spricht doch das erhaltene Resultat zu Gunsten des Weber'schen Gesetzes, weil die Fallhöhen weit auseinanderliegen, und in den beiden extremen Fällen die Werthe des fraglichen Quotienten nicht oder nur sehr wenig von einander sich unterscheiden.

Schließlich seien noch die Werthe von ϵ angeführt, welche bei Anwendung des alten Vierordt-Tischer'schen Verfahrens zur Berechnung des Exponenten ϵ aus der Oberbeck'schen hypothetischen Relation:

$$\epsilon = \frac{\log \frac{P}{p}}{\log \frac{h}{\eta}}$$

bei unseren Versuchen resultiren. Wollen wir die letztere Formel auf diese Versuche anwenden, so haben wir darin:

$$\frac{P}{p} = 2$$

zu setzen; ferner hat h die Bedeutung des den Tabellen der Hauptreihen zu entnehmenden arithmetischen Mittels der der Normalhöhe η zukommenden 8 Vergleichshöhen. Wir erhalten also folgende Tabelle zusammengehöriger Werthe von η , h und ε :

Sch.			Hck.		
η	h	ε	η	h	ε
100	212	0,92	100	216	0,90
200	427	0,91	200	429	0,91
300	637	0,92	300	645	0,91

Diese ε -Werthe befinden sich in guter Uebereinstimmung unter einander und zum Theil mit früher erhaltenen.

Gruppe b. Vergleichskugel P . 2 gleiche Normalkugeln p .

Die bisherigen Versuche haben nur bewiesen, dass Proportionalität zwischen Schallstärke und Fallhöhe bei constantem Fallgewicht besteht. Sie bedürfen also insofern noch der Ergänzung, als zu zeigen übrig bleibt, dass die Schallstärke auch proportional dem Fallgewicht sich ändert. Dieser Beweis wird durch die folgenden Versuche geliefert, sobald sich dabei herausstellt, dass die hier — wo der constante Normalschall erzeugt wird durch zwei gleichzeitig fallende Kugeln p , während der variable Vergleichsschall durch eine einzige Kugel vom doppelten Gewicht $P = 2p$ zu Stande kommt — für die Normalhöhe H resultirenden Vergleichshöhen $H'o_1$, $H''o_1$, $H'u_1$, $H''u_1$, $H'o_2$, $H''o_2$, $H'u_2$, $H''u_2$ übereinstimmen erstens mit den in der vorigen Versuchsgruppe für dieselbe Normalhöhe H , bei welcher Normalschall sowohl als Vergleichsschall durch je eine einzige Kugel p hervorgerufen wurden, sich ergebenden acht Vergleichshöhen, zweitens aber auch — und das ist eine nothwendige Folge des Vorigen — in Uebereinstimmung sich befinden mit den für die Normalhöhe $\eta = \frac{H}{2}$, wo der Normalschall durch zwei gleiche, gleichzeitig fallende Kugeln p , der Vergleichsschall aber durch eine einzige Kugel p erzeugt wird, gefundenen Vergleichshöhen.

Diese Uebereinstimmung der jetzt erhaltenen Versuchszahlen mit denen der vorigen Gruppe ist in der That eine vollkommene, wie die Tabellen der unmittelbaren Versuchsergebnisse lehren. Da

wir aber des Raumes wegen auf die Mittheilung dieser Tabellen verzichten müssen, so begnügen wir uns, darauf hinzuweisen, dass von den Ungleichungen:

$$H'o_1 < H''u_1 < H''o_1 < H'u_1 < H < H'o_2 < H''u_2 < H''o_2 < H'u_2 < 2 H$$

fast gar keine Abweichungen vorkommen, was wohl dadurch sich erklären lässt, dass die Versuche nach längerer vorausgegangener Uebung ausgeführt wurden. Ferner lehrt schon eine oberflächliche Betrachtung, dass die jetzt erhaltenen Zahlen in der That mit den früheren übereinstimmen. Dem Einfluss der Uebung ist es wohl auch zuzuschreiben, dass die Zahlen des einen Beobachters (Sch.) im Allgemeinen etwas niedriger sind als die ihnen entsprechenden der vorigen Versuchsgruppe, während die Versuchszahlen Hck's. nahezu unverändert blieben. Deutlicher zeigt sich beides, wenn wir uns aus unseren Einzelversuchsreihen das arithmetische Mittel H der acht Vergleichshöhen $H'o_1$, $H''o_1$, $H'u_1$, $H''u_1$, $H'o_2$, $H''o_2$, $H'u_2$, $H''u_2$ berechnen.

Sch.				Hck.			
H = 200	H = 300	H = 600	H	H = 200	H = 400	H = 600	H
211	421	631		215	430	654	
211	422	631		215	438	638	
212	424	633		213	443	631	
213	425	633		219	435	646	
213	425	632		217	421	647	
210	424	628		217	418	649	
212	426	634		221	428	648	
212	421	632		218	436	651	
210	422	630		216	422	646	
209	424	634		211	431	649	

Noch augenfälliger wird der zwischen den jetzigen und den früheren Versuchszahlen bestehende Zusammenhang, wenn man die den beiden Versuchsgruppen zugehörigen Hauptreihen vergleicht. Für die Versuche der jetzigen Gruppe erhält man die folgenden:

Sch.								
H	$H'o_1$	$H''o_1$	$H'u_1$	$H''u_1$	$H'o_2$	$H''o_2$	$H'u_2$	$H''u_2$
200	116	148	158	122	263	306	312	265
400	242	306	318	258	513	607	621	523
600	359	453	489	388	721	913	952	778

H	H c k.							
	$H'o_1$	$H''o_1$	$H'u_1$	$H''u_1$	$H'o_2$	$H''o_2$	$H'u_2$	$H''u_2$
200	120	155	164	124	267	309	319	272
400	237	310	329	251	519	623	643	529
600	371	487	514	392	719	928	970	787

Die obigen Ungleichungen:

$$H'o_1 < H''u_1 < H''o_1 < H'u_1 < H < H'o_2 < H''u_2 < H''o_2 \\ < H'u_2 < 2H$$

bewähren sich also jetzt ausnahmslos. Die Berechnung der Hauptmittel (H), der Mittel aus den Vergleichshöhen der Hauptreihen, sowie des wahrscheinlichen Fehlers und der mittleren Variationen, führt zu folgenden Resultaten:

H	Sch.			H c k.			
	(H)	F	V	H	(H)	F	V
200	211	0,9	1,1	200	216	1,9	2,2
400	423	1,2	1,6	400	430	5,4	6,4
600	632	1,3	1,4	600	646	4,4	4,5

Es zeigt sich also, ebenso wie bei den Versuchen der vorigen Gruppe, dass für beide Reagirende die mittlere Variation und für den einen (H c k.) auch der wahrscheinliche Fehler für die mittlere Normalhöhe eine bedeutendere Größe erreicht als für die große. Ich weiß zur Erklärung dieses Umstandes keine anderen Gründe anzugeben als die früher an der entsprechenden Stelle angeführten.

Vergleichen wir schließlich noch die Hauptmittel (H) dieser Versuchsgruppe mit den Hauptmitteln H und h der vorigen. Es ist für:

η	Sch.					$(H) - H$	$(H) - h$
	H	(H)	H	h			
100	200	211	212	212	-1	-1	
200	400	423	426	427	-3	-4	
300	600	632	636	637	-4	-5	

η	H c k.					$(H) - H$	$(H) - h$
	H	(H)	H	h			
100	200	216	216	216	0	0	
200	400	430	429	429	+1	+1	
300	600	646	646	645	0	+1	

Das Hauptresultat unserer Untersuchung ist demnach die exacte Bestätigung des früher festgestellten Gesetzes der Proportionalität von Schallstärke und lebendiger Kraft, und zwar in seinem ganzen Umfange, so dass die Schallstärke sowohl bei constantem Gewicht proportional der Fallhöhe wie bei constanter Höhe proportional dem Gewichte zunimmt. Weiterhin geht aus dem gelieferten Nachweis des Einflusses der Zeitlage und des durch das Weber'sche Gesetz bedingten Schätzungsfehlers hervor, dass die von früheren Beobachtern gefundenen Abweichungen jedenfalls zum größten Theil in der Nichtberücksichtigung dieser Elemente ihren Grund hatten¹⁾.

1) Vgl. Wundt, *Physiol. Psychologie*. 3. Aufl. I, S. 365.