

# Ueber das Mafsprincip der Psychophysik und den Algorithmus der Empfindungsgrößen.

Von

**Dr. Ludwig Lange**  
in Elberfeld.

---

Unter dem Titel »Ueber das Maßprincip der Psychophysik« habe ich im Sommer 1886 eine kleine theoretische Abhandlung verfasst, welche bis jetzt nicht veröffentlicht worden ist. Der Grund hiervon war der, dass ich die gewonnene theoretische Ueberzeugung experimentell zu bestätigen vorhatte, jedoch durch längeres Kranksein, welches mich zwang, einen rein praktischen Lebensberuf zu ergreifen, an der Anstellung der hierzu nöthigen Experimente verhindert wurde. Nun ist neuerdings Merkel bei seinen Untersuchungen »Ueber die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung« zu Resultaten gelangt, welche in ganz augenfälliger Weise die Richtigkeit meiner theoretischen Grundidee bestätigen, und so beschloss ich denn, angeregt durch meinen verehrten Lehrer Professor Wundt, sowie meinen Freund Oswald Külpe, die betreffenden theoretischen Erwägungen hiermit der fachmännischen Welt zur Begutachtung zu unterbreiten.

Ich gehe hierbei aus von den fundamentalen Begriffsbestimmungen über die Empfindungsscala und ihre Beziehung zur Reizscala, welche der Altmeister der Psychophysik seinen Untersuchungen zu Grunde gelegt hat.

Fechner setzt — nicht nur in seinen »Elementen«, sondern auch in späteren psychophysischen Schriften — die principielle

Methode der Messung von Empfindungsintensitäten bewusstermaßen in solcher Weise aus einander, dass es den Anschein gewinnen muss, als sei die Reizscala die unbedingt nothwendige Unterlage der Empfindungsscala, mit andern Worten, als könne die Empfindungsscala nur normirt werden, indem man die Reizscala zu Grunde lege und von der zwischen Reiz und Empfindung bestehenden »empirisch gewonnenen« Functionsbeziehung — sei diese nun dem Weber'schen oder einem anderen Gesetze äquivalent — Anwendung mache. Diese Aufstellung muss unbedingt demjenigen, welchem sie ohne Vermittelung entgegentritt, den Verdacht eines *circulus vitiosus* aufdrängen<sup>1)</sup>. In der That, was soll es heißen, experimentelle Untersuchungen über den Charakter der zwischen Reiz ( $r$ ) und Empfindung ( $e$ ) bestehenden Functionsbeziehung  $e = \varphi(r)$  anzustellen, wenn die Empfindungsscala nur auf Grund der Reizscala und zwar mittelst eben dieser schon als bekannt vorauszusetzenden Gleichung  $e = \varphi(r)$  normirt werden kann? Wenn es wirklich wahr wäre, dass — um z. B. die Giltigkeit des Weber'schen Gesetzes vorauszusetzen — das Intensitätsverhältniss zweier den Reizen  $r$  und  $r'$  entsprechenden gleichartigen Empfindungen  $e, e'$  nicht anders definirt werden könnte als durch die Proportion:

$$e : e' = \log \frac{r}{\varrho} : \log \frac{r'}{\varrho} \text{ )}$$

(worin  $\varrho$  die Reizschwelle bedeutet), so würde das Fechner'sche psychophysische Beziehungsgesetz auf eine bloße Tautologie hinauslaufen und einer empirischen Bestätigung nicht bedürfen. Es wäre dann ein ebenso überflüssiger und nichtssagender Satz, als der »logische Grundsatz«  $A = A$ , sofern man ihn bloß mit den Worten interpretiren wollte: »Jeder Begriff ist sich selbst gleich«<sup>3)</sup>. Möglicherweise hat eben dieser nicht grundlose Verdacht eines Circels zu manchen irrthümlichen Anschauungen über die Berechtigung der Psychophysik den Hauptanlass gegeben.

1) Vergl. A. Köhler, Phil. Stud. III, S. 574.

2) Und so ist es doch gemeint, wenn Fechner »die innere Empfindung durch eine äußere Elle gemessen« wissen will.

3) Ueber den Satz der Identität vergl. W. Wundt, Logik, I. S. 504 f.

Fechner ist von diesem Verdacht natürlich selber nicht unberührt geblieben, glaubt aber, dass derselbe einer näheren Betrachtung des Sachverhaltes nicht Stich halte. Um die Grundlosigkeit eines solchen Verdachtes zu erkennen, brauche man, so meint er, nur zweierlei zu bedenken, nämlich: »1) dass wir die Function zwischen Reiz und Empfindung aus einer Function zwischen dem Elementaren, woraus beide als erwachsen angesehen werden können, ableiten; 2) dass wir diese Function auf die in der Erfahrung mögliche, der Ausführbarkeit nach durch genaue Methoden gesicherte Beurtheilung von Gleichheit im Empfindungsgebiete stützen« (Elemente, Bd. I S. 58). Es unterliegt keinem Zweifel, dass durch diesen Hinweis aufs Experiment jene Ansicht, als enthalte das psychophysische Beziehungsgesetz seinem Wesen nach eine bloße Tautologie, vollkommen widerlegt wird. Trotzdem bleibt der Vorwurf bestehen, dass man, wenn man das psychophysische Maßprincip einerseits und das psychophysische Beziehungsgesetz andererseits auf die Fechner'sche Weise formulirt, einen methodologischen Cirkel in die Grundbegriffe der Psychophysik hineinträgt. Und sollte man denn diesen Cirkel nicht vermeiden können? Sollte es nicht möglich sein, die Empfindungsscala begrifflich unabhängig von der Reizscala zu normiren, so dass nachher das Beziehungsgesetz die von ihm behauptete Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung in voller Klarheit als eine empirische erkennen lässt?

In der That steht dem gar nichts im Wege, und es ist bereits von anderer Seite auseinander gesetzt worden, auf welche Weise das Maßprincip der Empfindung unabhängig von dem Maßprincip des Reizes zu formuliren sei (Köhler, a. a. O. S. 576 f.). Ehe wir jedoch hierauf eingehen, dürfte es gut sein, sich einmal zu vergewissern, ob nicht Fechner noch irgendwelche tiefere Gründe gehabt hat, hier von dem Inneren auf das Aeüßere zu recurriren und demgemäß eine »äußere Elle« als Maßstab an die »innere Empfindung« anzulegen. In der That fehlt es nicht an Gesichtspunkten, welche hier in Betracht kommen.

Es ist sehr wahr, was Fechner mehrfach (Elemente, S. 56 u. a. O.) hervorhebt, dass man auch bei Betrachtung rein physikalischer Größen aus dem engeren Gebiete dieser Größen oft,

wo nicht immer in ein anderes Größengebiet übergreifen muss, wenn man zu einer Maßbestimmung in jenem ersten Größengebiet gelangen will. Die Gleichheit zweier Zeitabschnitte und folglich überhaupt das Zeitmaß kann nicht wissenschaftlich definirt werden, ohne dass wir bereits den linearen Raumbegriff und die in ihm platzgreifenden Maßbestimmungen zu Grunde legen. Das numerische Verhältniss zweier Kräfte ist zu definiren durch das Verhältniss der Beschleunigungen, welche sie einer und derselben Masse zu ertheilen vermögen, und man sieht, dass bei dieser Definition des Kraftmaßes die Raum- wie die Zeitmessung beide schon als principiell fixirt vorausgesetzt werden. So messen wir also die Zeit (im Princip) durch den von einem trägen materiellen Punkte in seiner Inertialbahn durchlaufenen Weg, und die Kraft durch die zweite Ableitung des von dem beeinflussten Punkte zurückgelegten Weges nach der dazu erforderlichen Zeit<sup>1)</sup>. Die »objective« Zeit wie die äußere Kraft sind uns eben, wie man zu sagen pflegt, nicht unmittelbar gegeben, sondern werden erst aus den Erscheinungen »erschlossen«<sup>2)</sup>.

Ebenso nun, wie die Scala der innerlichen Kräfte auf die Scala der äußeren Inertialbeschleunigungen gegründet wird, ebenso, meint Fechner, müsse die Scala der inneren Empfindungen auf der Scala der äußeren Reize fußen: nur mit dem Unterschiede, dass, während dort zwischen Beschleunigung und Kraft die Beziehung gewöhnlicher Proportionalität besteht, hier zwischen Empfindung und Reiz eine andere Functionsbeziehung anzusetzen sei, und zwar insbesondere im Falle der Giltigkeit des Weber'schen Gesetzes die logarithmische Beziehung, welche nächst der Proportionalität die denkbar einfachste sein soll (Elemente, I. 62).

1) Vergl. Phil. Stud. II, S. 276 f., 545.

2) Auf diese Ausdrucksweise komme ich in der nächsten Anmerkung zu sprechen. Man kann wohl mit demselben Rechte auch vom »objectiven« Raume sagen, dass er erst aus den Erscheinungen »erschlossen« wird; jedoch erhellt aus dem Obigen zur Genüge, dass die wissenschaftliche Raumbestimmung dem unmittelbar Gegebenen viel näher steht, als die Größenbestimmungen im Zeit- und Kraftgebiete, welche erst auf der Raumbestimmung zu fußen haben. Es würde nicht schwer fallen, das mathematisch-physikalische Größengebiet nach Art einer Klimax in Größen verschieden hoher Gattung einzutheilen, wovon aber hier Abstand genommen werden mag.

Wie bedenklich jedes psychophysische Beziehungs- »Gesetz«  $e = \varphi(r)$  wäre, wenn auf dem Gebiete der Empfindungen wirklich eine Maßbestimmung nicht unabhängig von der Maßbestimmung des Reizgebietes geschaffen werden könnte, brauche ich nicht zu wiederholen. Aber dass die obige Analogie mit der Kraft hinkt und nicht im mindesten dafür spricht, das Empfindungsmaß begrifflich aufs Reizmaß zu stützen, dies dürfte unschwer zu erweisen sein. Warum müssen wir das Kraftmaß auf das Raum- und Zeitmaß stützen? Die Antwort ist sehr einfach. Von zwei äußeren Kräften (Beschleunigung erzeugenden Umständen) kann man nie sagen, dass sie gleich oder in irgend einem Sinne verschieden sind, ohne dass man sich dabei auf die von ihnen erzeugten Beschleunigungen beruft<sup>1)</sup>. Dagegen ist von zwei gleichartigen Empfindungen (bez. Empfindungsunterschieden) unmittelbar — ohne die Reize zu kennen — anzugeben möglich, ob sie gleich oder verschieden und welche von beiden die größere ist, und darum liegt gar kein Grund vor, das Maßprincip im Empfindungsgebiete auf das Maßprincip irgend eines anderen Gebietes zurückzuführen. Das principielle Kraftmaß musste auf die Maßprincipien anderer Größengebiete reducirt werden, weil die äußere Kraft unserer Schätzung, ob größer oder kleiner, nicht unmittelbar gegeben ist. Was kann aber unserer Schätzung aufs Größer oder Kleiner unmittelbarer gegeben sein, als unsere inneren Empfindungen?

Die aus einer Betrachtung über physikalische Maßmethoden erwachsenen tieferen Gründe, welche Fechner zu seiner eigenartigen Formulirung des psychophysischen Maßprincipes geführt haben, erweisen sich demnach als nicht stichhaltig, und es bleibt uns nur übrig, kurz zu zeigen, auf welche Weise es möglich ist, das Maßprincip der Empfindung unabhängig vom Maßprincip des Reizes zu formuliren.

1) Man pflegt dem entsprechend zu sagen, das Größer oder Kleiner der Kraft werde aus den erzeugten Beschleunigungen »erschlossen«; doch dürfte es schicklicher sein, dieses Größer oder Kleiner überhaupt nicht als ein erst zu erschließendes metaphysisches zu supponiren, sondern vielmehr eben durch das Größer oder Kleiner der Beschleunigungen zu definiren, wobei das von mir a. a. O. (Phil. Stud. II, S. 275) sogenannte Princip der particularen Determination in Anwendung zu bringen ist.

Sind zwei gleichartige Reize gegeben, so können wir von den ihnen entsprechenden gleichartigen Empfindungen unter allen Umständen angeben, ob sie gleich oder verschieden groß und welche von ihnen im letzteren Falle größer erscheint. Hiermit haben wir aber zunächst noch keinen Anhalt, um im Falle der Verschiedenheit beider Empfindungen zu bestimmen, wieviel mal so groß die eine als die andere anzusetzen ist. In der That fehlt uns von Grund aus jede Möglichkeit, das Verhältniss zweier Empfindungsintensitäten in ebenso unmittelbar anschaulicher Weise zu erfassen, als dies z. B. bei dem Verhältniss zweier Raumstrecken freisteht. Aber diese unmittelbare Anschaulichkeit der Messung ist auch im mathematisch-physikalischen Größengebiete kaum irgendwo anders zum zweiten Male anzutreffen. Und wenn auch zwei gleichartige Empfindungen keineswegs ein anschauliches Verhältniss der Art besitzen, dass die schwächere und Bruchtheile der schwächeren in der stärkeren bis zur Deckung so und so oft an einander gelegt werden könnten, so fehlt es doch nicht an einem Verhältniss beider Empfindungen, welches sich begrifflich ebenso klar angeben lässt, als es z. B. bei dem Verhältniss zweier Electricitätsmengen der Fall ist. Principiell läuft nämlich die Verhältnissbestimmung und damit die Messung von Empfindungen auf Folgendes hinaus.

Ebenso wie von zwei gleichartigen Empfindungen kann man auch von zwei gleichartigen Empfindungsunterschieden unmittelbar angeben, ob sie sich dem Bewusstsein als gleich groß darstellen oder nicht. Sind nun zwei Reize  $r < R$  und ihnen entsprechende Empfindungen  $e < E$  gegeben, so kann man (vom Reize Null ausgehend und nach oben fortschreitend) einen Reiz  $r_1$ , ferner einen Reiz  $r_2 > r_1$ , einen Reiz  $r_3 > r_2$  u. s. w. so construiren, dass die entsprechenden Empfindungsunterschiede der Beziehung:

$$e_1 - 0 = e_2 - e_1 = e_3 - e_2 = \dots$$

Genüge leisten. Es stelle sich nun, indem man diese Scala zunehmender Empfindungsintensitäten schafft, heraus, dass eine der darin enthaltenen Empfindungen, etwa  $e_m$  mit  $e$  und eine der noch höher gelegenen Empfindungen, etwa  $e_n$  mit  $E$  an Intensität gleichkommt. Man hat alsdann von der Empfindung Null bis zur Empfindung  $e$  gerade  $m$  einander gleichende Intensitätsstufen von

bestimmter Größe, und von der Empfindung Null bis zur Empfindung  $E$  genau  $n$  Stufen der gleichen Größe erstiegen. Und dem entsprechend wird nunmehr das Verhältniss  $e : E$  einfach durch die Proportion:

$$e : E = m : n$$

zu definiren sein.

Dies ist in der That das allgemeine Maßprincip der Empfindung, aus welchem durch speciellere Ausgestaltung die verschiedenen psychophysischen Grundmethoden, in erster Linie diejenigen der Minimaländerungen und der mittleren Abstufung sich ergeben. Es unterliegt ja keinem Zweifel, dass die Scalenbildung, auf welche dem Vorhergehenden zufolge das Empfindungsmaß hinausläuft, in der Theorie leichter aussieht, als sie in Praxis wirklich ist. Doch begründet dies keinen Einwand gegen die Messbarkeit der Empfindungen an sich. Alle die Schwierigkeiten, welche sich bei den psychophysischen Untersuchungen unvermeidlich einstellen, weisen nur darauf hin, dass es streng genommen eine unvollständige Ausdrucksweise ist, schlechthin von dem Verhältniss

$\frac{e}{E}$  zweier den constanten Reizen  $r, R$  entsprechender Empfindungen zu reden, indem vielmehr die modificirenden Bedingungen genau hinzugefügt werden müssten, unter welchen die beiden Empfindungen gegen einander abgewogen werden; und in Wahrheit laufen ja alle die Subtilitäten der Versuchsanordnung, welche im Laufe jeder ernstlichen psychophysischen Untersuchung nothwendig werden, darauf hinaus, jene Bedingungen möglichst klar zu erkennen und entweder in jeder Versuchsreihe möglichst constant zu erhalten, oder doch ihren Einfluss durch Rechnung zu eliminiren, sofern sie nicht selbst Gegenstand der Betrachtung sind.

Alles wohl erwogen, dürfte also keiner der bisher gegen die Messbarkeit von Empfindungsintensitäten geltend gemachten Einwände bestehen bleiben, sobald man sich nur das im Vorhergehenden erörterte Maßprincip vergegenwärtigt. Ich muss auch gestehen, dass ich selber längere Zeit nicht im geringsten daran gezweifelt habe, dass durch eine Formulirung des psychophysischen Maßprincips nach Art der eben versuchten der Streit über die Messbarkeit der Empfindungen endgiltig zu Fechner's Gunsten aus der Welt

geschafft werden könnte. Allein in letzter Zeit ist mir doch ein neues (allerdings nicht ganz leicht zu präcisirendes) Bedenken aufgestiegen, welches zwar nicht zur vollständigen Unmöglichkeit, den Größenbegriff ins Empfindungsgebiet zu übertragen, aber doch zum mindesten dazu führen dürfte, dass die Möglichkeit, das numerische Verhältniss zweier gleichartiger Empfindungen zu bestimmen, als eine an sich beschränkte und rücksichtlich ihrer Ausdehnung von besonderen weiteren Erfahrungen abhängige sich darstellt. Dieses Bedenken eben ist es, welches durch die neuen Untersuchungen von Merkel in überraschender Weise bestätigt worden ist. Es fließt aus gewissen vergleichenden Betrachtungen über die Größenbestimmungen der Physik einerseits und der Psychophysik andererseits, und ist, wie mir scheint, geeignet, seinerseits wieder auf die allgemeine Größenlehre und ihre Principien helles Licht zu werfen. Alle vorhergegangenen Erwägungen bitte ich nun nur als Vorbereitung für die nachfolgende Exposition jenes eigenartigen Bedenkens anzusehen.

Die Vorstellung des numerischen Verhältnisses zweier Empfindungen beruht nach dem Vorhergehenden auf einer Art von Scalenbildung. Es wird gewissermaßen eine Stufenleiter von Empfindungen construiert, in welcher die Sprossenweite allerwärts von derselben Größe ist. Von welcher Größe, darüber verlautet im allgemeinen Maßprincip der Empfindungen nichts. Vielmehr ist das eine Sache der besonderen Maßmethode und, wie bekannt, wählt die Methode der Minimaländerungen den eben-merklichen, diejenige der mittleren Abstufung dagegen einen beliebigen Empfindungsunterschied als Sprossenweite. Also wenn z. B. drei Empfindungen  $e_1 < e_2 < e_3$  gegeben sind und es gilt, das numerische Verhältniss  $\frac{e_3 - e_2}{e_2 - e_1}$  zu ermitteln, so kann dabei dem allgemeinen Maßprincip zufolge eine beliebige Sprossenweite zu Grunde gelegt werden.

Und hier drängt sich nun die wohlberechtigte Frage auf: Ist denn das in Betreff des Quotienten  $\frac{e_3 - e_2}{e_2 - e_1}$  zu gewinnende Resultat unabhängig davon, was für eine fundamentale Sprossenweite man anwendet? Oder um gleich einen specielleren Fall zu setzen, wenn etwa mit Hülfe einer bestimmten Sprossenweite  $e_3 - e_2 = e_2 - e_1$

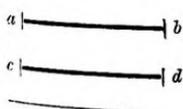
sich ergeben hat, muss dann auch für jede andere Sprossenweite diese Gleichung resultiren? Muss also vor allem die directe Vergleichung zwischen  $e_3 - e_2$  und  $e_2 - e_1$  (welche offenbar auf die Methode der mittleren Abstufung hinauskommt) das mit einer Sprossenweite  $< e_2 - e_1$  (bez.  $e_3 - e_2$ ) erhaltene Resultat  $e_3 - e_2 = e_2 - e_1$  bestätigen?

Der »gesunde Menschenverstand« wird unbedenklich sofort mit Ja! erwidern und alle Gründe nicht achten, welche geeignet sein könnten, ihn in dem sicheren Besitz seiner »selbstverständlichen« Wahrheiten zu erschüttern. Allgemein steht es doch auf den anderen Maßgebieten fest, dass die Entscheidung der Gleichheit zweier Größen von dem Betrage der fundamentalen Sprossenweite, d. h. der Einheit, unabhängig ist; »wie sollte es nun auf psychophysischem Gebiete anders sein«?

Doch fragen wir einmal nach dem wirklichen Grund der Thatsache, dass auf allen physikalischen Maßgebieten der Betrag der Einheit ohne Einfluss auf die Entscheidung der Gleichheit zweier Größen ist! Denn diese Thatsache hat ihren guten anschaulichen Grund und ist keineswegs als selbstverständlich anzusehen. Dieser Grund ist folgender.

Alle Maßbestimmungen der Physik gehen in letzter Linie auf die Maßbestimmungen im Gebiete des linearen Raumes zurück, wie wir dies an den Maßbestimmungen auf den Gebieten der Zeit und der Kraft schon oben (S. 126 f.) haben durchblicken lassen. Sobald es uns also gelingt, den Grund aufzudecken, warum auf linearem Raumgebiete die Entscheidung der Gleichheit zweier Größen von dem Betrage der Einheit unabhängig ist, so wird damit der letzte Grund derselben Thatsache sofort auch für alle physikalischen Größengebiete höherer Gattung aufgedeckt sein. Im Gebiete des linearen Raumes nun verhält sich die Sache folgendermaßen.

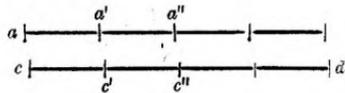
Zwei Strecken  $\overline{ab}$  und  $\overline{cd}$  heißen dann einander gleich, wenn sie mit ihren Endpunkten zur vollständigen gegenseitigen Deckung gebracht werden können, mit andern Worten, wenn  $a$  mit  $c$  und gleichzeitig  $b$  mit  $d$  zur Deckung zu bringen ist<sup>1)</sup>. Nach diesem Princip



1) Ich brauche hier nicht auszuführen, dass bei dieser Definition von dem Begriffe des starren Körpers d. h. von der Thatsache auszugehen ist, dass zwei

wird über die Gleichheit von Strecken unmittelbar, d. h. ohne Zugrundelegung einer besonderen Einheit entschieden. Nun nehme man aber eine solche Einheitsstrecke an, welche in  $\overline{ab}$  gerade  $n$ -mal aufgeht und mache  $\overline{cd}$  so lang, dass es ebenfalls gerade  $n$ -mal die Einheitsstrecke enthält. Alsdann lässt sich beweisen — ist aber von wissenschaftlichem Standpunkte betrachtet keineswegs selbstverständlich — dass nunmehr  $\overline{ab}$  und  $\overline{cd}$  auch nach dem ersten Vergleichungsprincip der unmittelbaren Deckung (ohne Zuziehung einer kleineren Einheit) als gleich sich herausstellen müssen.

Beweis: Wenn man die Strecke  $\overline{ab}$  von  $a$  nach  $b$  durchläuft, so überschreitet man  $n$  Theilstrecken von der Einheitsgröße, welche durch  $\overline{aa'}$ ,  $\overline{a'a''}$ , . . . . bezeichnet sein mögen. Desgleichen überschreitet man, auf  $\overline{cd}$  von  $c$  nach  $d$  fortschreitend,  $n$  ebenfalls der Einheit gleichende Theilstrecken  $\overline{cc'}$ ,  $\overline{c'e''}$ ,  $\overline{c'e''}$ , . . . .



Legt man nun beide Hauptstrecken so über einander, dass  $a$  mit  $c$  coincidirt und dass die Richtungen  $\overrightarrow{ab}$  und  $\overrightarrow{cd}$  übereinstimmen, so folgt zunächst, dass  $a'$  mit  $c'$  zusammenfallen muss. Denn der ursprüngliche geometrische Gleichheitsbegriff ist unstreitig derjenige der unmittelbaren Deckung, und weil nun die Strecken  $\overline{aa'}$  und  $\overline{cc'}$  beide der Einheit gleichen, d. h. mit der Einheitsstrecke sich decken, so decken sie sich auch unmittelbar gegenseitig. Nachdem einmal die Coincidenz von  $a'$  und  $c'$  feststeht, folgt weiterhin ganz analog, dass  $a''$  mit  $c''$  u. s. w., also allgemein dass  $a^{(m)}$  mit  $c^{(m)}$  zusammenfällt. Der Punkt  $b$  ist aber so viel als ein Punkt  $a^{(n)}$  und  $d$  so viel als ein Punkt  $c^{(n)}$ , folglich müssen  $b$  und  $d$  auf einander zu liegen kommen, w. z. b. w.

Hiermit ist unser Satz für das lineare Raumgebiet bewiesen. Nunmehr überträgt er sich, wie angedeutet, von selbst auf alle anderen mathematisch-physikalischen Größengebiete. Ursprünglich ein Princip der Longimetrie, wird er zum Gemeingut aller mathematisch-physikalischen Disciplinen. Zunächst überträgt er sich aufs Gebiet der Zeit darum, weil ja die Zeit conventionell

---

starr-materielle Strecken, die einmal zur genauen Deckung gebracht werden konnten, jederzeit wieder die Deckung zulassen; was in natura, da man es hier stets nur mit relativ starren Körpern zu thun hat, bloß annähernd zutrifft.

durch den von einem trägen Punkte durchlaufenen linearen Raum gemessen wird. Es würde indess hier zu weit führen, wenn ich diese Wahrheit noch weiter im Einzelnen zur Schau stellen wollte.

Nun aber fragen wir uns noch einmal: lässt sich dieser Satz denn so ohne weiteres auf psychophysisches Gebiet übertragen? Da die Empfindungsschätzung eine ganz directe ist (s. o. S. 128), so sieht man zunächst, dass eine analoge Uebertragung, wie wir sie soeben von Raum auf Zeit u. s. w. vornahmen, von Raum auf Empfindung nicht möglich ist. Folglich würde es darauf ankommen, unmittelbar auf dem Gebiete der Empfindungsgrößen den mathematischen Nachweis zu liefern, dass unser Satz auch hier gelte; d. h. dass die zwei Empfindungsunterschiede  $e_3 - e_2$ ,  $e_2 - e_1$ , wofern sie mit Hülfe einer beliebigen Sprossenweite untersucht, gleich viel Sprossen zu enthalten scheinen, dann auch unmittelbar als gleich groß dem Bewusstsein sich darstellen müssten.

Und hier wird man vergeblich nach einem analogen apriorischen Beweise suchen, wie es der obige im Gebiete der Longimetrie war. Der Grund davon ist auch unschwer anzugeben. Im Princip beruhte der erbrachte Nachweis auf der successiven Deckung nach einander folgender Theilpunkte. Theilpunkte oder etwas ihnen Analoges kann es aber nur bei extensiven und nicht bei intensiven Größen<sup>1)</sup> geben, wie es doch die Empfindungen sind; und die Vergleichung zweier Empfindungen beruht gar nicht auf dem Princip einer eigentlichen Deckung, sondern hat vielmehr den Charakter einer unmittelbaren Schätzung nach Art des Augenmaßes. Niemals wird es daher gelingen, eine apriorische Deduction des Satzes zu liefern, dass die Beurtheilung der Gleichheit zweier Empfindungsunterschiede von der Sprossenweite unabhängig sei.

Wo die apriorische Deduction versagt, zieht man allgemein die Erfahrung zu Rathe. Dementsprechend würde es nun der Gegenstand einer experimentellen Untersuchung sein, ob nicht der im Gebiete der mathematisch-physikalischen Größen streng aus dem

---

1) Aus diesem Grunde würde auch jeder Versuch vergeblich sein, unseren Satz für das Gebiet der intensiven Kraft unmittelbar, d. h. ohne Rückgang auf die extensiven Kraftwirkungen nachweisen zu wollen.

dort geltenden Begriff der Gleichheit zu deducirende Satz auf das Gebiet der Empfindungsgrößen wenigstens auf Grund von Erfahrungen übertragen werden kann.

Untersuchungen eigens in diesem Sinne sind, wie bekannt, noch nicht angestellt worden. Doch schien es mir bereits früher nach manchen beiläufig von anderer Seite gefundenen Thatsachen entschieden so, als ob jene Uebertragung zum mindesten nicht auf allen Empfindungsgebieten gestattet wäre. Und dass die neuesten Resultate von Merkel diesen meinen Verdacht vollkommen bestätigt haben, brauche ich nicht im einzelnen nachzuweisen; ich überlasse es vielmehr Jedem, der Zeit und Lust zu solchen Forschungen hat, sich selbst davon zu überzeugen. Jedenfalls dürfte es nach dem Vorhergehenden keinem Zweifel mehr unterliegen, dass empirische Untersuchungen über die Frage der Uebertragbarkeit unseres Satzes höchst nothwendig und Vorbedingung alles sicheren Fortschrittes in der Psychophysik sind.

Anstatt auf diese sehr zeitraubenden empirischen Untersuchungen uns einzulassen, welche den Gegenstand besonderer Arbeiten bilden würden, wollen wir uns zum Schlusse dieses Aufsatzes einmal vergegenwärtigen, was daraus folgt, wenn die Uebertragung des Satzes auf irgend ein Sinnesgebiet, sagen wir z. B. auf das Gebiet des Gesichts, nicht gestattet ist. Zunächst ist klar, dass in diesem Falle nicht so ohne weiteres von einem bestimmten numerischen Verhältniss zweier Empfindungen geredet werden kann. Vielmehr muss, wenn man einigermaßen streng sein will, stets auch die zu Grunde gelegte Sprossenweite angegeben werden, weil man sich sonst bei jenem numerischen Verhältnisse schlechterdings Nichts oder Alles denken könnte. Vorausgesetzt nun, man träfe ein für allemal die — immerhin am nächsten liegende — Convention, den eben merklichen Unterschied als Sprossenweite einzuführen, so wäre es doch eine höchst missliche Thatsache, dass die beiden zufolge dieser Convention als gleich groß zu bezeichnenden Unterschiede  $e_3 - e_2$  und  $e_2 - e_1$  für sich betrachtet verschieden groß erscheinen können. Diese Thatsache würde doch zum mindesten den ganzen wissenschaftlichen Werth aller Verhältnissbestimmungen, d. h. eigentlicher Messungen in dem betrachteten Sinnesgebiete äußerst problematisch erscheinen lassen.

Es dürfte in diesem Falle wohl besser sein, auf derartige Messungen überhaupt zu verzichten. Die weitere Folge davon wäre dann, dass eine psychophysische Grundformel von der Gestalt  $e = \varphi(r)$  nicht aufstellbar wäre. Sobald sich in einem Sinnesgebiete zeigt, dass unter gleich zuverlässiger Anwendung der beiden Methoden der Minimaländerungen und der mittleren Abstufung nicht beidemale eine und dieselbe Functionsbeziehung zwischen  $e$  und  $r$  resultirt, so wird der Verdacht höchst begründet, ja so gut wie gewiss sein, dass im oben erörterten Sinne eine Functionsbeziehung  $e = \varphi(r)$  überhaupt nicht zulässig ist.

Wird darum eine psychophysische Behandlung dieses Gebietes überhaupt unmöglich sein? Keineswegs! Eine solche Folgerung hieße soviel, als das Kind mit dem Bade ausschütten! Unter allen Umständen wird das Weber'sche oder ein ihm analoges Gesetz, sofern es speciell auf Minimaländerungen beschränkt bleibt, von großem Werthe sein. Einestheils wird es nach wie vor einen höchst wichtigen Fundamentalsatz der Psychologie selbst ausmachen, anderntheils wird seine Bedeutung in diejenigen physikalischen Disciplinen hinüberreichen, welche mit dem betreffenden Sinnesgebiete näher zu thun haben. Aber auch für Empfindungsunterschiede, welche erheblich über der Grenze des eben Merklichen liegen, wird es keineswegs unmöglich sein, wichtige Zahlenbeziehungen festzustellen. Es kann nach wie vor von beträchtlichem Werthe sein, festzustellen, welche objective Reizintensität einer Empfindung entsprechen muss, damit diese in der Mitte zu stehen scheint zwischen zwei Empfindungen, deren ursächliche Reize ihrer Stärke nach objectiv genau definirt werden können. Auch werden sich hier unzweifelhaft gewisse gesetzliche Beziehungen ermitteln lassen. Was aber auf dem betrachteten Gebiet für immer unmöglich sein wird, ist die Aufstellung eines Beziehungsgesetzes von der Form  $e = \varphi(r)$ , oder um der Sache gleich auf den Grund zu gehen, überhaupt die Anwendung des gewöhnlichen (in der Physik bemerkenswerther Weise überall platzgreifenden) Größenbegriffes. Nicht der Größenbegriff überhaupt ist auf dem betreffenden Gebiete unzulässig, sondern nur derjenige specielle Größenbegriff, der in seiner Urform auf dem Raumgebiete auftritt und dadurch charakterisirt ist, dass das numerische Verhältniss zweier ihm entsprechend festgestellten Zahl-

größen von der Sprossenweite, d. h. der Einheit, unabhängig ist. Ich will diesen Größenbegriff, weil er in der Longimetrie wurzelt und erst von hier aus in die übrigen mathematisch-physikalischen Maßgebiete sich erstreckt, den »longimetrischen Größenbegriff« nennen.

Sollte sich meine Vermuthung bestätigen, dass dieser Begriff auf die Psychophysik nicht oder doch nicht durchgängig anwendbar ist, so würde die Psychophysik das erste Beispiel eines allgemeineren Größenbegriffes aufweisen. Wir hätten dann hier eine durch die Thatsachen gebotene Erweiterung des Größenbegriffes vor uns, welche der neueren Helmholtz-Riemann'schen Erweiterung des geometrischen Raumbegriffes<sup>1)</sup> ganz parallel ginge, ohne freilich ähnliche Mysterien einzuschließen.

Nur wenn die Empfindungsgröße unter den longimetrischen Größenbegriff fiel, würde es möglich sein, die Beziehung zwischen Empfindung und Reiz durch eine Functionscurve darzustellen. Im andern Falle wird man keinen Grund haben, die Unmöglichkeit einer solchen Functionscurve zu bedauern. Denn wenngleich die leitenden Gesichtspunkte von dem betrachtenden Subjecte, d. i. dem Psychologen ausgehen müssen, so soll dieser es doch nicht zu seiner Aufgabe machen, der objectiv betrachteten Seele — so wenig als der Physiker der äußeren Natur — Gesetze aufzuzwängen, sondern er soll der Seele diejenigen Gesetze abzulauschen suchen, welchen sie ohne Zweifel auch ohne sein Zuthun unterworfen ist. Gerade dieser echt Galilei'sche Grundsatz bildet ja das Fundament nicht nur der Physik, sondern auch der experimentellen Psychologie, die auf seine Adoption mit vollem Rechte stolz ist.

Es mag mir im Anschluss an die vorhergehenden Auseinandersetzungen, welche den wesentlichen Inhalt des nur wenig redigirten Aufsatzes von 1886 ausmachen, gestattet sein, heute noch einige kurze Betrachtungen anzustellen, wie sie im Laufe späterer Jahre in mir zur klareren Gestaltung gekommen sind. Doch muss ich

---

1) Ich habe hier nicht so sehr die mehr wie dreidimensionalen »Räume«, als vielmehr die Räume von nicht verschwindendem oder gar veränderlichem Krümmungsmaß vor Augen. So lange man sich auf solche Räume von weniger als drei Dimensionen beschränkt, bleibt man ja hier im Gebiete des Anschaulichen, d. h. wirklich Geometrischen.

es leider, infolge meiner geschäftlichen Thätigkeit, die den größten Theil meiner Zeit in Anspruch nimmt, mir versagen, mehr als bloße Andeutungen zu geben <sup>1)</sup>.

Wenn es sich durch wiederholte gründliche Untersuchungen bestätigen sollte, dass in irgend welchen Sinnesgebieten das Empfindungsverhältniss von der Scalengröße abhängig ist, so wäre es geboten, einen neuen Algorithmus dieses Größengebietes auszuarbeiten. Es wäre dies eine Aufgabe, zwar dornenvoll, aber so bedeutend, dass es sich wohl lohnte, an ihre Lösung die Arbeit eines Menschenlebens zu setzen.

Vielleicht noch merkwürdiger als die Aussicht auf diesen neuen Algorithmus sind die Perspektiven, die sich von dem gewonnenen Standpunkte aus für denjenigen eröffnen, welcher das Verhältniss zwischen Leib und Seele zum Gegenstand eingehender Untersuchungen machen will.

Kann es in der That ein besseres Argument gegen die grob materialistische Auffassung dieses Verhältnisses geben, als die Erkenntniss, dass der Algorithmus des mathematisch-physikalischen Größengebietes bereits im elementarsten psychophysischen Größengebiet, dem Gebiete der Empfindungsgrößen, Schiffbruch leidet?

---

1) Ich möchte bei dieser Gelegenheit ein eigenthümliches Paradoxon aus der Werththeorie erwähnen, welches geeignet ist zu zeigen, dass auch in den höheren psychologischen Größengebieten der Algorithmus der gewöhnlichen Algebra versagt. Gelten von drei Größen  $A$ ,  $B$ ,  $C$  die Gleichungen  $B = mA$ ,  $C = nB$ , so folgern wir  $C = mnA$ . Wenn nun  $A$ ,  $B$  und  $C$  sogenannte »courante« Werthe sind, so ist diese Schlussfolgerung ebenfalls gültig. Anders liegt aber die Sache, sobald z. B. das werthschätzende Individuum für  $mn$  Exemplare von  $A$  keine Verwendung hat. Alsdann folgt aus  $B = mA$  und  $C = nB$  noch lange nicht  $C = mnA$ .