Experimentelle Prüfung der psychophysischen Methoden im Bereiche des Raumsinnes der Netzhaut.

Von

Dr. Heinrich Higier[1]

in Warschau.

Zur experimentellen Lösung der Frage über den Zusammenhang der verschiedenen psychophysischen Maßmethoden scheint im Großen und Ganzen das Gebiet der extensiven Größen, in dem Sinne wie es Fechner in den »Elementen«[2] auffasst, am geeignetsten. Bei intensiven Reizen dürfte nicht nur der störende Einfluss mannigfacher Fehler der Aufmerksamkeitsschwankungen, der Adaptations- und Ermüdungsverhältnisse der Sinnesorgane eine weit größere Rolle spielen, sondern auch die Messung der intensiven Reizgrößen kann meist keine so directe, ohne Zuhülfenahme theoretischer Voraussetzungen ausführbare sein, wie es bei extensiven der Fall ist. Man muss bei der Messung hie und da von Formeln Gebrauch machen, deren Richtigkeit durchaus noch nicht endgültig entschieden ist, oder wir sind auf so rohe und primitive Messungsmethoden angewiesen, dass sie eine wissenschaftliche Verwerthung gar nicht gestatten.

Ueberdies sind die wichtigsten Sinnesgebiete, die es mit Reizintensitäten zu thun haben, in den letzten 6 Jahren einer so gründ-

---

1) Die folgenden Untersuchungen sind schon in einer in Dorpat 1890 erschienenen Dissertation mitgetheilt, aber für die vorliegende Veröffentlichung theils gekürzt, theils in mehreren Punkten vom Verf. umgearbeitet worden.
W. W.

2) Fechner, Elemente der Psychophysik I, S. 211.

lichen und umfassenden Bearbeitung unterworfen worden, dass es schon aus diesem Grunde wünschenswerther war, das im letzten Decennium wenig berührte Gebiet der extensiven Reize auf's Neue ins Auge zu fassen. Es musste um so anregender sein, als man hoffen konnte, an der Hand des Versuchsmaterials, neben der Lösung der Hauptaufgabe, auch über die bisher noch unentschiedene Frage nach der Gültigkeit des psychophysischen Grundgesetzes, wie über die Richtung und relative Größe der constanten Fehler nähere Aufschlüsse zu erhalten.

Von den drei wichtigsten, unsere Raumvorstellung übermittelnden Sinnesgebieten — dem des Auges, der Haut und des Muskelapparates im engeren Sinne — eignen sich zur Entscheidung der Frage über die gegenseitige Stellung der Maßmethoden die zwei letzteren weniger, als das erste, da die Fehlerquellen bei denselben theils zu wenig untersucht, wie beim Muskelsinne, theils zu mannigfacher und störender Natur sind, wie beim Tastsinne.

I. Methode und Technik der Versuche.

Zur Untersuchung wendete ich die Methode der mittleren Fehler und die der richtigen und falschen Fälle an, wobei die letztere in einer unten näher zu besprechenden Weise mit dem Wundt'schen Principe der Minimaländerung — zur gleichzeitigen Eruirung der Unterschiedsschwelle — combinirt wurde. Es standen mithin als Maß der Unterschiedsempfindlichkeit: ein mittlerer variabler Fehler, ein Procentsatz richtiger Fälle resp. sein Präcisionsmaß und ein eben merklicher Reizunterschied zu Gebote. Die bei intensiven Reizen schon mehrmals geprüfte Methode der mittleren Abstufungen oder der übermerklichen Unterschiede ließ ich als sehr wenig empfehlenswerth bei extensiven Größen unberücksichtigt[1]. Dagegen führte ich eine bestimmte Zahl von Versuchen nach der neuerdings von Merkel[2] aufgestellten Methode der doppelten Reize aus. Ich versuchte sie sogar, auf den Vorschlag

1) Vgl. Kraepelin, Phil. Stud. VI, S. 513.
2) Ebenda IV, S. 545.

des Herrn Prof. Kraepelin, zur Methode der Multipla zu erweitern, bei welcher ein dem gegebenen Reize entsprechendes Vielfache gesucht werden sollte. Endlich ist eine bedeutende Zahl von Experimenten von mir speciell zum Zwecke der Prüfung mancher Vertheilungsweisen der zweifelhaften und Gleichheitsfälle nach der Methode der richtigen und falschen Fälle angestellt worden.

Für die Ausführung der Versuche bedurfte ich eines Apparates, der die Möglichkeit bot, zwei um verschiedene fein variirbare Größen differirende Distanzen zum Vergleich rasch und bequem einzustellen, wobei berücksichtigt werden musste, dass die Einstellung der Vergleichsdistanz, je nach der angewandten Methode, von dem Versuchssubjecte resp. vom Gehilfen ausgeführt wird. Die Vorrichtung konnte ziemlich einfach sein, da es in erster Linie weniger darauf ankam, die äußeren Versuchsbedingungen zu ändern, als vielmehr aus einem großen Versuchsmaterial ohne Bedingungsvariationen die oben gestellten Fragen zu lösen. Der zu diesem Zwecke nach den Angaben von Herrn Prof. Kraepelin construirte Apparat bestand aus einem mit dunklem Tuch überzogenen Holzgestell, das als Träger einer dicken horizontalen, etwa $^3/_4$ Meter langen Spiegelglasschiene fungirte. Die letztere war auf der vorderen Fläche mit mattem schwarzem Papier beklebt, aus welchem der ganzen Länge nach eine feine, $^1/_2$ Millimeter breite Linie mit einem scharfen Messer herausgeschnitten war, so dass hier — und zwar nur hier — das Licht von außen in den Apparat hineinfallen konnte. Auf diese Weise bot sich dem Beschauer, unter Abblendung jedes anderen Lichtes, eine feine nach Belieben hell erleuchtete Linie, auf welcher weiterhin die zu betrachtenden Strecken durch geeignete Vorrichtungen abgegrenzt werden konnten. Zu diesem Zwecke diente in erster Reihe ein von oben herabhängender, durch ein Gewicht gespannter und beliebig seitlich verschiebbarer, geschwärzter, feiner, verticaler Draht, der unmittelbar der Glasplatte anlag, so dass von ihm nur das die Lichtlinie kreuzende Bruchstück als senkrechter Trennungsstrich sichtbar war. Außerdem konnten von beiden Seiten her über die Enden der Lichtlinie, und diese letzteren vollkommen verdeckend, genau regulirbare schwarze Schieber bis zur Mitte herübergezogen werden, so dass zu beiden Seiten des oben erwähnten Drahtes ganz beliebig lange Strecken der Lichtlinie für das Auge des Beschauers frei blieben. An den einzelnen Schiebern waren oben Zeiger angebracht, die auf einem Maßstab ihre gegenseitige Stellung ablesen ließen. Für das Experimentiren nach der Methode der mittleren Fehler war endlich noch ein zweiter verticaler Draht, genau gleich dem schon beschriebenen vorgesehen. Außerdem war die Einrichtung getroffen, dass je ein Verticaldraht und der gleichseitige Schieber in einer beliebigen Entfernung von einander, an einer unsichtbar angebrachten horizontalen Spange festgeschraubt und mittelst dieser in horizontaler Richtung gleichzeitig verschoben werden konnten. Es war auf diese Weise möglich, die eine der für jene Methode nothwendigen Vergleichsdistanzen in einen beliebigen Abstand von der anderen zu bringen, der nun weiterhin von der Versuchsperson, nach Maßgabe der gestellten Aufgabe, eingestellt werden konnte. Diese Verschiebung einer fixirten Distanz war nach Belieben auf jeder Seite des Gesichtsfeldes bequem ausführbar. Alle Schieber konnten auch mittelst einer seitlich angebrachten Schraube verschoben werden. Dies geschah durch einen schwarzen, der Lichtlinie parallel verlaufenden Draht, der durch ein Gewicht horizontal zu spannen und an jedem Schieber festzuklemmen war, so dass es möglich war, entweder einem Schieber allein, oder zweien zu gleicher Zeit die feineren Bewegungen durch die Schraube mitzutheilen. Die Schraubenmutter trug eine Theilung, so dass man noch 0,1 Millimeter genau abzulesen im Stande war.

In der Entfernung 50 cm vom Apparate befand sich ein kleines unbewegliches Gestell, an dessen oben halbringförmig angeordnetem Holzstreifen die Stirn, an dem unten grubenförmig sich vertiefendem gut ausgepolstertem Bogen das Kinn sich fest anlegen konnte. Sämmtliche Versuche sind mithin bei fixirtem Kopfe ausgeführt worden. Wo keine speciellen Bemerkungen gemacht sind, wurde beim Experimentiren ausschließlich das rechte Auge benutzt, dessen Blick in der Primärlage ungefähr auf den Berührungspunkt der zu vergleichenden Linien fiel, wobei das linke Auge, eine schwarze undurchsichtige Brille tragend, ungestört in eine dunkle Fläche seine Gesichtseindrücke projiciren, und die correspondirenden Bewegungen des anderen Auges mitausführen konnte. Zeit-und Raumlagenfehler, wie auch Uebungs- und Ermüdungseinflüsse sind in der bei jeder Methode üblichen Weise berücksichtigt und eliminirt worden. Die meisten Versuche sind mit unbedeutenden Unterbrechungen zwischen Januar und November 1889 ausgeführt worden; sie beschäftigten mich fast täglich 2—3 Stunden. Das Experimentiren nach der am meisten zeitraubenden Methode der richtigen und falschen Fälle geschah gewöhnlich Vormittags, dasjenige nach den übrigen Methoden Nachmittags, in einem hell und nicht blendend beleuchteten Zimmer des Dorpater physiologischen Institutes. Die eingehende ophthalmologische Untersuchung meiner Augen erwies bei vollkommen normaler Sehschärfe eine etwa 1,5 Dioptrien betragende latente Hypermetropie mit gleichzeitig bestehender schwacher Insufficienz des Internus.

Da sich Niemand finden ließ, der mir für den ganzen Zeitraum der Experimente behülflich sein konnte, so war ich gezwungen, die gefällige Unterstützung Mehrerer in Anspruch zn nehmen. Besonders verpflichtet fühle ich mich den Herren Drr. Bertels und Falk, die die Manipulationen am Apparate ausführten und die Versuche regelmäßig registrirten.

II. Methode der mittleren Fehler.

Für jede der nach dieser Methode untersuchten Distanzen (10, 20, 50, 100, 150, 200, 250 mm) wurden 500 Einzelbestimmungen, je 250 für linke (L) und rechte (R) Raumlage des Normalreizes ausgeführt. Jeden Tag machte ich abwechselnd 50 Versuche bei rechter resp. linker Lage der Normaldistanz. Solch' eine Gruppe aus 50 zur selben Tageszeit vollführten Versuchen bestand aus zwei Reihen (= Fractionen), deren eine absteigend ↓, von einem deutlich kleineren Reize als der gegebene ausgehend, deren andere aufsteigend ↑ ging. Jedem »aufsteigenden« Versuche folgt ein »absteigender« und umgekehrt, so dass alle Versuche in der Reihenfolge der geraden Zahlen der einen, die der ungeraden der anderen Fraction zugezählt wurden. Bei dieser Anordnungsweise ließen sich am sichersten die Fehler gleichmäßig vertheilen und im Durchschnittsresultate eliminiren. Nach zehntägigem Experimentiren konnten mithin für jede Distanz 500 Versuche in Fractionen aus je

25 mit gleichmäßig für *R* und *L*, ↑ und ↓ vertheilten Fehlern geliefert werden. Für die Zahlen der einzelnen Fractionen bestimmte ich zunächst ihre rohen variablen Fehler, von deren Mittel ausgehend sich die reinen Fehler ausrechnen ließen. Das Mittel solcher 25 Fehler gab den mittleren variablen Fehler der entsprechenden Reihe an. Das arithmetische Mittel der 20 auf diese Weise berechneten constanten und variablen Fehler stellte eben den mittleren constanten und variablen Fehler der untersuchten Distanz dar, wobei als Raumeinheit in allen Reihen das Millimeter zu Grunde gelegt wurde. Die reciproken Werthe der mittleren variablen Fehler dienen bekanntlich, analog den reciproken Unterschiedsschwellen, als Maß der Empfindlichkeit.

Es folgen die Versuchsreihen, von welchen ich in erster Linie das Verhältniss der variablen Fehler ($\varDelta$) zu den zugehörigen Distanzen[1]) anführe, d. h. denjenigen variablen Fehler, welcher der Distanzeinheit in einem Versuche entspricht.

Tabelle I.

a	10	20	50	100	150	200	250
$\varDelta$	0,3245	0,6085	0,8673	1,8791	3,3744	5,1103	6,8357
$\frac{\varDelta}{a}$	0,0324	0,0304	0,0173	0,0188	0,0225	0,0255	0,0273

Aus dieser kurzen Tabelle leuchtet ein, dass die variablen Fehler zwar mit den Distanzen wachsen, aber nicht proportional, wie es das Weber'sche Gesetz fordert, wobei das Verhältniss des variablen Fehlers zur Normaldistanz $\frac{\varDelta}{a}$ bei 10 mm sein Maximum erreicht. Bei 20 ist das Verhältniss schon kleiner; bedeutend kleiner, fast um das Doppelte, ist es bei 50, von welchem Punkte an es wieder ansteigt und, stetig wachsend bei dem letztuntersuchten Reize 250 ein zweites Maximum erreicht, das etwa um ein Viertel kleiner ist,

1) Die Normaldistanzen sollen im Folgenden mit a, die Fehldistanzen mit a', die Distanzunterschiede mit D bezeichnet werden.

als das früher erwähnte. Wir haben mithin in der untersuchten Reizscala 2 Maxima an den Grenzreizen und ein Minimum in der Mitte (bei 50 mm), d. h. die Unterschiedsempfindlichkeit erreicht ihr Maximum bei 50, für die nach ab- und aufwärts liegenden Distanzen sinkt sie ziemlich bedeutend, wobei sie am geringsten bei 10 und 250 ausfällt. Man darf jedoch nicht annehmen, dass die Empfindlichkeit ihr Maximum und ihre Minima genau an den erwähnten Punkten erreicht, da alle Reize zwischen 20 und 100 (excl. 50), als auch die vor 10 und nach 250 ununtersucht blieben. Wir haben eher, angesichts der strengen Gesetzmäßigkeit im Ansteigen und Abfallen der Unterschiedsempfindlichkeit, wohl das Recht zu vermuthen, dass sie jenseits der untersuchten Grenzdistanzen noch stärker sinkt. Was das Maximum anbelangt, so lässt sich nur soviel mit Bestimmtheit sagen, dass es zwischen 20 und 100 liegt. Das Weber'sche Gesetz muss also für die Augenmaßversuche als nicht geltend angesehen werden. Auf die Volkmann'sche[1]) Prüfungsweise seiner Gültigkeit, die später von Fechner in der »Revision« durch die Einführung des wahrscheinlichsten Werthes des mittleren variablen Fehlers corrigirt wurde, lohnt es nicht einzugehen, da sie bei ziemlicher Umständlichkeit keine präciseren Resultate zu bieten vermag. Das regelmäßige Ansteigen und Abfallen der Curve einerseits und die bedeutenden Abweichungen von der theoretischen Weber'schen Linie andererseits machen es unwahrscheinlich, dass es sich hier um bloß unausgeglichene Zufälligkeiten handele.

Verhältnissmäßig am meisten Uebereinstimmung zeigt unser Resultat mit dem von Chodin[2]). Es mögen hier zwei seiner Reihen zum Vergleich mit den unseren angeführt sein. Diese Reihen enthalten die Werthe der durch die Distanz dividirten mittleren variablen Fehler.

---

1) Physiologische Untersuchungen im Gebiete der Optik. 1863, I, S. 122.
2) Archiv für Ophthalmologie XXIII, S. 92.

Tabelle II.

a	2,5	5	10	20	40	50	80	100	150	160	200	250
Ch.	1/50 1/39	1/78 1/52	1/90 1/64	1/112 1/76	1/94 1/69		1/88 1/73			1/71 1/65		
H.			1/30	1/33		1/58		1/53	1/44		1/39	1/37

Abgesehen von der individuell verschiedenen Empfindlichkeit zeigt sich im allgemeinen derselbe Gang: »mit wachsendem Reize ein erst abnehmender, dann mit weiterem Wachsen ein wieder zunehmender Werth des Quotienten«. Berücksichtigen wir die Thatsache, dass die von Chodin untersuchte Reizscala ihre Grenzen bei 2,5 und 160 mm fand, so wird seine auf Grund der Versuchsergebnisse ausgesprochene Meinung: »überhaupt kann man sagen, dass die Schätzungsschärfe für große Distanzen geringer ist, als für mittlere, und größer als für kleinere« auch für unsere Versuche geltend gemacht werden können.

Die Nichtübereinstimmung der Versuchsresultate mit denen Volkmann's[1]) und Fechner's[2]), bei denen bekanntlich sich die volle Gültigkeit des psychophysischen Gesetzes herausstellte, schien mir zuerst nicht so sehr befremdend, da, wie ich glaubte, das benutzte monoculare Verfahren möglicherweise einige constante Abweichungen involviren und in Folge der unvollkommenen Elimination eben dieser Fehler das Resultat modificiren könnte, worauf auch Fechner in der Revision und in seiner Kritik[3]) gegen Lorenz aufmerksam macht, indem er die Ursache der weniger gesetzmäßigen Resultate seiner einhändigen Gewichtsversuche gegenüber denen der zweihändigen erörtert. Gerade durch die Nichtübereinstimmung jener binocularen mit meinen monocularen Versuchen veranlasst, untersuchte ich, wie sich die variablen Fehler

1) Physiol. Untersuchungen etc. I, S. 117.

2) Elemente der Psychophysik I, S. 214.

3) In Sachen des Zeitsinnes und der Methode der richtigen und falschen Fälle gegen Estel und Lorenz. Philos. Stud. III, S. 15 ff.

speciell bei linker resp. rechter Raumlage der Normaldistanz verhalten, da es doch denkbar wäre, dass das Resultat einer Seite annähernd dem Weber'schen Gesetz folgt, während das der anderen gar nicht mit demselben übereinstimmt und auf diese Weise das Gesammtresultat trübt. Um so mehr hielt ich das für möglich, trotzdem es bekannt ist, dass die Raumlage im allgemeinen nur auf den constanten Fehler einen Einfluss ausübt, da es wahrscheinlich schien (s. unten), dass der variable Fehler meiner Versuche gewissermaßen vom constanten beeinflusst wird[1]).

Dass aber keine der Componenten des Endresultates eine strenge Gesetzmäßigkeit aufweist, zeigt die nun folgende Tabelle, in der die Verhältnisse der verschiedenen Raumlagen und Steigungstypen angeführt sind.

Tabelle III.

a	10	20	50	100	150	200	250
$\frac{\Delta_{L.}}{a}$	0,0156	0,0164	0,0093	0,0095	0,0113	0,0135	0,0142
$\frac{\Delta_{R.}}{a}$	0,0167	0,0139	0,0080	0,0092	0,0111	0,0120	0,0131
$\frac{\Delta\downarrow}{a}$	0,0173	0,0159	0,0097	0,0099	0,0109	0,0124	0,0132
$\frac{\Delta\uparrow}{a}$	0,0150	0,0144	0,0076	0,0088	0,0115	0,0130	0,0141

Wir sehen die variablen Fehler mit der Distanz überall wachsen. Die $\frac{\Delta}{a}$ sind aber auch hier keineswegs constant, sondern zeigen denselben Gang wie die Gesammtfehler: eine Abhängigkeit des relativen Werthes des Quotienten von der absoluten Distanzgröße. Auch hier finden sich die einzelnen Maxima an den Grenzfällen, das Minimum bei 50 mm.

Noch zwei Punkte sind vorläufig zu erwähnen, die sich später bei der Betrachtung der constanten Fehler am zweck-

1) Vgl. Fechner, Revision der Hauptpunkte der Psychophysik S. 108.

mäßigsten werden discutiren lassen. 1) Der reine variable Fehler ist fast durchweg bei linker Lage der Normaldistanz $\frac{\Delta_{L.}}{a}$ größer als bei rechter $\frac{\Delta_{R.}}{a}$, die Unterschiedsempfindlichkeit mithin bei linkseitiger Einstellung der Fehldistanz größer. 2) Der variable Fehler fällt verschieden aus, je nachdem wir die Fehldistanz einstellen, von einer übermerklich kleineren oder größeren Distanz ausgehend: er ist bei kleinen Reizen größer im absteigenden als im aufsteigenden Typus, bei größeren umgekehrt. Ist mithin eine kleine Distanz gegeben und wird eine ihr gleich große gesucht, so erfüllen wir diese Forderung mit größerer Präcision, mit einer geringeren Variabilität der Einzelschätzungen, wenn wir bei der Einstellung von einer bedeutend kleineren, als wenn wir von einer größeren (als der Normaldistanz) ausgehen. Umgekehrt verhält sich die Sache bei größeren Distanzen.

In den übrigen Arbeiten, die sich weniger mit der Frage über die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes beschäftigen, vermisst man entsprechende Versuchsreihen und Tabellen, die sich zum Vergleich mit den meinigen eignen könnten. Auch sind bei manchen derselben die Bedingungen ähnlich den bei Volkmann und Chodin: binocular mit oder ohne Ausschluss der Kopf- und Augenbewegungen. Dagegen fand ich bei Münsterberg[1]), der den Einfluss der verschiedenen Versuchsvariationen auf die Größe und Richtung der variablen Fehler studirte, eine mehr oder weniger mit unseren Reihen vergleichbare Tabelle aus Versuchen mit rechtem frei beweglichem Auge. Sie ist nur in Bezug auf die variablen Fehler vergleichbar, da die constanten schon ziemlich beeinflusst sein könnten, beispielsweise durch die Thatsachen, dass bei ihm horizontale Punktdistanzen, bei mir horizontale Linien zum Vergleich herangezogen wurden, ferner durch die ein wenig differirende Entfernung des Auges vom Apparate (bei ihm 600, bei mir 500 mm), durch die verschieden große Versuchszahl (bei ihm 20, bei mir 500) etc. Versuchstabellen mit horizontalen Liniendistanzen fand ich zwischen seinen vielen Bedingungsänderungen leider nur

1) Beiträge zur experim. Psych. 1889, II, 159, Tab. II.

eine binoculare (ohne Angabe der Details der einzelnen Distanzen), so dass ihr Vergleich mit meiner schwer durchführbar wäre.

In der nun folgenden Tabelle sind die mittleren variablen Verhältnissfehler (aus Münsterberg's und meiner Tab. II), wie auch die Abweichung jedes dieser Werthe von einem berechneten Durchschnittswerthe in Procenten der Normaldistanz angeführt, wobei nur eine Decimalstelle berücksichtigt wurde.

Tabelle IV.

a	10	20	50	100	150	200	Mittel
Δ_M	3,0	2,0	1,4	3,0	2,3	1,9	2,30 %
Δ_H	3,2	3,0	1,7	1,9	2,2	2,5	2,41 %
Mittl. Abweich. M	0,7	0,3	0,9	0,7	0,0	0,4	0,50 %
Mittl. Abweich. H	0,8	0,6	0,7	0,5	0,2	0,1	0,49 %

Die variablen Fehler der einzelnen Distanzen, die mittleren Abweichungen, wie auch ihre Durchschnitte (2,30—2,41, 0,50 bis 0,49 %) zeigen ziemlich übereinstimmende Werthe, was auf dieselbe durchschnittliche Empfindlichkeit hinweisen würde. Es bleibt aber um so unverständlicher, mit welchem Rechte Münsterberg aus seinen Versuchen auf die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes zurückschließt. Wenn auch Fechner, Müller und Wundt in manchen der Chodin'schen Reihen eher eine Bestätigung als Widerlegung des Weber'schen Gesetzes zulassen, so thun sie es doch nur für einen bestimmten Theil der untersuchten Reizscala, wo die Differenzen zwischen den einzelnen relativen variablen Fehlern verhältnissmäßig klein sind (wie $^1/_{64}$—$^1/_{76}$, oder $^1/_{48}$—$^1/_{60}$).

Stimmen wir mit der von Münsterberg ausgesprochenen Meinung überein, »dass selbstverständlich die Schwankungen um den procentischen Durchschnittsschwellenwerth mit der Complication der experimentellen Bedingungen, wie bei monocularem fixirten Sehen u. s. w. zunehmen«, so werden wir kaum mit Recht annehmen dürfen, dass die meisten seiner übrigen, bei viel ungewöhnlicheren Sehbedingungen ausgeführten Schätzungen eine, wenn auch nur

»für die Empirie ausreichende Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes« aufzuweisen im Stande sind.

Wenden wir uns nun dem constanten Fehler zu, um nach genauerer Betrachtung seine Stellung zum mittleren variablen Fehler näher zu beleuchten. Es ist kaum nöthig hervorzuheben, dass theoretisch das Mittel einer ganzen Versuchsreihe seiner Natur nach schon frei von allen den zufälligen Fehlern ist, die jedem einzelnen Gliede der Schätzungsreihe anhaften. Ob der mittlere constante Fehler von allen Versuchen ein scheinbarer oder wahrer ist — im Sinne Wundt's[1]) und Fechner's — lässt sich, abgesehen von der sehr genauen aber ziemlich umständlichen Berechnung des wahrscheinlichsten Fehlers einer mittleren Beobachtungsreihe aus den Beobachtungsfehlern, noch auf die einfache Weise zeigen, dass der wahre constante Fehler (C) durch alle Fractionen dasselbe Vorzeichen behält. Ich will daher der folgenden Tabelle die Bemerkung vorausschicken, dass die $C = a' - a$ in allen Fractionen fast ausnahmslos dasselbe Vorzeichen behielten, so dass es keinem Zweifel unterliegen kann, dass der constante Fehler kein scheinbarer ist, worauf man schon etwa aus der Constanz desselben Vorzeichens bei fast allen untersuchten Distanzen schließen könnte. Ich habe auch zur Controlle die wahrscheinlichen Fehler der Fehldistanzen ausgerechnet und sie tabellarisch zusammengestellt (s. unten). Die absoluten constanten Fehler in Millimetern zeigt die Tabelle V.

Tabelle V.

a	10	20	50	100	150	200	250
C_L.	0,132	0,623	0,736	4,196	5,865	15,022	26,255
C_R.	— 0,178	0,070	0,210	1,031	1,485	6,532	10,576
$C\downarrow$	— 0,018	0,444	0,821	3,439	3,618	10,974	19,327
$C\uparrow$	— 0,028	0,249	0,125	1,788	3,732	10,580	17,504
C	— 0,023	0,346	0,473	2,613	3,675	10,777	18,415

Beim Betrachten derselben überzeugen wir uns: 1) dass der constante Fehler, mit Ausnahme einer Distanz, positiv ist, d. h. das

1) Psysiologische Psychologie I³, S. 352.

activ eingestellte a' ist größer als das gegebene a: wir unterschätzten die von uns eingestellte Fehldistanz. Eine Ausnahme macht die Distanz 10 und vielleicht auch die unterhalb derselben liegenden. 2) Die durchschnittlichen const. Fehler C wachsen mit der Distanz ganz disproportional, wie die Reihe $\frac{C}{a}$ der Tabelle VI zeigt, welche den eine Distanzeinheit begleitenden const. Fehler enthält.

Tabelle VI.

a	10	20	50	100	150	200	250
$\frac{\varDelta}{a}$	0,0324	0,0304	0,0173	0,0188	0,0225	0,0255	0,0273
$\frac{C}{a}$	—0,0023	0,0173	0,0095	0,0261	0,0245	0,0539	0,0737

3) Was die Eigenthümlichkeiten des constanten Fehlers in Bezug auf die Raumlage betrifft (s. Tab. V), so wiederholt sich auch hier das beim variablen Fehler Beobachtete: C_L ($= a'_R - a$) ist ausnahmslos bedeutend größer als das entsprechende C_R. Ich überschätze mithin die linksliegende Normaldistanz immer mehr als die rechtsliegende — ganz abgesehen davon, ob sie verhältnissmäßig groß oder klein ist. Eine analoge constante Ueberschätzung, bei monocularem Sehen, der dem benutzten Auge heteronomen Seite ist Aubert[1]) und Kundt[2]) aufgefallen, wenn auch dieselben im allgemeinen mit kleineren Distanzen als ich operirten. 4) Beim ab- wie auch aufsteigenden Versuchsverfahren überschätze ich die Hauptdistanz, oder unterschätze die activ eingestellte Vergleichsdistanz, und zwar stärker beim absteigenden, eine Erscheinung, die auch auf anderen Sinnesgebieten nicht selten zur Beobachtung kommt und zu verschiedenartigen Erklärungsversuchen Anlass gegeben hat[3]).

Angesichts der sich regelmäßig in allen Reihen wiederholenden

1) Aubert, Physiologie der Netzhaut S. 263 ff.

2) Kundt, Untersuchungen über Augenmaß und optische Täuschungen. Poggendorff's Annalen d. Physik CXX, S. 118.

3) Vgl. G. Martius, Phil. Stud. V, S. 608.

Unterschätzung der Fehldistanz war es wünschenswerth, die Sicherheit der Resultate einer genaueren Prüfung zu unterwerfen und durch die Ausrechnung des wahrscheinlichen Fehlers der mittleren Fehldistanz einen sicheren Hinweis auf den Charakter des constanten Fehlers zu gewinnen. Zur Feststellung des wahrscheinlichen Fehlers benutzte ich, statt die einzelnen Abweichungen von dem Mittel zu quadriren, die von Fechner[1]) angegebene einfachere Formel. In der Formel $W = \frac{1,1955\ \Sigma\delta}{n \sqrt{2\ n - 1}}$ bezeichnet w den wahrscheinlichen Fehler von C, n die Versuchszahl jeder einzelnen Fraction, $\Sigma\delta$ die Summe aus sämmtlichen Abweichungen der Einzelbeobachtungen vom Durchschnittswerthe, d. h. die Summe der reinen variablen Fehler. Da diese Formel den wahrscheinlichen Fehler nur der einzelnen Fraction berechnet, so muss der Mittelwerth aller 20 Fractionen genommen werden, um den gesuchten Werth aufzufinden. Die in dieser Weise ausgerechneten Zahlen sind in der Tabelle VII zusammengestellt, wobei ich um des bequemeren Vergleiches willen die absoluten Werthe der C, wie auch die in Procenten des constanten Fehlers ausgedrückten wahrscheinlichen Abweichungen nebenbei anführe.

Tabelle VII.

a	10	20	50	100	150	200	250
W	0,055	0,104	0,147	0,319	0,573	0,868	1,162
C	0,023	0,346	0,473	2,613	3,675	10,777	18,415
$100 . \frac{W}{C}$	239	30	31	12	15	8	6

Es lässt sich wohl ohne Weiteres aus der Tabelle erkennen, dass die wahrscheinlichen Fehler der gefundenen Fehldistanzen oder ihrer constanten Fehler verhältnissmäßig klein sind — ausgenommen ist die Distanz 10 —, dass wir also mit überwiegender Wahrscheinlichkeit den constanten Fehler als einen »wahren« betrachten müssen. Es ist anzunehmen, dass ein solcher auch bei der

1) Jubelband von Poggendorff's Ann., S. 73.

Distanz 10 vorhanden ist, und nur durch einen hinzugekommenen scheinbaren, von unausgeglichenen Zufälligkeiten abhängigen constanten Fehler vollständig verdeckt wird. Dass solche zufällige Fehlerquellen verhältnissmäßig am stärksten an und für sich kleine Distanzen beeinflussen, ist insofern verständlich, als nur bei solchen die Einstellung wie Ablesung der Fehldistanzen sehr großen Schwankungen unterliegt. Auf die Ursachen des constanten Fehlers werde ich später bei der Vergleichung mit den Resultaten der Methode der richtigen und falschen Fälle näher eingehen.

III. Methode der richtigen und falschen Fälle.

Ich untersuchte nach dieser Methode nur solche Distanzen, bei welchen die Einstellung der Vergleichsreize vom Registrator, ohne Zuhilfenahme der Mikrometerschraube, geschehen konnte, und zwar 50, 100, 150, 200 mm. Bei allen Hauptdistanzen (a) wurden Versuche mit einer größeren Anzahl ober- und unterhalb liegender Vergleichsdistanzen (a') angestellt: ich combinirte also — wie oben erwähnt — die Methode der richtigen und falschen Fälle mit dem Principe der Minimaländerungen, bei dem bekanntlich das eine Mal eine zu kleine, die Unterschiedsschwelle unterschreitende positive oder negative Reizdifferenz bis zur Grenze vergrößert wird, wo die Merklichkeit beginnt, oder sogar überschritten wird, das andere Mal eine zu große, die Unterschiedsschwelle überschreitende Differenz solange verkleinert, bis sie unmerklich wird. Die Vergleichsdistanzen a' waren mithin $a' = a \pm \frac{1}{n} a, a \pm \frac{2}{n} a, a \pm \frac{3}{n} a$ u. s. w., wobei ich mich mit je fünf beiderseits liegenden Abstufungen begnügte. Die letzteren waren bei allen Distanzen dieselben, nämlich: 1, 2, 3, 4, 5 Hundertstel der untersuchten Distanz. Diese ganze Scala von Vergleichsreizen füllte also in sehr kleinen gleichmäßigen Abstufungen das Gebiet vom Gleichheitspunkte bis zum Uebermerklichkeitspunkte beinahe ganz aus.

Zur Eliminirung constanter Fehler der Zeit- resp. Raumlage wurde abwechselnd die eine Versuchsreihe mit positiven Reizdifferenzen — wo die Vergleichsdistanz größer als die Hauptdistanz war — die andere mit negativen begonnen. Denjenigen Versuchstypus, wo die Variable sich stufenweise vergrößert, bezeichne ich als aufsteigenden, wo sie sich verkleinert als absteigenden. Auch wurde dafür gesorgt, dass täglich die Raumlage der Normaldistanz gewechselt wurde. Diejenigen Fälle in der Schätzungsreihe, wo der Haupt- und Vergleichsreiz einander gleich waren, sind bei einigen untersuchten Distanzen ganz ausgelassen worden, obwohl, wie ich mich später überzeugen konnte, die Resultate übersichtlicher beim Nichtauslassen derselben sein könnten.

Beim Schätzen sind die sog. zweifelhaften und Gleichheitsfälle nach dem Vorschlag von Jastrow[1]) nicht zugelassen worden. Das Urtheil musste also immer »größer« oder »kleiner« lauten. Das Verbannen der Gleichheitsurtheile war theilweise die Ursache, warum ich die Abstufung $a' - a = D = 0$ nicht bei allen Distanzen zuließ, es war nämlich vorauszusehen, dass in dem Falle, wo eine objective Gleichheit der Reize vorliegt, wo mithin die Schätzung gewöhnlich am zweifelhaftesten ist, einige Schwierigkeiten beim schnellen, mittelst der Metronomschläge regulirten und nur etwa 1 Secunde dauernden Urtheilen auftreten würden.

Die Versuchszahl für jede Reizabstufung war 320, und zwar je 160 für rechts und links; für jede Distanz also 3200 Einzelbestimmungen. Da aber die erhaltenen Resultate manches Auffallende darboten, so glaubte ich vielleicht doch nicht vollständig die zufälligen Fehlerquellen compensirt zu haben und stellte daher nach Beendigung dieser — ich nenne sie »primäre« — Versuchsgruppen noch andere ergänzende »Ergänzungsgruppen« an, welche sich von der primären nur durch die Versuchszahl unterschieden, die hier für jede Distanz nur die Hälfte betrug. Es sind also, abgesehen von den Versuchen mit Zulassung von Gleichheitsfällen, nach der Methode der richtigen und falschen Fälle 480 Schätzungen bei jeder Distanzabstufung, 4800 bei jeder Distanz (5040 bei denjenigen Distanzen, wo auch Vexirversuche vorhanden waren) ausgeführt worden. Nach jeder Versuchsreihe (aus 20 Schätzungen) wurde eine kurze Pause gemacht, nach je 4 Reihen, die ich Versuchsgruppe nenne, eine viel längere etwa 10 Minuten dauernde Pause,

1) American Journal of Psychology Vol. I, S. 271 ff. Vgl. Kraepelin, Phil. Stud. VI, S. 496.

so dass die Netzhaut wie auch der Muskelapparat des Auges sich zu jeder Zeit genügend erholen, und die Versuche durch die Ermüdung nicht wesentlich gestört werden konnten. Täglich sind im Verlauf von $1^1/_2$—2 Stunden 5 Versuchsgruppen ausgeführt worden.

Die Resultate nach der Methode der richtigen und falschen Fälle sollen nun hauptsächlich auf folgende Punkte untersucht werden: 1) auf den Einfluss mancher eliminirbarer Fehlerquellen (Uebung, Ermüdung, linke und rechte Raumlage etc.), 2) auf die Constanz der $r\%$ d. h. des Procentsatzes richtiger Fälle bei verhältnissgleichem D, 3) auf die Abweichungen der gefundenen hD-Curve von der der Fechner'schen Fundamentaltabelle, 4) auf die Constanz des Productes der Reizdifferenz in ihr Fechner'sches Präcisionsmaß, wie der Reize in ihre Müller'schen Präcisionsmaße, 5) auf den Gang der wahrscheinlichen Fehler der verschiedenen Reize und Reizdifferenzen, 6) auf die Uebereinstimmung mit den variablen und constanten Fehlern der Methode der mittleren Fehler, 7) auf den Versuch einer Berechnung des eben merklichen und eben unmerklichen Reizunterschiedes, 8) auf die wahrscheinlichen Ursachen der constanten Fehler und endlich 9) auf den Versuch einer experimentellen Lösung der Frage über die verschiedenen Theilungsprincipien der zweifelhaften resp. gleichen Urtheilsfälle.

Es folgen die Versuchsreihen, wo in erster Linie die Zahl der unmittelbar aus den Versuchen sich ergebenden richtigen Urtheile, in Procenten ausgedrückt, betrachtet werden soll.

Tabelle VIII.

D	L. 50		L. 100		L. 150		L. 200		R. 50		R. 100		R. 150		R. 200	
	Primär.	Ergänz.	Primär.	Ergänz.	Primär.	Ergänz.	Primär.	Ergänz.	Primär.	Ergänz.	Primär.	Ergänz.	Primär.	Ergänz.	Primär.	Ergänz.
0,05 *a*	76,25	91,25	86,24	83,75	82,50	90,00	73,75	65,00	99,37	97,50	90,00	97,75	94,38	93,75	79,37	95,00
0,04 *a*	64,37	85,00	77,51	75,00	70,00	71,25	73,13	56,25	97,50	93,75	86,87	85,00	94,38	86,25	71,25	92,50
0,03 *a*	44,38	76,25	66,24	52,75	61,25	63,75	63,75	41,25	96,87	88,75	75,00	85,00	82,50	80,00	61;25	92,50
0,02 *a*	38,12	65,00	59,37	45,00	48,75	47,50	56,25	22,50	93,12	77,50	71,87	85,00	80,00	66,25	57,51	87,50
0,01 *a*	28,75	55,00	38,14	33,75	36,25	31,25	46,88	25,00	83,75	48,75	58,12	63,75	75,00	67,50	48,12	92,50
—0,01 *a*	88,12	86,25	80,00	90,00	73,13	90,00	78,13	95,00	58,12	78,75	76,87	65,00	61,88	66,25	76,87	41,25
—0,02 *a*	96,25	90,00	92,50	96,25	78,13	92,50	89,38	90,00	66,87	92,50	85,62	73,75	73,75	80,00	80,62	57,50
—0,03 *a*	98,75	96,25	93,12	97,50	83,13	96,25	91,25	96,25	81,87	98,75	85,62	78,75	82,50	90,00	92,51	67,50
—0,04 *a*	99,37	98,75	96,25	98,75	89,38	98,75	95,00	98,75	94,37	100,00	94,37	90,00	88,75	95,00	94,38	82,50
—0,05 *a*	99,37	100,00	98,74	98,75	94,38	100,00	94,38	100,00	96,25	100,00	96,88	93,75	93,75	100,00	95,62	90,00
Mittel	73,37	84,37	78,81	77,15	71,69	78,12	68,80	76,19	86,81	87,62	82,12	81,77	82,69	82,50	75,75	79,87

Beim Anblick der Tabelle fällt sogleich auf, dass die zeitlich bedeutend später ausgeführten Ergänzungsversuche im Großen und Ganzen wenig von den primären abweichende Resultate liefern. Der durchschnittliche Procentsatz in der letzten Horizontalreihe ließe vielleicht auf eine im Laufe der Zeit etwas zugenommene Uebung schließen (analog den Controllversuchen nach der Methode der mittleren Fehler). Wir können also im Folgenden, ohne einen erheblichen Fehler zu begehen, überall von den Durchschnitten dieser zeitlich auseinanderliegenden Versuche Gebrauch machen.

Die Frage über den Einfluss der Uebung und Ermüdung auf die Reihen jedes einzelnen Tages versuchte ich in der Weise zu beantworten, dass ich speciell die *r%* der ersten Hälfte der täglich gemachten Versuche, wie auch die der zweiten ausrechnete, und die erhaltenen Zahlenreihen mit einander verglich. Sollten die erwähnten Momente auf die Schätzung einen Einfluss ausüben, so müsste er selbstverständlich am größten bei der zweiten Versuchshälfte sein, wo voraussichtlich die periphere resp. centrale Ermüdung, wie auch die ihr antagonistisch wirkende Uebung, das Maximum erreichend, aus den Versuchszahlen registrirt werden können.

Tabelle IX.

	50		100		150		200	
	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.
1. Abstuf.	65,2	65,8	64,6	62,7	67,5	60,2	62,7	65,0
2. -	76,9	75,4	76,2	77,1	70,6	72,7	68,3	69,2
3. -	84,0	84,8	79,8	79,2	79,2	80,2	75,8	76,7
4. -	89,4	92,2	86,9	89,6	86,9	87,5	82,9	83,3
5. -	94,0	94,6	93,6	92,7	94,8	91,9	84,8	88,9
Mittel	81,9	82,4	80,2	80,2	79,8	78,5	74,9	76,6
	+ 0,5		0		— 1,3		+ 1,7	

In der Tabelle sind die Durchschnitte von den gleichnamigen positiven und negativen Abstufungen angeführt, wobei unter den Rubriken I und II die *r%* der ersten und zweiten Hälfte des täglich gewonnenen Versuchsmaterials sich finden. Die Differenz der $r\%$ beider Versuchshälften zeigt im Durchschnitte bei all' den untersuchten Distanzen sehr kleine Zahlen ($\pm$ 1,5%), an deren Verlaufe keine Regelmäßigkeit nachzuweisen ist, da sie abwechselnd positiv, null oder negativ wird. Das Mittel aller $r\%$ der I. Rubriken ergibt beim Vergleichen mit dem der II. fast ganz dieselbe Zahl: 79,2 und 79,4%, so dass bei den einfachen Augenmaßversuchen kein störender resp. begünstigender Einfluss der Ermüdung und Uebung anzunehmen ist. Uebrigens war auch durch die Versuchsanordnung selbst in ausgibiger Weise auf die Elimination ihres Einflusses Rücksicht genommen.

Bedeutend anders verhält sich die Sache mit dem Einflusse der Raumlage und Zeitfolge der Reizeinwirkung (wenn auch die extensiven Reize als simultane aufgefasst werden). Die Beziehung zwischen der Größenschätzung bei linker und rechter Normallage lässt sich ziemlich leicht aus der folgenden Tabelle ersehen, wo, wie schon in der vorigen Tabelle, die Durchschnittsprocente aus den primären und Ergänzungsversuchen angeführt sind.

Tabelle X.

	L.				*R.*			
D	50	100	150	200	50	100	150	200
0,05 *a*	81,25	84,99	86,25	69,37	99,12	93,62	94,06	87,18
0,04 *a*	71,25	76,25	70,62	64,69	96,25	85,93	90,31	81,87
0,03 *a*	55,00	59,49	62,50	52,50	94,17	80,00	81,25	76,87
0,02 *a*	47,08	52,18	48,12	39,37	87,92	78,43	73,12	72,50
0,01 *a*	37,50	35,94	33,75	35,94	72,08	60,93	71,25	70,31
—0,01 *a*	87,50	85,00	81,56	86,56	65,00	70,93	64,06	59,06
—0,02 *a*	94,17	94,37	85,31	89,69	75,42	79,68	76,87	69,06
—0,03 *a*	97,92	95,31	89,69	93,75	87,50	82,18	86,25	80,00
—0,04 *a*	99,17	97,50	94,06	96,87	96,25	92,18	91,87	88,44
—0,05 *a*	99,58	98,74	97,19	97,19	97,50	95,31	96,87	92,81

Aus dem Vergleich der oberen fünf Horizontalspalten mit den unteren ist zu ersehen, dass, wo die Reizabstufungen positiv sind

$(a' > a)$, die Zahl der richtigen Fälle bei rechter (R) ausnahmslos größer ist, als die bei linker (L) Raumlage der Normaldistanz. Ganz das umgekehrte Verhalten, wie es auch zu erwarten ist, tritt uns bei den negativen Abstufungen entgegen. Wir erkennen mithin die Größe der Vergleichsdistanz bedeutend richtiger, wenn sie kleiner als die Hauptdistanz ist, und zwar ist dieses Phänomen viel ausgeprägter, wenn die letztere sich links findet: wir sind also geneigt, mit dem rechten Auge eine rechtsliegende Distanz zu unterschätzen.

Uebersichtlicher zeigt uns dieses Verhalten die bloß die Durchschnitte aller positiven wie negativen Abstufungen enthaltende kurze Zusatztabelle XI.

Tabelle XI.

	50		100		150		200		
D	*L.*	*R.*	*L.*	*R.*	*L.*	*R.*	*L.*	*R.*	Mittel
+ Abstuf.	58,42	89,91	61,77	79,78	60,25	82,00	52,37	77,75	+70,27
— Abstuf.	95,67	84,33	94,18	84,05	89,56	83,18	92,81	77,73	—87,69
Mittel	77,04	87,12	77,98	81,92	74,91	82,60	72,50	77,81	*L.* 75,61
	82,08		79,95		78,75		75,15		*R.* 82,36

Dass diese Eigenthümlichkeit der Zahlen der bei der Methode der mittleren Fehler nachgewiesenen entspricht, soll unten gezeigt werden.

In der folgenden Tabelle sollen nun die reinen Procentsätze richtiger Fälle für die einzelnen positiven und negativen Distanzunterschiede angeführt werden.

Tabelle XII.

D	50	100	150	200
0,05 a	90,00	89,43	90,00	78,28
0,04 a	83,75	81,09	81,04	73,28
0,03 a	74,58	69,75	71,87	64,68
0,02 a	67,50	65,31	61,88	55,94
0,01 a	54,79	48,44	53,54	53,12
Mittel	74,12	70,80	71,46	65,06
—0,01 a	76,25	77,96	71,04	77,81
—0,02 a	84,79	87,03	79,37	79,87
—0,03 a	92,71	88,74	86,50	86,87
—0,04 a	97,71	94,84	91,66	92,65
—0,05 a	98,54	97,03	96,29	95,00
Mittel	90,00	89,12	84,97	86,44

Um etwas nähere Aufschlüsse über den Gang der Empfindlichkeit bei verschiedenen Reizverhältnissen derselben wie verschiedener Normaldistanzen zu erhalten, rechnete ich die den in Tabelle XII angeführten Procentzahlen zugehörigen Fechner'schen Präcisionsmaße nach der Fundamentaltabelle aus. Die aus derselben gewonnenen Producte $t = hD$, wie die den Reizdifferenzen entsprechenden Präcisionsmaße $h = \frac{t}{D}$ sind in den folgenden Tabellen XIII A, B, C, D zusammengestellt.

Zur Entscheidung der Frage über die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes stehen bei der Methode der richtigen und falschen Fälle die verschiedenen Präcisionsmaße und Schwellenwerthe zur Verfügung. Dieselben sind in all' ihren Auffassungs- und Anwendungsweisen vielfach beschrieben und discutirt worden (Fechner, Müller, Lorenz, Merkel etc.), so dass ein summarischer Ueberblick der wichtigsten Gesichtspunkte vollständig genügen wird.

Um die gegenseitige Stellung des Fechner'schen Präcisionsmaßes (h) für die Reizdifferenz und der Müller'schen Präcisionsmaße (H und $H_,$) für die einzelnen Reize, resp. ihrer zufälligen Aenderungen zu kennen, müssen wir uns auf die zwei bekannten Sätze stützen, dass 1) der wahrscheinliche Fehler (w) bei der Beurtheilung einer Reizdifferenz gleich ist der Quadratwurzel aus der Quadratsumme der wahrscheinlichen Fehler (W und $W_,$) der einzelnen Reize (a und $a_,$), und dass er 2) umgekehrt proportional dem Präcisionsmaße ist. Es lässt sich demnach die Gleichung $w = \sqrt{W^2 + W_,^2}$ durch $\frac{1}{h} = \sqrt{\frac{1}{H^2} + \frac{1}{H_,^2}}$ ersetzen und aus der letzteren die Abhängigkeit der Präcisionsmaße von einander ermitteln, nämlich $h = \frac{H H_,}{\sqrt{H^2 + H_,^2}}$ (I). Bestimmen wir aus den gewonnenen $r\%$ nach der Fundamentaltabelle die zugehörigen Fechner-schen h, so können wir, unter Berücksichtigung der Thatsache, dass bei der Beurtheilung einer Distanzgröße begangene wahrscheinliche Fehler proportional, die Präcision für ihre Auffassung mithin umgekehrt proportional derselben ist $\left(\frac{a}{a_,} = \frac{H_,}{H}\right)$ (II), leicht die einzelnen Müller'schen Maße berechnen. Aus den letzten 2 Gleichungen lässt sich eben finden, dass: $H = h\sqrt{1 + \left(\frac{a_,}{a}\right)^2}$ und $H_, = h\sqrt{1 + \left(\frac{a}{a_,}\right)^2}$ ist. Für die Gültigkeit des psychophysischen Grundgesetzes verlangt Fechner bekanntlich die Constanz von hD für ein verhältnissgleiches D, indem nach der Müller-schen Relation $\frac{a}{a_t} = \frac{H_,}{H}$, die als Folge des Weber'schen Gesetzes[1]) aufgefasst werden kann, die Constanz der $aH = a_,H_, = \dots$ zu fordern ist.

Ich wähle mithin als Müller'sches Kriterium die Constanz der aH, wenn auch Müller selbst im Gegensatz zu Fechner das Präcisionsmaß für durchaus ungeeignet zu diesem Zwecke hält. Auf die Ermittelung seiner Unterschiedsschwelle muss ich schon

1) Vgl. Merkel, Das psychophys. Grundgesetz in Bezug auf Schallstärken. Philos. Stud. IV, S. 144.

aus dem Grunde verzichten, da ihre exacte Bestimmung sich lediglich auf die Anzahl der vorkommenden zweifelhaften und Gleichheitsfälle gründet.

Tabelle XIII A.

$a,$	D	$t = hD$	$h = \frac{t}{D}$	H	H'	$T = aH$	w	W	$W,$
52,5	2,5	0,9060	0,3624	0,5249	0,4987	26,245	1,5568	1,0740	1,1314
52,0	2,0	0,6960	0,3480	0,5011	0,4820	25,055	1,6217	1,1221	1,1705
51,5	1,5	0,4670	0,3113	0,4461	0,4331	22,305	1,8124	1,2651	1,3026
51,0	1,0	0,3210	0,3210	0,4590	0,4851	22,950	1,7570	1,2292	1,1636
50,5	0,5	0,0830	0,1660	0,2357	0,2337	11,785	3,3981	2,3901	2,4148
50									
49,5	—0,5	—0,5040	1,0080	1,4213	1,4352	71,065	0,5597	0,3961	0,3933
49,0	—1,0	—0,7280	0,7280	1,0192	1,0394	50,960	0,7751	0,5532	0,5430
48,5	—1,5	—1,0300	0,6867	0,9549	0,9743	47,745	0,8211	0,5900	0,5781
48,0	—2,0	—1,4140	0,7070	0,9867	1,0261	49,335	0,7980	0,5711	0,5500
47,5	—2,5	—1,5435	0,6174	0,8515	0,8941	42,575	0,9131	0,6621	0,6311

Tabelle XIII B.

$a,$	D	$t = hD$	$h = \frac{t}{D}$	H	H'	$T = aH$	w	W	$W,$
105,0	5	0,8850	0,1770	0,2566	0,2441	25,660	3,1864	2,2031	2,3114
104,0	4	0,6235	0,1557	0,2232	0,2140	22,320	3,6346	2,5291	2,1682
103,0	3	0,3655	0,1204	0,1716	0,1678	17,160	4,7000	3,2982	3,3772
102,0	2	0,2790	0,1395	0 2002	0,1960	20,020	4,0285	2,8200	2,8775
101,0	1	—0,0265	—0,0265	—0,0369	0,0366	—3,6900	—21,692	14,100	15,666
100									
99,0	—1	—0,5455	0,5455	0,7630	0,7706	76,300	1,0348	0,7392	0,7324
98,0	—2	—0,7975	0,3985	0,5572	0,5681	55,720	1,4170	1,0125	0,9929
97,0	—3	—0,8580	0,2857	0,3975	0,4089	39,750	1,9789	1,4207	1,3789
96,0	—4	—1,1520	0,2880	0,3974	0,4128	39,740	1,9583	1,4206	1,3689
95,0	—5	—1,3330	0,2666	0,3657	0,3832	37,570	2,1203	1,5452	1,4725

Tabelle XIII C.

a,	D	$t = hD$	$h = \frac{t}{D}$	H	H'	$T = aH$	w	W	W,
157,5	7,5	0,9060	0,1178	0,1711	0,1629	25,665	4,8205	3,3111	3,4197
156,0	6,0	0,6220	0,1033	0,1483	0,1423	22,245	5,4757	3,8108	3,9015
154,5	4,5	0,4095	0,0901	0,1287	0,1261	19,305	6,2666	4,4062	4,3333
153,0	3,0	0,2140	0,0706	0,1008	0,0987	15,120	8,0571	5,6400	5,7612
151,5	1,5	0,0630	0,0420	0,0596	0,0584	8,9400	13,427	9,5593	9,7068
150									
148,5	—1,5	—0,3920	0,2611	0,3780	0,3838	56,700	2,1609	1,4952	1,4726
147,0	—3,0	—0,5795	0,1928	0,2702	0,2754	40,530	2,9375	2,0740	2,0509
145,5	—4,5	—0,7800	0,1732	0,2404	0,2472	36,060	3,2607	2,3500	2,2833
144,0	—6,0	—0,9775	0,1622	0,2235	0,2319	33,525	3,4814	2,4479	2,4415
142,5	—7,5	—1,2625	0,1678	0,2304	0,2415	34,560	3,3778	2,4521	2,3402

Tabelle XIII D.

a,	D	$t = hD$	$h = \frac{t}{D}$	H	H'	$T = aH$	w	W	W,
210	10	0,5510	0,0551	0,0797	0,0758	15,940	10,254	7,2658	7,5200
208	8	0,4400	0,0550	0,0792	0,0760	15,840	10,254	7,2658	7,5200
206	6	0,2680	0,0445	0,0633	0,0614	12,660	12,818	8,9524	9,1850
204	4	0,1060	0,0265	0,0361	0,0353	7,2200	21,692	15,666	16,114
202	2	0,0555	0,0277	0,0383	0,0379	7,6600	20,888	14,842	15,243
200									
198	— 2	—0,5420	0,2710	0,3821	0,3859	76,420	2,0888	1,4842	1,4623
196	— 4	—0,5900	0,1475	0,2058	0,2099	41,160	3,8367	2,7512	2,6985
194	— 6	—0,7925	0,1315	0,1834	0,1885	36,680	4,3053	3,0819	3,0000
192	— 8	—1,0255	0,1281	0,1753	0,1820	35,060	4,4062	3,2228	3,0989
190	—10	—1,1630	0,1163	0,1601	0,1680	32,020	4,8620	3,5250	3,3571

Bei der Betrachtung der einzelnen Präcisionsmaße erkennt man zunächst: 1) Das Fechner'sche h ist bei keiner gegebenen Distanz constant, sonach fällt es im Durchschnitt bei den negativen Abstufungen bedeutend größer als bei den positiven aus. 2) Die den kleinsten positiven wie negativen Reizdifferenzen entsprechenden h als Ausgangspunkte angenommen, wird man sagen können, dass mit der Größe der Vergleichsdistanz auch die h-Werthe zunehmen. Die Werthe der t sind also in jeder Reihe den zugehörigen D nicht proportional. Diese bei den schon citirten Merkel'schen Schallversuchen so schwach hervortretende Inconstanz der h ist viel auffallender bei Lorenz[1]), und bei den Fechner'schen einhändigen Gewichtsversuchen[2]). Und wenn Lorenz aus der Inconstanz der h bei verschiedenen Reizdifferenzen desselben Hauptreizes den Schluss über die Unrichtigkeit des Rechnungsprincipes zieht, so kann man ihm nur insofern beistimmen, als er dieses nur aus den Fechnerschen Versuchen schließt, wo die Reizdifferenz $^4/_{100}$ und $^8/_{100}$ des Normalgewichtes ausmachte. Dass die h in den Lorenz'schen Reihen nicht constant ausfallen, kann schon dadurch erklärt werden, dass die wichtige Forderung, eine im Verhältniss zum Reize kleine Reizdifferenz zu wählen, nicht erfüllt ist. Dass die h bei Fechner, wo verhältnissmäßig kleine D gewählt sind, doch nicht mit einander übereinstimmen, rührt aus der unvollständigen Elimination der constanten Fehler in Folge der »Einhändigkeit« der Versuche her, eine Erklärung, welche auch darin eine Stütze findet, dass die zweihändigen Versuche viel stabilere h aufzuweisen vermögen[3]).

Der Widerspruch zwischen Lorenz und Merkel, von denen ersterer die h-Constanz fordert, letzterer nicht, ist nur ein scheinbarer, da sie doch wirklich ganz verschiedene Fragen beantworten: Lorenz nämlich schließt aus der Inconstanz der h auf die Unrichtigkeit resp. Unanwendbarkeit des Rechnungsverfahrens, was an und für sich ein durchaus richtiger Schluss ist, sobald die constanten Fehlerquellen (wie Einhändigkeit der Gewichtsversuche, Succession der Reizeinwirkung etc.) eliminirt, und alle vom Fehlergesetze gestellten Forderungen (z. B. relativ kleine Abstufungen) erfüllt sind. Auch Merkel's Meinung ist richtig, denn er beantwortet nicht die

---

1) Lorenz, l. c. S. 428.
2) Fechner, Elemente I, S. 193 ff.
3) Vgl. Fechner, In Sachen des Zeitsinnes etc. l. c. S. 18.

Frage, inwiefern die Constanz der h auf die Anwendung des Gauß-schen Gesetzes zurückschließen lässt, sondern inwiefern sie zur Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes nothwendig sei. Selbstverständlich ist sie nicht nothwendig und theoretisch bei verschiedenen Hauptreizen auch gar nicht denkbar; nur bei verschiedenen kleinen Abstufungen desselben Reizes müssen sie praktisch annähernd gleich groß ausfallen. 3) Betrachten wir endlich die denselben Reizverhältnissen $\frac{a,}{a}$ zugehörigen Präcisionsmaße h bei verschiedenen Distanzen, so fällt auf, dass sie mit der wachsenden Distanzgröße abnehmen. Ganz analoges gilt von den Müller'schen H und $H,$. Die zu erwartende Constanz der H und ihrer wahrscheinlichen Fehler ist nirgends strikt nachzuweisen. Es ist auch die Constanz der aH bei den verschiedenen Distanzen keine durchgehende. Kurz, es ist weder die für die strenge Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes nothwendige Constanz der $t = hD$, noch die der $T = aH = a,H,$ in den Tabellen zu finden. Uebersichtlicher wird es beim Vereinigen der einzelnen t und T zu Mittelwerthen, wie es die kurze Zusatztabelle XIII demonstrirt.

Tabelle XIII.

a	50	100	150	200
$+ t$	0,4946	0,4253	0,4429	0,2841
$- t$	1,0439	0,9372	0,7983	0,8826
t	0,7692	0,6812	0,6206	0,5533
$+ T$	21,67	16,29	18,25	11,86
$- T$	52,33	49,82	40,27	44,27
T	37,00	33,12	29,26	28,07

4) Was den mittleren wahrscheinlichen Fehler $W,$ für die Auffassung der Fehldistanz betrifft, so wächst er mit der Reizstärke, wenn auch nicht proportional. Am meisten Constanz zeigt er eben dort, wo das aH mehr oder weniger constant ist. Aehnliches lässt sich im allgemeinen auch von den übrigen angeführten wahrschein-

lichen Fehlern sagen. 5) Die Abnahme der Müller'schen W und $W_,$ beim Uebergange von positiven zu negativen Abstufungen lässt auf eine genauere Beurtheilung des Normalreizes a zurückschließen, wenn er mit einem schwächeren, als wenn er mit einem stärkeren (im Vergleich zu a) Fehlreize verglichen wird[1]. 6) Das Sinken des W bei zunehmendem Werthe der positiven Reizdifferenz, und sein umgekehrtes Verhalten bei negativer spricht für die genaueste Auffassung einer gegebenen Reizdifferenz, wenn die größere Vergleichsdistanz sehr stark, bez. die kleinere sehr wenig von ihr verschieden ist. Die zwei zuletzt erwähnten Thatsachen machen auf einen constanten Fehler aufmerksam, der etwa die zuerst wahrgenommene Distanz in bestimmter Weise beeinflusst. 7) Der Vergleich der Fechner'schen mit den Müller'schen Präcisionsmaßen lässt keineswegs eine so gute Uebereinstimmung bemerken, wie es Fechner bei der Ausrechnung seiner Gewichtsversuche gefunden und in den Revisionen (S. 384) angegeben hat: die $H_,$ sind hier fast um die Hälfte größer als die entsprechenden h. Dies ist auch leicht verständlich, wenn wir in der die Relation der Präcisionsmaße repräsentirenden Gleichung $H_, = h\sqrt{1 + \left(\frac{a}{a_,}\right)^2}$ das a, dem a gleich setzen, was bei den ziemlich kleinen Abstufungen wohl zulässig ist. Es wird dann das $H_, = h\sqrt{2} = 1{,}42\,h$ ausfallen, also etwa um die Hälfte größer als das entsprechende h.

Bevor ich zum Vergleiche der Resultate beider Fehlermethoden übergehe, möge ein Wort über die Größe und Richtung der bei der Methode der richtigen und falschen Fälle herrschenden constanten Fehler gesagt werden.

Wäre bei gegebenem Reize und gegebener Reizdifferenz die Verschiedenheit der Zeit- und Raumverhältnisse ohne irgend welchen Einfluss auf unser Urtheil, so müsste man, ganz abgesehen von der Existenz einer Gesetzmäßigkeit in der Empfindungsscala, mit derselben Präcision diese Reizdifferenz immer erkennen, mathematisch ausgedrückt dasselbe $r\%$ und $t = hD$ immer erhalten. Richtiger formulirt, müssten eigentlich die Durchschnitts-t gleich

---

1) Analog Merkel l. c. S. 149.

sein, die einzelnen könnten ganz gut innerhalb der zufälligen Fehler schwanken. Liegt aber ein constanter Fehler vor, so wird, trotz der im Durchschnitte sich gegenseitig aufhebenden variablen Fehler, das t bei auf- bez. absteigendem Verfahren, oder bei rechter bez. linker Raumlage verschieden groß ausfallen, und zwar kann beispielsweise das D bei rechter Normallage — um auf unsere Versuche zurückzukommen — als $D + c$, bei linker als $D - c$ im Durchschnitte erscheinen. Das der rechten Raumlage zugehörige t wird in solchem Falle $= t_r = h\ (D + c)$, das der linken $= t_l = h\ (D - c)$ sein. Die Addition und Subtraction dieser zwei Gleichungen gibt uns die Möglichkeit, das unbekannte c zu finden: $c = \frac{t_r - t_l}{t_r + t_l} D$. Der Quotient $\frac{c}{D}$ — nennen wir ihn den const. Verhältnissfehler — wird $\frac{c}{D} = \frac{t_r - t_l}{t_r + t_l}$ sein. Nehmen wir als Beispiel den Fall, wo das $r\,\%$ bei rechter und linker Lage gleich ausfällt, so ist in der Gleichung der Quotient $\frac{c}{D} = 0$, d. h. der constante Fehler ist unendlich klein im Vergleich zur Reizdifferenz, es existirt in solchem Falle kein const. Fehler, der das Endresultat beeinflussen sollte.

In analoger Weise können wir den oben schon erwähnten Zeitfehler, der die Verschiedenheit in den % der posit. und negat. Reizdifferenzen hervorruft, näher ermitteln, indem wir das dem negat. D entsprechende t durch $t_n = h\ (D - c')$, das dem posit. D durch $t_p = h\ (D + c')$ ausdrücken. Der Verhältnissfehler wird $\frac{c'}{D} = \frac{t_n - t_p}{t_n + t_p}$ sein.

Bei der Ausrechnung dieser zwei Fehlerquellen — von den übrigen sehe ich ab — wurde das Verfahren der sog. unvollständigen Elimination benutzt, indem ich die t_r und t_l aus den für die Durchschnitte der L- und R-Lage in Tab. XIII angeführten $r\,\%$ ausrechnete. Dasselbe gilt für die t_p und t_n, deren $r\,\%$ die Tab. XIV enthält. Die berechneten t wie auch die $\frac{c}{D}$ und $\frac{c'}{D}$ in Procenten der Distanz ausgedrückt, finden sich in der nun folgenden Tabelle angeführt.

Tabelle XIV.

a	t_r	t_l	$\frac{c}{D}$	$100 . \frac{c}{a}$	t_n	t_p	$\frac{c'}{D}$	$100 . \frac{c'}{a}$	$100 . \frac{c+c'}{a}$
50	801	523	0,21	0,63%	906	457	0,34	1,02%	1,65%
100	640	545	0,09	0,27	877	385	0,54	1,52	1,89
150	662	475	0,17	0,51	730	402	0,45	1,35	1,86
200	540	423	0,12	0,36	780	274	0,65	1,95	2,31
Mittel				0,44				1,50	

Sowohl der Raum- wie der Zeitfehler ist bei allen Distanzen positiv ausgefallen, wobei der letztere bedeutend den ersteren übertrifft. Das Mittel beider Fehler zeigt ein nahezu stetiges Anwachsen mit der Distanzgröße.

IV. Vergleichung beider Fehlermethoden.

Bei der näheren Vergleichung der nach beiden Methoden erhaltenen constanten Fehler erweist sich, dass, obgleich der allgemeine Gang derselben identisch ist, doch absolut genommen sie bei der Methode der richtigen und falschen Fälle kleiner sind als bei der der mittleren Fehler. Das wird uns verständlich, wenn wir einerseits die Größenverschiedenheit des gebotenen Spielraumes der Abweichungen in Betracht ziehen: dort, bei der passiven Methode der richtigen und falschen Fälle, kann der maximal differirende Vergleichsreiz nur um $^5/_{100}$ des Hauptreizes dies- oder jenseits von demselben abweichen; hier bei der activen Methode der mittleren Fehler bedeutend mehr. Andererseits hat die Endlichkeit der Versuchszahl und die aus ihr folgende unvollständige Compensation der zufälligen Fehler einen viel bedeutenderen Einfluss auf das Mittel dort, wo der Spielraum der Einzelabweichungen größer ist. Endlich sind bei der Methode der richtigen und falschen Fälle einzig und allein die von der Raumlage und Zeitfolge bedingten Fehler berücksichtigt worden, während bei der Methode der mittleren Fehler der constante Fehler als Componente aus mehreren Fehlerquellen betrachtet werden kann. In beiden Fällen lässt jedoch der durchschnittliche Verhältnissfehler auf eine analoge Unterschätzung der Fehldistanz — und zwar verschieden bei *R.* und *L.* — zurückschließen.

Bei dieser Gelegenheit sei noch in Bezug auf den constanten Fehler bemerkt, dass bei denjenigen Distanzen, wo ich auch die Abstufung $D = 0$ untersucht hatte, die »größeren« und »kleineren« Urtheile sich nirgends gleichmäßig zu je 50 % vertheilten, wie man es etwa theoretisch erwarten könnte, sondern entsprechend dem herrschenden Fehler die Fehldistanz bedeutend öfter »kleiner« als »größer« beurtheilt wurde. Die Procentzahlen der »größeren« Urtheile sind in der Tab. XV angeführt.

Tabelle XV.

a	*L*	*R*	Mittel
50	12,50	54,10	33,33
100	24,26	40,50	32,38
150	25,01	47,49	36,25
Mittel	20,59	47,36	33,98

Im Durchschnitte der drei Distanzen wurde mithin etwa 34 % »größerer« Urtheile gefällt. In den übrigen ca. $^2/_3$ der Gesammtzahl ausmachenden Vexirversuchen ist die Fehldistanz unterschätzt worden.

Der Verlauf der Empfindungsmaße ist bei beiden Methoden nicht minder übereinstimmend, als der der constanten Fehler. Die reinen variablen Fehler ergaben bekanntlich ein Wachsen der Empfindlichkeit in sehr schnellem Tempo bis 50 mm, von welchem Punkte an ein allmählich vor sich gehendes Sinken eintrat. Dieselbe Bevorzugung der mittleren, bei den gewöhnlichen Beschäftigungen am meisten in Frage kommenden Distanzen lässt sich aus den erhaltenen Präcisionsmaßen eruiren. In der folgenden kurzen Tabelle sind die Empfindungsmaße beider Methoden zum Vergleich zusammengestellt.

Tabelle XVI.

a	50	100	150	200
$\frac{\varDelta}{a}$	0,0173	0,0188	0,0225	0,0255
$t_m = (h\,D)_m$	0,7692	0,6812	0,6206	0,5533
$t_m \cdot \frac{\varDelta}{a}$	0,00133	0,00128	0,00139	0,00141

Das Product derselben ist bei allen Distanzen fast gleich groß, was für die Uebereinstimmung der Resultate beider Methoden spricht. Und wenn sie sich auch nicht ganz genau in allen Punkten ergibt, so lässt sich das schon durch die Versuchsanordnung erklären, die jeder Methode eigen ist, durch die verschiedenen Tageszeiten, an welchen die Versuche angestellt wurden, durch die kürzere Dauer einer Versuchsgruppe bei der Methode der mittleren Fehler, durch die Verschiedenheit in der activen und passiven Herstellungsweise der Fehldistanz, durch den stärkeren oder schwächeren Einfluss des Contrastes und der Präsumtion beim Urtheilfällen, durch die kürzere oder längere Urtheilsdauer, durch die verschieden starke Abspannung, und noch viele andere mehr oder weniger nennenswerthe, das Resultat beeinflussende Momente.

Schließlich möge hier noch ein auf rein theoretische Erwägungen sich stützendes Verfahren zur vergleichenden Prüfung beider Fehlermethoden in Betracht gezogen werden, — ein Verfahren, das erstens die Voraussetzung macht, dass die Theorie der Beobachtungsfehler in ihren fundamentalen Punkten zu psychophysischen Zwecken anwendbar ist, und zweitens dass dasselbe Präcisionsmaß des Gaußschen Integrals in beide Methoden eingeht (was eigentlich schon aus der Definition dieses Maßes folgt). Substituiren wir demnach dem D in der Fundamentalformel der Methode der richtigen und falschen Fälle das $\varDelta$ der Methode der mittleren Fehler, so werden wir denjenigen Procentsatz richtiger Fälle ausfindig machen können, welcher bei Beurtheilung zweier Distanzen, deren objective Größe um den mittleren variablen Fehler differirt, erhalten wird. Dieses $r\,\%$ muss theoretisch, bei völliger Elimination der constanten Fehler, 78,44 % ausmachen, da sein $h\ D = h\ .\ \varDelta = h\ .\ \frac{1}{h\sqrt{\pi}}$ = (s. Berechnung des wahrscheinlichen Fehlers) $= \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0{,}5642$ ist. Wir können selbstverständlich, falls nicht alle constanten Fehler eliminirt sind, auch nicht erwarten, dass r % bei den positiven, wie negativen Reizdifferenzen = 78,44 % ausfallen wird, wenn auch das Mittel beider, in entgegengesetztem Sinne vom Fehler beeinflusster Procentsätze dem geforderten sehr nahe stehen kann.

Zur Ausrechnung der r % sind in der folgenden Tabelle die nöthigen Zahlen zusammengestellt: die mittleren variablen Fehler, die mittleren Präcisionsmaße und die aus den beiden berechneten $t = h_m\ \varDelta$.

Tabelle XVII.

a	$\varDelta = D$	h_m	$t = h_m\ \varDelta$	r %	
50	+ 0,87	0,3017	0,2625	64,5	73,35
	— 0,87	0,7494	— 0,6520	82,2	
100	+ 1,88	0,1132	0,2128	61,9	72,40
	— 1,88	0,3568	— 0,6708	82,9	
150	+ 3,38	0,0848	0,2867	65,5	73,75
	— 3,38	0,1914	— 0,6469	82,0	
200	+ 5,11	0,0418	0,2136	62,0	74,75
	— 5,11	0,1589	— 0,8120	87,5	
Mittel					73,56 %

Die Abweichungen vom theoretischen r % sind bei allen Distanzen fast gleich: 3—5 % richtige Fälle weniger, als man erwarten sollte. Dass das ganz dem Charakter des constanten Fehlers und seiner verschieden starken Beeinträchtigung des variablen Fehlers einerseits, der Präcisionsmaße andererseits entspricht, beweisen manche der früheren Tabellen.

V. Methoden der eben merklichen Unterschiede.

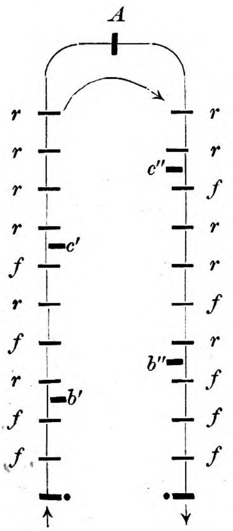
Specielle Versuche nach dieser Methode sind von mir nicht angestellt worden. Da aber die Methode der richtigen und falschen Fälle mit dem Principe der Minimaländerung combinirt war, so versuchte ich direct die Größe der Unterschiedsschwelle aus denselben Versuchsreihen zu gewinnen, aus welchen die Präcisionsmaße gewonnen waren.

Wir können weder die absolute noch die Unterchiedsschwelle praktisch als constante, fest bestimmte Größen betrachten, sie sind vielmehr in jedem Zeitmomente von unserem Bewusstseinszustande abhängig. Dass ihre Größe eine Function der Aufmerksamkeit, Uebung, Adaptation, Ermüdung etc. ist, wird sich wohl schwerlich leugnen lassen. Nur bei der Annahme, dass wir nicht einen Schwellenpunkt, sondern ein Schwellengebiet, und zwar ein ziemlich geräumiges, von einer Menge äußerer und innerer zufälliger Ursachen in seiner Größe beeinflusstes und modificirtes haben, werden uns Erfahrungen verständlich wie die, dass gelegentlich einmal eine kleine Differenz besser erkannt wird, als unmittelbar kurz vorher eine viel größere. Stellen wir uns nun vor, dass keine zufälligen Fehlervorgänge die Wahrnehmung der wirklichen Reize störend beeinflussen, dass wir also nur das empfinden, was objectiv gegeben ist, so werden wir vielleicht auch in solchem Falle — auf Grund vieler bis jetzt feststehender Thatsachen — eine Unterschiedsschwelle anerkennen müssen, wo die Reizdifferenz einen constanten eben merklichen Empfindungsunterschied hervorruft. Lässt man aber nun die bei psychophysischen Experimenten unvermeidlichen Fehlerquellen in Scene treten, so entsteht statt des theoretischen Punktes ein ziemlich ausgedehntes Schwellengebiet, in welchem auch sog. zweifelhafte Fälle auftauchen.

Die zweifelhaften Fälle dürfen durchaus nicht in dem Sinne aufgefasst werden, dass der Unterschied der Reize, nicht aber die Richtung desselben erkannt wird. Ein solcher Fall ist schwer denkbar. Man könnte sich zwar vorstellen, dass beispielsweise der kleinere Vergleichsreiz in einem und demselben Momente der Schätzung uns größer und kleiner als der Normalreiz zu sein scheint. Aber auch das ist wenig plausibel: es müsste in solchem

Falle der Vergleichsreiz im Momente der Wahrnehmung mehr als um das ganze $\pm$ Schwellengebiet durch die zufälligen Fehlervorgänge hin und her geschoben werden. Wahrscheinlich ist aber die Auffassung, dass der zweifelhafte Fall ein solcher ist, bei welchem die Reizdifferenz durch ununterbrochen vor sich gehende Aufmerksamkeitsschwankungen hintereinander vom Gebiete des merklichen in das des unmerklichen und umgekehrt versetzt wird[1].

Auf die Bestimmung des Unterschiedsschwellenwerthes zurückkommend müssen wir uns klarlegen, was unter demselben bei den Reihen der Methode der richtigen und falschen Fälle zu verstehen ist. Wir könnten als Punkt, der der Größe der Unterschiedsschwelle entspricht — beim aufsteigenden Versuchstypus — den ersten richtigen Fall aufzeichnen, resp. denjenigen, dem bloß richtige Fälle folgen, wo also das übermerkliche Gebiet anfängt. Beim absteigenden Verfahren werden wiederum die eben unmerkliche Reizdifferenz (d. h. wo die stetige Reihe der richtigen Fälle aufhört), wie die eben merkliche (d. h. der letzte richtige Fall), als dem Schwellenpunkt entsprechende fungiren können.



Dass es bei meinen Versuchen, wo noch constante Fehler vorherrschen, von großer Bedeutung ist, welchen Punkt wir wählen, soll die folgende typische, bei den zur Uebung angestellten Versuchen erhaltene Zahlenreihe zeigen. Die Normaldistanz 200 wurde nach und nach mit der um 1 mm stufenweise anwachsenden Fehldistanz verglichen; nachdem der Vergleichsreiz einen deutlich merklichen Reizunterschied von 10 mm erreicht hatte, wurde ganz derselbe Weg absteigend zurückgelegt.

Da die richtigen (r) Schätzungen nicht an bestimmten Stellen abbrechen, so sind hier bei der Schwellenbestimmung mehrere Combinationen möglich, und zwar kann die obere Unterschiedsschwelle, wie aus dem Schema ersichtlich, gleich gesetzt werden:

1) Vergl. Kraepelin, Phil. Stud. VI, S. 505.

$$\tfrac{1}{2}\,(b' + b'') = 3{,}0\,;\ \tfrac{1}{2}\,(c' + c'') = 7{,}5\,;$$
$$\tfrac{1}{2}\,(b' + c'') = 5{,}5;\ \tfrac{1}{2}\,(b'' + c') = 5{,}0 \text{ mm},$$

also Werthen, die sogar mehr als um das Doppelte von einander differiren.

Das $\frac{b' + b''}{2}$ repräsentirt mithin diejenige Stelle, wo das Schwellengebiet, $\frac{c' + c''}{2}$ die, wo das Gebiet des Zweifelhaften aufhört. Ich nenne es so, da in demselben die Urtheile zwischen $>$ und $<$ schwanken. Bei Versuchen mit zweifelhaften und Gleichheitsfällen würden wahrscheinlich im ersten Gebiete nur f und g vorkommen; im zweiten hauptsächlich die z resp. g und r alternirend vertreten sein; oberhalb desselben würden empirisch nur r vorkommen. Selbstverständlich kann in manchen einzelnen Reihen, wo die Aufmerksamkeit maximal gesteigert wird, das Gebiet des Zweifelhaften ganz zusammenschrumpfen. Bei ideal gesteigerter Aufmerksamkeit wird mithin wahrscheinlich $\frac{b' + b''}{2} = \frac{c' + c''}{2}$ sein.

Aus der Schilderung Wundt's, dessen Verfahren die Bedingungen der Vollständigkeit dadurch erfüllt, dass es — nach Fechner's Ausdruck — Zweisinnigkeit mit Zweiseitigkeit verbindet, lässt sich schließen, dass er zur Bestimmung der Schwelle das $\frac{b' + c''}{2}$ benutzt, da er bekanntlich den Vergleichsreiz bis zum eben merklichen vergrößert ($= b'$), und dann einen deutlich übermerklichen Reiz ($= A$) so lange verkleinert, bis er gleich dem Hauptreize erscheint ($= c''$).

Wenn auch der Durchschnitt zwischen dem eben merklichen und eben unmerklichen Reizunterschiede $\left(\frac{b' + c''}{2}\right)$ dem Richtigen am nächsten steht, so bestimmte ich doch für die obere und untere Schwelle überall die einzelnen $\frac{b' + b''}{2}$ und $\frac{c' + c''}{2}$, deren Mittel eine ziemlich brauchbare Schwelle geben muss. Die den Unterschiedsschwellen entsprechenden Reizverhältnisse sind in der folgenden Tabelle angeführt, wobei unter V_o V_u V die oberen, unteren und mittleren Verhältnissschwellen zu verstehen sind.

Tabelle XVIII.

a	50	100	150	200
V'_o	1,0231	1,0248	1,0243	1,0275
V'_u	1,0109	1,0124	1,0152	1,0157
V'	1,0170	1,0186	1,0198	1,0216
V''_o	1,0328	1,0341	1,0355	1,0389
V''_u	1,0188	1,0199	1,0213	1,0265
V''	1,0258	1,0270	1,0282	1,0327
V_o	1,0279	1,0294	1,0299	1,0332
V_u	1,0149	1,0162	1,0182	1,0211
V	1,0214	1,0228	1,0240	1,0272

Beim Vergleiche der »kleinen« Verhältnissschwellen (V'_u V'_o V') mit den »großen« (V''_o V''_u V'') erkennt man ein Wachsen derselben mit der wachsenden Distanz, wobei die großen $\left(\text{aus } \frac{c' + c''}{2}\right)$ um ein bedeutendes die kleinen $\left(\text{aus } \frac{b' + b''}{2}\right)$ übertreffen. Die großen Verhältnissschwellen würden voraussichtlich bei ganz vorschriftsmäßigem Versuchsverfahren noch größer ausfallen, und zwar bei größeren Distanzen nicht nur absolut, sondern auch relativ größer (die $r\%$ sind nämlich bei denselben am geringsten). Die »durchschnittlichen« Schwellen (V_o V_u V) zeigen kaum eine strenge Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes. Ihr Verlauf erinnert ganz an den oben bei den Präcisionsmaßen und mittlern variablen Fehlern erwähnten.

Welchen Procentsatz würde nun die Unterschiedsschwelle ergeben, falls man sie als Reizdifferenz wählen sollte? Ich versuchte diese Frage weder an den großen (V'') noch an den durchschnittlichen Verhältnissschwellen (V) zu prüfen, da dieselben, wie gesagt, sich nicht genau genug bestimmen ließen. Viel mehr eignete sich schon die kleine Schwelle (V'), wo das Unterschiedsschwellengebiet aufhört und das Gebiet des Zweifelhaften anfängt, da bei mir bekanntlich das $\frac{b' + b''}{b}$ sich genauer als $\frac{c' + c''}{2}$ bestimmen ließ. Die Multiplication der absoluten Werthe der kleinen Unterschiedsschwellen in die mittleren h (s. Tab. XVII) der Distanzen: 50, 100, 150, 200 ergab t-Werthe: 0,4046, 0,4237 bis 0,3741, 0,3974, denen folgende r-Werthe entsprechen: 71,5, 71,4, 70,2, 70,9, im Durchschnitte ca. 71,1 % mit einer mittleren Abweichung von 0,45 %.

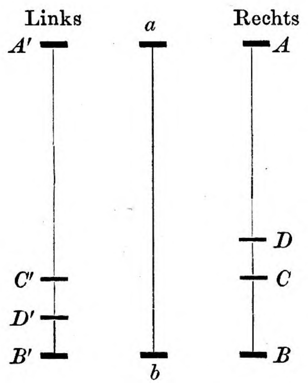
VI. Die constanten Fehler.

Die in unseren Versuchen zu Tage getretenen constanten Fehler bestanden, kurz gefasst, darin, dass bei der Methode der richtigen und falschen Fälle 1) mehr richtige Fälle bei negativen als bei gleich großen positiven Reizdifferenzen erhalten wurden, d. h. dass die Vergleichsdistanz richtiger geschätzt wurde, wenn sie kleiner als die Hauptdistanz war, und dass 2) bei linker Raumlage der Normaldistanz dieser Vorzug der negativen Reizdifferenzen am ausgesprochensten war (Tab. XI). Bei der Methode der mittleren Fehler äußerte sich ein ganz analoges Verhalten darin, dass die Vergleichsdistanzen überall größer als die entsprechenden Hauptdistanzen, die rechtsliegenden größer als die linksliegenden ausfielen (Tab. V).

Es ist leicht ersichtlich, dass man unbedingt an getrennte ursächliche Momente, die diese beiden Fehler hervorrufen, denken muss. Es würde nicht genügen, bloß die Ursachen der R- und L-Abweichungen eruiren zu können, um auch für die Unterschiede in den positiven und negativen Abstufungen eine genügende Erklärung zu finden. Einen constanten durch die Versuchsmethodik selbst hervorgerufenen Fehler wüsste ich nicht anzugeben: die Vertheilung der Versuchsreihen und -Gruppen zwischen rechter und linker Raumlage, ab- und aufsteigendem Typus war so eingerichtet, dass man wenigstens von vornherein etwa nur an eine unvollständige Compensation von Zufälligkeiten, nicht aber an eine constante Fehlerquelle denken könnte.

Als die nächstliegenden Ursachen des Fehlers dürfte man eher die Umstände beanspruchen: 1) dass, obwohl es sich hier um sog. simultane Reize handelt, doch die Succession in Erwägung gezogen werden muss, da ich ausnahmslos die Betrachtung der Hauptdistanz der der Vergleichsdistanz vorangehen ließ, und 2) dass die Untersuchung — bei fixirtem Kopfe — nur monocular ausgeführt wurde.

Der Einfluss des erwähnten, durch die Succession der Reizeinwirkung bedingten Zeitfehlers muss sich darin äußern, dass er die vorangehende, d. h. die zuerst betrachtete Distanz in der Reproduction verlängert erscheinen lässt und auf diese Weise den constant positiven Fehler der Methode der mittleren Fehler resp. das Ueberwiegen des Procentsatzes richtiger Urtheile bei $a' < a$ der Methode der richtigen und falschen Fälle hervorruft[1]. Diese Fehlerquelle würde mithin die Vergleichsdistanz im Verhältniss zur Hauptdistanz stets in derselben Richtung beeinflussen. Nicht so verhält sich die Sache bei dem durch die Einäugigkeit hervorgerufenen Raumfehler. Derselbe zwingt — wie aus den Versuchsreihen ersichtlich — zur Annahme, dass beim Vergleiche zweier Distanzen die dem untersuchenden Auge homonome unterschätzt wird; die rechtsliegende Vergleichslinie würde, da die Experimente mit dem rechten Auge angestellt waren, stets kleiner erscheinen, als sie in Wirklichkeit ist, und sie müsste deshalb (bei der Methode der mittleren Fehler) einerseits objectiv bedeutend vergrößert, andererseits unbedeutend verkleinert werden, um einen gleich merklichen Unterschied von der constanten linksliegenden Hauptlinie zu geben.



Um die combinirte Wirkung beider Fehlerquellen bei der Methode der richtigen und falschen Fälle an einem Beispiele verständlich zu machen, stelle man sich den Fall vor, dass zwei zu vergleichende gleich große Linien ab und AB gegeben sind: die Normaldistanz ab links, die Fehldistanz AB rechts. Der Zeitfehler lässt, wie gesagt, die vorangehende Normaldistanz subjectiv größer erscheinen, oder was auf dasselbe herauskommt, verkleinert die Vergleichsdistanz AB, z. B. um BC. Es tritt nun der Raumfehler in Wirkung, welcher die dem Auge homonome Seite verkleinert, also die durch den Zeitfehler schon genügend verkleinerte rechtsliegende

1) Vgl. analoge Unterschätzung des zuweit gehobenen Gewichtes in Folge des Zeitfehlers bei Fechner (Elem. I, S. 115 ff.), und bei Müller und Schumann (Pflüger's Archiv XLV, S. 94).

Vergleichsdistanz nochmals verkleinert, beispielsweise um CD. Die rechte Distanz AB scheint mithin gleich zu sein: $AB - BC - CD = AD$. Betrachten wir den zweiten Fall, wo die Vergleichslinie $A'B' = ab$ sich links befindet. Derselbe Zeitfehler lässt die Linie $A'B'$ um $B'C'$ ($= BC$) kleiner erscheinen, der hinzukommende Raumfehler äußert hier seine Wirkung in entgegengesetztem Sinne, indem er die Vergleichsdistanz um $C'D'$ ($= CD$) vergrößert. Die linke Fehldistanz $A'B'$ scheint mithin gleich zu sein: $A'B' - B'C' + C'D' = A'D'$. Das AD der rechten Linie AB muss deshalb bedeutend vergrößert werden, um merklich größer als ab zu erscheinen, da viel vom Zuwachse auf die Compensation des constanten Fehlers BD verloren geht. Bei $A'D'$ ist das in viel geringerem Maße der Fall, da der constante Fehler $B'D'$ ziemlich klein ist.

Dass der Zeitfehler BC der Größe nach wirklich den Raumfehler CD übertrifft, hat uns die Ausrechnung der Fehler bei der Methode der richtigen und falschen Fälle (Tab. XIV) gezeigt. Auch der constante reine Raumfehler, den ich aus den Reihen der Methode der mittleren Fehler ausrechnete, erwies sich überall kleiner als der nachbleibende, der als Componente mehrerer anderer, ohne bestimmte darauf hin gerichtete Versuchsanordnung kaum eruirbarer Fehlerquellen zu betrachten ist (beispielsweise: Einfluss der Präoccupation, des Contrastes, der Größe des zurückgelegten Weges und der Bewegungsgeschwindigkeit der Schieber bei der Einstellung einer Fehldistanz u. m. a.).

Könnte der Raumfehler ungestört in seiner Wirkung hervortreten, so müsste er verschiedene Vorzeichen für rechts und links aufweisen. »In einzelnen Fällen«, sagt Münsterberg[1]), dessen Versuchsmaterial in Bezug auf die constanten Fehlerquellen mit meinem unvergleichbar ist, »wo offenbar andere Bedingungen eine Ueberschätzung der Normaldistanz mit sich brachten, konnten die Fehler sowohl rechts wie links positiv werden, der Unterschied zwischen beiden blieb aber auch dann unverhältnissmäßig hoch und hatte dieselbe Richtung (= rechte Fehldistanz größer als linke)«. Dieser Fall, der bei M., wie aus seinen Tab. XVI—XX zu ersehen,

1) l. c. S. 167.

nur bei successiver Vergleichung eintritt, ist in meinen Reihen überall zu constatiren.

Durch die Vermuthung, das rechte Auge unterschätze die homonome Seite, soll keineswegs gemeint sein, dass die Netzhaut bez. ihre beiden Hälften an und für sich bestimmte, diese Phänomene bei extensiven Reizen verursachende Eigenschaften besitzen. A priori wäre es nicht zurückzuweisen. Ein Einfluss der Anordnung der lichtpercipirenden Elemente auf die Empfindlichkeit wäre ganz gut denkbar: aus teleologischen Gründen wäre sogar wünschenswerth ein Vorzug derjenigen Netzhauthälften, auf denen sich hauptsächlich die Gesichtsbilder beim Sehen in der Nähe projiciren. Es wäre eine nicht minder nützliche Einrichtung des menschlichen Auges, wie es etwa für das indirecte Sehen die größere Empfindlichkeit der Netzhautperipherie vor dem Centrum in Bezug auf Wahrnehmung schneller Bewegungen, oder der Vorzug der temporalen vor der nasalen Hälfte in Bezug auf Lichtintensitäten ist. In Wirklichkeit aber scheint unsere Extensitätsschätzung eine reine Intensitätsschätzung zu sein: der constante Fehler scheint weniger an den Eigenschaften der Retina zu liegen, als vielmehr oder ausschließlich an dem Bewegungsapparate des Augapfels direct, oder möglicherweise indirect, indem wir, wie Münsterberg will, gewohnt sind, beim Lesen und Schreiben die Augen sehr leicht von links nach rechts zu bewegen. Selbstverständlich könnten nur Versuche an Individuen, bei denen solche Gewohnheit ausgeschlossen, oder in entgegengesetztem Sinne ausgebildet ist, über die Richtigkeit speciell dieser Annahme Aufschluss geben.

Uebrigens, wenn auch manche Thatsachen die oben erwähnte Wirkung unseres Raumfehlers wahrscheinlich machen, so liegen wiederum andere vor, aus denen man auf eine ganz umgekehrte schließen könnte. So hat beispielsweise die von Volkmann ausgeführte Messung der Augenmuskeln ergeben, dass die recti externi und interni bei fast gleicher Länge 40,6 und 40,8 mm abweichende Querschnitte von 16,73 und 17,39 qmm aufweisen. Die Vertheilung der Muskelkräfte am Augapfel soll sich mithin bei monocularem Vergleiche zweier gleich großer Linien so gestalten[1],

[1] Wundt, Physiolog. Psychologie II, S. 122.

dass der externus als weniger dicker Muskel einer stärkeren Innervationsenergie bedarf als der internus, um eine gleich große Excursion zu Stande zu bringen. Dieser stärkere Innervationsimpuls des Außenwenders ruft also in unserem Bewusstsein eine größere Bewegungs- bez. Spannungsempfindung hervor, ein Gefühl der größeren Anstrengung beim Außenwenden, des Ueberwiegens der nach außen gelagerten Linie. Es liegt die Annahme gar nicht fern, falls wir wirklich dieser Dickendifferenz der Muskeln eine Rolle bei der Größenschätzung zuschreiben wollten, dass die bei der ophthalmologischen Untersuchung meiner Augen festgestellte Insufficienz des Internus einen constanten Fehler hineinbringen konnte. Der insufficiente Innenwender würde dann, caeteris paribus, einer größeren Innervationsenergie bedürfen als der äußere, um dasselbe zu leisten[1]. Bei einer Mitwirkung dieses constanten Fehlers könnte ganz gut die Wundt'sche Annahme über die Muskelwirkung bei monocularem Sehen für meine Resultate aufrecht erhalten bleiben. Es müsste dann nur vorausgesetzt werden, dass die der normal stärkeren Innervation des externus antagonistisch wirkende Insufficienz ihr nicht nur das Gleichgewicht hält, sondern in compensirendem Einflusse sie sogar übertrifft.

Dass die Schätzungsgenauigkeit in der That bedeutend von den Augenmuskelbewegungen beeinflusst wird, konnten mich die wenigen nur provisorisch bei kleinen Distanzen angestellten Versuche mit dem rechten unbeweglichen Auge überzeugen. Sowohl der constante wie variable Fehler behielten den regelmäßigen, bei beweglichem Auge festgestellten Verlauf nicht mehr bei. Die Gesetzmäßigkeit im Verlaufe der Fehler wird also wahrscheinlich auf einem analogen Verlauf in der Muskelempfindung beruhen. Fällt die letztere, wie es bei fixirtem Auge geschieht, aus, oder, was wahrscheinlicher ist, wird die entsprechende Muskelempfindung ohne eine thatsächlich erfolgende Bewegung der mit ihr eng verbundenen Lichtempfindung reflectorisch hinzuassociirt, so genügt das Erinnerungsbild der früher vollzogenen Bewegung zur Genauigkeit der Schätzung durchaus nicht in dem Maße wie die directe Bewegungswahrnehmung. Der mittlere variable Fehler zeigt in der That bei fixirtem Auge

1) Vgl. Helmholtz, Handbuch der physiolog. Optik S. 599 ff.

viel größere Werthe. So machte er bei den Distanzen 20, 30, 40, 50 mm etwa: 4,15 — 4,03 — 3,90 — 4,78 % der Distanzen aus. Im Durchschnitte: 4,21 % mit einer mittleren Abweichung, die $^1/_{15}$ des variablen Fehlers betrug. Bei annähernd gleichen Bedingungen fand Münsterberg im Durchschnitte für die Distanzen 10—80 mm einen variablen Fehler = 4,9 % mit einer mittleren Abweichung, die über $^1/_3$ des variablen Fehlers ausmachte. Seine ziemlich großen, bei fixirtem Sehen bis über $^1/_2$ des variablen Fehlers ausmachenden mittleren Abweichungen sind wohl dadurch zu erklären, dass die einzelnen Werthe stark von einander differiren: er setzte nämlich die Versuche bis 80 mm fort, wo der blinde Fleck schon sehr störend (Verschwommensein der Linienendpunkte) wirken konnte.

VII. Versuche mit Gleichheitsfällen.

Dass das Zulassen der bei meinen Versuchen ganz ausgeschlossenen Gleichheits- oder Nullfälle eine große Erleichterung bei der Beurtheilung zweier Reize bietet, unterliegt keinem Zweifel. Zweifelhaft aber — wenigstens unbewiesen — ist die Richtigkeit dieser oder jener Vertheilungsweise der Nullfälle zwischen den richtigen und falschen Fällen, mit welchen das Gauß'sche Fehlergesetz ausschließlich operirt.

Auf die Verwerthung der zweifelhaften Fälle (z) gehe ich hier nicht näher ein, da es mir bei den Versuchen nirgends gelang, sie streng von den Gleichheitsfällen zu isoliren. Wo sie aber vorhanden sind, dort sollten sie, da die ihnen entsprechenden Reizdifferenzen, wie aus der oben angeführten Vorstellung über ihre Natur hervorgeht, ebenso häufig in- wie außerhalb des Unterschiedsschwellengebietes fallen, zu gleichen Theilen den Gleichheits- und Ungleichheitsurtheilen zugezählt werden.

Die nächstliegenden Verwerthungsweisen der reinen Gleichheitsfälle (g) sind: 1) proportionale Theilung der g zwischen den richtigen und falschen Fällen. 2) Ausschluss der g beim Urtheilfällen (Jastrow). 3) Gleichtheilung der g bei der Annahme ungleicher Partialschwellen[1]) (Fechner). 4) Ungleiche Vertheilung bei der Annahme einer Gleichheit der Partialschwellen (Müller).

1) Das Intervall der scheinbaren Reizunterschiede, welche für die Empfindung als Null erscheinen — i. e. die Totalschwelle — theilt sich in eine

Die nähere Besprechung mancher der Vertheilungsweisen findet sich in Fechner's Revisionen. Ich möchte daher nur weniges über die zwei zuletzt erwähnten Principien sagen, da von denselben bis jetzt hauptsächlich Gebrauch gemacht wurde.

Durch die Kritik Müller's veranlasst, führte Fechner mehrere mathematische, empirische und rein praktische Gründe an, die in Uebereinstimmung den Vorzug seiner gleichmäßigen Vertheilung vor der Müller'schen illustriren sollten. Ich unterlasse, auf dieselben näher einzugehen, und führe nur den leicht zu beweisenden und anscheinend ziemlich überzeugenden mathematischen Grund an, weshalb die ungleichmäßige Vertheilung als fraglich angesehen werden muss. Haben wir beispielsweise in einer großen Versuchsreihe von n Schätzungen r, f, g (richtige falsche und Nullfälle), und bezeichnen wir die für: $\frac{r + \frac{g}{2}}{n}$, $\frac{r}{n}$, $\frac{r + g}{n}$ aus der Fundamentaltabelle berechneten t-Werthe durch t_0 $t,$ $t,,$ die Schwelle durch S und den Reizunterschied durch D, so wird bekanntlich die Fechner'sche Formel für die Unterschiedsschwelle $S_F = \frac{t,, - t,}{2t_0} D$, die Müller'sche $S_M = \frac{t,, - t,}{t,, + t,} D$ lauten. Bei einem extremen Falle, wo $\frac{r}{n} = \frac{1}{2}$, wird das hinzugehörige $t, = 0$, das $S_F = \frac{t,,}{2\,t_0} D$, $S_M = D$ sein. Die Unterschiedsschwelle wird mithin nach Müller in solch' einem speciellen Fall der gegebenen Reizdifferenz gleich. Die Schwelle kann also einem constanten D gleich werden schon unter der Bedingung, dass die Zahl der richtigen Fälle 50 % der Gesammtzahl beträgt, und ganz unabhängig davon, wieviel falsche und wieviel Nullfälle sich finden. Dass dies nicht gleichgültig für die Größe der Unterschiedsschwelle ist, welche ja ihrer Definition nach von den g auch bestimmt wird, wird sich weiterhin zeigen lassen (s. unten). Und je mehr sich das r dem Werthe 50 % nähert, desto mehr kommt der angeführte Umstand

---

Abtheilung positiver und eine negativer Differenzen, welche nicht empfunden werden, und die von Fechner als positive und negative Partialschwelle bezeichnet worden sind.

in Betracht, da von der Größe der Unterschiedsschwelle diejenige der Unterschiedsempfindlichkeit unmittelbar abhängt. Um eben den fraglichen Voraussetzungen, die jedem Principe innewohnen, zu entgehen, benutzte ich, wie erwähnt, das unter 2) angeführte Verfahren. Dass dasselbe sich ziemlich gut anwenden lässt, wenn auch nicht alle Reizunterschiede mit derselben Sicherheit beurtheilt werden, muss ich aus der beim Experimentiren gewonnenen Erfahrung schließen.

Immerhin blieb es wünschenswerth, sich auch experimentell zu überzeugen, welches Theilungsprincip das richtigste sei, d. h. welche theoretische Vertheilungsweise der Gleichheitsfälle dem praktischen »natürlichen« Ausschlusse gleich komme, oder am nächsten stehe. Zu diesem Zwecke stellte ich, nachdem die Versuchsgruppen für die Distanz 100 mm (ohne g) zu Ende waren, ähnliche Gruppen aus derselben Versuchszahl an, bei denen aber g zugelassen wurden. Die übrigen Bedingungen blieben dieselben. Die erhaltenen Gleichheitsfälle vertheilte ich dann das eine Mal proportional zwischen den gleichzeitig gefundenen richtigen und falschen Fällen, mithin $r'_P = r + \frac{r.g}{r+f}$, das andere Mal nach dem Fechner'schen Principe gleichmäßig, mithin $r'_F = r + \frac{g}{2}$. Das eine oder andere der ausgerechneten r' muss, falls dieses oder jenes Princip Anspruch auf Richtigkeit machen sollte, genau mit dem in den früheren Versuchen beim g-Ausschluss direct erhaltenen r bei der gleich großen Versuchszahl übereinstimmen.

Da die r' nach beiden Principien mit dem experimentellen r % nicht übereinstimmten, so glaubte ich mir den Vorwurf machen zu dürfen, die Verschiedenheit der Resultate sei etwa dadurch bedingt, dass die beiden Versuchsreihen zeitlich weit von einander lagen, und die Aufmerksamkeits- resp. Uebungsverhältnisse ganz verschiedene sein konnten. Ich beschloss daher, um diesen Vorwürfen zu entgehen, die Distanz 150 mm nach denselben Hauptprincipien gleichzeitig einer Untersuchung zu unterwerfen. Ich richtete es daher so ein, dass jeden Tag dieselbe Versuchszahl mit und ohne Gleichheitsschätzung ausgeführt wurde. Jeder aus 4 Reihen (à 22 Schätzungen) bestehenden Versuchsgruppe mit Gleichheitsfällen folgte eine ganz analoge ohne dieselben, und umgekehrt. Für jede Abstufung sind nach jedem Hauptprincip 480 Versuche, also im ganzen zur Entscheidung der Frage über die Nullfälle: 2 . 2 . 11 . 480 = 21120 Einzelbestimmungen ausgeführt worden.

Die aus den Versuchen unmittelbar gewonnenen absoluten Zahlen finden sich in der Tabelle XIX angegeben, und zwar sind in dem ersten Hauptfalle *I* (ohne g) nur die richtigen, im zweiten *II* (mit g), auch die Gleichheitsfälle notirt. Die Zahl der falschen Fälle lässt sich aus der Gesammtzahl 480 leicht berechnen.

Tabelle XIX.

D	$a = 100$			$a = 150$		
	I	II		I	II	
	r	r	g	r	r	g
$0{,}05\,a$	427	440	31	432	415	39
$0{,}04\,a$	391	412	53	389	371	58
$0{,}03\,a$	336	337	105	345	324	88
$0{,}02\,a$	314	284	126	297	266	105
$0{,}01\,a$	232	207	187	257	192	153
0	156 >	61 >	220	174 >	109 >	147
$-0{,}01\,a$	375	292	132	341	277	112
$-0{,}02\,a$	421	363	87	381	342	83
$-0{,}03\,a$	427	416	49	414	397	48
$-0{,}04\,a$	456	438	38	440	433	30
$-0{,}05\,a$	467	461	17	461	450	20

Werden die g der Rubrik II nach den erwähnten Principien vertheilt und die Zahlen in Procenten der Gesammtsumme ausgedrückt, so sind die drei Procentsätze richtiger Fälle direct vergleichbar: r bei experimentellem g-Ausschluss; r_F nach Fechner's gleichmäßiger, r_P nach proportionaler Vertheilung der Gleichheitsfälle.

Tabelle XX.

D	$a = 100$			$a = 150$		
	r	r_F	r_P	r	r_F	r_P
0,05 a	89,43	94,89	97,98	90,00	90,63	93,96
0,04 a	81,09	91,35	94,28	81,05	83,75	88,13
0,03 a	69,25	81,14	89,87	71,88	76,88	82,71
0,02 a	65,31	72,33	80,97	61,88	66,46	70,42
0,01 a	48,44	62,60	71,28	53,55	56,05	57,92
0	32,38>	35,62>	27,68>	36,25>	38,13>	33,33>
—0,01 a	77,96	74,58	83,99	71,05	69,59	74,79
—0,02 a	87,03	87,68	92,22	79,38	80,00	85,84
—0,03 a	88,74	91,77	96,47	86,25	87,88	92,09
—0,04 a	94,84	95,20	99,09	91,67	93,33	96,25
—0,05 a	97,03	97,81	99,57	96,05	96,05	97,92
Mittel	75.65	80,45	84,86	74,45	76,25	79,72

In der mittleren Horizontalreihe, wo die Zahlen für die Reizdifferenz $D = 0$ angeführt sind, habe ich diejenigen Fälle notirt, wo die Vergleichsdistanz größer (>) geschätzt wurde. Das war deshalb nothwendig, da man bei $a' = a$ als richtig nur die Gleichheitsfälle, als falsch alle übrigen ansehen müsste. Uebrigens ist diese Aenderung in der Bezeichnung noch insofern vortheilhaft, als sie uns eine Vorstellung gibt über die auch bei diesen Versuchen vorliegende Unterschätzung der Vergleichsdistanz: denn bei zwei gleich großen Distanzen ist die Fehldistanz auf 480 Mal nur 156 resp. 174 Mal »größer« beurtheilt worden (s. Tab. XIX).

Gehen wir jetzt zu der oben gestellten Frage über: welche r mit einander am besten übereinstimmen, so werden wir auf die Zahlen recurrirend schließen, dass die r_P ausnahmslos die entsprechenden r_F übertreffen, und die letzteren größer als die reinen r sind. Im Durchschnitte beider Distanzen sind: $r = 75,05$ $r_F = 78,35$ $r_F = 82,29$.

Dass die einzelnen, wie auch die Mittelwerthe der r bei 150 kleiner als die entsprechenden bei 100 sind, würde sich leicht durch die bei allen Methoden constatirte Abnahme der Unterschiedsempfindlichkeit erklären lassen. Dass die r_P größer ausfallen als die r_F, war auch einigermaßen vorauszusehen, da bei der proportionalen Vertheilung der Gleichheitsfälle immer mehr von denselben zu den richtigen Fällen hinzugerechnet wird als bei der gleichmäßigen. Die Zahl der richtigen Fälle liegt nämlich bei Abstufungen, die die Unterschiedsschwelle übertreffen, im Durchschnitte oberhalb 50% (bei Elimination constanter Fehler). Bemerkenswerth ist nur, dass das bei Ausschluss der g erhaltene r kleiner als die beiden übrigen ist.

Für die Müller'sche Vertheilungsweise, die im Großen und Ganzen zu Versuchsergebnissen führt, welche praktisch von den Fechner'schen geringe Unterschiede aufweisen[1], habe ich die ziemlich complicirte Ausrechnung der r' und f' unterlassen. Uebrigens ist auch seine Vertheilungsweise — wie aus dem oben angeführten mathematischem Beweise ersichtlich — weniger berechtigt als die Fechner'sche.

Wie, fragen wir nun, ist die Thatsache zu erklären, dass in dem Falle, wo der Psyche der Ausschluss der Gleichheitsfälle geboten wird, im Durchschnitte eine ungenauere Schätzung sich herausstellt, als wenn wir für die Eliminirung der schon gewonnenen g sorgen? Sollte das etwa an dem psychisch verschiedenen Zustande, in dem wir uns bei Versuchen mit und ohne g befinden, oder an einer unmittelbar von demselben abhängigen Präoccupation liegen; oder ist der Grund vielleicht darin zu suchen, dass die Vertheilungsweise der g selbst falsch ist, bez. ein herrschender constanter Fehler das Resultat beeinflusst?

Dass der psychische Zustand — trotz genau derselben äußeren Versuchsbedingungen — doch verschieden sein muss bei Versuchen, wo wir gezwungen sind immer eine Differenz zwischen zwei zu vergleichenden Größen herauszufinden, und solchen, wo uns durch die Gleichheitsfälle ein Ausweg geboten ist, liegt auf der Hand.

---

1) Vgl. Nörr, Zeitschrift für Biologie XV, S. 297 ff. Fechner, Revisionen S. 368.

Dieser Ausweg kann besonders verhängnissvoll werden, sobald er zur geringeren Inanspruchnahme der Aufmerksamkeit Veranlassung gibt. Und wenn man speciell die Zahl der zweifelhaften Fälle als Kriterium der Aufmerksamkeitsanspannung beanspruchen wollte, so möchte ich durchaus bezweifeln, ob man überhaupt eine strenge Grenze zwischen den zweifelhaften und Gleichheitsfällen überall, wie es Boas meint, herauszufinden im Stande ist, wenn auch die ersteren psychologisch anders begründet sein mögen als die letzteren.

Hat endlich das wissentliche oder halbwissentliche Schätzen im allgemeinen wenig Einfluss auf das Urtheilfällen dort, wo wir nur mit richtigen und falschen Fällen zu thun haben, so dürfte doch bei der Zulassung von g wahrscheinlich die Präoccupation in dem Sinne einwirken, dass wir unwillkürlich eher ein wissentlich falsches als ein wissentlich richtiges Urtheil in die Gruppe der Gleichheitsfälle hinüberzuwerfen geneigt sein werden. Ist aber der Uebergang zwischen den richtigen und falschen Fällen durch die g-Urtheile nicht erleichtert, so wird auch der Präoccupation ein viel engerer Spielraum geboten sein.

Auf die Versuchsergebnisse zurückkommend, müssen wir uns sagen: sollte wirklich die Zahl der Nullfälle einigermaßen als Kriterium der verwendeten Aufmerksamkeit, oder allgemeiner des bei den Versuchen herrschenden psychischen Zustandes gelten können, so müsste sie bei den Distanzen 100 und 150 verschieden groß ausfallen, da, wie oben erwähnt, die Versuchsanordnung bei denselben insofern verschieden war, dass bei 100 die Schätzungen mit g nach Beendigung derjenigen ohne g ausgeführt wurden, bei 150 gleichzeitig nach beiden Principien, und zwar gruppenweise alternirend. Die Tendenz immer einen Unterschied in den zum Vergleiche dargebotenen Distanzen zu finden müsste mithin ihren Einfluss bei den Versuchen mit Gleichheitsfällen in etwas stärkerem Maße auf 150 als 100 ausüben. Diese Neigung zur Einschränkung der g-Zahl, welche ich oben als ein Zeichen gesteigerter Aufmerksamkeit aufgefasst habe, hat auch in der That eine absolut wie relativ geringere Zahl von Gleichheitsfällen bei 150 als bei 100 verursacht, obwohl man doch bei 150, wo die Unterschiedsempfindlichkeit an und für sich geringer als bei 100 ist, eine größere Zahl erwarten sollte. Die Werthe für r, f, g, sind bei 100 und 150: $r = 76{,}1$—$72{,}2\%$, $f = 67$—$12{,}5\%$, $g = 17{,}2$—$15{,}3\%$.

Für die Thatsache, dass durch die Versuchsanordnung bei 150 annähernd derselbe psychische Zustand in beiden Fällen herbeigeführt wurde, spricht auch die bessere Uebereinstimmung seiner r_F und r_P mit r, als es bei 100 der Fall ist.

Endlich, da die Präoccupation — der Voraussetzung nach — häufig g-Urtheile auf Kosten der falschen bildet, so muss unbedingt bei Vertheilung derselben ein größeres r' entstehen, als es der Wirklichkeit entspricht. Andererseits ist aber zu erwarten, dass diese Wirkung häufig dort eintreten wird, wo die Schätzung durch irgend eine constante Ursache verhältnissmäßig falsch wird: bei den positiven Abstufungen, wo die objectiv größere Distanz kleiner zu sein schien (s. oben), müsste nun von der Anwendung der Gleichheitsurtheile häufiger Gebrauch gemacht werden, als bei den negativen. Die Betrachtung der Zahlen bestätigt auch diese Vermuthung: so war bei $a' > a$, wo die Zahl der richtigen Fälle bei 100 resp. 150 im Durchschnitte 1680 resp. 1568 betrug, die g-Zahl $= 502$ resp. 443; stieg die r-Zahl bei $a' < a$, auf 1970 resp. 1899, so sank die g-Zahl relativ stark auf: 323 resp. 331. Als Mittel für beide Distanzen beträgt das g in Procenten der Gesammtzahl ausgedrückt, $19{,}9\%$ resp. $12{,}8\%$ bei den positiven resp. negativen Reizdifferenzen.

Ist mithin die Nichtübereinstimmung der durchschnittlichen r, r_F, r_P wirklich dadurch hauptsächlich bedingt, dass wir bei der Vertheilung der g viele derselben, die eigentlich als f aufzufassen wären, den r zuzählen, so muss dieses störende Moment weniger bei den — als + Abstufungen in Betracht kommen, und die Uebereinstimmung der r_F und r_P mit r bei den ersteren viel besser sein als bei den letzteren. Auch das ist in der That der Fall, wie die folgende Tabelle zeigt.

Tabelle XXI.

a	+ Abstuf.			— Abstuf.		
	r	r_F	r_P	r	r_F	r_P
100	70,70	80,46	86,87	89,12	89,40	94,27
150	71,67	74,75	78,63	84,98	85,37	89,38
Mittel	71,18	77,60	82,75	87,05	87,38	91,82

Je geringer mithin die Präoccupation ist, sei sie selbständig, oder durch eine constante Fehlerquelle bedingt, desto besser stimmt der experimentelle Ausschluss der Gleichheitsfälle mit der Fechner'schen gleichmäßigen Vertheilung überein.

Gleichzeitig angestellte Versuche mit den 4 möglichen Bedingungsvariationen (wissentliches und unwissentliches Verfahren mit und ohne Ausschluss der Nullfälle) würden am geeignetsten sein, um einerseits den verschiedenen Einfluss der Präoccupation zahlenmäßig in den verschiedenen Fällen feststellen zu können, andererseits um endgültig einen richtigen Anhaltspunkt zur zweckmäßigen Vertheilung der Gleichheitsfälle zu gewinnen.

Eine ungefähre Vorstellung über das Zusammenwirken der einzelnen Fehlerquellen liefert uns die folgende Tabelle, in der neben dem procentischen Ausdruck der Gleichheitsfälle (gewonnen nur aus den 6 kleineren positiven und negativen Abstufungen, wo die g-Zahl ziemlich bedeutend ist) diejenige Vertheilungsweise derselben angeführt ist, die r' und f', gleich den beim Ausschlusse von g erhaltenen r und f, liefert.

Tabelle XXII.

	100	150	100		150	
	g%	g%	zu r	zu f	zu r	zu f
+	29,0	23,9	12,4	87,6	31,9	68,1
—	18,6	16,9	50,7	49,3	46,5	53,5

1) Die g-Tendenz ist in Folge der Versuchsanordnung größer bei 100 als 150, 2) dieselbe ist in Folge der durch den constanten Zeitfehler gesteigerten Präoccupation größer bei positiven, als negativen Reizdifferenzen, 3) wo beide die g-Tendenz steigernde Factoren zusammentreffen, da ist das zu den r zu rechnende g% das kleinste, d. h. da sind viele g in Wirklichkeit als f aufzufassen.

Ein paar kurze Bemerkungen mögen noch auf manche Thatsachen, die zum Verständniss des Charakters der g beitragen können, aufmerksam machen.

Da sich ca. 1000 Gleichheitsfälle bei jeder untersuchten Distanz ansammelten, so versuchte ich dieselben als Material zur Bestimmung eines mittleren variablen Fehlers zu benutzen. Ich theilte die 1045 Gleichheitsfälle der Distanz 100 in 3 Fractionen aus je 4 aufeinander folgenden Tagen. Jede derselben wurde zur Bestimmung des mittleren variablen Fehlers gebraucht, um einerseits aus dem Gange derselben eine Vorstellung zu gewinnen, inwiefern mit der Zahl der Gleichheitsfälle die Empfindlichkeit schwankt, andererseits etwas Näheres über den Einfluss der Uebung auf die Zahl der g zu ermitteln.

Tabelle XXIII.

	g			Δ		
	L	R	Mittel	L	R	Mittel
Gruppe I	170	168	338	1,80%	1,52%	1,66%
- II	190	182	372	1,84	1,77	1,80
- III	162	173	335	1,63	1,65	1,64
$a = 100$. Mittel	522	523	1045	1,75	1,64	1,70
$a = 150$. -	483	481	962	—	—	2,01

Im allgemeinen zeigt der variable Fehler Δ wenig Schwankungen; im Mittel ist er am größten bei der zweiten Gruppe, wo auch die Zahl der Gleichheitsfälle am größten ist. Man könnte daraus, falls es nicht zufällig ist, die Schlussfolgerung machen, die

Genauigkeit der Schätzung sei geringer, wo bei derselben gesammten Versuchszahl nach der Methode der richtigen und falschen Fälle mehr Gleichheitsfälle vorkommen.

Was die Uebung anbelangt, so ist sie, wie es sich aus denselben 4-tägigen Gruppen zu erkennen gibt, auf das Zahlenverhältniss der *g* von minimalem Einfluss, also auch, analog ihrem schon oben constatirten Einflusse, auf die Zahl der richtigen und falschen Fälle. Ist mithin anzunehmen, dass der Aufmerksamkeitszustand in unseren Versuchen das Zahlenverhältniss der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle stark, die Uebung ganz unbedeutend zu beeinflussen vermögen, so liegt die Frage nah, wie sich eigentlich in Bezug auf die *g*-Zahl die constanten Fehler verhalten. Ihr Einfluss auf das Verhältniss der richtigen und falschen Fälle war bekanntlich in allen Versuchsreihen streng nachzuweisen.

Dass der constante Zeitfehler nur mittelbar die *g*-Zahl beeinflusst, indem er bei geringerer Aufmerksamkeit der Präoccupation den Wirkungskreis ebnet, wurde schon erwähnt. Unmittelbar hat er auf denselben anscheinend keinen Einfluss, d. h. es ist denkbar, dass bei ganz unwissentlichem Verfahren die Zahl der *g* bei den positiven wie negativen Abstufungen dieselbe wäre, wenn auch die richtigen und falschen Urtheile in beiden Fällen verschieden ausfallen sollten. Dass ferner die *g* dem Einflusse des Raumfehlers ganz entzogen sind, beweisen schon die ganz unregelmäßigen Schwankungen in den einzelnen Fractionen für *R.* und *L.* (s. Tab. XXIX); es vertheilten sich endlich die Gleichheitsfälle fast gleichmäßig zwischen beiden Seiten: 523—522 resp. 481—483 für die Distanzen 100 resp. 150.

Tabelle XXIV.

a	100		150	
	$t = hD$	h	$t = hD$	h
1. Abstuf.	0,3420	0,3420	0,2280	0,1520
2. -	0,5951	0,2975	0,4381	0,1460
3. -	0,7161	0,2387	0,6572	0,1461
4. -	1,0580	0,2645	0,8504	0,1417
5. -	1,2692	0,2538	0,0613	0,1415
Mittel	0,7960	0,2793	0,6468	0,1455

In der Tab. XXIV sind noch die aus den Versuchen mit g berechneten t und h angeführt worden, als Beitrag zur Frage über die Anwendbarkeit des Gauß'schen Gesetzes und über die Constanz der Präcisionsmaße.

Zur strengen Constanz der h sind aber vollständige Elimination der constanten Fehler wie auch ziemlich kleine Reizdifferenzen erforderlich. Wo diese Bedingungen, wie hier, mehr oder weniger erfüllt sind, da zeigen demnach auch die Präcisionsmaße bei gleichmäßiger g-Vertheilung eine ziemliche Constanz.

Dass die beiden aus dem Versuchsmateriale mit Gleichheitsfällen gewonnenen Empfindungsmaße: das mittlere t und mittlere $\varDelta$ denselben relativen Werth aufweisen, lässt sich aus ihrem Verhältnisse schließen. Die Empfindlichkeit bei der Distanz 150 verhält sich zu der bei 100, wie 1 : 1,22 (aus den t berechnet), resp. wie 1 : 1,19 (aus den $\varDelta$ berechnet) — eine Uebereinstimmung, die durchaus befriedigend ist.

Zum Schluss dieses Kapitels ein Wort zur Frage über die gegenseitige Stellung der nach der Methode der richtigen und falschen Fälle berechneten Fechner'schen und Müller'schen Unterschiedsschwellen. Die Ausrechnung derselben war in allen meinen Reihen ohne g nicht durchführbar, da die Formeln für die Unterschiedsschwellen unbedingt Gleichheitsfälle voraussetzen. Müller hält bekanntlich die Schwelle der Methode der eben merklichen Unterschiede für identisch mit der der richtigen und falschen Fälle. Sollte diese Annahme richtig sein, so muss ihrer Voraussetzung gemäß die unmittelbar gewonnene Unterschiedsschwelle, als Reizdifferenz bei der Methode der richtigen und falschen Fälle verwendet, ein $r = 50\%$ ergeben. Fechner hält im Gegensatze zu Müller weder die Identität der nach beiden erwähnten Methoden berechneten Schwellen für zwingend noch das Zusammentreffen beider Bedingungen: $D = S$, $r = 50\%$ für wahrscheinlich. Wundt stellt seinerseits, auf die Müller'schen Formeln gestützt, das Princip auf, die Reizdifferenz bei der Methode der richtigen und falschen Fälle sei zweckmäßig so zu wählen, dass $r = 50\%$, d. h. dass sie der Unterschiedsschwelle gleich ist.

Lorenz fand in der That diese Voraussetzung bestätigt, indem er bei $D = S$ im Durchschnitte ein $\frac{r'}{n} = 47{,}5\,\%$ erhielt. Es sei gleich bemerkt, dass Lorenz die g streng von den z trennt und nur die letzteren gleichmäßig zwischen r und f vertheilt. Sein nicht ganz zutreffend benanntes $\frac{r'}{n}$ ist daher keineswegs mit dem Fechner'schen zu identificiren, da das Fechner'sche $\frac{r'}{n} = r + \frac{\frac{g+z}{2}}{n}$ von den Gleichheitsfällen mitbestimmt wird, das Lorenz'sche $\frac{r'}{n} = r + \frac{r + \frac{z}{2}}{n}$ ganz unabhängig von denselben ist. Es ist mithin leicht denkbar, dass Lorenz dasselbe $\frac{r'}{n}$ erhalten würde, wenn auch die f und g sich in ihrem gegenseitigen Verhältniss verändert hätten. So ergab beispielsweise eine seiner Reihen[1]: $r, f, z, g = 42{,}50 - 1{,}55 - 12{,}37 - 43{,}58\,\%$. Was für $\frac{r'}{n}$ würde Lorenz registriren, falls alle Gleichheitsfälle »falsch« beurtheilt wären? Ganz dasselbe $\frac{r'}{n} = 42{,}50 + \frac{12{,}37}{2}$, trotzdem beinahe die Hälfte aller Fälle »falsch« statt »gleich« geschätzt wäre. Man kann zwar erwidern, dass solch ein Umschwung der f und g undenkbar ist bei einer der Unterschiedsschwelle gleichen Reizdifferenz. Aber dann muss auch für jedes gegebene Reizverhältniss nicht nur ein fest bestimmtes r, sondern auch ein f existiren, was sich aus der Formel für die Müller-sche Schwelle keineswegs ergibt. Auch scheinen mir die Fechner-schen umfangreichen Gewichtsversuche[2] dagegen zu sprechen.

Merkel[3] kommt wiederum auf Grund theoretischer Interpretationen zum Schlusse, dass die Unterschiedsschwellen nach der Methode der richtigen und falschen Fälle kleiner gefunden werden, als sie in Wirklichkeit sind. Aus seinen Versuchsreihen über

---

1) l. c. Tab. XVIII, S. 467.
2) Revision S. 363 ff.
3) l. c. S. 131.

Schallreize, in denen nur r-, f- und z-Fälle registrirt sind, ergibt sich einerseits eine genaue Uebereinstimmung der Zahl der richtigen (r') und falschen (f') Fälle bei ganz gleich großen Schallstärken, andererseits bedeutend mehr als 50 % (nach dem mittleren h von mir berechnet) bei zwei Reizen, die um die nach der Methode der Minimaländerungen ermittelte Unterschiedsschwelle differiren. Aus der letzteren Thatsache zieht er den Schluss, dass von der Identität beider Schwellen gar keine Rede sein kann. Leider geht Merkel darauf nicht ein zu erklären, woher es kommt, dass sich bei denjenigen Lorenz'schen Schallversuchen, wo er als Reagirender fungirte, sich ein ganz anderes Resultat als in den von ihm selbst später ausgeführten Versuchen herausstellt. Im ersten Falle ergab Merkel's obere Unterschiedsschwelle ein $r = 48$ %, im zweiten ein $r = 92-96$ %, also etwa das Doppelte. Dass dies nicht durch eine Steigerung der Empfindlichkeit in Folge der Uebung bedingt sein kann, ist selbstverständlich, da dieselbe ebenso bei der Methode der Minimaländerungen, wie bei der der richtigen und falschen Fälle gesteigert sein müsste, kürzer, da die Voraussetzung $r - 50$ % bei $D = S$ allgemeine Gültigkeit hat. Es ist auch unwahrscheinlich, dass der große Procentsatz im zweiten Falle von einer falschen Vertheilung der zweifelhaften Urtheile herrühre, da an derjenigen Stelle der Fehlreizscala, wo seine obere Schwelle annähernd fallen würde (65—70 cm), nur sehr wenige z vorhanden sind, so dass denselben keineswegs eine so bedeutende Beeinflussung des Endresultates zuzumuthen wäre.

Dass die Identität beiderartiger Schwellenwerthe nicht zulässig ist, würde ich, wie es auch Merkel thut, aus dem Vergleiche seiner experimentell gefundenen und der nach der Methode der richtigen und falschen Fälle berechneten Unterschiedsschwellen schließen: Die Verhältnissschwellen nach der Methode der eben merklichen Unterschiede schwankten bei ihm zwischen 1,30 und 1,36, die entsprechenden Werthe nach der der r- und f-Fälle zwischen 1,03 und 1,05 (S. 151).

In der That gibt sich auch bei mir diese Verschiedenheit der Schwellenwerthe deutlich kund. Ich rechnete sie einerseits nach der Fechner'schen $S_F = \frac{t_{,,} - t_{,}}{2_{to}} D$ und Müller'schen Formel

$S_M = \frac{t_{,,} \dot{-} t_{,}}{t_{,,}\, t_{,}}$ D für jede positive und negative Reizdifferenz aus, andererseits aus demselben Materiale nach der Methode der Minimaländerungen. Die erhaltenen Verhältnissschwellen sind unten tabellarisch zusammengestellt.

Tabelle XXV.

D	100		150	
	V_F	V_M	V_F	V_M
0,05 a	1,0144	1,0098	1,0097	1,0093
0,04 a	1,0115	1,0107	1,0102	1,0099
0,03 a	1,0150	1,0137	1,0125	1,0120
0,02 a	1,0139	1,0128	1,0145	1,0137
0,01 a	1,0176	1,0155	1,0280	1,0260
Mittel = V^o	1,0145	1,0125	1,0150	1,0142
—0,01 a	1,0069	1,0062	1,0066	1,0063
—0,02 a	1,0082	1,0075	1,0076	1,0072
—0,03 a	1,0082	1,0077	1,0066	1,0064
—0,04 a	1,0119	1,0107	1,0068	1,0065
—0,05 a	1,0099	1,0087	1,0070	1,0068
Mittel = V^u	1,0090	1,0082	1,0069	1,0065
$V = \frac{V^o + V^u}{2}$	1,0117	1,0103	1,0109	1,0104

Der Vergleich der einzelnen Werthe zeigt: 1) dass die Müllerschen überall kleiner als die Fechner'schen ausfallen; 2) dass ebenso die V_F wie V_M nicht mit denen der Minimaländerungen identisch sind (auch nicht mit den V aus den Versuchen ohne g der Tabelle XVIII); 3) dass die durchschnittlichen oberen wie unteren V_F und V_M, wenn auch kleiner als diejenigen der Minimaländerungsmethode, so doch den letzteren annähernd proportional sind.

VIII. Methode der doppelten Reize und der Multipla.

Mehrere Distanzen sind nach der Merkel'schen Methode der doppelten Reize untersucht worden, bei der, wie ihr Name andeutet, einen Reiz von der doppelten Intensität eines gegebenen aufzufinden verlangt wird.

Es sei gleich bemerkt, dass es bei der Anwendung dieser Methode mir nicht etwa speciell auf die Prüfung der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes ankam. Da die Prüfung des Weberschen Gesetzes bei der Methode der doppelten Reize wieder nur auf die Feststellung der Gleichheit resp. Ungleichheit der mittleren Verhältnissschwellen oder mittleren variablen Verhältnissfehler zurückkommen muss, so wäre der Gebrauch dieser umständlicheren Methode bloß zu solchem Zwecke eigentlich eine unnütze Complication der eben merklichen Unterschiede resp. der mittleren variablen Fehler. Und wenn man auch einerseits nicht in Abrede stellen wird, dass die Methode der mittleren Abstufungen, wie die theoretisch als Specialfall derselben zu betrachtende Methode der doppelten Reize, zur Entscheidung der wichtigen psychologischen Frage benutzt werden kann: ob den gleichen Empfindungsunterschieden gleiche Reizverhältnisse oder gleiche absolute Reizunterschiede entsprechen, d. h. über die Richtigkeit der Verhältniss- oder Unterschiedshypothese, so muss man sich doch andererseits bewusst sein, dass das Nächstwichtige, was sich an dieser Methode discutiren lässt, nicht etwa die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes als vielmehr der Gang des constanten Fehlers ist.

Bei den jetzt zur Sprache kommenden Versuchen wurde ausschließlich das rechte Auge benutzt, dessen Blick in Primärlage auf die Grenze zwischen Normal- und Vergleichsdistanz fiel. Zur Untersuchung gelangten die Distanzen 10, 20, 40, 80 mm. Mit größeren Distanzen war es nicht so leicht zu operiren, da (bei fixirtem Kopfe in der Entfernung von 50 cm) der Schieber vom Experimentator selbst eingestellt werden musste, so dass bei einer Distanz beispielsweise von 100 mm der doppelte Reiz beim absteigenden Verfahren nur von einem deutlich »überdoppelten« Reize, etwa 250 ausgehen könnte, was schon ziemlich anstrengend für das Versuchssubject wäre. Für jede der untersuchten Distanzen sind 300 Einzelbestimmungen ausgeführt worden, und zwar täglich 50, ganz in der Weise der Methode der mittleren Fehler. Die Fehldistanz a' wurde das eine Mal so lange vergrößert, bis man die Ueberzeugung gewann, die Empfindung betrage mindestens das Doppelte der gegebenen. Beim nächstfolgenden Versuche wurde von einem wesentlich stärkeren Reize ausgegangen und dieser so lange verkleinert, bis wieder die doppelte Empfindung so nahe als möglich erreicht war.

Die erhaltenen Resultate sollen in den zwei folgenden Tabellen angeführt werden, deren erste nur die constanten, die zweite die variablen Fehler enthält.

Tabelle XXVI.

a	2.10	2.20	2.40	2.80
$L. = a'_r$	19,83	40,20	78,04	156,45
$R. = a'_l$	18,23	38,57	77,12	150,16
$\downarrow = a'_o$	18,85	38,61	77,40	152,28
$\uparrow = a'_u$	19,21	40,16	77,75	154,32
a'	19,05	39,40	77,58	153,31
$A = \frac{a'_o}{a'}$	0,991	0,980	0,998	0,993
$B = \frac{a'}{{}^1/_2 a}$	1,903	1,969	1,939	1,916

In den zwei ersten Horizontalreihen sind die Fehldistanzen für beide Raumlagen, in den zwei folgenden diejenigen für die Steigungstypen angeführt (das absteigende $\downarrow$ bez. aufsteigende $\uparrow$ Verfahren bezeichne ich durch a'_o und a'_u, weil sie etwa den gewöhnlich so bezeichneten Werthen der Methode der eben merklichen Unterschiede entsprechen). Die constanten Fehler sind in den 4 Reihen fast ausnahmslos negativ: die Empfindung »doppelt« tritt also ein, bevor noch der Reiz objectiv das Doppelte erreicht hat. Es liegt mithin eine Ueberschätzung der größeren Distanz vor. Diese Erscheinung, auch bei den Merkel'schen, nach derselben Methode angestellten Lichtsinnversuchen deutlich nachweisbar, beruht wahrscheinlich wie dort auch hier auf einer Contrastwirkung.

Die Betrachtung der ab- und aufsteigenden Reihen zeigt, dass beim Ausgange von einem größeren Reize als der doppelte kleinere Werthe erhalten werden, als beim Ausgange von einem kleineren, eine Thatsache, die ziemlich häufig auf anderen Sinnesgebieten in viel ausgeprägterem Maße hervortritt, hauptsächlich wo der Contrastwirkung und der zeitlich-räumlichen Incoincidenz der Reizeindrücke ein breiterer Spielraum gewährt ist. Wendet man diese Bewusstseinsträgheit zur Erklärung unserer Versuchsergebnisse an, so würde man etwa sagen können: die übermerklich doppelt genommene Vergleichsdistanz scheint uns bei allmählich vor sich gehender Verkleinerung immer noch »überdoppelt«, da der Vergleich des Normalreizes nicht mit der objectiv im gegebenen Momente eingestellten Vergleichsdistanz, sondern vielmehr mit dem subjectiven Erinnerungsbilde des träge den Blickpunkt des Bewusstseins verlassenden vorangegangenen Reizes stattfindet. Die Abweichungen auf manchen Sinnesgebieten sind aber viel zu häufig, als dass man diese Annahme als allgemein gültig betrachten könnte.

Ein analoges Verhalten der ab- und aufsteigenden Reihen seiner Lichtsinnversuche erklärt Merkel durch die Einwirkung des Contrastes. Wenn auch zuzugeben ist, dass einerseits die Contrasteinflüsse am stärksten bei der Methode der mittleren Abstufungen und derjenigen der doppelten Reize hervortreten, und dass sie andererseits bei Lichtversuchen stärker als bei manchen anderen hervortreten, so kann man sich doch schwer vorstellen, in welcher Weise der Contrast selbst ohne die Bewusstseinsträgheit diese Differenzen zwischen $\downarrow$ und $\uparrow$ Typus hervorrufen sollte. Würde der Contrast allein eine Rolle spielen, so müsste sein Einfluss, falls beide zu vergleichende Reize objectiv (bei Anwesenheit von const. Fehlern subjectiv) gleich groß geworden sind, vollständig aufhören, einerlei ob der Vergleichsreiz kurz vorher größer oder kleiner war als der direct bez. indirect gegebene Normalreiz. Merkel sieht sich auch deshalb gezwungen bei seinen Drucksinnversuchen, die nach derselben Methode ausgeführt sind, außer dem peripherischen noch einen centralen Contrast anzunehmen, da der erstere die ermittelten Thatsachen nicht genügend zu erklären vermag.

Durch den Einfluss der Raumlage zeigt sich die rechte Vergleichsdistanz a'_r größer als die linke a'_l (excl. 20). Die stärkere

Ueberschätzung der linken Fehldistanz ist ganz analog der geringeren Unterschätzung derselben bei der einfachen Methode der mittleren Fehler. Auch hier, wie dort, ist also ganz derselbe Einfluss des Raumlagenfehlers, der rechts positiv, links negativ wirkt, zu dem aber jedenfalls noch ein zweiter hinzukommt (= Contrastfehler), welcher a' im Verhältniss zu a in umgekehrtem Sinne (negativ) beeinflusst, als es mit dem Zeitfehler der Methode der mittleren Fehler der Fall war. Der Zeitfehler ist hier wahrscheinlich durch den Contrastfehler übercompensirt. Relativ am stärksten ist die Ueberschätzung der mittleren Fehldistanz bei $a = 2.10$, wie es die B — die Verhältnisse der Fehlreize zu den gegebenen — in der letzten Horizontalreihe zeigen; am geringsten ist sie bei 2.20, von welchem Punkte an sie allmählich nach oben zu wächst. Das Verhältniss (A) der beim aufsteigenden Verfahren erhaltenen Fehldistanz zur mittleren ist überall annähernd gleich groß (vorletzte Horizontalreihe).

Welchen Schluss sind wir aus dieser letzten Thatsache zu ziehen berechtigt? Wären die a'_0 und a'_u wirklich mit den gewöhnlich so bezeichneten Werthen der eben merklich sich vom Hauptreize unterscheidenden Fehlreize identisch, so könnte man unbedingt auf die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes aus folgenden theoretischen Erwägungen zurückschließen. Bei Gültigkeit dieses Gesetzes muss bekanntlich $\frac{a'_0}{a} = \frac{a}{a'_u}$ sein, wo a den Hauptreiz repräsentirt. Statt dieser Gleichung kann: $\frac{a'_0}{a'_u} = \frac{a^2}{a'^2_u}$, mithin $\sqrt{\frac{a'_0}{a'_u}} = \frac{a}{a'_u}$ (I) verlangt werden. In unseren Reihen zeigt sich aber das $\frac{a'_0}{a}$ $=$ const. oder $\frac{a'_0}{\sqrt{a'_0\,a'_u}} =$ const., mithin $\sqrt{\frac{a'_0}{a'_u}} =$ const. (II). Aus den Gleichungen I und II würde sich also ergeben, dass die geforderten und die experimentell erhaltenen Gleichungen identisch sind, dass $\frac{a}{a'_u} =$ const., d. h. die untere Unterschiedsschwelle constant ist. Wir haben es aber hier nicht mit eben merklich sich unterscheidenden Vergleichsreizen zu thun, sondern vielmehr mit solchen im Sinne der Methode der mittleren Fehler, also mit mittleren eben unmerklich sich unterscheidenden Größen. Ich glaube daher nicht, dass man die Constanz dieses Quotienten ohne Weiteres als strictes Kriterium der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes anführen darf, wie es Merkel thut.

Ein Blick auf die Tabelle der reinen variablen Fehler lässt einen Verlauf der Unterschiedsempfindlichkeit erkennen, analog

Tabelle XXVII.

a	$\frac{c}{a}.100$	$\frac{\varDelta}{a'}.100$	$\frac{\varDelta}{a}.100$
2.10	—4,85	2,67	2,54
2.20	—1,52	2,27	2,24
2.40	—3,02	3,35	3,25
2.80	—4,19	3,14	3,01

dem, auf welchen der nicht ganz berechtigte Schluss aus den Quotienten $\frac{a'_0}{a'}$ aufmerksam machte. Es muss nur selbstverständlich der Contrastfehler berücksichtigt werden, nach dessen Elimination die Quotienten ($\varDelta$) größer als 1 ausfallen würden. Der kleinste relative variable Fehler findet sich bei 2.20, beiderseits von dieser Größe sinkt er, viel weniger aber nach unten als nach oben zu.

Wenn auch nicht direct vergleichbar, so ist immerhin erwähnenswerth, dass bei der Methode der doppelten Reize sowohl der constante wie der variable Fehler ihre relativen Minima ungefähr an derselben Stelle (2.20) erreichen, an welcher es bei den früheren Methoden der Fall war (50 mm).

Als eine Weiterführung der Methode der doppelten Reize habe ich endlich noch die Methode der Multipla angewandt[1]). Dass das Experimentiren mit einer indirecten Methode, bei der ein Normalreiz in Wirklichkeit nicht gegeben ist, sondern mittelst verschiedener psychischer Manipulationen combinirt werden muss, viel ermüdender ist als das mit einer directen, hatte ich sowohl bei den

1) Vgl. Kraepelin a. a. O. S. 502.

wenigen nach der Methode der mittleren Abstufungen, wie bei den nach der Methode der doppelten Reize ausgeführten Versuchen Gelegenheit mich zu überzeugen. Im allgemeinen würde ich zu sagen geneigt sein, dass mit dem wachsenden Multiplum complicirtere Bedingungen für das Bewusstsein gestellt werden, die ihrerseits vielleicht von der langwierigen Ueberlegung und Entscheidung abhängig sind. Kurz, mit wachsendem Multiplum (n) halten auch die Zeitdauer und Ermüdung beim Einstellen des Fehlreizes gleichen Schritt.

Ich will durchaus nicht behaupten, dass diese auf Grund der gemachten Erfahrung ausgesprochene Meinung a priori selbstverständlich ist. Es wäre ganz gut ein anderes, etwa periodische Schwankungen aufweisendes Verhalten denkbar. Die neuesten Untersuchungen auf dem Gebiete des Zeitsinnes, der Aufmerksamkeit, der Tonintervalle machen es sogar ziemlich wahrscheinlich, dass bestimmte Multipla in manchen Hinsichten von uns bevorzugt werden. Wenn auch das Problem des Zeitsinnes bez. der Aufmerksamkeitsschwankungen, wie ihr wahrscheinlicher Zusammenhang mit verschiedenen automatisch und taktmäßig vor sich gehenden Functionen unseres Organismus (Athmung, Herzschlag) auf total andere ursächliche Momente als das des Raumsinnes hinzudeuten scheinen, so wären doch solche Analogien von vornherein nicht zurückzuweisen.

Fragen wir uns nun, woher es denn komme, dass man größeren Schwierigkeiten bei der Einstellung einer n-fachen, als bei der einer gleichen Distanz begegnet, so liegt die Antwort nahe. Durch alltägliche Erfahrung und Uebung ist uns der Begriff einer Empfindungsgleichheit ziemlich geläufig; nicht so geläufig ist uns aber eine n- resp. $\frac{1}{n}$fache Empfindung, und zwar muss erst durch Erfahrung die Kenntniss einer n-fachen Empfindung erlangt werden. Lassen wir eine Zeit lang zwei im Verhältniss $1 : n$ stehende Reize auf uns einwirken, so werden wir vielleicht mit dem entsprechenden Empfindungsverhältnisse oder Empfindungsunterschiede vertraut werden. Ohne irgend welche sehr mühsame Einübung einen n-fachen Reiz bloß durch eine unbewusste, bei Beginn der Versuche bestimmte Vorstellung herzustellen, scheint mir ganz unmöglich zu sein. Die Constanz der einzelnen Schätzungen würde unter solchen Bedingungen voraussichtlich eine minimale Wahrscheinlichkeit haben.

Ich möchte daher die für meine »Multiplaversuche im engeren Sinne« vielleicht nicht ganz passende Benennung etwas ändern, da ich nicht, wie man etwa aus Analogie mit der Methode der mittleren Fehler schließen könnte, Vergleichsreize einstellte, die mir unmittelbar n-Mal größer zu sein schienen, sondern vielmehr in der Weise verfuhr, dass ich auf der vom Versuchsregistrator bedeutend größeren als das verlangte Multiplum eingestellten Distanz bloß mit Hülfe von Augenbewegungen die aufgefasste Normaldistanz n-Mal hintereinander abtrug, ohne aber die nur einmal aufmerksam betrachtete Normaldistanz zu Hülfe zu nehmen. Es würde dieses nicht ganz einwandsfreie Verfahren dem entsprechen, was Ejner[1]) in seiner Arbeit über den Zeitsinn Versuche mit mehrmaliger Zeitreproduction nannte.

Zwar sind, wie wir sahen, einige ganz bedeutende Unterschiede vorhanden, die allein durch die Verschiedenheit der Probleme des Zeit- und Raumsinnes bedingt werden; eine nicht fundamentale, wenn auch praktisch nicht zu unterschätzende Verschiedenheit in den Versuchen mit mehrmaliger Reproduction ist die, dass bei der Zeitschätzung, trotzdem die Uhr nach jeder Reproduction nicht arretirt wird, doch mit einer genügenden Präcision diejenigen Momente registrirt werden können, wo die eine oder andere Reproduction zu Ende ist. Bei unseren Augenmaßversuchen, wo die Notirung der sehr schnell aufeinander folgenden Einzelreproductionen schwer möglich ist, sind wir in keiner Weise im Stande, nach Beendigung eines Versuches etwas über die einzelnen Reproductionen auszusagen: wir haben dann nur das Endresultat, die Summe der Reproductionsreihe, nicht aber die viel wichtigeren einzelnen Summanden, wie es bei den Zeitversuchen der Fall ist.

Das Fehlen der einzelnen Reproductionen hat seine ziemlich großen Nachtheile: die Schlussfolgerungen aus solchen Resultaten müssen meist hypothetischer Natur bleiben. Stellen wir uns vor, dass (wie es bei einem der Uebungsversuche der Fall war) bei der

1) Dissert. Dorpat 1889.

Verneunfachung der Distanz 10 die Fehldistanz sich ziemlich genau mit dem verlangten objectiven Multiplum übereinstimmend erwies: 89,4. Welcher Schluss ließe sich aus diesem nackten Resultate ziehen? Die verschiedensten Deutungen würden mit demselbem Rechte und Werthe geltend gemacht werden können. Weniger willkürlich gestaltet sich aber die Vermuthung, wenn uns die einzelnen Reproductionen zur Verfügung stehen, etwa: 11,0—10,8—10,4—10,4—10,1—9,8—9,4—9,0—8,5. Aus dieser Reihe würde man zweifelsohne das volle Recht haben den naheliegenden Schluss zu ziehen, dass wir im allgemeinen geneigt sind die gegebene Distanz zu überschätzen, dass aber gleichzeitig jede vorausgehende Reproduction, der ihr folgenden als Normalreiz dienend, subjectiv in ihrer Größe verkleinert und auf diese Weise eine nach und nach sich verkleinernde Fehldistanz hervorgerufen wird; es muss also in solchem Falle auch ein Punkt sich finden lassen, wo die in der Natur der einmaligen Reproduction liegende Ueberschätzung der durch die Multiplicität bedingten Unterschätzung das Gleichgewicht hält (bei $n = 5$, $a' = 10,1$) und derselben sogar unterliegt.

Bei den Augenmaßversuchen werden die einzelnen Multipla für sich experimentell festgestellt werden müssen, und auch dann wird ihr unmittelbarer Vergleich noch durchaus nicht so strict durchzuführen sein, wie es in diesem Beispiele der Fall war, da möglicherweise bei dem Experimentiren mit den verschiedenen Multiplis verschiedene psychische Zustände herrschten.

Die erhaltenen Zahlen für die vier untersuchten Multipla ($n = 3, 4, 5, 6$) der Distanz 20 mm finden sich in der folgenden Tabelle.

Tabelle XXVIII.

a	3.20	4.20	5.20	6.20
$L. = a_r'$	60,84	74,67	90,90	113,19
$R. = a_l'$	55,32	69,66	100,26	123,11
a'	58,08	72,17	95,58	118,15
$\frac{a'}{a}$	0,968	0,902	0,956	0,984

Ein Blick auf die Zahlenreihen lässt erkennen, dass nur bei $n = 3$ das rechtsliegende (a'_r) Multiplum größer als das linksliegende (a'_l) ist, bei den übrigen ist das Umgekehrte der Fall. In dem Verlaufe der einzelnen Multiplawerthe für rechts und links lässt sich keine strenge Gesetzmäßigkeit herausfinden. Die durchschnittliche Fehldistanz (dritte Horizontalreihe) ist überall kleiner als das verlangte Multiplum: es wird mithin jede in der oben geschilderten Weise activ eingestellte Fehldistanz im Durchschnitte überschätzt. Relativ am größten ist der negative constante Fehler bei $n = 4$, von welchem Punkte an er beiderseits annähernd gleichmäßig sinkt (vierte Horizontalreihe.)

Ueber die absoluten und relativen variablen Fehler geben die 3 letzten Verticalcolumnen der nun folgenden Tabelle Auskunft.

Tabelle XXIX.

a	$\frac{c}{a} \cdot 100$	$\varDelta$	$\frac{\varDelta}{a'} \cdot 100$	$\frac{\varDelta}{a} \cdot 100$
3.20	—3,200	2,8519	4,91	4,75
4.20	—9,787	3,2773	4,54	4,10
5.20	—4,420	4,5720	4,78	4,57
6.20	—1,156	4,5600	3,86	3,80

Weder die $\frac{\varDelta}{a}$ noch die $\frac{\varDelta}{a'}$ zeigen ganz constante Zahlen. Nahezu constant sind sie immerhin.

Ohne etwas Weiteres zu präjudiciren, will ich darauf hinweisen, dass derselbe Theil der Reizscala (50—100 mm) auch bei der einfachen Methode der mittleren Fehler von nahezu constanter Unterschiedsempfindlichkeit war. Die übrigen Zahlen der Tabelle sind theils schon bei den constanten Fehlern besprochen worden, theils keiner näheren Erklärung bedürftig.