Die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung.

Von

Dr. Julius Merkel.

Dritte Abtheilung.

Mit Tafel V.

III. Schallreize.

Einleitung.

Das Maß der Schallstärke.

Die Versuche über Schallempfindungen waren insofern mit Schwierigkeiten verbunden, als über die Messung der Schallstärken selbst noch die widersprechendsten Ergebnisse vorlagen. Es war daher eine genaue Prüfung der vorliegenden Resultate und eine nochmalige experimentelle Untersuchung der Abhängigkeit der Schallstärke fallender Kugeln von der aufgewandten Energie oder der Fallhöhe und dem Gewicht der Kugeln unerlässlich, bevor an die Untersuchung der Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung auf diesem Gebiete gedacht werden konnte. Während ich selbst diese Untersuchung nach etwa einjähriger Unterbrechung seit der Veröffentlichung meiner Abhandlung über das psychophysische Grundgesetz in Bezug auf Schallstärken[1]) wieder eifrig in Angriff genommen, hat Paul Starke[2]) seine frühere Arbeit vervollständigt und die Proportionalität von Schallstärke und lebendiger Kraft

1) Wundt, Philos. Studien, IV, S. 117 u. 251.
2) Wundt, Philos. Studien, III, S. 264; V, S. 157.

in ihrem ganzen Umfange nachgewiesen, d. h. gezeigt, »dass die Schallstärke sowohl bei constantem Gewichtproportional der Fallhöe wie bei constanter Höhe proportional dem Gewicht zunimmt«.

Andererseits hat Stefanini[1]) neue Versuche zur Messung der Schallstärke veröffentlicht, in denen er zeigt, dass die Schallstärke porportional der Quadratwurzel aus der lebendigen Kraft zunimmt. Da diese Ergebnisse mit den früheren Bestimmungen von Oberbeck[2]) und Vierordt[3]) mehr im Einklang stehen, so konnte ich meine Untersuchungen nicht ohne weiteres auf die Ergebnisse Starke's gründen, sondern musste die widersprechenden Resultate zunächst in Einklang zu bringen suchen, beziehentlich eine einwurfsfreie Erklärung zu geben versuchen.

Wir wenden uns zunächst zu den Versuchen, welche die Schallstärke mittels des Gehörs geprüft haben, also zu den Versuchen von Vierordt, Tischer[4]), Lorenz[5]) und Starke. Bei allen diesen Forschern finden wir theils ausschließlich, theils wenigstens nebenbei die Oberbeck'sche Formel:

$$\varepsilon = \frac{\log \frac{P}{p}}{\log \frac{H}{h}}.$$

zu Grunde gelegt. Eine genauere Prüfung dieser Formel zeigt jedoch, dass für das gleiche Verhältniss $\frac{P}{p}$ die Auffindung eines constanten ε (< 1) lediglich auf die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes hinzuweisen braucht. Bei den Versuchen, welche sich auf die obige Formel stützen, gilt es ja, mittels der Methode der Minimaländerungen den Werth H zu ermitteln. Derselbe wird aber eben infolge der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes um einen Betrag zu groß gefunden und zwar um einen constanten Bruchtheil der eigenen Größe. Angenommen, $\frac{P}{p}$ hätte durchgängig den Werth 2, dann müsste, falls Proportionalität zwischen Schallstärke und lebendiger Kraft sich ergeben sollte, auch $\frac{H}{h}$ den Werth 2

1) N. Cim. (3) 22, S. 97, 1887.
2) Wiedem. Ann. N. F. XIII, S. 222.
3) Wiedem. Ann. N. F. XVIII, S. 471.
4) Wundt, Philos. Studien, I, S. 495.
5) Wundt, Philos. Studien, II, S. 394.

haben. Wird aber H etwa um $\frac{1}{5}$ zu groß gefunden, so ergibt sich statt $\frac{20}{10}$ der Werth $\frac{24}{10}$ d. h. 2,4, statt $\frac{40}{20}$ der Werth $\frac{48}{20} = 2,4$ u. s. w., also immer der Werth 2,4. Für ε gibt das den Werth 0,792. Die Constanz von ε ist sonach dadurch bedingt, dass H immer um denselben Bruchtheil zu groß gefunden wird, und dieser letztere Umstand lässt wieder, die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes vorausgesetzt, darauf schließen, dass die Schallstärke proportional mit der Höhe wächst. Die Aenderung des Gewichtsverhältnisses bedingt auch eine Aenderung des constanten Werthes ε. Nehmen wir $\frac{P}{p} = 1,5$ an, da sich größere Verhältnisse als 2 nicht empfehlen so müsste $\frac{H}{h}$ etwa $\frac{15}{10}$ oder $\frac{30}{20}$ u. s. w. werden, infolge der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes aber würde sich $\frac{18}{10}$ oder $\frac{36}{20}$ u. s. w. ergeben. Da hier das Verhältniss $\frac{H}{h}$ beständig 1,8 ist, erhält man $\varepsilon = 0,690$. Sonach hängt die Größe des Exponenten ε von der Größe des Verhältnisses $\frac{P}{p}$ ab.

Wäre übrigens $\frac{H}{h}$ constant, nur kleiner, als es die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes bedingt, so könnte das ebensowohl auf eine langsamere Zunahme der Schallstärke mit dem Gewicht, als auf eine schnellere Zunahme der Schallstärke mit der Fallhöhe hinweisen. Sonach lassen sich aus der Constanz von ε auf Grund der Oberbeck'schen Formel durchaus keine Schlüsse auf die Abhängigkeit zwischen Schallstärke und Fallhöhe bez. Fallgewicht ziehen.

Zeigt sich aber bei Benutzung desselben Gewichtspaares eine Abnahme des Verhältnisses $\frac{H}{h}$, oder eine Zunahme des ε, so weist dies auf ein schnelleres Wachsthum der Schallstärke mit der Fallhöhe hin, während bei verschiedenen Gewichten, deren Verhältniss unverändert bleibt, die Abnahme von $\frac{H}{h}$ oder die Zunahme von ε auf ein langsameres Wachsen der Schallstärke mit dem Gewicht deuten würde als das proportionale. Dabei ist natürlich von demjenigen ε bez. $\frac{H}{h}$ auszugehen, welches der Proportionalität zwischen

Schallstärke und Energie entspricht, also durch den Einfluss des Weber'schen Gesetzes allein bedingt ist. Bei den Versuchen, welche in meiner oben genannten Abhandlung mitgetheilt sind, bewegte sich dieser Werth etwa um den Mittelwerth 0,9; infolge der ungenaueren Versuchstechnik war dieser Werth bei den Versuchen von Lorenz vermuthlich etwas kleiner, er war wesentlich geringer bei den Versuchen von Tischer (dies geht aus der wesentlich größeren Unterschiedsschwelle 0,48 deutlich hervor), jedenfalls wegen der Nichtbeachtung der Zeitfolge. Den kleinsten Betrag dürfte dieser Werth höchst wahrscheinlich bei Vierordt erreicht haben, da derselbe nur bei sehr geringen Höhen experimentirt hat.

Die erste und vollkommenste Reihe der Vierordt'schen Versuche, bei welcher Bleikugeln von dem Gewichte 180 g bis 0,0365 g auf eine Zinkplatte fielen, zeigt eine Abnahme der ε von 0,800 bis 0,582. Nimmt man das durch das Weber'sche Gesetz bedingte ε zu 0,7 an, so würden die Versuche Vierordt's zeigen, dass die Schallstärke vom Gewicht 11 g an sowohl nach oben als unten eine langsamere Zunahme zeigt als die proportionale. Aehnliches zeigt die vollkommenste Beobachtungsreihe (Tab. IX) Tischer's, wenn man für jenes ε den Werth 0,8 setzt. Die Versuche von Lorenz erstrecken sich nur auf zwei Gewichtspaare, lassen also eine sichere Schlussfolgerung auf die Abhängigkeit zwischen Schallstärke und Gewicht nicht zu. Da die Zunahme des ε bei den Versuchen von Tischer und Lorenz, welche sich allein auf ein größeres Höhenintervall erstrecken, geringer ist, als bei Veränderung der Gewichte, so lassen die Versuche auf eine etwas schnellere Zunahme der Schallstärke mit der Fallhöhe schließen als die proportionale.

Die Versuche von Starke ergeben die Proportionalität zwischen Schallstärke und Fallhöhe wie auch Gewicht. Der von Starke ermittelte Werth $\varepsilon = 0,9$ ist also lediglich der Einwirkung des Weber'schen Gesetzes beizumessen. Derselbe erweist sich infolgedessen auch als constant. Indessen kann vor der Hand nur die Proportionalität mit der Fallhöhe bis zu den untersuchten Grenzen 10—60 cm als erwiesen angenommen werden, da die benutzten Gewichte nur 10 und 20 g bez. 8 und 16 g waren.

Wir wenden uns nunmehr zu den Versuchen von Oberbeck und Stefanini, bei welchen eine objective Messung der Schallstärken versucht wurde. Oberbeck verwandte ein Mikrophon und ermittelte die den Schallstärken proportionalen Werthe σ, welche ein Maß für die Widerstandsveränderungen im Mikrophon darstellten. Setzt man die Schallstärke

$$i = ph^{\varepsilon} = c\,ph,$$

so ist $c = \frac{i}{ph}$ derjenige Bruchtheil der aufgewandten Energie, welcher sich in Schallbewegung umsetzt. Berechnet man diese Werthe auf Grund der Oberbeck'schen Versuche, so erhält man für die Abhängigkeit der Schallstärke vom Gewicht ($h = 10$ cm) die Werthe der folgenden Tabelle.

Tab. I.

p	6,82	12,16	17,64
ph	68,2	121,6	176,4
i	29,77	53,75	68,27
c	0,436	0,442	0,387

Für die Abhängigkeit der Schallstärke von der Fallhöhe ($p = 4{,}97$ g) ergeben sich folgende Werthe:

Tab. II.

h	10	20	30
ph	59,7	119,4	179,1
i	26,06	409,5	521,2
c	0,436	0,343	0,291

Dabei sind die Werthe für i in der ersten Verticalcolumne auf Grund des Werthes $\varepsilon = 0{,}64$ berechnet, während die übrigen unter Anwendung der Werthe σ gefunden worden sind. ($c = \gamma \cdot \frac{\sigma}{ph}$, worin γ eine Constante, die sich aus $\gamma \cdot \sigma = ph^{\varepsilon}$ berechnet.)

Hiernach findet bei der Zunahme des Gewichts anfangs ein geringes Wachsthum von c statt, dann eine bedeutendere Abnahme, entsprechend den Resultaten von Vierordt und Tischer. Was die Abhängigkeit der Schallstärke von der Fallhöhe anlangt, so zeigt sich eine nicht unbeträchtliche Abnahme innerhalb der untersuchten Grenzen, welche die aus den Versuchen von Tischer und Lorenz hervorgehende vermuthlich weit übertreffen dürfte.

Stefanini wandte ein Telephon an, dessen Membran durch eine Stimmgabel ersetzt worden war. Bei Prüfung der Oberbeck'schen Formel ergab sich der Mittelwerth $\varepsilon = 0{,}408$; d. h. für $h = 10$ cm würde $c = 0{,}256$ sein. Ein derartiger Werth ist bei Benutzung einer Stimmgabel wohl erklärlich, da jedenfalls ein großer Bruchtheil der Energie durch den elastischen Rückstoß verloren geht. Weiter untersuchte Stefanini, wie bei derselben Kugel und derselben Tonhöhe die Schallstärke von der lebendigen Kraft abhängt. Dabei ergab sich, dass die Ausschläge den Fallhöhen proportional waren, also auch die Schallstärken. Dieses nur scheinbar mit dem obigen Ergebniss in Widerspruch befindliche Resultat veranlasst Stefanini, die Annahme, dass die Schallstärke proportional dem Quadrat der Amplitude sei, aufzugeben. Er setzt dieselbe proportional der Amplitude und findet dann $\varepsilon = 0{,}5$. Dies würde aber eine wesentlich langsamere Zunahme der Schallstärke mit der Fallhöhe ergeben, als sie selbst Oberbeck gefunden hat. Wir glauben entschieden, dass die durch die Versuche ermittelte Proportionalität mit der Fallhöhe aufrecht zu erhalten, dagegen die Bestimmung des Werthes ε nach der Oberbeck'schen Formel zurückzuweisen ist; denn die Oberbeck'sche Formel ist nur dann anwendbar, wenn sich ε durchaus als constant erweist.

Bei den von mir selbst angestellten Versuchen wurde die Einwirkung des Weber'schen Gesetzes durch die Bestimmung eines Reductionsfactors eliminirt. Ueberdies wurde die Formel:

$$i = p^{\eta}\, h^{\varepsilon}$$

zu Grunde gelegt. Die von mir bestimmten η und ε gestatten alsdann unmittelbar eine Bestimmung der i auf Grund der vorstehenden Formel, was bei den ε-Bestimmungen nach der Oberbeck'schen Formel nur dann gelten würde, wenn bei Elimination des durch das Weber'sche Gesetz bedingten Fehlers sich ein constantes ε ergeben sollte.

Da überdies der Verlust durch Rückprall bei Benutzung eines Gewichts und einer Fallhöhe in Abzug gekommen ist, bei welcher die Deformation als verschwindend betrachtet werden konnte, so geben meine Werthe mit großer Annäherung die absoluten Größen für die in Schall umgesetzte Energie. Zudem erstrecken sich meine Versuche auf einen wesentlich größeren Reizumfang, sowohl in Bezug auf die Höhen als auch namentlich in Bezug auf die untersuchten Gewichte im Vergleich mit den Untersuchungen anderer Forscher. Es wurden nämlich die Höhen 5 bis 130 cm und die Gewichte 0,2 bis 160 g angewandt.

Berechnen wir auf Grund der Werthe η ($h = 10$ cm) unter II und III^b in Tabelle II[1]) die Werthe $c = \frac{i}{ph}$, so erhalten wir die in den folgenden Tabellen zusammengestellten Größen.

Tab. III.

p	0,2	0,5	0,98	2,46	4,96	9,96	19,75	40	79,85	159,9
ph	2	5	9,8	24,6	49,6	99,6	197,5	400	798,5	1599
i	0,74	2,09	4,45	12,22	26,06	51,82	100,0	188,1	342,2	575,4
c	0,370	0,419	0,449	0,497	0,525	0,520	0,504	0,470	0,429	0,360

Tab. IV.

p	2,45	4,95	9,93	19,74	39,94	79,83	159,89
ph	24,5	49,5	99,3	197,4	399,4	798,3	1598,9
i	12,3	22,33	42,12	78,66	149,0	261,0	457,5
c	0,502	0,451	0,424	0,398	0,373	0,327	0,286

Die nämlichen Werthe auf Grund der Größen ε ($p = 9,96$ g) unter II und III^b in Tabelle I[2]) berechnet, lauten:

Tab. V.

h	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
ph	99,6	199,2	298,8	398,4	498	597,6	697,2	796,8	896,4	996,0	1095,6	1195,2	1294,8
i	51,82	94,90	137,8	183,9	231,4	283,0	337,3	397,5	460,7	526,6	597,3	670,0	747,5
c	0,520	0,476	0,460	0,462	0,465	0,473	0,484	0,499	0,514	0,529	0,545	0,561	0,577

---

1) Wundt, Philos. Studien, IV, S. 160.
2) Wundt, Philos. Studien, IV, S. 159.

Tab. VI.

h	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
ph	99,3	198,6	297,9	397,2	496,5	595,8	695,1	794,4	893,7	993,0	1092,3	1191,6	1290,9
i	42,12	75,8	108,1	141,8	178,0	216,9	259,1	304,9	353,3	404,1	458,8	520,4	581,9
c	0,424	0,382	0,363	0,357	0,359	0,364	0,373	0,384	0,395	0,407	0,420	0,437	0,451

Die Versuche beziehen sich auf zwei verschiedene quadratische Holzplatten, von denen die zweite elastischer war als die erste und überdies eine größere Neigung hatte, woraus sich die geringeren Werthe von c erklären. Die Versuche zeigen, dass die Werthe c mit dem Gewicht anfangs zunehmen und dann wieder abnehmen. Allerdings ist diese Abnahme innerhalb der von Starke untersuchten Grenzen so unbedeutend (etwa $\frac{1}{50}$), dass die Ergebnisse der beiderseitigen Versuche als im Einklang befindlich bezeichnet werden können. In Bezug auf die Höhen nehmen die c anfangs ab und dann wieder zu. Da auch hier, abgesehen von der Höhe 10 cm bis zur Höhe 70 cm nur wenig abweichende c sich ergeben (die Aenderung beträgt ebenfalls nur $\frac{1}{50}$), so befinden sich meine Ergebnisse auch in dieser Beziehung mit den Starke'schen in ziemlich guter Uebereinstimmung. Der Gang der Werthe c stimmt überdies völlig mit dem der Oberbeck'schen c überein, doch ist die Abnahme bei den letzteren eine wesentlich beträchtlichere.

Da jedoch namentlich bei größeren Höhen als den von Starke untersuchten eine Zunahme der c unverkennbar ist und andererseits eine nicht zu vernachlässigende Abnahme der c mit dem Gewicht deutlich hervortritt, so suchte ich durch neue Versuche unter veränderten Bedingungen diese Erscheinungen näher zu ergründen. Ich benutzte zunächst an Stelle der Messingkugeln überaus genaue Kugeln aus hartem Stahl. Bei Anwendung des früher benutzten quadratischen Brettes erhielt ich indess nur wenig abweichende Ergebnisse. Nur die Veränderungen mit der Fallhöhe waren nicht ganz so bedeutend, wie bei Anwendung der Messingkugeln. Diese Versuche ließen mich aber erkennen, dass die Zunahme der Schallintensität mit der Höhe in der Hauptsache nicht auf veränderte Einflüsse des Rückpralls und der Deformation zurückzuführen seien, sondern vielmehr in den Aenderungen der Klangfarbe, beziehentlich Tonhöhe ihren Ursprung hatten. Bei Anwendung der quadratischen Platte ergaben sich außerordentlich gute Töne, deren Höhe sich etwas steigerte bei Steigerung der Fallhöhe, und bedeutend verminderte beim Anwachsen des Gewichtes. Nun hat aber bereits Fechner darauf hingewiesen, dass man geneigt ist, hohe Töne von gleicher Stärke wie tiefe in ihrer Stärke zu überschätzen. Dass die Veränderung der Tonhöhe bei meinen früheren Versuchen von Einfluss gewesen, geht schon aus dem Umstande hervor, dass die beiden Vergleichsgewichte nicht so verschieden gewählt werden konnten, dass ihr Verhältniss 2 betrug, wie es bei den Versuchen anderer Forscher der Fall war. Starke berichtet hingegen, dass bei seinen Versuchen der Unterschied in der Klangfarbe sehr unbedeutend gewesen sei. Um das nämliche zu erreichen, wandte ich rechteckige Holzplatten von den Dimensionen 25, 13, 2,8 cm an, welche an 3 Punkten in senkrechte starke Nägel eingetrieben wurden. Während so früher dafür Sorge getragen war, dass die Schwingungen der Platte möglichst ungehemmt blieben, war jetzt das Gegentheil der Fall. Die ersten Versuche ließen sofort erkennen, dass die Schalle ihre Klangfarbe mit der Höhe kaum veränderten, während die Aenderung mit dem Gewicht bestehen blieb.

Um die Versuche nach der Methode der mittleren Abstufungen ausführen zu können, wurden zunächst drei Apparate neben einander aufgestellt, welche nach Möglichkeit übereinstimmend gebaut waren. Dieselben lieferten auch völlig übereinstimmende Schallstärken bei Anwendung gleich schwerer Kugeln und gleicher Fallhöhen. Kleine, für das Gehör unmerkliche Unterschiede konnten durch die Anordnung der Versuche eliminirt werden. Die Fallzangen waren hier unbeweglich; vor der Aufnahme der Kugeln wurde eine mit einer Rinne versehene Platte dicht unter dieselben geschoben, welche nach Ergreifen der Kugeln wieder beseitigt wurde. Dadurch war erreicht, dass bei den Versuchen selbst Geräusche vermieden wurden.

Im übrigen wurden die Versuche genau in derselben Weise angestellt, wie früher. Trotzdem ließen bereits die ersten Vorversuche über das Weber'sche Gesetz bei verschiedenen Höhen und Anwendung gleicher Kugeln einen bemerkenswerthen Unterschied gegenüber den früheren Versuchen erkennen. Während ich früher bei den Höhen 25, 50 und 90 cm bei Zugrundelegung der Proportionalität zwischen Schallstärke und Fallhöhe für die Verhältnisse eben unterscheidbarer Schallstärken die Werthe 1,380; 1,340 und 1,310 im Mittel aus sehr zahlreichen Versuchen erhielt, ergaben sich jetzt bei den Höhen 10, 20, 50 und 100 cm die Werthe 1,294; 1,308; 1,289; 1,298. Hieraus schon lässt sich mit großer Wahrscheinlichkeit auf die Proportionalität zwischen Schallstärke und Fallhöhe schließen. Das nämliche ergaben aber auch Versuche, welche die Abhängigkeit der Schallstärke von der Fallhöhe unmittelbar ergründen sollten.

Dieselben wurden angestellt mit den Kugeln 3,52 und 5,33 g, deren Verhältniss 1,514 ist. Der Einfluss des Weber'schen Gesetzes wurde sowohl durch Bestimmung der Reductionsfactoren aufgehoben, als auch durch die Benutzung der geometrischen Mittel statt der arithmetischen. Die Reductionsfactoren waren geringer als bei den früheren Versuchen, vermuthlich eine Folge der Uebung, welche ich mir durch jahrelange Versuche angeeignet habe. Die geometrischen Mittel waren hier übrigens nahezu übereinstimmend mit den reducirten Werthen der arithmetischen Mittel. Bei den Höhen 15, 30, 55 und 90 cm ergaben sich für die Verhältnisse der Höhen nach Elimination des durch das Weber'sche Gesetz bedingten Fehlers die Werthe: 1,507; 1,511; 1,529 u. 1,531. Die Abweichungen dieser Werthe von dem Verhältniss der Gewichte sind so unbedeutend, dass sie vollständig innerhalb der Fehlergrenzen derartiger Versuche liegen. Wir können daher für unsere Versuche die Proportionalität zwischen Schallstärke und Fallhöhe ohne Zweifel zu Grunde legen.

Bei der Untersuchung der Abhängigkeit der Schallstärke vom Gewicht fiel die größere Kugel beständig von der Höhe 20 cm, nur bei der schwersten Kugel musste wegen des zu geringen Rückpralles die Höhe 30 cm gewählt werden. Das Verhältniss der Gewichte war im Durchschnitt 2, nur an der wichtigen Stelle, an welcher eine Aenderung der Schallstärkeverhältnisse eintrat, wurde noch ein Gewicht eingeschoben. Oberflächliche Versuche zeigen hier bereits, dass sehr kleine Kugeln verhältnissmäßig schwache Schallstärken liefern, und ebenso sehr große Kugeln. Dementsprechend ergaben auch die Versuche anfangs größere Verhältnisse für die Höhen als das Gewichtsverhältniss, später jedoch kleinere Werthe. Selbstverständlich wurde auch hier der Einfluss des Weber'schen Gesetzes beseitigt und auf den Wechsel der Zeitfolge Rücksicht genommen.

Bei der Berechnung der Ergebnisse haben wir ein einfacheres Verfahren eingeschlagen als früher. Zunächst wurde auch hier bei der kleinsten Kugel $p = 0{,}45$ g bei der Höhe $h = 10$ cm der Rückprall $h' = 5{,}5$ cm genau ermittelt. Daraus berechnet sich:

$$i = p\,(h - h') = 0{,}45 \cdot 4{,}5$$

d. h.

$$c = \frac{i}{ph} = 0{,}450.$$

Bezeichnen wir alsdann das nächst größere Gewicht mit p_1, die entsprechende Fallhöhe mit h_1, so berechnet sich das diesem Gewicht zukommende c_1 aus der Gleichung:

$$c_1\, p_1\, h_1 = cp\, h$$

d. h.

$$c_1 = \frac{cp\, h}{p_1\, h_1}.$$

Mit dem Gewicht p_1 wird alsdann ein weiteres Gewicht p_2 verglichen und das zugehörige c_2 unter Benutzung des experimentell ermittelten h_2 bestimmt aus:

$$c_2 = \frac{c_1\, p_1\, h}{p_2\, h_2} \text{ u. s. w.,}$$

sodass die allgemeine Formel lautet:

$$c_n = \frac{c_{n-1}\, p_{n-1}\, h}{p_n h_n}.$$

Da sich die Schallstärken jetzt nach der Formel:

$$i = cp\, h$$

berechnen, welche an Stelle der Oberbeck'schen Formel:

$$i = ph^{\varepsilon}$$

oder der von mir angewandten:

$$i = p^{\eta}\, h^{\varepsilon}$$

getreten ist, so ist es zweckmäßig, neben den c auch die Producte cp zu berechnen. Diese sind alsdann einfach mit der benutzten Höhe zu multipliciren, um die Schallstärken zu erhalten.

Wir stellen in der folgenden Tabelle die Werthe c sowie die Producte cp zusammen, welche sich bei Benutzung verschiedener, aber unter sich völlig gleicher Fallbretter ergaben.

Tab. VII.

p	0,067	0,16	0,45	1,06	2,03	3,52	5,33	10,62	20,97	40,25	84,37	164
c	0,410	0,429	0,450	0,471	0,487	0,496	0,497	0,489	0,466	0,432	0,377	0,301
cp	0,0275	0,0686	0,2025	0,4993	0,9886	1,746	2,649	5,193	9,772	17,39	31,81	49,36

Diese Tabelle zeigt eine ähnliche Abnahme der Werthe c wie die früheren. Die Versuche sind die Mittelwerthe aus 3 Versuchsreihen, welche zu Beginn, etwa in der Mitte und zu Ende der eigentlichen Versuche angestellt wurden. Die Bretter wurden nach längerem Gebrauche untauglich, weshalb bei diesen Versuchen höchstens 2 Versuchsgruppen derselben Art angestellt werden konnten.

Für die weiteren Versuche wurde ein gemeinsames Fallbrett von den Dimensionen 90, 13 und 4 cm angewandt. Bei diesem betrug der Rückprall 5,73 cm, und infolgedessen war $c = 0,427$. Bei den Höhen 10, 20, 40 und 80 cm und demselben Gewichtspaare waren die Höhenverhältnisse 1,525; 1,503; 1,501; 1,498, während das Gewichtsverhältniss den unveränderlichen Werth 1,514 hatte. Wiewohl diese Werthe eine geringe Zunahme der Schallstärke mit der Höhe von $h = 20$ cm an ergeben würden, ist dieselbe doch so gering, dass wir auch hier Proportionalität zwischen Schallstärke und Fallhöhe voraussetzen können. Die Untersuchung der Abhängigkeit zwischen Schallstärke und Gewicht lieferte die Ergebnisse der folgenden Tabelle.

Tab. VIII.

p	0,45	1,06	2,03	3,52	5,33	10,62	20,97	40,25	84,37	164
c	0,427	0,450	0,461	0,468	0,467	0,458	0,441	0,415	0,381	0,336
cp	0,1921	0,4770	0,9358	1,647	2,505	4,864	9,248	16,70	32,14	55,10

Sonach geben auch diese Versuche eine anfängliche Zunahme von c mit dem Gewichte und sodann eine Abnahme. Charakteristisch ist die Uebereinstimmung dieser Ergebnisse mit den Oberbeck'schen Versuchen. Versuche mit dem Telephon oder Mikrophon ergeben ja auch ohne weiteres, dass höhere Töne leichter übertragen werden als tiefe. Andererseits ist auch hier die Abnahme der c innerhalb der von Starke untersuchten Grenzen nur unbedeutend.

Für die Versuche nach der Methode der ebenmerklichen Unterschiede, der doppelten Reize und der mittleren Abstufungen wird es sonach von Vortheil sein, bei den maßgebenden Beobachtungsreihen gleich schwere Kugeln, aber möglichst verschiedene Höhen zu benutzen. Da indessen die Abnahme der c von 5 g an eine beständige ist, so können auch bei der Methode der mittleren Abstufungen verschiedene Gewichte angewandt werden. Die Ergebnisse würden eben infolge des Ganges von c kaum wesentliche Unterschiede darbieten, wenn man den Berechnungen auch Proportionalität mit dem Gewicht zu Grunde legen wollte. Die Resultate derjenigen Versuche, welche sich auf große Unterschiede der unveränderlichen Reize beziehen, werden sich, wie wir sehen werden, gerade als besonders interessant erweisen.

A. Die Methode der eben merklichen Unterschiede.

Die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes ist von mir in dem zweiten Theile der bereits genannten Abhandlung für ein großes Gebiet von Schallstärken nachgewiesen worden[1]. Der Raumersparniss wegen wurden nur die Ergebnisse der Schlusstabellen mitgetheilt, welche die Mittelwerthe aus allen Versuchen bei einem Gewichtspaare enthielten. Da bei jedem Gewichtspaare drei Höhen benutzt und bei jeder Höhe vier vollständige Versuchsgruppen angestellt wurden, so sind die von mir mitgetheilten Zahlen jeweils die Mittelwerthe aus 12 Versuchsgruppen, die sich auf drei verschiedene Intensitäten beziehen. Infolgedessen musste von der Mittheilung der von Wundt[2] unter Zugrundelegung der Tischer'schen[3] Versuchsreihe XIV berechneten Größen r_0, $\varDelta_r$, R, $\varDelta$ und $\frac{\varDelta}{r}$ Abstand genommen werden. Wir theilen deshalb an dieser Stelle zunächst die 12 Beobachtungsreihen mit, welche sich auf die erste Reihe

1) Wundt, Philos. Studien, IV, S. 271 f.

2) Wundt, Philos. Studien, I, S. 568 und Physiolog. Psychologie, 3. Aufl. I, S. 366.

3) Wundt, Philos. Studien, I, S. 511.

in Tabelle I (S. 273) beziehen. (Abgedruckt in Wundt, Physiol. Psychologie, 3. Aufl. S. 366, II.) Die oben genannten Größen sind nach folgenden Formeln berechnet[1]):

$$a = \frac{r_o}{r}; \; b = \frac{r}{r_u}; \; \varDelta_r = \frac{r_o - r_u}{2}; \; R = r_o - \varDelta_r; \; \varDelta = R - r.$$

Tab. IX.

r	a	b	r_o	$\varDelta r$	R	$\varDelta$	$\frac{\varDelta}{r}$
125,9	1,403	1,360	176,6	42,05	134,5	8,6	$\frac{1}{15}$
245,4	1,357	1,371	333,1	77,1	256,0	10,6	$\frac{1}{23}$
456,9	1,403	1,376	641,0	154,5	486,5	29,6	$\frac{1}{15}$
125,9	1,344	1,344	169,1	37,7	131,4	5,5	$\frac{1}{23}$
245,4	1,353	1,355	332,0	75,45	256,5	11,1	$\frac{1}{22}$
456,9	1,361	1,372	621,6	145,2	476,4	19,5	$\frac{1}{23}$
125,9	1,366	1,344	171,9	39,1	132,8	6,9	$\frac{1}{18}$
245,4	1,357	1,402	333,1	79,0	254,1	8,7	$\frac{1}{28}$
456,9	1,370	1,367	625,8	145,8	480,0	23,1	$\frac{1}{20}$
125,9	1,403	1,328	176,6	40,9	135,7	9,8	$\frac{1}{13}$
245,4	1,353	1,363	332,0	76,0	256,0	10,6	$\frac{1}{23}$
456,9	1,375	1,376	628,2	148,1	480,1	23,2	$\frac{1}{20}$
Mittelwerthe:	1,370.	1,363.					$\frac{1}{19{,}3}$

Als Ergänzung dienen die Werthe der folgenden Tabelle, welche ebenfalls je einer Versuchsreihe entsprechen und sich auf größere Reizwerthe beziehen.

---

1) Vergl. Wundt, Philos. Studien, I, S. 559 f.

Tab. X.

r	a	b	r_0	Δr	R	Δ	$\frac{\Delta}{r}$
862,9	1,403	1,376	1211	272	939	76,1	$\frac{1}{11}$
1693	1,378	1,352	2332	540	1792	99	$\frac{1}{17}$
3107	1,391	1,367	4322	1024	3298	191	$\frac{1}{16}$
5325	1,373	1,367	7308	1706	5602	277	$\frac{1}{19}$
Mittelwerthe:	1,386.	1,367.					$\frac{1}{16,3}$

Ebenso theilen wir die vollständigen Ergebnisse bei je einer Versuchsgruppe (jedesmal der ersten) der Tabelle II a unserer Abhandlung (S. 274) mit, welche in Wundt, Physiolog. Psychologie, 3. Aufl. I, S. 367 unter III abgedruckt ist. Die Reihen sind hier so gewählt, dass das Verhältniss der aufeinanderfolgenden Reize durchschnittlich etwa 2 ist. (Tab. XI auf der nächsten Seite.)

Die Werthe a dieser Tabellen zeigen im allgemeinen nur unregelmäßige Schwankungen, höchstens der Werth bei dem kleinsten r übertrifft die übrigen um einen nicht unerheblichen Betrag. Indessen ist bei diesen Versuchen, wie auch bei den Versuchen von Tischer, bei den schwachen Reizen mit gespannter Aufmerksamkeit beobachtet worden, während dieselbe bei den Reizen von etwa 20—500 normal war. Ich habe deshalb bei jeder Unterlage eine vollständige neue Versuchsgruppe ausgeführt, bei der nur die obere Schwelle ermittelt und die Aufmerksamkeit nach Möglichkeit constant erhalten wurde. Bei der ersten wurden außer den mir zur Verfügung stehenden Stahlkugeln, deren kleinste das Gewicht 0,45 g besaß, noch zwei Bleikugeln verwandt. Indessen waren die Versuche bei sehr kleinen Reizen bedeutenden Schwankungen unterworfen, weshalb ich mich bei den weiteren Versuchen auf die Benutzung der Stahlkugeln beschränkte.

Wir wenden für die folgenden Tabellen dieselben Bezeichnungen an, wie bei den Versuchen über Licht- und Druckreize, bezeichnen also den constanten Reiz mit r, den eben unterscheidbaren mit r_0 und ihr Verhältniss mit C. MW bezeichnet wieder den Mittelwerth der durch die Klammer abgesonderten Werthe von C.

Tab. XI.

r	a	b	r_0	$\varDelta r$	R	$\varDelta$	$\frac{\varDelta}{r}$
0,48	1,417	1,405	0,68	0,17	0,51	0,03	$\frac{1}{12}$
0,87	1,389	1,345	1,20	0,28	0,92	0,05	$\frac{1}{17}$
2,45	1,372	1,380	3,37	0,79	2,58	0,13	$\frac{1}{19}$
4,71	1,352	1,344	6,36	1,43	4,93	0,22	$\frac{1}{21}$
12,57	1,343	1,361	16,88	3,82	13,06	0,49	$\frac{1}{26}$
25	1,351	1,362	33,77	7,70	26,07	1,07	$\frac{1}{23}$
54,56	1,345	1,366	73,38	16,72	56,66	2,1	$\frac{1}{26}$
116,3	1,346	1,325	156,6	34,42	122,2	5,9	$\frac{1}{20}$
231,4	1,380	1,362	319,2	74,65	244,5	13,1	$\frac{1}{18}$
446,5	1,375	1,333	614,0	139,5	474,5	28	$\frac{1}{16}$
839,9	1,355	1,383	1138	265,3	872,7	32,8	$\frac{1}{26}$
1528	1,370	1,325	2094	470,5	1624	96	$\frac{1}{16}$
2569	1,375	1,346	3532	811,5	2721	152	$\frac{1}{17}$
5115	1,363	1,357	6955	1592	5363	248	$\frac{1}{21}$
Mittelwerthe:	1,367.	1,357					$\frac{1}{19,1}$

Bei Benutzung von zwei unter sich völlig gleichen Fallbrettern erhielt ich die Werthe der folgenden Tabelle. Den Berechnungen der Werthe r und r_0 lagen die Producte cp der Tabelle VII zu Grunde, die benutzten Höhen für r waren 10, 15, 20, 50 und 100 cm.

Tab. XII.

r	0,412	1,030	2,025	4,050	10,12	24,96	49,43	132,4	259,7	488,6	869,4	1590	2468	4936
r_0	0,681	1,521	2,784	5,415	13,18	32,27	63,72	172,4	336,6	640,6	1128	2075	3196	6476
C	1,654	1,477	1,375	1,337	1,302	1,293	1,289	1,302	1,296	1,311	1,297	1,305	1,294	1,312

MW. 1,300.

Bei Anwendung desselben Fallbrettes ergaben sich ähnliche Resultate. Den Berechnungen der Werthe r und r_0 lagen hier die Producte cp der Tabelle VIII zu Grunde, die benutzten Höhen waren 10, 20, 40, 80 und 100 cm.

Tab. XIII.

r	1,92	3,84	9,54	18,72	50,10	100,2	200,4	369,9	668,0	1286	2755	5510
r_0	2,78	5,31	12,64	24,58	65,63	130,7	262,9	477,9	877,8	1665	3637	7180
C	1,446	1,383	1,325	1,313	1,310	1,304	1,312	1,292	1,314	1,295	1,320	1,303

MW. 1,307.

Diese beiden Tabellen zeigen, dass auch bei den Schallempfindungen eine untere Abweichung vom Weber'schen Gesetze vorhanden ist. Dieselbe wird sich je nach der Stärke des Tagesgeräusches bis zu größeren beziehentlich kleineren Werthen von r erstrecken. Da ich meine Versuche in einem nach dem Garten zu gelegenen, von dem Lärm des Tages nach Möglichkeit abgeschlossenen Raume ausführte, so macht sich die untere Abweichung erst bei einem verhältnissmäßig schwachen Reize geltend.

B. Die Methode der doppelten Reize.

Mittels der Methode der doppelten Reize wurde bei Anwendung des alten Apparates eine große Anzahl von Versuchen angestellt. Da die Ergebnisse jedoch ganz ähnliche waren, wie die mittels des neuen Apparates erhaltenen, und da auch bei den Schallversuchen diese Methode von untergeordneter Bedeutung ist, so beschränken wir uns auf die Mittelwerthe aus den Beobachtungsreihen, welche bei Benutzung zweier gleicher Bretter und eines Brettes erhalten wurden. Uebrigens soll nicht verschwiegen werden, dass namentlich bei den früheren Versuchen, welche im Anschluss an jahrelange Versuche über die Prüfung des Weber'schen Gesetzes angestellt wurden, eine bedeutende Uebung im Beurtheilen der Reizstärken die unmittelbare Schätzung der Schallstärken beeinträchtigt haben mag. Es kamen daher auch einzelne Reihen vor, welche mit den Ergebnissen der Versuche nach der Methode der ebenmerklichen Unterschiede sehr nahe übereinstimmten, während andere wieder erheblichere Unterschiede zeigten. Diese Uebung war bei den Versuchen mit dem neuen Apparate minder störend, da über ein Jahr keine Versuche mehr angestellt worden waren, und da die Schallstärken eine wesentlich andere Klangfarbe hatten.

Der Gang der Versuche war der folgende. Der unveränderliche Schallreiz wurde durch irgend eine der zur Verfügung stehenden Kugeln beim Fall von einer constant bleibenden Höhe erzeugt und wirkte stets zuerst. Der Vergleichsschall wurde durch eine gleich schwere Kugel verursacht, deren Fallhöhe erst so lange vergrößert wurde, bis der Schall die doppelte Stärke sicher erreicht zu haben schien. Sodann wurde von einem wesentlich stärkeren Vergleichsschalle ausgegangen, der so lange abgeschwächt wurde, bis die doppelte Stärke noch sicher vorhanden war. Das geometrische Mittel bildete den gesuchten doppelten Reiz. Dieselben Versuche wurden sodann wiederholt, indem der Vergleichsschall zuerst einwirkte. Bei einer zweiten Reihe wurde der constante Reiz mittels des andern Brettes erzeugt, um den Einfluss etwaiger geringer Verschiedenheiten der Fallunterlagen zu beseitigen. Da der an zweiter Stelle einwirkende Reiz bei Schallempfindungen wesentlich überschätzt wird, so ergaben sich beim Wechsel der Zeitfolge verschiedene Werthe. Der Unterschied betrug 3—6 cm bei einer Höhe von 40 cm, also etwa 7—15%. Die angewandten Höhen waren bei dem kleinsten Gewichte (0,45 g) 10 und 20 cm, bei den folgenden Gewichten 20 cm und schließlich bei dem größten Gewichte (164 g) 20 und 50 cm.

Die bei Benutzung zweier Fallbretter erhaltenen Werthe waren die in der folgenden Tabelle verzeichneten. Die Bezeichnungen sind dieselben, wie bei den Gewichtsversuchen. Die Reize wurden mittels der Werthe in Tabelle VII berechnet.

Tab. XIV.

R	2,025	4,05	9,986	19,77	52,98	103,9	195,4	347,8	636,2	987,2	2463
R_1	4,515	8,782	20,74	40,17	105,3	205,6	383,0	671,5	1224	1894	4700
A	1,042	1,038	1,053	1,044	1,041	1,042	1,047	1,046	1,049	1,059	1,041
B	2,230	2,168	2,077	2,032	1,987	1,979	1,960	1,931	1,924	1,919	1,908

Bei Anwendung desselben Fallbrettes dienten zur Berechnung der Reizwerthe die Werthe in Tabelle VIII. Im übrigen wurden dieselben Höhen und Gewichte angewandt.

Tab. XV.

R	1,921	3,842	9,54	18,72	50,10	97,28	185,0	334,0	642,8	1102	2755
R_1	4,428	8,529	20,43	39,01	102,0	194,7	368,0	659,0	1257	2140	5317
A	1,072	1,048	1,064	1,054	1,039	1,047	1,057	1,046	1,038	1,063	1,051
B	2,305	2,220	2,141	2,085	2,035	2,001	1,989	1,973	1,956	1,942	1,930

Die Werthe *A* zeigen auch hier wieder nur unregelmäßige Schwankungen. Es würde jedenfalls eine viel größere Zahl von Versuchen erforderlich sein, um eine anfängliche Abnahme der Werthe *A* zu erhalten, wie es ähnlich den Ergebnissen bei Prüfung des Weber'schen Gesetzes erwartet werden könnte. Die Werthe *B* zeigen hingegen eine durchgängige Abnahme. Dieselbe trat in den einzelnen Reihen nicht mit voller Regelmäßigkeit auf, sondern machte sich erst bei den Gesammtmitteln geltend. Uebrigens ist es gerade bei diesen Versuchen, welche in ihren Ergebnissen naturgemäß größere Abweichungen aufweisen, erforderlich, die Mittelwerthe einer größeren Reihe von Versuchen zu benutzen, statt sich auf die Ergebnisse der Einzelreihen zu stützen.

Da ich im Gebiete der Schallstärken die Prüfung des Weber'schen Gesetzes auf Grund jahrelanger Versuche mittels der Methode der Minimaländerungen und der Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle bereits durchgeführt habe, und da die Versuche nach der Methode der doppelten Reize einerseits an sich am wenigsten Bedeutung beanspruchen, andererseits nur eine Ergänzung der Versuche nach der Methode der mittleren Abstufungen bilden, so wurden vor allem auf Grund dieser letzteren Methode möglichst zahlreiche Versuche ausgeführt. Ich will zuvörderst nur die unmittelbaren Ergebnisse der Versuche nach dieser Methode mittheilen, bevor ich die Resultate der bereits mitgetheilten Versuche des näheren erörtere.

C. Die Methode der mittleren Abstufungen.

Die weitaus größte Anzahl von Versuchen nach der Methode der mittleren Abstufungen wurde unter Anwendung gleich schwerer Gewichte ausgeführt. Die Höhen waren, soweit es der Rückprall erlaubte: 10 und 30, 10 und 50, 10 und 100, sowie 10 und 150 cm. Bei den größeren Gewichten traten an Stelle dieser Höhen 15 und 45, 15 und 75, sowie 15 und 150 cm, bei den zwei schwersten Gewichten schließlich 25 und 75, sowie 25 und 150 cm.

Die Verhältnisse der Reize R_2 und R_1 waren also: 3, 5 (6), 10 und 15. Der mittlere Reiz wurde einerseits ermittelt, indem einmal die Reihenfolge $R_1\ R_m\ R_2$ angewandt wurde, sodann die Reihenfolge $R_2\ R_m\ R_1$. Ueberdies wurde bei Anwendung dreier Fallbretter eine Auswechslung derselben vorgenommen, so dass jeder der drei einwirkenden Reize in je einer Versuchsreihe auf jedem Fallbrette erzeugt wurde. Die Unterschiede beim Wechsel der Zeitfolge waren gering, sie waren wesentlich bedeutender bei Benutzung verschieden schwerer Kugeln, beziehentlich größerer Unterschiede zwischen R_2 und R_1. Wir wollen daher, anstatt ein einzelnes Beispiel mitzutheilen, bei zwei Versuchsgruppen die Ergebnisse für jede Zeitfolge gesondert anführen. Für die Versuche bei Anwendung gleich schwerer Kugeln wurden die Reize nach Tabelle VII berechnet. Wir wollen die Ergebnisse derjenigen Reihen, bei denen das Verhältniss zwischen R_2 und R_1 3, 5 (6) oder 10 (15) war, in je einer Tabelle zusammenfassen. Die Bezeichnungen sind die nämlichen wie bei den Gewichtsversuchen. P bezeichnet das angewandte Gewicht in Grammen.

Tab. XVI.

P	R_1	R_2	R_m	R_g	R_a	F_g	F_a
0,45	2,025	6,075	4,060	3,508	4,050	0,157	0,002
1,06	4,993	14,98	9,911	8,648	9,986	0,146	—0,006
2,03	9,886	29,66	19,88	17,12	19,77	0,161	0,006
5,33	39,73	119,2	80,39	68,81	79,46	0,169	0,012
10,62	77,89	233,7	155,0	134,9	155,8	0,149	—0,005
20,97	146,6	439,8	305,4	253,9	293,2	0,203	0,042
40,25	260,8	782,4	524,6	451,7	521,6	0,161	0,006
84,37	795,2	2386	1600	1377	1591	0,162	0,006
164	1234	3702	2461	2137	2468	0,152	—0,003

Tab. XVII.

P	R_1	R_2	R_m	R_g	R_a	F_g	F_a
0,45	2,025	10,12	6,146	4,528	6,072	0,358	0,012
1,06	4,993	24,96	14,93	11,16	14,98	0,338	—0,003
2,03	9,886	49,43	29,15	22,10	29,66	0,319	—0,010
5,33	39,73	198,7	118,1	88,83	119,2	0,329	—0,009
10,62	77,89	389,5	231,7	174,2	233,7	0,330	—0,009
20,97	146,6	733,0	435,8	327,7	439,8	0,330	—0,009
40,25	260,8	1304	773,3	583,2	782,4	0,326	—0,012
84,37	795,2	4771	2551	1948	2783	0,310	— 0,083
164	1234	7404	3915	3023	4319	0,295	—0,094

Tab. XVIII.

P	R_1	R_2	R_m	R_g	R_a	F_g	F_a
0,45	2,025	20,25	11,39	6,402	11,14	0,779	—0,023
1,06	4,993	49,93	27,89	16,79	27,46	0,662	0,016
2,03	9,886	98,86	55,89	31,26	54,37	0,788	0,028
5,33	39,73	397,3	210,8	125,6	218,5	0,678	—0,035
10,62	77,89	778,9	411,8	246,3	428,4	0,672	—0,039
20,97	146,6	1466	757,3	463,5	806,3	0,629	—0,061
40,25	260,8	2608	1330	824,7	1434	0,613	—0,073
0,45	2,025	30,37	15,16	7,842	16,20	0,933	—0,064
1,06	4,993	74,89	38,25	19,34	39,94	0,978	—0,042
2,03	9,886	148,3	75,9	38,29	79,09	0,982	—0,040

Bei einer zweiten Gruppe von Versuchen wurde R_1 stets durch den Fall der Kugel 0,45 g von der Höhe 25 cm erzeugt, während R_2 der Reihe nach durch die übrigen Gewichte und verschiedene Höhen erhalten wurde. Wir geben in der folgenden Tabelle unter P und H die für R_2 verwandten Gewichte und Höhen an und lassen die Columne R_1 weg, da dieser Reiz unverändert 5,062 war. Die Verhältnisse von R_2 zu R_1 wachsen von 2 bis zu 731.

Tab. XIX.

P	H	R_2	R_m	R_g	R_a	F_g	F_a
0,45	50	10,12	7,563	7,157	7,591	0,057	—0,004
1,06	50	24,96	14,73	11,50	15,01	0,281	—0,019
2,03	50	49,43	25,90	15,82	27,24	0,638	—0,049
2,03	100	98,86	44,59	22,37	51,96	0,993	—0,142
5,33	75	198,7	79,25	31,71	101,9	1,499	—0,222
10,62	75	389,5	141,6	44,41	197,3	2,189	—0,282
20,97	75	733,0	244,8	60,92	369,0	3,018	—0,336
40,25	75	1304	384,7	81,25	654,0	3,735	—0,412
84,37	75	2386	604,2	109,9	1196	4,498	—0,495
164	75	3702	893,9	136,9	1854	5,530	—0,518

Um den Unterschied in der Zeitfolge des näheren zu erforschen, wurden bei den zwei nächsten Versuchsgruppen die Versuche für jede Zeitfolge besonders angestellt. Die Versuche beziehen sich zunächst wieder auf ähnliche Reize wie bei der vorigen Tabelle. Der Reiz R_1 hatte wieder den Werth 5,062. Der Raumersparniss halber wollen wir nur die Reizwerthe R_2 angeben, die durch die verschiedenen Gewichte bei der Höhe 50 cm erhalten wurden. Die zuerst angegebenen Werthe R_m, F_g und F_a beziehen sich auf die Reizfolge R_1 R_m R_2, die drei letzten Verticalreihen enthalten die entsprechenden Werthe für die umgekehrte Reihenfolge R_2 R_m R_1.

Tab. XX.

R_2	R_g	R_a	R_m	F_g	F_a	R_m	F_g	F_a
10,12	7,157	7,591	7,560	0,056	—0,004	7,558	0,056	—0,005
24,96	11,24	15,01	14,89	0,325	—0,008	13,19	0,174	—0,121
49,43	15,82	27,25	26,70	0,690	—0,020	21,62	0,367	—0,207
132,5	25,90	68,76	65,58	1,532	—0,046	43,59	0,683	—0,366
259,6	36,25	132,3	121,6	2,355	—0,081	75,10	1,072	—0,432
488,6	49,73	246,8	216,9	3,362	—0,121	124	1,493	—0,498
869,5	66,34	437,3	354,9	4,349	—0,188	201,0	2,031	—0,540
1590	89,71	797,5	596,0	5,644	—0,253	324,7	2,619	—0,593
2468	111,8	1237	831,8	6,440	—0,328	481,1	3,303	—0,611

Bei der nächsten Gruppe behielt nicht R_1, sondern R_2 den unveränderlichen Werth 2468, welcher durch den Fall der Kugel 164 g von der Höhe 50 cm erzeugt wurde. Die Reize R_1 wurden durch die übrigen Gewichte beim Fall von der Höhe 50 cm erhalten, nur beim kleinsten fand noch die Höhe 25 cm Verwendung. Zunächst sind wieder die Werthe für die Reihenfolge R_1 R_m R_2 angegeben, sodann die entsprechenden Werthe für R_2 R_m R_1.

Tab. XXI.

R_1	R_g	R_a	R_m	F_g	F_a	R_m	F_g	F_a
1590	1981	2029	2043	0,031	0,007	2026	0,023	—0,002
869,5	1465	1669	1675	0,143	0,004	1659	0,132	—0,006
488,6	1098	1478	1479	0,347	0,001	1453	0,323	—0,017
259,6	800,4	1364	1340	0,674	—0,018	1249	0,560	—0,084
132,5	571,8	1300	1207	1,111	—0,072	1071	0,873	—0,176
49,43	349,3	1259	1109	2,175	—0,119	925,6	1,650	—0,265
24,96	248,2	1246	1015	3,089	—0,185	749,5	2,020	—0,398
10,12	158,0	1239	946,5	4,990	—0,236	630,8	2,992	—0,491
5,062	111,8	1237	875,0	6,826	—0,293	514,7	3,604	—0,584

Bei einer letzten Gruppe wurden für das Verhältniss $\frac{R_2}{R_1}$ Werthe gewählt, welche nur ungefähr dem Unterschied um die doppelte Schwelle entsprachen. Bei diesen Versuchen sollte man vermuthen, dass sich der geometrische Mittelwerth sicher ergeben würde. Was zunächst die Versuche selbst anlangt, so erfordern sie nächst einer größeren Aufmerksamkeit eine möglichst genaue Elimination aller constanten Fehler. Die Unterschiede zwischen den beiden Zeitfolgen sind unbedeutender, als bei allen bereits mitgetheilten Versuchsgruppen, auch zeigen die Ergebnisse der Einzelreihen nur geringe Verschiedenheiten. Wir haben uns daher wieder an die Gesammtmittel aller Versuche einer vollständigen Gruppe zu halten. Die Reize R_1 und R_2 wurden der Reihe nach durch das kleinste Gewicht bei Benutzung der Höhen 10 und 17 cm, sodann bis zum größten Gewicht bei Anwendung der Höhen 20 und 35 cm und schließlich bei dem letzteren Gewicht noch bei den Höhen 45 und 80 sowie 90 und 160 cm erhalten. Die gleichzeitig zur Verwendung kommenden Kugeln waren gleich schwer. Die geringeren Höhen bis zu 35 cm erwiesen sich hier insofern als vortheilhafter, als bei ihnen ein Unterschied in der Klangfarbe bei Benutzung verschiedener, aber unter sich gleicher Bretter kaum zu bemerken war. Die bei größeren Höhen auftretenden geringen Unterschiede mussten durch den Wechsel der Fallbretter nach Möglichkeit eliminirt werden.

Tab. XXII.

P	R_1	R_2	R_m	R_g	R_a	F_g	F_a
0,45	2,025	3,442	2,731	2,58	2,733	0,059	−0,001
0,45	4,05	7,087	5,572	5,357	5,568	0,040	+0,001
1,06	9,986	17,48	13,63	13,21	13,73	0,032	+0,007
2,03	19,77	34,60	27,40	26,15	27,18	0,048	+0,008
5,33	52,98	92,71	72,87	70,08	72,84	0,040	0,000
10,62	103,9	181,7	144,9	137,4	142,8	0,055	+0,015
20,97	195,4	342,0	276,1	258,5	268,7	0,068	+0,027
40,25	347,8	608,6	488,9	460,1	478,2	0,063	+0,022
84,37	636,2	1113	881,5	841,5	874,6	0,048	+0,008
164	987,2	1728	1397	1306	1358	0,070	+0,021
164	2221	3949	3081	2962	3085	0,040	−0,001
164	4442	7898	6205	5923	6170	0,048	+0,006

Die Versuche bei Benutzung eines Fallbrettes ergaben im wesentlichen die nämlichen Resultate, nur die Unterschiede bei den verschiedenen Zeitfolgen waren nicht so bedeutend. Ich theile der Raumersparniss wegen nur die Mittel der wichtigsten Versuchsgruppen mit. Die erste Tabelle entspricht den Versuchen in Tabelle XXII, die zweite am genauesten den Versuchen der Tabelle XVII und die letzte den Versuchen der Tabelle XIX. Der Reiz R_1 war im letzteren Falle stets 4,802.

Tab. XXIII.

P	R_1	R_2	R_m	R_g	R_a	F_g	F_a
0,45	1,921	3,266	2,687	2,504	2,593	0,073	0,036
0,45	3,842	6,723	5,375	5,082	5,282	0,058	0,018
1,06	9,540	16,69	13,02	12,62	13,11	0,032	— 0,007
2,03	18,72	32,75	26,1	24,76	25,73	0,054	0,010
5,33	50,10	87,67	68,74	66,27	68,88	0,022	— 0,002
10,62	97,28	170,2	134,9	128,7	133,7	0,048	0,009
20,97	185	323,7	255,2	244,7	254,3	0,043	0,004
40,25	334	584,5	465,1	441,8	459,2	0,053	0,013
84,37	642,8	1125	883,8	850,4	883,9	0,039	0
164	1102	1928	1527	1458	1515	0,047	0,008
164	2479	4408	3471	3306	3443	0,050	0,008
164	4959	8816	6981	6612	6887	0,056	0,014

Tab. XXIV.

P	R_1	R_2	R_m	R_g	R_a	F_g	F_a
0,45	1,921	7,684	4,787	3,842	4,802	0,246	—0,003
0,45	3,842	15,37	9,605	7,684	9,608	0,242	—0,001
1,06	9,54	38,16	23,73	19,08	23,85	0,243	—0,005
2,03	18,72	74,88	46,75	37,44	46,80	0,249	—0,001
5,33	50,1	200,4	125,6	100,2	125,2	0,253	0,003
10,62	97,28	391,1	242,2	195,1	244,2	0,241	—0,008
20,97	185	740	456,9	370,0	462,5	0,235	—0,012
40,25	334	1336	832,5	668,0	835,0	0,246	—0,003
84,37	642,8	2571	1594	1286	1607	0,239	—0 008
164	1102	4408	2762	2204	2755	0,253	0,003

Tab. XXV.

P	H	R_2	R_m	R_g	R_a	F_g	F_a
0,45	50	9,605	7,292	6,791	7,203	0,074	0,012
1,06	50	23,85	14,22	10,70	14,33	0,329	—0,008
2,03	50	46,79	24,92	14,99	25,80	0,662	—0,034
2,03	100	93,58	42,11	21,20	49,19	0,982	—0,144
5,33	75	187,9	73,92	30,04	96,35	1,464	—0,233
10,62	75	364,8	130,6	41,85	184,8	2,121	—0,293
20,97	75	693,6	216,2	57,71	347,2	2,746	—0,377
40,25	75	1252	339,1	77,54	628,4	3,373	—0,456
84,37	75	2410	561,0	107,6	1207	4,214	—0,535
164	75	4132	814,1	140,9	2068	4,778	—0,606

Ein Blick auf sämmtliche Tabellen zeigt zunächst, dass die Abweichungen F_g überall die Werthe F_a wesentlich an Größe übertreffen. Ferner zeigen sowohl die Größen F_g als auch F_a ein unverkennbares Wachsthum mit der Zunahme der Verhältnisse $\frac{R_2}{R_1}$. Bei wachsenden Reizen, aber constantem Verhältniss $\frac{R_2}{R_1}$ zeigen die Abweichungen indessen nur unregelmäßige Schwankungen. Was im besondern die Abweichungen vom arithmetischen Mittel anlangt, so sind dieselben bei den kleinsten Verhältnissen $\frac{R_2}{R_1}$, welche die Werthe 1,75 und 3 hatten, vorwiegend positiv, d. h. die Methode der mittleren Abstufungen liefert hier größere Werthe als die arithmetischen Mittel, ein Ergebniss, welches vollständig den Erwartungen widerspricht. Bei dem Verhältniss 5 (6) haben die F_a bereits kleine negative Werthe; mit der Zunahme des Verhältnisses wachsen die F_a beständig und erreichen schließlich eine nicht unbedeutende Höhe, wenn sie freilich auch weit hinter den Werthen F_g zurückbleiben. Bemerkenswerth ist der bedeutende Unterschied der Abweichungen bei den verschiedenen Zeitfolgen. Derselbe wächst ebenfalls beständig mit der Zunahme der Verhältnisse $\frac{R_2}{R_1}$. Die Abweichungen F_a erreichen bei der Zeitfolge $R_2\, R_m\cdot R_1$ schließlich den doppelten Werth der nämlichen Abweichungen bei der entgegengesetzten Zeitfolge. Der Werth R_m wird also beinahe doppelt so groß gefunden, wenn die Reize nach ihrer Stärke auf einander folgen, als wenn der stärkste Reiz beginnt, vorausgesetzt, dass sich die Reize R_2 und R_1 wesentlich unterscheiden.

D. Die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindungsschätzung.

Die Versuche nach der Methode der ebenmerklichen Unterschiede erweisen das Weber'sche Gesetz über ein großes Gebiet von Reizstärken als gültig, nur bei sehr kleinen Reizen zeigen die Verhältnisse $C = \frac{r_o}{r}$ eine Zunahme. Die Versuche nach der Methode der doppelten Reize zeigen eine beständige Abnahme der Verhältnisse B; bei den kleineren Reizen übertrifft dieser Werth die Größe 2, während er bei den größeren kleiner als 2 ist. Da ferner die Versuche nach der Methode der mittleren Abstufungen bis zum Verhältniss $\frac{R_2}{R_1} = 5$ mit größter Annäherung die arithmetischen Mittel ergeben und erst bei größeren Verhältnissen erheblichere Abweichungen sich zeigen, die aber bei weitem nicht an die Abweichungen vom geometrischen Mittel heranreichen, so ist bei diesen Versuchen die Anwendung der Verhältnisshypothese außer allen Zweifel gestellt. Wir berechnen demnach ganz wie früher zunächst die Werthe k für die Versuchsergebnisse der Tabelle XII. Wählen wir dabei für den Anfangsreiz 0,412 für k den Werth 1, so ergeben sich für die übrigen k die Werthe der folgenden Tabelle:

Tab. XXVI.

R	0,412	1,064	2,203	4,081	7,213	12,31	24,96	4936
k	1	0,655	0,534	0,487	0,466	0,461	0,460	0,460
E	0,412	0,696	1,177	1,989	3,361	5,680	11,48	2271

Da es jedoch nur auf die Verhältnisse ankommt, so wollen wir durch Multiplication von k mit einem geeigneten Factor (1,44) die obigen Werthe so umgestalten, dass sich für den Reiz $R = 1$ für k der Werth 1 ergibt. Dadurch werden die Ergebnisse mit denen der Gewichtsversuche unmittelbar vergleichbar, soweit überhaupt eine Vergleichung thunlich ist. Die Reize kleiner als 1 wollen wir fortlassen, da für diese die Versuche überhaupt nicht von gleicher Bedeutung sind wie für die größeren Reize. Alsdann geht die obige Tabelle über in:

Tab. XXVII.

R	1	2,203	4,081	7,213	12,31	24,96	4936
k	1	0,769	0,701	0,671	0,664	0,662	0,662
E	1	1,694	2,861	4,840	8,174	16,52	3268

Für Tabelle XII wollen wir für den Anfangsreiz $R = 1,92$ für k den Werth 0,800 wählen, um die Ergebnisse mit denen der vorigen Tabelle vergleichen zu können. Ueberdies berechnen wir hier wieder die Fechner'schen Werthe E_F, sowie die ε der Plateau'schen Formel.

Tab. XXVIII.

R	1,92	3,892	5,379	7,310	12,96	22,28	5510
k	0,800	0,674	0,637	0,609	0,591	0,588	0,588
E	1,536	2,623	3,426	4,451	7,659	13,10	3240
E_F	1,536	3,199	3,960	4,682	6,030	7,306	20,28
ε	0,658	0,709	0,732	0,750	0,794	0,829	0,938

Hiernach beträgt, falls bei dem Reize 1 alle Energie in Empfindung sich umsetzt, der Bruchtheil der in Empfindung übergehenden Energie bei dem Reize 5510 nur etwa $\frac{3}{5}$, während der entsprechende Werth bei den Licht- und Gewichtsreizen sich etwa zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{6}$ bewegte. Dementsprechend ist die Abnahme der k hier wesentlich unbedeutender, als bei den früher untersuchten Reizgebieten. Bereits von dem Reize 22,28 an erweisen sich die k bis zum höchsten Reize 5510 constant. Auf Grund der Tabelle XXVI entspricht einer 11980fachen Vergrößerung des Reizes eine 5512fache Steigerung der Empfindung, während die entsprechenden Zahlen in Bezug auf Tabelle XXVIII 2870 und 2110 sind.

Die untere Abweichung vom Weber'schen Gesetze ist bei den Schallempfindungen z. Th. durch das Tagesgeräusch und die schwachen Geräusche bedingt, welche bei Ausführung der Versuche unvermeidlich hervorgerufen werden. Nimmt man hier den von Nörr gefundenen Reizschwellenwerth 0,15 Grammcentimeter an, so berechnet sich der zu den Schallstärken, wie sie von uns bestimmt worden sind, noch hinzutretende Zuwachs r nach der Formel:

$$\frac{r + 0{,}15}{r} = 1{,}3 \text{ d. h. } r = 0{,}5.$$

Auf Grund dieses Werthes würde nach Tabelle XXVIII zu einer 3240fachen Empfindungssteigerung nur eine 3673fache Reizsteigerung erforderlich sein. Nimmt man die Schwelle etwa gleich 0,2 an, so würden sich Reiz- und Empfindungszunahme beinahe völlig decken. Nach unseren Erfahrungen halten wir indessen den von Nörr gefundenen Schwellenwerth für zu hoch, sodass möglicherweise auch noch andere Gründe für die untere Abweichung vom Weber'schen Gesetze geltend zu machen sind.

Wir geben zum Zweck einer genaueren Vergleichung der Ergebnisse dieser Versuche mit den entsprechenden über Licht- und Gewichtsreize eine graphische Darstellung der Werthe E, E_F und k in Tabelle XXVIII. Die Curven E', E'_F und k' sind im zehnfachen Maßstabe dargestellt, um den Unterschied zwischen unseren Werthen und den Fechner'schen bei kleinen Reizen klarer zu veranschaulichen. Auch hier unterscheiden sich die Curven E kaum wesentlich von geraden Linien, während die Curven k mit einer Parabel oder einem Hyperbelast zu vergleichen sind. Während sich aber hier im Vergleich zu den früheren Zeichnungen die Linien E viel weiter von der Abscissenachse entfernen, bleiben umgekehrt die Curven k in größerem Abstande von dieser.

Die Uebereinstimmung der Ergebnisse über Licht-, Gewichts- und Schallreize im allgemeinen lässt vermuthen, dass sich die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung durch eine einzige Gleichung darstellen lassen dürfte, in welcher für die verschiedenen Empfindungsgebiete nur verschiedene Constanten einzusetzen sein dürften. Wir werden dieser Frage im nächsten Capitel näher treten, während wir uns jetzt zur näheren Besprechung der Resultate der Versuche nach der Methode der doppelten Reize wenden.

Setzen wir bei Tabelle XIV die Curve der k nach rückwärts bis zum Reize 1 fort und berechnen wir in derselben Weise wie früher die Coefficienten k, sowie die Verhältnisse $\frac{E_1}{E}$ und die Differenzen $D = 2 - \frac{E_1}{E}$, so erhalten wir die Werthe der folgenden Tabelle. Für die Berechnung der $\frac{E_1}{E}$ liegen die k der Tabelle XXVII zu Grunde.

Tab. XXIX.

R	1	2,275	5,055	10,84	22,36	45,30	90,23	178,7	351,3	677,9	1304	2498	4760
k	1	0,879	0,791	0,739	0,716	0,706	0,709	0,716	0,729	0,755	0,785	0,820	0,860
E	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096
$\frac{E_1}{E}$	—	1,740	1,861	1,932	1,961	1,974	1,977	1,978	1,976	1,971	1,966	1,961	1,957
D	—	0,260	0,139	0,068	0,039	0,026	0,023	0,022	0,024	0,029	0,034	0,039	0,043

Die entsprechenden Werthe der Tabelle XV sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt; bei Berechnung der Verhältnisse $\frac{E_1}{E}$ wurden die k der Tabelle XXVIII zu Grunde gelegt.

Tab. XXX.

R	1	2,400	5,467	11,96	25,35	52,37	106,4	212,7	422,2	830,6	1619	3132	6042
k	1	0,833	0,732	0,669	0,631	0,611	0,601	0,602	0,606	0,616	0,633	0,654	0,678
E	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096
$\frac{E_1}{E}$	—	1,800	1,866	1,936	1,965	1,985	1,992	1,993	1,992	1,990	1,985	1,981	1,976
D	—	0,200	0,134	0,064	0,035	0,015	0,008	0,007	0,008	0,010	0,015	0,019	0,024

Vergleichen wir die k dieser Versuche mit den entsprechenden der Methode der Minimaländerungen, so zeigt sich, dass jene k die jetzt gefundenen mehr oder weniger an Größe übertreffen. Doch ist der Unterschied weniger von Belang im Vergleich mit den entsprechenden Ergebnissen bei den Licht- und Gewichtsreizen. Während bei ersteren entweder nur eine geringe Abnahme bei den kleineren Reizen hervortrat, oder sogar eine beständige Zunahme sich zeigte, während ferner bei den Gewichtsreizen die Abnahme bis zu den mittleren Reizgrößen sich erstreckte, der Unterschied der beiderseitigen k aber z. Th. noch ziemlich beträchtlich war (mit Ausnahme derjenigen Versuche, bei denen der Contrast nach Möglichkeit ausgeschlossen war), so erreichen die k in Tabelle XXX bei den mittleren Reizen beinahe die entsprechenden Werthe der Versuche nach der Methode der Minimaländerungen. Dementsprechend sind auch die Differenzen D hier wesentlich kleiner als bei den Lichtreizen und bei denjenigen Versuchen über Gewichtsreize, bei denen der Contrast nicht ausgeschlossen war. Immerhin zeigen die durchweg positiven Werthe der Differenzen D, dass auch hier der Contrast eine Rolle spielt. Wahrscheinlich infolge der großen Unterschiedsschwelle tritt bei Schallreizen die Wirkung des Contrastes erst bei größeren Reizunterschieden deutlicher hervor.

Nach Tabelle XXIX würde einer 4936fachen Reizsteigerung etwa eine 4388fache Steigerung der Empfindung entsprechen, während auf Grund der Tabelle XXVII die Empfindungszunahme nur 3268 betrug. Geringer würde der Unterschied bei den Tabellen XXIX und XXX sein.

Für die Ergebnisse der Versuche nach der Methode der mittleren Abstufungen wollen wir eine etwas andere Behandlungsweise eintreten lassen, als bei den Versuchen über Licht- und Gewichtsempfindungen. Die Werthe k_m wurden dort nach der Formel:

$$\text{I.} \quad k_m = \frac{k_1 R_1 + k_2 R_2}{2 R_m}$$

berechnet und für k_1 und k_2 die Werthe zu Grunde gelegt, welche die Methode der ebenmerklichen Unterschiede lieferte. Infolgedessen zeigen die Werthe k_m, welche früher berechnet wurden, nur die Abweichungen, welche sich bei jeder einzelnen Bestimmung herausstellen. Je mehr die gefundenen Werthe k_m die entsprechenden

Werthe der Methode der Minimaländerungen übertreffen, um so mehr weicht die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung von der Proportionalität ab. Wendet man die Methode der mittleren Abstufungen im Delboeuf'schen Sinne an, d. h. ermittelt man zu R_1 und R_m den Werth R_2, so ist es möglich, die k unabhängig von der Methode der ebenmerklichen Unterschiede zu berechnen, falls man mit dem Reize $R_1 = 0$ beginnt und für einen Reiz das k willkürlich wählt. Die Formel für die Berechnung der k lautet dann:

$$\text{II.}\quad k_2 = \frac{2 k_m R_m - k_1 R_1}{R_2}.$$

Dieselbe geht für $R_1 = 0$ über in:

$$\text{II.}\quad k_2 = \frac{2 k_m R_m}{R_2},$$

worin für k_m ein willkürlicher Werth zu setzen ist.

Bei der nächsten Beobachtungsreihe bilden R_m und R_2 die Ausgangsreize R_1 und R_m und hierzu ist wieder R_2 zu ermitteln, dessen k sich nach Formel II berechnet. Als nächste Ausgangsreize wählt man wieder die zuletzt erwähnten R_m und R_2 u. s. w. Da indessen bei geringen Unterschieden zwischen R_1 und R_2 die Versuche das arithmetische Mittel mit großer Annäherung ergeben haben, so kann man für die beiden ersten Werthe k_m und k_1 die Werthe der Methode der ebenmerklichen Unterschiede benutzen und dann alle übrigen k auf Grund der Ergebnisse der Methode der mittleren Abstufungen berechnen. Wir werden nach Abschluss der vorliegenden Versuche, welche sich noch auf das Gebiet der Temperaturempfindungen erstrecken sollen, die Ergebnisse einzelner Versuchsreihen mittheilen, welche unmittelbar nach der Delboeuf-schen Methode angestellt wurden und von den Versuchen nach der Methode der ebenmerklichen Unterschiede völlig unabhängig sind. Dieselben gewinnen vor allem wegen der veränderten Einflüsse des Contrastes eine besondere Beachtung. Im folgenden wollen wir auch für diejenigen Reihen nach der Methode der mittleren Abstufungen, für welche sich die größten und steigende Abweichungen vom arithmetischen Mittel ergaben, eine Berechnung der k im oben angegebenen Sinne vornehmen. Da bei diesen Versuchen die Reize nicht in der oben geschilderten Weise aufeinanderfolgten, muss von vorn herein für die k eine Curve gezeichnet werden, aus der die k_m beziehentlich k_1 zu entnehmen sind. Nur in vereinzelten Fällen erweist es sich dabei als nöthig, die Curve um ein geringes über das berechnete Gebiet hinaus zu erweitern. Letzteres ist in allen den Fällen nöthig, in denen das R_m der folgenden Horizontalreihe größer ist als das R_2 der vorhergehenden Reihe.

Von den Versuchen über Schallreize können die Reihen XVI, XVII, XVIII, XXII, XXIII und XXIV bei Berechnung der k völlig unbeachtet bleiben; denn bei ihnen sind die Abweichungen vom arithmetischen Mittel theils positiv, theils so klein, dass ein wesentlich anderes Verhältniss zwischen Reiz und Empfindung, als das bei den Versuchen nach der Methode der ebenmerklichen Unterschiede erhaltene, sich nicht ergibt. Die Versuche dieser Beobachtungsreihen sprechen daher ganz entschieden für die Benutzung der Verhältnisshypothese in dem von mir vertretenen Sinne. Werden die Unterschiede zwischen R_1 und R_2 bedeutender, so entfernt sich infolge des Contrastes R_m mehr und mehr vom arithmetischen Mittel. So dürften sich die Ergebnisse der Tabelle XX möglicherweise durch folgende Ursachen erklären. Der Reiz R_1 ist verhältnissmäßig klein, auf ihn folgt, wenn R_2 wesentlich größer ist, ein ebenfalls viel stärkerer Reiz R_m, der gegen R_1 durch den successiven Contrast gehoben wird. Da die Contrastwirkung zwischen R_m und R_2 aber bedeutend geringer ist, so wird R_m kleiner gefunden, als das arithmetische Mittel zwischen R_1 und R_2. In bei weitem stärkerem Maße macht sich der Contrast bei entgegengesetzter Reihenfolge der Reize geltend. Hier wirkt zunächst ein überaus starker Reiz ein, sodann ein zweiter ebenfalls noch ziemlich starker und schließlich ein verhältnissmäßig schwacher Reiz. Letzterer wird durch den Contrast herabgedrückt und so R_m ebenfalls wieder zu klein gefunden. Noch deutlicher aber als bei den Licht- und Gewichtsversuchen scheint sich bei den Schallversuchen bei großer Verschiedenheit der Reize R_1 und R_2 eine andere Beurtheilungsweise geltend zu machen. Sind R_1 und R_2 nur wenig verschieden, so liegt für die Bestimmung des mittleren Reizes keinerlei Zweifel vor. Schwieriger gestalten sich die Versuche, wenn R_1 und R_2 wesentlich verschieden sind. Hier kommt die Erwägung mit in Frage, dass R_m viele Male größer ist als R_1, während R_2 den Werth R_m keineswegs so oft übertrifft. Es macht sich also mehr und mehr eine unmittelbare Beurtheilung der Verhältnisse anstatt der Differenzen bei Zunahme des Unterschiedes zwischen R_2 und R_1 geltend. Dies zeigt sich auch daran, dass bei geringeren Unterschieden zwischen R_1 und R_2 die Reize R_1, R_m und R_2 gewissermaßen als eine gleichmäßig abgestufte Gruppe aufgefasst werden, während bei größeren Unterschieden mehr eine Beurtheilung von Reiz zu Reiz stattfindet, d. h. jeder folgende Reiz immer mehr und mehr nur nach dem unmittelbar vorangehenden beurtheilt wird.

Da also bei diesen Versuchen eine theilweise bewusste Beurtheilung gleicher Verhältnisse statt gleicher Unterschiede stattfindet, können dieselben, nach unseren auf der Unterschiedshypothese beruhenden Formeln berechnet, nicht das wahre Verhältniss der Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung geben. Immerhin ist es von Interesse, wenigstens für jedes Reizgebiet bei einer ausführlichen Reihe die Werthe k in der oben geschilderten Weise zu berechnen. Wir werden daraus zugleich erkennen, in welcher Weise die Abweichungen der nach der Formel für k_m berechneten Werthe von den entsprechenden Werthen der Methode der Minimaländerungen zu beurtheilen sind. Wir theilen in der nächsten Tabelle die Werthe der nach Formel II berechneten k für die Tabelle XIX mit. Außer diesen Werthen geben wir noch die Differenzen D an, welche sich im Vergleich mit den entsprechenden Werthen der Methode der Minimaländerungen ergeben.

Tab. XXXI.

R	1	5,062	10,12	24,96	49,43	98,86	198,7	389,5	733,0	1304	2386	3702
k	1	0,687	0,658	0,631	0,589	0,506	0,412	0,340	0,253	0,199	0,142	0,111
D	0	0	0,008	0,031	0,073	0,156	0,250	0,322	0,409	0,463	0,520	0,551

Für die Lichtversuche[1]) wählen wir Tabelle IX, für welche die in der früheren Weise berechneten k in Tabelle XXVIII der unten angegebenen Abhandlung enthalten sind.

1) Wundt, Philos. Studien, IV, S. 567 u. 585.

Tab. XXXII.

R	0,5	1	2	4	8	16	32	48	96	192	384	768	1536
k	1	0,726	0,531	0,386	0,262	0,194	0,117	0,081	0,050	0,031	0,019	0,013	0,008
D	0	0	0,003	0,029	0,074	0,090	0,137	0,163	0,187	0,206	0,218	0,224	0,229

Für die Gewichtsversuche[1]) wählen wir schließlich Tabelle XXIII, um gleichzeitig ein Beispiel zu haben, in welchem das Verhältniss der constanten Reize R_2 und R_1 ein constantes und zwar 10 war. Die entsprechenden k auf Grund der früheren Berechnungsweise finden sich am unten angegebenen Orte in Tabelle XLV.

Tab. XXXIII.

R	1	2	5	10	20	50	100	200	500	1000	2000	5000
k	1	0,617	0,372	0,262	0,199	0,132	0,101	0,075	0,050	0,036	0,028	0,019
D	0	0	0,001	0,016	0,024	0,051	0,063	0,088	0,113	0,127	0,135	0,144

Auf Grund der Tabelle XXXI entspricht einer 3702 fachen Steigerung des Reizes nur eine 411 fache Vergrößerung der Empfindung, während die Empfindungszunahme auf Grund der Versuche nach der Methode der ebenmerklichen Unterschiede eine 2451 fache war. Trotzdem wird dabei das logarithmische Abhängigkeitsverhältniss noch bei weitem nicht erreicht. Auf Grund der Tabelle XXXII sind die Empfindungszunahmen 25, beziehentlich 728, während die Reizsteigerung 3072 ist. Die Zahl 25 nähert sich am meisten dem logarithmischen Abhängigkeitsverhältniss; doch würde sich bei letzterem eine noch viel kleinere Zahl ergeben, da die Abweichungen F_g auch bei diesen Versuchen die Abweichungen F_a weit übertreffen. Für Tabelle XXXIII ergeben sich endlich die folgenden, den obigen Zahlen entsprechenden Werthe: 95, 815 und 5000. Dieselben stehen, nach der Fechner'schen Formel verglichen, etwa in der Mitte zwischen den Ergebnissen der Licht- und Schallversuche. — Wenn sich aber auch alle diese Ergebnisse

1) Wundt, Philos. Studien, V, S. 269 u. 283.

mehr oder weniger von der proportionalen Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung entfernen, so findet doch in der Art und Weise der Abnahme der k ein wesentlicher Unterschied im Vergleich zur logarithmischen Linie statt. Die Curven der k, auch diejenigen der letzten 3 Tabellen, haben mehr oder weniger die Gestalt eines Hyperbelastes, womit zusammenhängt, dass anfangs eine schnelle und dann eine langsamere Abnahme der k stattfindet. Die entsprechenden auf Grund der Fechner'schen Formel berechneten k verhalten sich indessen anfangs gerade entgegengesetzt. Eine dieselben darstellende Curve würde anfangs der Abscissenachse die concave Seite und dann erst die convexe Seite zukehren, während alle von mir gefundenen Curven durchaus convexe Krümmung zeigen.

Immerhin sind diese Ergebnisse, mögen sie nun durch die Einwirkung des successiven Contrastes oder durch eine mehr und mehr hervortretende Beurtheilung der Verhältnisse statt der Unterschiede der verglichenen Reize oder durch andere Ursachen bedingt sein, von hohem Interesse. Ein Vergleich derselben mit den Resultaten der Versuche nach der Methode der ebenmerklichen Unterschiede und der doppelten Reize zeigt, dass die Versuche nach der letzteren Methode die proportionale Abhängigkeit im ganzen genommen am genauesten ergeben. Beträgt das Verhältniss der Reize R_2 und R_1 bei der Methode der mittleren Abstufungen nur etwa 5 oder weniger, so stehen die Ergebnisse mit denen der Methode der ebenmerklichen Unterschiede im Einklang, die Werthe k erreichen aber einen geringeren Betrag als bei den Versuchen nach der Methode der doppelten Reize. Ist schließlich das Verhältniss zwischen R_2 und R_1 größer, so ist die Abnahme der k eine noch beträchtlichere, und zwar steigt dieselbe proportional mit dem Wachsthum dieses Verhältnisses. Eine unmittelbare und genaue Vergleichung mit den Ergebnissen der Fechner'schen Formel würde nur bei genauer Kenntniss der Schwelle möglich sein. Dann würde sich auch im letzteren Falle noch ein bedeutender Unterschied zwischen den beiderseitigen Werthen k ergeben und damit auch zwischen den Formeln, welche die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung unmittelbar darstellen sollen.

Schließlich betrachten wir die Ergebnisse derjenigen Versuche nach der Methode der mittleren Abstufungen noch etwas genauer, bei denen der Unterschied der Reize R_2 und R_1 nur etwa gleich der doppelten Schwelle war. Hier sollte man unbedingt erwarten, dass sich die geometrischen Mittel ergeben hätten, da sich bei diesen Versuchen der geometrische Mittelwerth von R_1 und R_2 nur eben unterscheiden lässt. Trotzdem ergab sich im Mittel sogar ein etwas größerer Werth als das arithmetische Mittel. Hierin liegt ein deutlicher Beweis dafür, dass bei gleichmäßiger Beurtheilung der drei aufeinander folgenden Reize eine Abstufung nach gleichen Unterschieden stattfindet, die Methode der mittleren Abstufungen also genau in dem Sinne aufzufassen ist, wie ich es in der ersten Abtheilung dieser Arbeit entwickelt habe [1]). Anders jedoch liegen die Verhältnisse, wenn der zweite Reiz lediglich mit dem ersten verglichen wird, und der dritte wiederum nur mit dem zweiten. Dann wird der erhaltene mittlere Reiz naturgemäß dem geometrischen Mittel sich nähern, denn die Methode der mittleren Abstufungen ist dann eben nur eine zweimalige Anwendung der Methode der ebenmerklichen Unterschiede oder derselben übermerklichen Unterschiede. Bei der Vergleichung dreier verhältnissmäßig wenig verschiedener Reize ist aber die gleichmäßige Beurtheilung der Reize oder die Auffassung derselben als eine Gruppe das naturgemäße und bei sehr geringen Unterschieden, wie wir sie bei den Schallreizen angewandt haben, das einzig mögliche. Wenn man unmittelbar Versuche mit drei Reizen anstellt, deren mittlerer das geometrische Mittel der beiden andern ist, so erkennt man namentlich bei größerer Verschiedenheit der Reize sicher, dass die Unterschiede je zweier der aufeinanderfolgenden Reize wesentlich verschieden sind, während man bei directer Herstellung des arithmetischen Mittels sofort die Verschiedenheit der Verhältnisse der aufeinanderfolgenden Reize bemerkt. Wenn aber die Versuche nach der Methode der mittleren Abstufungen eine selbständige Bedeutung haben sollen, wenn die Behandlung in der von mir durchgeführten Weise statthaft sein soll, so muss man, ohne irgend welche Voreingenommenheit für die eine oder andere Auffassungsweise, den mittleren Reiz so zu bestimmen suchen, dass er wirklich die Mitte

---

Wundt, Philos. Studien, IV, S. 541.

zwischen den constanten Reizen einnimmt; es ist also das Urtheil erst zu fällen, nachdem alle drei Reize eingewirkt haben, und danach erst eine Veränderung des mittleren Reizes vorzunehmen, falls er dem einen oder andern näher liegen sollte. Die größere Schwierigkeit aber, ein umfangreiches Reizgebiet zu beurtheilen, bedingt, dass mit dem Wachsen des Unterschiedes der in Betracht kommenden Reize die Beurtheilung nach dem Verhältnisse mehr und mehr mit in Anwendung kommt. Dass diese Verhältnisse bei meinen Versuchen obwalteten, geht aus den Ergebnissen derselben unmittelbar hervor; denn es ergab sich bei einer großen Zahl von Reizunterschieden das arithmetische Mittel, während das geometrische Mittel niemals völlig erreicht wurde. Werden aber die Versuche in der beschriebenen Weise ausgeführt, so ist es selbstverständlich, dass zwischen den Intervallen 4 und 10 einerseits und 10 und 16 andererseits eine verschiedene Zahl ebenmerklicher Unterschiede Platz greift, vorausgesetzt, dass diese nach der Methode der ebenmerklichen Unterschiede bestimmt werden, nicht aber, wenn die Methode der mittleren Abstufungen weiterhin angewandt wird. Damit erledigt sich wieder einer der Einwände, welche Grotenfelt[1]) in seiner in der Vorbemerkung zur vorigen Abtheilung näher besprochenen Arbeit gegen meine Ansichten erhoben hat.

Es dürfte bei der Benutzung von Schallreizen nur schwer möglich sein, für die Ergebnisse bei Anwendung der Methode der mittleren Abstufungen sichere Beweise beizubringen, vor allem deshalb, weil sich die Einflüsse des Contrastes schwerlich einer besonderen Untersuchung unterwerfen lassen. Es lässt sich daher nicht entscheiden, in wieweit die vom arithmetischen Mittel abweichenden Ergebnisse durch den Contrast oder durch die mehr und mehr zur Geltung kommende Beurtheilung der Verhältnisse der Reize statt der Unterschiede zu erklären sind. Ich hoffe, in diese Verhältnisse durch neue, nach erweiterten Gesichtspunkten ausgeführte Versuche auf dem Gebiete der Lichtreize und vielleicht auch auf demjenigen der Gewichtsreize tiefer eindringen zu können.

---

1) Arwid Grotenfelt, Das Weber'sche Gesetz und die psychische Relativität. Helsingfors, 1888, S. 109.

Die geplanten und zum Theil bereits in Angriff genommenen Untersuchungen müssen indess einer besonderen Veröffentlichung vorbehalten bleiben und können vermuthlich erst nach Jahren ihren Abschluss finden.

E. Mathematische Darstellung der Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung.

Ueber die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung sind bekanntlich zweierlei Gattungen von mathematischen Formeln aufgestellt worden. Köhler[1]) bezeichnet diejenigen Formeln, welche eine möglichst einfache Beziehung zwischen Reiz und Empfindung darstellen, als fundamentale. Bei ihnen werden etwa vorhandene Schwankungen und Abweichungen unberücksichtigt gelassen und störenden Einflüssen zugeschrieben. Im Gegensatz hierzu legen die experimentalen Formeln gerade auf die störenden Einflüsse Gewicht und suchen exacte Beziehungen aufzustellen, die in möglichster Uebereinstimmung mit den empirischen Daten stehen. Die wichtigsten experimentalen Formeln rühren von Helmholtz, Langer und G. E. Müller her. Indessen dürfte bei keiner dieser Formeln die Forderung einer strengen Uebereinstimmung derselben mit den Ergebnissen der Versuche erfüllt sein, eine Forderung, welche zum Theil bereits durch die unerwiesenen Voraussetzungen illusorisch wird, welche bei der Ableitung zu Grunde gelegt werden.

Die fundamentale Formel, welche auf Grund meiner Versuche die meiste Berechtigung verdient, ist die Formel:

$$\text{I.} \quad E = kR,$$

in welcher k innerhalb der Grenzen der Gültigkeit des Weberschen Gesetzes constant ist. Diese Formel bringt bei constantem k die Aenderungen, welche die bei allen Reizgebieten auftretende untere Abweichung vom Weber'schen Gesetze bedingt, natürlich nicht zur Geltung. Um eine experimentale Formel zu gewinnen, welche alle Abweichungen berücksichtigt, welche also eine genaue Darstellung der Ergebnisse der Versuche repräsentirt, muss für k ein Ausdruck abgeleitet werden, der eine Function von R und

1) Wundt, Philos. Studien, III, S. 572.

einer oder mehrerer Constanten ist. Welcher Art diese Function ist, lässt die graphische Darstellung der von mir gefundenen Werthe für k unmittelbar erkennen. Da sämmtliche Curven der k gleichseitige Hyperbeln sind, kann die allgemeine auf die Assymptoten bezogene Gleichung der Hyperbel zu Grunde gelegt werden, und zwar eignet sich am besten die Gleichungsform:

$$xy + ny - mx = b,$$

oder, wenn wir $x = R$ und $y = k$ setzen:

$$Rk + nk - mR = b, \text{ d. h.}$$

$$\text{II. } k = \frac{b + mR}{n + R}.$$

Demnach lautet die experimentale Gleichung für die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung in ihrer allgemeinen Form:

$$\text{III. } E = \frac{b + mR}{n + R} \cdot R = \frac{bR + mR^2}{n + R}.$$

Dieselbe könnte auf der rechten Seite noch mit einem constanten Factor (Proportionalitätsfactor) multiplicirt werden.

Ich habe für die wichtigsten Versuchstabellen die Werthe der Constanten b, m und n berechnet und aus den erhaltenen Formeln II die k ermittelt. Unter D ist der Mittelwerth der Differenzen zwischen den berechneten und den durch den Versuch erhaltenen Werthen von k mitgetheilt. Diese Differenzen sind theils positiv, theils negativ; bei der Bestimmung des Mittelwerthes sind alle ihrem absoluten Werthe nach in Rechnung gezogen worden. Die erste Horizontalreihe der folgenden Tabelle enthält die Nummern der Versuchstabellen, auf welche sich die vorliegenden Angaben beziehen, dabei sind die Licht-, Gewichts- und Schallversuche durch die entsprechenden Anfangsbuchstaben charakterisirt worden.

Tab. XXXIV.

Tab.	*L.* XIV	*L.* XVI	*L.* XVIII	*G.* XXXI	*G.* XXXVI	*G.* XXXVIII	*S.* XXVII	*S.* XXVIII
m	0,153	0,189	0,228	0,157	0,17	0,263	0,655	0,581
n	0,454	0,434	0,961	0,537	0,32	0,569	—0,530	—1,136
b	0,937	1	1,169	1,38	1,15	1,675	—0,185	—0,488
D	0,004	0,004	0,005	0,007	0,005	0,005	0,005	0,008

Die Werthe für die Tabellen XIV und XVI einerseits und XXXVI und XXXVIII andererseits beziehen sich auf die nämlichen Versuche, nur ist jedesmal bei der zweiten Tabelle der constante Reizzuwachs r berücksichtigt worden. Mit einer einzigen Ausnahme sind die Constanten b, m und n durch die Beachtung von r vergrößert worden. Wie die letzte Horizontalreihe der vorstehenden Tabelle zeigt, sind die Abweichungen zwischen den berechneten und den durch den Versuch gewonnenen k sehr gering. Von den einzelnen Differenzen, welche bei den Werthen D jeweils zum Mittel vereinigt wurden, zeigten 3 % eine Differenz zwischen 0,04 bis 0,03, 4 % eine Differenz zwischen 0,03 und 0,02, 7 % eine Differenz zwischen 0,02 und 0,01, 28 % eine Differenz zwischen 0,01 und 0,005 und endlich 58 % eine Differenz zwischen 0,005 und 0. Die größeren Abweichungen gehören in der Regel auch den größeren Werthen von k zu, also Werthen, die den Bruch 0,5 übersteigen. Diese Abweichungen sind im Vergleich zu den Variationen, innerhalb welcher sich die einzelnen Versuchsreihen bewegen, als verschwindend klein zu bezeichnen. Die Formeln II bez. III wurden übrigens nur berechnet für das Intervall, für welches k veränderlich, also das Weber'sche Gesetz ungültig war. Für die weiteren Reize kann ja an Stelle der Formel III die einfachere Formel I treten, in welcher k den durch die Versuche ermittelten constanten Werth darstellt. Indessen weichen bei größeren Reizen die Werthe der beiderseitigen Formeln nur so wenig ab, dass man ohne Bedenken sich durchweg der ersteren Formel bedienen kann.

In neuester Zeit sind die Ergebnisse meiner Versuche über die Licht- und Gewichtsempfindungen unter Anwendung der Methode der mittleren Abstufungen von Prof. A. Stefanini[1]) benutzt worden, um die Plateau'sche Formel in der Form $E = c\sqrt{R}$ einer eingehenden Prüfung zu unterwerfen. Ich bin selbst bereits vor längerer Zeit auf den Gedanken gekommen, für diese Versuche, soweit sie nicht angenähert die arithmetischen Mittel lieferten, die Plateau'sche Formel zur Anwendung zu bringen. Allerdings habe ich dabei nicht den Exponenten $^1/_2$ für R benutzt, sondern

1) Atti della R. Acc. Lucc. di Sc. Lett. ed Arti. vol. XXV, p. 383—400.

einen größeren. Ich habe indessen diese Berechnungen wieder aufgegeben einerseits im Hinblick auf die Ergebnisse der Methode der doppelten Reize, andererseits aber aus den in dieser Abhandlung angeführten Gründen für die Abweichungen der mittleren Reize von den arithmetischen Mitteln. Findet nämlich thatsächlich bei größeren Differenzen der constanten Reize mehr und mehr eine bewusste Beurtheilung gleicher Verhältnisse statt gleicher Unterschiede statt, so ist die Aufstellung der Formel:

$$\text{IV.} \quad \sqrt{R_m}^k = \frac{\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}}{2} = \sqrt{M},$$

welche Stefanini seinen Berechnungen zu Grunde legt, nicht berechtigt. Da jedoch die zu kleinen Werthe von R_m im Vergleich mit den arithmetischen Mitteln nur zum Theil auf diese Ursache zurückzuführen sein dürften und da die Ergebnisse der Methode der doppelten Reize, wie später des näheren ausgeführt werden wird, einen principiellen Widerspruch gegen die Plateau'sche Formel nicht enthalten, so möchte ich die Anwendung dieser Formel nicht zurückweisen [1]). Auch scheinen die Berechnungen von Stefanini bei oberflächlicher Betrachtung entschieden für die Formel $E = c\sqrt{R}$ zu sprechen, während eine genauere Untersuchung doch zu etwas veränderten Ergebnissen führt.

Um diese Frage genauer zu prüfen und gleichzeitig zu zeigen, dass sich meine Ergebnisse sehr leicht der Plateau'schen Formel anpassen lassen, will ich zuvörderst die von mir zur Berechnung der k aufgestellten Formeln verallgemeinern. Ich bediene mich dabei nicht des Exponenten $\frac{1}{2}$, sondern des allgemeinen Werthes $\frac{1}{\varepsilon}$, in welchem ε im allgemeinen größer als 1 sein wird.

An Stelle der von mir angewandten speciellen Formel $E = kR$ [2]) ($\varepsilon = 1$) tritt alsdann:

$$\text{V.} \quad E = (kR)^{\frac{1}{\varepsilon}}, \text{ oder:}$$
$$\text{V}'. \quad E^{\varepsilon} = kR.$$

1) Ich bemerke ausdrücklich, dass damit die von mir erhobenen Einwände gegen die Ansichten von Grotenfelt keineswegs aufgehoben werden, denn Grotenfelt tritt für die Plateau'sche Formel ein, wenn die Versuche die geometrischen Mittel liefern.

2) Wundt, Philos. Studien, IV, S. 573—574.

Der Exponent ε wird innerhalb der Grenzen der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes constant sein müssen, die Abweichungen vom Weber'schen Gesetze lassen sich entweder durch Aenderungen des Exponenten ε oder des Coefficienten k zum Ausdruck bringen. Alle meine Berechnungen verfolgen aber das Ziel, gerade die Abweichungen vom Weber'schen Gesetze durch die Veränderungen von k zum Ausdruck zu bringen; denn für die Grenzen der Gültigtigkeit des Weber'schen Gesetzes hat sich k stets constant erwiesen.

Vergleicht man mit dem Reize R einen zweiten, der eine eben unterscheidbare Empfindung hervorruft, so erhält man:

$$\frac{E_1{}^\varepsilon}{E^\varepsilon} = \frac{k_1 R_1}{k R},$$

$$\text{d. h. } k_1 = k \cdot \frac{\left(\frac{E_1}{E}\right)^\varepsilon}{\frac{R_1}{R}}.$$

In ähnlicher Weise wie früher erhält man schließlich als allgemeine Formel:

$$\text{VI.} \quad k_n = k \cdot \frac{\left(\frac{E_1}{E}\right)^{\varepsilon n}}{\frac{R_n}{R}}.$$

Anstatt nun, wie früher, für $\frac{E_1}{E}$ dasjenige Verhältniss zu setzen, für welches die Verhältnisse $\frac{R_n}{R_{n-1}}$, $\frac{R_{n-1}}{R_{n-2}}$ u. s. w. sich constant erwiesen hatten, muss man dieses Verhältniss gegenwärtig an Stelle von $\left(\frac{E_1}{E}\right)^\varepsilon$ setzen. Alsdann bringen die vorstehenden Formeln nur die durch die Abweichungen vom Weber'schen Gesetze bedingten Aenderungen in den Werthen k zum Ausdruck. Diese k stimmen aber dann vollständig mit den von mir berechneten überein. Zur Berechnung von E tritt dann nur an Stelle der von mir benutzten Formel $E = kR$ die Formel V, in welcher sich ε nicht durch die Methode der ebenmerklichen Unterschiede, sondern durch die Methode der mittleren Abstufungen am einwurfsfreiesten ermitteln lässt. Wäre also die von Stefanini in Vorschlag gebrachte Formel berechtigt, so würde aus allen von mir berechneten Werthen von E noch die Wurzel zu ziehen sein oder es müsste für alle Werthe E die Größe E^2 gesetzt werden. Ferner würde an Stelle der allgemeinen Formel III treten:

$$\text{VII.} \qquad E = \sqrt{\frac{b + mR}{n + R} \cdot R}.$$

Die Abweichungen vom Weber'schen Gesetze haben bei allen Reizgebieten eine Abnahme der k ergeben, d. h. ein langsameres Wachsthum der Empfindung mit der Zunahme des Reizes. Dieses nämliche Ergebniss kann aber auch durch einen Exponenten ε zum Ausdruck gebracht werden, welcher größer als 1 ist. Somit sind es gerade die Abweichungen vom Weber'schen Gesetze, welche für die Richtigkeit der Stefanini'schen Formel mit in die Wagschale fallen. Wollte man also nicht schlechthin die Formel $E = \sqrt{R}$, welche Stefanini zu Grunde legt, anwenden, sondern die Formel $E = \sqrt{kR}$ unter Benutzung der von mir berechneten k, welche nur die Abweichungen vom Weber'schen Gesetze eliminiren, so würde man zu einem weniger günstigen Resultate für die Formel von Stefanini gelangen. Ich will mich indessen unmittelbar an die von Stefanini berechneten Werthe halten. Um dieselben zu prüfen, genügt eine Vergleichung der Werthe IV mit den Größen:

$$\text{VIII.} \qquad R_m^{\,k} = \sqrt{R_m}$$

keineswegs. Man muss vielmehr die durch die Versuche gewonnenen Werthe R_m (Formel VIII) einerseits mit den Werthen M[1] $= \left(\frac{\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}}{2}\right)$ (Formel IV), andererseits mit den arithmetischen Mitteln $R_a = \frac{R_1 + R_2}{2}$ vergleichen. Jenachdem die Werthe R_m den Werthen M oder R_a näher liegen, ist entweder die Formel $E = \sqrt{R}$ oder $E = kR$ besser geeignet, die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung zur Darstellung zu bringen. Eine derartige Vergleichung führt zu folgenden Ergebnissen:

I. Lichtversuche:

13 Werthe $R_m < M$,

14 - - $> M$, aber $< \frac{M + R_a}{2}$,

3 - - $> \frac{M + R_a}{2}$, aber $< R_a$,

6 - - $> R_a$.

---

1) Die Werthe M berechnen sich am einfachsten nach der Formel: $M = \frac{R_a + R_g}{2}$.

Hiernach würden 27 Werthe für die Formel von Stefanini, dagegen nur 9 für die von mir angewandte Formel sprechen. Demnach würde die Formel $E = R^{0,625}$ oder $E = (kR)^{0,675}$ die Ergebnisse der Versuche noch genauer zum Ausdruck bringen, als die oben genannten Formeln[1]. Uebrigens zeigt sich, dass die Werthe R_m vom arithmetischen Mittel R_a ausgehend sich mehr und mehr dem Werthe M nähern, je größer das Verhältniss der constanten Reize R_1 und R_2 wird. Die Werthe $R_m < M$ kommen nur bei Benutzung von Reizen vor, für welche das Weber'sche Gesetz nicht gilt.

II. Gewichtsversuche[2]:

10 Werthe $R_m < M$,
46 - - $> M$, aber $< \frac{M + R_a}{2}$,
35 - - $> \frac{M + R_a}{2}$, aber $< R_a$,
7 - - $> R_a$.

Da hier 56 Werthe zu Gunsten der Formel von Stefanini, dagegen 42 zu Gunsten meiner Formel sprechen, würde die Formel $E = R^{0,7}$ oder $E = (kR)^{0,75}$ die Ergebnisse der Versuche noch genauer zum Ausdruck bringen. Auch hier nähern sich die Werthe R_m mehr und mehr den Werthen M mit der Zunahme des Verhältnisses der constanten Reize, und ebenso beziehen sich die meisten der Werthe der ersten Gruppe auf Reize, für welche das Weber'sche Gesetz nicht gilt.

III. Schallversuche[3]:

3 Werthe $R_m < M$,
16 - - $> M$, aber $< \frac{M + R_a}{2}$,
46 - - $> \frac{M + R_a}{2}$, aber $< R_a$,
13 - - $> R_a$.

Hiernach sprechen 19 Werthe für die Formel von Stefanini,

---

1) Auch Breton (Comptes rendus, 105, S. 426—429) tritt bei den Lichtempfindungen für die Formel $E = \text{const.}\sqrt{R}$ ein.

2) Dieselben sind von Stefanini nur etwa zum dritten Theile benutzt worden, ich gebe die Resultate sämmtlicher Versuche.

3) Ich lasse die mit sehr kleinen Unterschieden ausgeführten Versuche weg, weil entsprechende Versuche bei den Licht- und Gewichtsreizen nicht ausgeführt wurden. Dieselben geben durchgängig Werthe der beiden letzten Gruppen.

dagegen 59 für meine Formel. Da hier die Gültigkeit des Weberschen Gesetzes bei den allermeisten der benutzten Reize erwiesen ist, dürfte sich die Formel $E = (kR)^{0,875}$ für die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung besser eignen. Die Versuche bei Schallreizen weisen am entschiedensten darauf hin, dass sich der Werth $\frac{1}{\varepsilon}$ mit Zunahme des Verhältnisses der constanten Reize R_1 und R_2 mehr und mehr dem Werthe $\frac{1}{2}$ nähert. Während bis zum Werthe 20 dieses Verhältnisses die erhaltenen mittleren Reize mit wenigen Ausnahmen den beiden letzten Gruppen angehören, treten diese Werthe bei größeren Verhältnissen fast durchgängig in die beiden ersten Gruppen über. Bei den Gewichtsversuchen liegt diese Grenze etwa bei dem Werthe 7, bei den Lichtversuchen bei dem Werthe 5.

Hieraus geht klar hervor, dass für die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung bei weniger verschiedenen Reizen die Formel:

$$E = kR$$

am genauesten den Ergebnissen der Versuche auf Grund der Methode der mittleren Abstufungen Rechnung trägt, während bei größeren Unterschieden der verglichenen Reize die von Stefanini in Vorschlag gebrachte Formel:

$$E = c\sqrt{R} \text{ oder } E = \sqrt{kR}$$

geeigneter ist.

Die Ergebnisse der Versuche der Methode der doppelten Reize bieten der Anwendung der Verhältnisshypothese im Plateau'schen Sinne eben so wenig ein Hinderniss, wie die Versuche nach der Methode der ebenmerklichen Unterschiede. Bei den Versuchen der erstgenannten Methode erhält man dasselbe Empfindungsverhältniss, wenn das Verhältniss der Reize nahezu 2 ist. Ob ersteres aber ebenfalls 2 oder kleiner als 2 ist, kann, wie auch Herr Prof. Wundt[1]) in seinem in der ersten Abtheilung dieser Arbeit erwähnten Schreiben hervorgehoben hat, mit Sicherheit nicht entschieden werden. Es könnte ebensowohl auch der Quadratwurzel aus 2 entsprechen. Da jedoch die Versuche der Methode der mittleren Abstufungen bei kleineren Unterschieden die arithmetischen

1) Wundt, Philos. Studien, IV, S. 546 und 547.

Mittel geliefert haben, und da es sich bei den Versuchen der Methode der doppelten Reize um derartige kleine Unterschiede handelt, so glaube ich, dass der Werth 2 nahezu der richtige sein dürfte, natürlich nur innerhalb der Grenzen der Gültigkeit des Weberschen Gesetzes. Anders würden freilich die Dinge liegen, wenn man zu einem Reize den 30fachen u. s. w. herstellen sollte. Hier müssten, wenn lediglich die Ergebnisse der Versuche der mittleren Abstufungen maßgebend wären, die Versuche für das Empfindungsverhältniss 30 ein wesentlich größeres Reizverhältniss geben. Indessen trifft dies jedenfalls infolge der wesentlich veränderten Contrastverhältnisse keineswegs zu. Sonach giebt es augenscheinlich überhaupt kein allgemeingültiges Gesetz für die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung, sondern alle Formeln gelten nur unter bestimmten Bedingungen. Für die gesammten Versuche nach der Methode der mittleren Abstufungen würde sich die Formel:

$$E = (kR)^{0,75}$$

am besten eignen, die Lichtversuche sprechen mehr für die Formel von Stefanini:

$$E = c\sqrt{R},$$

die Schallversuche hingegen mehr für die von mir benutzte Formel:

$$E = kR.$$

Die Versuche aus allen drei Gebieten weisen schließlich mehr oder weniger darauf hin, dass der Werth ε in der Formel:

$$E = (kR)^{\frac{1}{\varepsilon}}$$

eine Function des Verhältnisses der constanten Reize ist. Je größer dieses Verhältniss bei den Versuchen gewählt wird, um so größer wird auch der Werth ε. Derselbe kann die Größe 2 sogar noch überschreiten.

Ich bemerke zum Schluss, dass ich die vorstehenden Untersuchungen erst nach einer genaueren Untersuchung der Contrastverhältnisse bei den Lichtempfindungen näher ausgeführt haben würde, wenn mich nicht die Abhandlung Stefanini's wieder darauf geführt hätte. Die Berechnungen Stefanini's sind entschieden durchaus schätzenswerth, vor allem auch deshalb, weil sie für die Ausführung neuer Versuche manche Winke enthalten. Es wird sich nunmehr darum handeln, in möglichst exacter Weise die Frage zu erledigen, wie der Exponent ε von dem Verhältniss der bei der Methode der mittleren Abstufungen benutzten constanten Reize abhängt. Neben dieser Frage wird die Untersuchung der Contrastverhältnisse für die nämlichen Reizunterschiede einhergehen müssen. Dabei wird vor allen Dingen vermieden werden müssen, eine bewusste Beurtheilung gleicher Verhältnisse statt gleicher Unterschiede der Empfindungen eintreten zu lassen. Auf all' diese Verhältnisse genauer Rücksicht zu nehmen, war bei dem allgemeinen Charakter der vorliegenden Arbeit nicht möglich, der Hauptzweck derselben ist die Untersuchung der Abweichungen vom Weber'schen Gesetze und ihr Einfluss auf die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung, sowie die Entscheidung zwischen der Unterschiedshypothese von Fechner und der Verhältnisshypothese von Plateau. Diese Entscheidung dürfte namentlich auch im Hinblick auf die Arbeit von Stefanini entschieden zu Gunsten der letzteren Hypothese ausgefallen sein.

Uebrigens kann die von mir aufgestellte und von Stefanini[1]) im Zusammenhange mit der Oberbeck'schen Formel herangezogene Formel $J = p^{\eta} h^{\varepsilon}$ hier keinerlei Anwendung erleiden. Da es bei den zu Grunde liegenden Versuchen immer nur auf die Herstellung gleicher Schallstärken ankam und der Einfluss des Weber'schen Gesetzes sorgfältig eliminirt worden ist, gibt diese Formel keinerlei Antwort auf die Frage, wie die Empfindung mit dem Reize wächst, sondern sie bringt lediglich das (objective) Wachsthum der Reize mit Zunahme der Fallhöhe bez. des Gewichtes zum Ausdruck.

Ich wende mich nun zu dem Einwande, welchen Grotenfelt meiner Behauptung gegenüber erhebt, nach der die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes bei Lichtempfindungen nicht für diejenigen Lichtstärken auf Grund der Methode der ebenmerklichen Unterschiede als erwiesen zu betrachten sei, für welche die Methode der mittleren Abstufungen angenähert die geometrischen Mittel geliefert habe[2]). Hierzu bemerkt Grotenfelt[3]), dass zwar nicht eine ganz strenge Gültigkeit desselben unter völlig entsprechenden Versuchsbedingungen sicher erwiesen sei, wohl aber eine approximative

1) A. a. O. S. 371 f.

2) Wundt, Philos. Studien, IV, S. 542 u. 543.

3) A. a. O. S. 110.

unter sehr ähnlichen Umständen und innerhalb eines Intensitätsumfanges, welcher die bei den Scheibenversuchen der Methode der mittleren Abstufungen verwendeten Lichtstärken zu umfassen scheine. Er gründet sich hierbei auf die Scheibenversuche von Masson, Helmholtz, Aubert und Kräpelin einerseits und auf die Versuche von Lehmann andererseits. Hierzu ist zu bemerken, dass die Versuche von Masson und Aubert sich auf ein zu kleines Gebiet erstrecken, um maßgebend zu sein, und dass die Versuche von Helmholtz und Kräpelin eine untere beziehentlich auch eine obere Abweichung vom Weber'schen Gesetze unzweideutig erkennen lassen. Ferner liegen die Reize, mit denen Kräpelin experimentirte, innerhalb der Grenzen 3,62 und 1000, während dieselben bei den Versuchen von Neiglick nur zwischen 1 und 68 sich erstrecken. Da aber bei den Versuchen Kräpelin's die Lichtquelle nur 25 cm Abstand hatte, während bei Neiglick diese Entfernung 170 cm betrug, so ist zu vermuthen, dass Kräpelin seine Versuche zum größten Theile mit stärkeren Lichtintensitäten anstellte, als Neiglick. Ebenso ist zweifellos, dass die von mir verwandten Lichtstärken wesentlich höher waren, als die von Neiglick benutzten. Die Schattenversuche Aubert's aber, welche unmittelbar vor den von Grotenfelt herbeigezogenen im Müller-schen Werke [1]) genannt sind und sich auf einen großen Spielraum von Lichtstärken erstrecken, zeigen eine deutliche Zunahme der Unterschiedsschwellen bei Abnahme der Lichtintensitäten.

Nach dem Erscheinen der ersten Abtheilung meiner Arbeit über die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung, welche sich ausschließlich mit Lichtstärken befasste, ist eine Reihe neuer und, wie es scheint, sehr sorgfältiger Untersuchungen über die Prüfung des Weber'schen Gesetzes bei Lichtstärken veröffentlicht worden. König und Brodhun [2]) haben unter Anwendung des Zöllner-schen Photometers die Unterschiedsschwellen für ein umfangreiches Gebiet von Lichtintensitäten bei verschiedenen Wellenlängen ermittelt. Die Ergebnisse stimmen im allgemeinen mit denen Aubert's überein und ebenso mit den von mir gefundenen Werthen,

1) Müller, Zur Grundlegung der Psychophysik, S. 120.

2) Sitzungsberichte der Kgl. Preuß. Acad. der Wissenschaften zu Berlin, XXXVII, S. 917.

soweit eine Vergleichung möglich ist. Da bei den Versuchen von König und Brodhun die Reize gleichzeitig einwirkten, während dieselben bei meinen Versuchen nach einander betrachtet wurden, so kann sich die Vergleichung nur auf den Gang der beiderseitigen Werthe erstrecken, nicht auf ihre absolute Größe.

Die Werthe der Unterschiedsschwellen zeigen bei König und Brodhun durchgängig zunächst eine Abnahme mit Zunahme der Reize, bleiben alsdann innerhalb eines ziemlich umfangreichen Gebietes (2000 bis 20000) nahezu constant und nehmen schließlich wieder zu. Wir wollen die Ergebnisse der Versuche bei der Wellenlänge 575 μμ für k in derselben Weise behandeln, wie unsere eigenen Versuche. Da die Unterschiedsschwellen für $r = 491$ bis 20 000 nur geringe Unterschiede zeigen, legen wir für dieses Gebiet den Mittelwerth 0,019 zu Grunde. Die Tabelle lautet dann in der von uns angewandten Schreibweise:

Tab. XXXV.

r	0,060	0,146	0,395	0,83	1,73	4,56	9,42	19,2	48,4	97,3	195	491	19590	48700	96750
r_0	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	50	100	200	500	20000	50000	100000
C	1,656	1,365	1,264	1,204	1,158	1,097	1,062	1,040	1,033	1,028	1,023	1,019	1,019	1,027	1,034

Wir haben zunächst auch für diese C in derselben Weise wie bei unsern Versuchen[1]) die Werthe k berechnet sowie die Werthe E nach der Formel $E = kR$. Ferner wurden die Constanten m, n, b der Formel II bestimmt und daraus ebenfalls die k berechnet. Die Werthe D_1 und D_2 geben die Mittelwerthe der Abweichungen zwischen den berechneten und den durch den Versuch gewonnenen k für die Intervalle 0,06 bis 10,57 und 20,34 bis 97 900 an.

Tab. XXXVI.

$m = 0{,}00263$; $n = 0{,}02461$; $b = 0{,}08445$; $D_1 = 0{,}012$; $D_2 = 0{,}0002$.

R	0,060	0,261	1,181	2,168	5,175	10,57	20,34	50,05	103,1	229,3	521,4	19310	44900	97900
k	1,000	0,253	0,0625	0,0367	0,0179	0,0106	0,0071	0,0047	0,0036	0,0030	0,0028	0,0028	0,0025	0,0020
E	0,060	0,066	0,074	0,080	0,093	0,112	0,144	0,235	0,371	0,688	1,460	54,07	112,25	195,8

1) Wundt, Philos. Studien, IV, S. 574.

Als Reizschwelle wurde bei derselben Wellenlänge für denselben Beobachter der Werth 0,0029 gefunden. Berechnet man auf Grund desselben den beständigen Reiz r nach der Formel:

$$\frac{r + 0{,}0029}{r} = 1{,}019,$$

so erhält man $r = 0{,}153$. Die auf Grund dieses Werthes berechneten k, E u. s. w. sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Tab. XXXVII.

$m = 0{,}0094$; $n = 0{,}1170$; $b = 0{,}328$; $D_1 = 0{,}023$; $D_2 = 0{,}0006$.

R	0,213	0,414	1,334	2,321	5,328	10,72	20,49	50,19	103,3	229,5	521,6	19310	44900	97900
k	1,000	0,555	0,196	0,122	0,0616	0,0370	0,0252	0,0168	0,0127	0,0107	0,0100	0,0100	0,0090	0,0071
E	0,213	0,230	0,262	0,282	0,328	0,396	0,516	0,841	1,321	2,457	5,216	193,1	402,3	695,0

Auch hier sind die Abweichungen D im allgemeinen sehr gering. Die größeren Differenzen bei den schwächeren Reizen sind leicht erklärlich, da gerade bei kleinen Reizen die Beobachtungsfehler eine wichtige Rolle spielen.

Auf Grund der Tabelle XXXVI entspricht einer 1631667 fachen Steigerung des Reizes nur eine 3263 fache Steigerung der Empfindung, während nach Tabelle XXXVII eine 459629 fache Reizsteigerung dasselbe Empfindungswachsthum verursacht. Nimmt man bei Tabelle XXXVI den Reiz 2,168 als Ausgangsreiz, so entspricht einer 45157 fachen Reizsteigerung eine 2447 fache Empfindungszunahme, während nach dem logarithmischen Gesetze die Empfindungssteigerung sich etwa durch die Zahl 15 ausdrücken würde. Sonach sind auch die Ergebnisse dieser neuesten Versuche weit davon entfernt, das Fechner'sche logarithmische Gesetz zu bestätigen.

Wie lassen sich aber diese scheinbar wesentlich abweichenden Resultate mit unsern Ergebnissen in Einklang bringen? Um eine unmittelbare Vergleichung zu ermöglichen, will ich die Versuche von König und Brodhun auf Zahlenwerthe zurückführen, welche sich direct mit den von mir gefundenen vergleichen lassen. Während bei den Versuchen von König und Brodhun die Constanz der Werthe C vom Reize 521,6 bis zum Reize 19310 reicht, sind diese Grenzen bei meinen Versuchen 64,35 und 1792. Demnach dürften die beiderseitig angewandten Lichtstärken nahezu in Einklang kommen, wenn man den Werth 10,72 von König und Brodhun als Einheit wählt. Legt man für diesen Werth von R für k ebenfalls den von mir benutzten Werth 0,750 zu Grunde, so erhält man an Stelle der beiden letzten Tabellen die Werthe der folgenden Tabellen.

Tab. XXXVIII.

$m = 0{,}192$; $n = 0{,}120$; $b = 0{,}648$; $D = 0{,}006$.

R	1	1,924	4,735	9,754	21,69	49,33	98,66	1827	4248
k	0,750	0,502	0,333	0,255	0,212	0,198	0,198	0,198	0,177
E	0,750	0,966	1,577	2,487	4,598	9,747	19,53	361,7	751,9

Tab. XXXIX.

$m = 0{,}197$; $n = 0{,}050$; $b = 0{,}591$; $D = 0{,}008$.

R	1	1,911	4,682	9,636	21,41	48,66	97,32	1801	4188
k	0,750	0,511	0,341	0,257	0,217	0,203	0,203	0,203	0,182
E	0,750	0,977	1,596	2,476	4,646	9,878	19,76	365,6	762,2

Auf Grund der Tabelle XXXVIII entspricht einer 4248fachen Steigerung des Reizes eine 1002fache Empfindungszunahme, während die entsprechenden Zahlen auf Grund der Tabelle XXXIX 4188 und 1016 sind. Eine Vergleichung dieser Ergebnisse mit meinen Tabellen XIV, XV und XVI [1]) zeigt eine Uebereinstimmung, wie sie besser nicht erwartet werden kann. Die Werthe k der Tabelle XXXVIII liegen sämmtlich zwischen den von mir gefundenen Werthen in den oben genannten Tabellen. Auch die Abweichungen D stimmen mit den von mir gefundenen an Größe nahezu überein. Hätte ich übrigens meine Versuche auf kleinere Reize ausgedehnt, so würden auch bei mir die C in entsprechender Weise sich größer ergeben haben, und ich würde in Bezug auf die k ähnlich kleine Werthe erhalten haben, wie sie in den Tabellen XXXVI und XXXVII auftreten. Als besonders bemerkenswerth

1) Wundt, Philos. Studien, IV, S. 577, 57 u. 580.

bei der völligen Uebereinstimmung der Resultate von König und Brodhun mit den Ergebnissen meiner Versuche ist der Umstand hervorzuheben, dass sich die Versuche theils auf gleichzeitiges Einwirken der Reize, theils auf die Aufeinanderfolge derselben beziehen.

Somit dürften auch diese Versuche von König und Brodhun die von mir aufgestellte Behauptung rechtfertigen, nach der eine sichere Bestätigung des Weber'schen Gesetzes durch die Methode der ebenmerklichen Unterschiede und die Methode der mittleren Abstufungen im bisherigen Sinne noch nicht geliefert sei. Das wesentlich langsamere Wachsthum der Empfindung mit der Zunahme des Reizes, wie es sich durch die Tabellen XXXVI und XXXVII ausspricht, vermag aber die alltäglichen Erfahrungen, welche Grotenfelt[1]) als entscheidend gegen meine Ansichten anführt, völlig zu erklären, ohne dass die Annahme eines logarithmischen Abhängigkeitsverhältnisses erforderlich wäre.

Auch die Versuche von König und Brodhun zeigen, dass die beständige Augenreizung die untere Abweichung nur zum kleinsten Theile zu erklären vermag, so dass wahrscheinlich die Verkleinerung der Pupille als Hauptursache zu betrachten ist. Dafür spricht vor allem auch, dass bei den größten Reizen, bei welchen bereits Blendungserscheinungen sich geltend machten, wieder eine Abnahme der k sich zeigt. Dass für ein gewisses Gebiet von Lichtstärken und zwar gerade für diejenigen, welche tagtäglich auf unsere Augen einwirken, die Pupille annähernd dieselbe Größe beibehält, ist ja begreiflich und daher auch die Constanz der k für ein gewisses Reizgebiet.

F. Zusammenstellung und Erklärung der Hauptergebnisse der vorliegenden Abhandlung.

Die Hauptergebnisse dieser Abtheilung sind:

I. Die Intensität des Schalles nimmt nach den früheren Versuchen mit der Höhe anfangs etwas ab und dann wieder zu. Die am weitesten abstehenden Werthe unterscheiden sich um etwa 0,1. Innerhalb der von Starke untersuchten Grenzen beträgt die Aen

1) A. a. O. S. 110.

derung nur 0,02. Die neueren Versuche, bei denen bei dem Wachsen der Höhen eine erhebliche Aenderung in der Klangfarbe nicht eintrat, ergaben Proportionalität zwischen Schallstärke und Fallhöhe.

II. Die Intensität des Schalles nimmt mit dem Gewicht anfangs etwas zu und dann ab. Die am meisten von einander abweichenden Werthe unterscheiden sich um 0,02, d. h. während sich bei dem Gewicht 5 Gramm rund 0,5 der lebendigen Kraft in Schall umsetzt, beträgt dieser Bruchtheil bei dem Gewicht 160 g im Mittel etwas über 0,3.

III. Die Methode der ebenmerklichen Unterschiede ergibt, dass das Weber'sche Gesetz innerhalb der Grenzen 20 bis 5000 streng gültig ist, während vom Reize 20 bis 0,412 eine Abnahme der relativen Unterschiedsempfindlichkeit eintritt.

IV. Die Methode der doppelten Reize liefert für die Verhältnisse B anfangs größere Werthe als 2, später infolge der auch hier auftretenden Wirkung des Contrastes etwas kleinere Werthe. Die A erweisen sich auch hier als constant.

V. Die Versuche nach der Methode der mittleren Abstufungen liefern auch bei den Schallreizen durchgängig Werthe, welche dem arithmetischen Mittel näher liegen als dem geometrischen. Aehnlich wie bei den Lichtversuchen ergeben sich etwa bei dem Verhältnisse 4 der äußeren Reize am genauesten die arithmetischen Mittel, bei kleineren Verhältnissen sind die mittleren Reize im allgemeinen sogar etwas größer, während sie sich bei größeren mehr und mehr nach den geometrischen Mitteln zu bewegen. Folgen die Reize nach ihrer Stärke, so ergeben sich beim größten Verhältnisse für den mittleren Reiz fast doppelt so große Werthe als bei der umgekehrten Reihenfolge.

VI. Auf Grund der Verhältnisshypothese ergeben die Versuche nach der Methode der ebenmerklichen Unterschiede, dass, wenn der Reiz 1 sich völlig in Empfindung umsetzt, bei dem Reizintervall 20 bis 5000 nur etwa $^5/_8$ in Empfindung übergeht.

VII. Auf Grund der Versuche nach der Methode der doppelten Reize sinkt dieser Werth nur auf 0,65, um dann wieder auf 0,77 im Mittel anzusteigen.

VIII. Die Ergebnisse der Versuche nach der Methode der mittleren Abstufungen stimmen zum großen Theile mit denen der Methode der ebenmerklichen Unterschiede überein. Bei Benutzung größerer Verhältnisse zwischen den constanten Reizen sinkt der Bruchtheil des Reizes, welcher sich in Empfindung umsetzt, auf 0,111. Die entsprechenden Zahlen bei den Licht- und Gewichtsversuchen sind 0,008 und 0,019. Auch durch diese Zahlen wird das logarithmische Abhängigkeitsverhältniss noch bei weitem nicht erreicht. Ueberdies unterscheidet sich dasselbe durch den Gang der Werthe k wesentlich und principiell von den Ergebnissen meiner Versuche.

IX. Die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung drückt sich für die Licht-, Gewichts- und Schallreize durch eine Gleichung von der Form:

$$E = c \cdot \frac{b + mR}{n + R} \cdot R \text{ bez. } E = c \cdot \left[\frac{b + mR}{n + R} \cdot R\right]^{\frac{1}{\varepsilon}}$$

aus, in welcher c eine unbestimmte, voraussichtlich für immer unbestimmbare Constante bedeutet, während b, m, n durch die Versuche zu ermittelnde constante Werthe darstellen. Die Constanten haben bei den verschiedenen Empfindungsgebieten natürlich verschiedene Werthe. Die Abweichungen zwischen den berechneten und den durch den Versuch ermittelten Werthen von E betragen in 86 % der Fälle noch nicht 0,01 R. Der Exponent $\frac{1}{\varepsilon}$ ist bei den verschiedenen Reizgebieten verschieden, bei den Lichtreizen nähert er sich am meisten dem Werthe $\frac{1}{2}$, bei den Schallversuchen am meisten dem Werthe 1.

X. Die Einwände der Grotenfelt'schen Arbeit gegen meine Ansichten und Versuchsergebnisse sind unhaltbar, während die Versuche von König und Brodhun meine Resultate auf's beste bestätigen[1]).

Die untere Abweichung vom Weber'schen Gesetz ist hier in erster Linie auf das störend einwirkende Tagesgeräusch und die

1) Da die letzteren Forscher die Integration der Differentialgleichung, welche zur logarithmischen Abhängigkeit führt, als das Hauptverdienst Fechner's hinstellen, so scheinen sie in den Ergebnissen ihrer Versuche eine Bestätigung der Helmholtz'schen Formel, die ja nur eine Erweiterung der Fechner'schen darstellt, zu erblicken.

schwachen Geräusche zurückzuführen, welche bei Ausführung der Versuche unvermeidlich hervorgerufen werden. Ob noch andere Ursachen zur Erklärung herbeizuziehen und welcher Natur dieselben sind, darüber lässt sich gegenwärtig durchaus nichts aussagen.

Zur Erklärung des Ergebnisses unter VIII ist bereits die Einwirkung des Contrastes sowie eine veränderte Beurtheilungsweise der einwirkenden Reize geltend gemacht worden. Möglicherweise ist aber bei diesen Versuchen auch die Veränderung der Qualität der Empfindungen z. Th. als störendes Moment aufgetreten. Bei den Lichtversuchen hatte allerdings auch noch die schwächste Intensität den Charakter gelblichweißen Lichtes, den die höheren Lichtstärken in ausgeprägterer Weise zeigten. Bei den Rotationsversuchen, bei welchen die Lichtstärken durch Mischung weißen und schwarzen Lichtes erzeugt werden, dürfte die Veränderung der Qualität störend einwirken, da hier ein Uebergang durch Grau vorhanden ist. Inwieweit bei den Gewichtsversuchen bei Benutzung derselben Berührungsfläche qualitative Veränderungen eine Rolle spielten, ist nicht zu entscheiden, wohl aber waren bei den Schallstärken bei Anwendung verschiedener Kugeln qualitative Unterschiede vorhanden. Dieselben dürften durch die Bestimmung der Schallstärken nicht völlig eliminirt worden sein, da es sich dort immer nur um die Herstellung gleicher Schallstärken handelte. Merkwürdig ist, dass die früheren Versuche über die Messung der Schallstärken, bei denen das Verhältniss 4 : 3 der verglichenen Gewichte angewandt wurde, ähnliches ergeben haben, wie die neueren Versuche, bei denen das Verhältniss 2 war, wiewohl die qualitativen Unterschiede im letzteren Falle wesentlich geringer waren. Hiernach scheinen die Einflüsse der Qualitätsänderung in ihrer Größe von dem Verhältniss der benutzten Kugeln abzuhängen. Diese Vermuthungen dürften möglicherweise eine Unterstützung durch die neuesten Ergebnisse der Versuche über Tonhöhen erfahren, welche bei kleinen Verhältnissen (bis zu 2) wider Erwarten die arithmetischen Mittel geliefert haben, während bei größeren Verhältnissen die mittleren Reize vermuthlich den geometrischen Mitteln zustreben[1]). Welcher Antheil jeder dieser Ursachen bei Erklärung

1) C. Lorenz in Wundt, Physiolog. Psychologie, III. Aufl. I, S. 432.

der Abweichungen vom arithmetischen Mittel beizumessen ist, lässt sich gegenwärtig noch nicht entscheiden, kann aber möglicherweise auf einzelnen Gebieten durch genaue Untersuchungen der Contrasteinwirkungen näher ergründet werden.

Die Constante c wird sich höchst wahrscheinlich niemals experimentell ermitteln lassen. Theoretisch lässt sich vielleicht ein Grenzwerth feststellen. Angenommen, es sollte genau gelingen, die zu den gemessenen Reizen noch hinzutretenden Reize zu ermitteln, so könnte man c bestimmen aus der Formel:

$$k = c \cdot \frac{b + mR}{n + R}$$

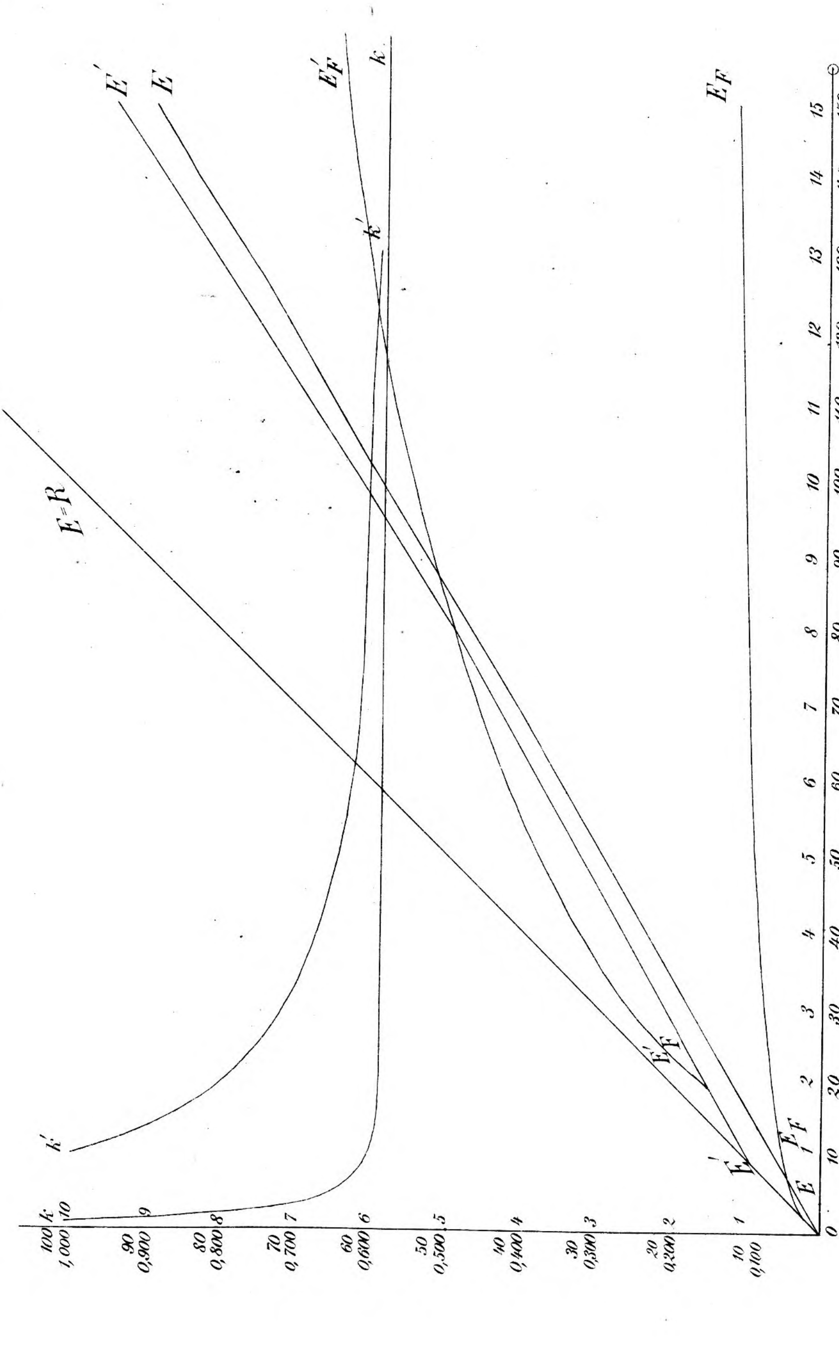
unter der Voraussetzung $k = 1$ für $R = 0$. Denn im allgemeinen wird $k < 1$ sein, höchstens für den Grenzwerth $R = 0$ könnte es den Werth 1 erreichen. Unter dieser Annahme ergibt sich aber:

$$c = \frac{n}{b} \text{ bez. } c = \left(\frac{n}{b}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}}.$$

Für meine Gewichts- und Lichtversuche, bei denen durch Beachtung von r die zu den gemessenen Reizen hinzukommenden Reizgrößen nach Möglichkeit eliminirt worden sind, hat c auf Grund der ersteren Formel die Werthe 0,340 und 0,434. Sonach sind die von mir ermittelten k noch zu groß ausgefallen, sie müssten mindestens noch mit den obigen Brüchen multiplicirt werden. Doch habe ich früher des öfteren betont, dass es auf die absoluten Werthe von k nicht ankommen kann, sondern nur auf die Verhältnisse. Durch die Bestimmung des c in der oben angegebenen Weise würde übrigens auch die Wahl des einen willkürlichen k beseitigt werden. Ich bemerke übrigens noch ausdrücklich, dass die von mir aufgestellte Formel die obere Abweichung vom Weber'schen Gesetze, wie sie bei den Gewichtsempfindungen auftritt, nicht zum Ausdruck bringen kann. Es ist dies vor allem deshalb ganz unmöglich, weil die obere Abweichung auf ganz andere Ursachen zurückzuführen ist, wie die untere Abweichung.

Ich gedenke, falls sich die nicht geringen Schwierigkeiten, welche einer genaueren Untersuchung der Temperaturempfindungen entgegenstehen, überwinden lassen, auch für dieses Reizgebiet die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung in ähnlicher Weise zu untersuchen, wie es in Bezug auf die Licht-, Gewichts- und Schallempfindungen geschehen ist. Allein, selbst wenn diese Aufgabe nicht genügend gelöst werden könnte, so dürften die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchungen bereits hinreichen, die bisher vertretenen Ansichten über die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung, welche in ihren Hauptrichtungen für ein logarithmisches oder für ein proportionales Verhältniss eintreten, wesentlich zu verändern, beziehentlich zu ergänzen. Die Plateau'sche Formel $E = cR^{\varepsilon}$ schwebt völlig in der Luft, so lange ε nicht numerisch angegeben werden kann.

Ich bemerke zum Schluss, dass ich bereits vor Beginn der vorliegenden Untersuchungen die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes auf Grund der Methode der ebenmerklichen Unterschiede, angenähert die doppelten Reize bei Anwendung der Methode der doppelten Reize und endlich die arithmetischen Mittel bei Benutzung der Methode der mittleren Abstufungen auch auf einem ganz anderen Gebiete erhalten habe, nämlich bei der Schätzung von Linien innerhalb der Grenzen 1 bis 500 mm.



Verlag v. Wilh. Engelmann, Leipzig. Lith. Anst. Julius Klinkhardt, Leipzig.