Die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung.

Von

Dr. Julius Merkel
in Zittau.

Vierte Abtheilung.

(Schluss.)

VIII. Die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindungsschätzung.

Wenn im vorigen Abschnitt die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung untersucht worden ist, so konnte es sich nur darum handeln, zu erörtern, in welcher Weise die Empfindungen mit den Reizen zunehmen. Die Frage nach der absoluten Stärke der Empfindungen ist damit nicht beantwortet, denn in der Gleichung:

$$E = kR$$

ist der Factor k unbestimmbar. Neben dieser Behandlung kann man die Ergebnisse der Versuche noch von einem andern Standpunkte aus erörtern. Man kann sich die Frage vorlegen: Wie verhalten sich Reiz und Empfindungsschätzung ohne Rücksicht auf die Ursachen, welche die Empfindungen, sei es durch Nachwirkung oder durch Contrasteinflüsse oder durch andere Einwirkungen, verändern? Die Berechnung der Werthe ε kann, soweit es die Versuchsergebnisse gestatten, an die Werthe der Zeitlagen *I* und *II* angeschlossen werden oder an die Mittelwerthe, um eine Vergleichung mit den Ergebnissen der früheren Versuche und der Versuche in Tabelle I, II und IV zu ermöglichen. Da die Berechnung der Werthe k und η nur von theoretischem Interesse ist, sollen diese Werthe nur für die neueren Versuche und für die Grenzwerthe jedes Abschnittes angegeben werden. Auch hier müssen die Versuche für die verschiedenen Verhältnisse der Grenzreize getrennt behandelt werden.

Bei den Versuchen, welche die Schwellenbestimmung bezweckten, hatte sich herausgestellt, dass die Verhältnisse der Empfindungen 1,272 und 1,304 waren, während die Reizverhältnisse die Werthe 1,3 und 1,38 hatten. Berechnet man auf Grund dieser Werthe aus den aus den Gleichungen:

$$\frac{E_0}{E} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^{\varepsilon}; \quad \frac{E_0}{E} = \eta \frac{R_0}{R}$$

sich ohne weiteres ergebenden Beziehungen:

$$\varepsilon = \frac{\log \frac{E_0}{E}}{\log \frac{R_0}{R}}; \quad \eta = \frac{\frac{E_0}{E}}{\frac{R_0}{R}}$$

die Werthe ε und η, so erhält man:

$$\varepsilon = 0,92; \quad 0,82;$$

$$\eta = 0,978; \; 0,945.$$

Hiernach nimmt schon auf Grund dieser Versuche die Empfindungsschätzung langsamer zu als die Reizstärke.

1. Ergebnisse für die Grenzverhältnisse 3, 5 und 11.

Bei Benutzung der Grenzreize 10 und 30, 15 und 45, 20 und 60, 30 und 90 ergab sich bei der ersten Zeitlage nahezu das arithmetische Mittel. Die Werthe ε und η können also gleich 1 angenommen werden. Bei der zweiten Zeitlage sind die erhaltenen Werthe: 18,28; 26,87; 35,98; 51,40. Für diese ergeben sich folgende ε-Werthe: 0,36; 0,23; 0,25; — 0,05. Im letzten Falle also, in dem der für R_m erhaltene Werth kleiner als das geometrische Mittel ist, hat ε einen negativen Werth.

Der Mittelwerth der ε, welche mit Zunahme der Höhenwerthe abnehmen, ist 0,2. Der Mittelwerth für die Ergebnisse der ersten und zweiten Zeitlage wird demnach **0,6**. Da jedoch die Werthe für die erste Zeitlage etwas größer sind als die arithmetischen Mittel, so empfiehlt es sich, die ε noch für die Mittel aus beiden Zeitlagen (19,4; 28,59; 38,25; 55,86) besonders zu berechnen. Man erhält $\varepsilon = 0{,}74$; 0,65; 0,67 und 0,48, d. h. im Mittel 0,635. Für die Grenzwerthe $\varepsilon = -0{,}05$ und 0,74 wird $k = 0{,}089$; 0,55 und $\eta = 0{,}76$ und 0,93.

Für die Grenzreize 10 und 50 lautet der Mittelwerth für die erste Zeitlage 29,36, für die zweite 26,18; die entsprechenden Werthe für 20 und 100 sind: 60,3 und 48,36. Da sich die Werthe der ersten Zeitlage nur wenig vom arithmetischen Mittel unterscheiden, genügt es, ε für die zweite Zeitlage und die Mittel aus beiden Zeitlagen (27,77 und 54,33) zu berechnen. Man erhält: 0,50; 0,24; 0,70; 0,62, also als Mittel für die zweite Zeitlage 0,37 und für beide Zeitlagen 0,66. Für die Werthe $\varepsilon = 0{,}24$ und 0,70 wird: $k = 0{,}18$ und 0,50, $\eta = 0{,}80$ und 0,92.

Für die Grenzreize 10 und 110 endlich lauten die Mittelwerthe für die erste und zweite Zeitlage: 59,66 und 42,81. Ich berechne ε, k und η für den letzteren Werth und das Mittel 51,23. Es wird: $\varepsilon = 0{,}37$; 0,66, $k = 0{,}23$; 0,46, $\eta = 0{,}85$; 0,91.

Die Mittelwerthe ε für die einzelnen Grenzverhältnisse lauten sonach: 0,635; 0,66 und 0,66. Da sie sehr gut übereinstimmen, kann man die Gesammtmittel:

$$\varepsilon = \mathbf{0{,}65}; \quad k = \mathbf{0{,}45}; \quad \eta = \mathbf{0{,}91}$$

zu Grunde legen. Demnach lassen sich die Ergebnisse meiner für die einzelnen Zeitlagen getrennt ausgeführten Versuche darstellen durch die Formeln:

$$E = R^{0,65} = 0{,}45^{\log R} = 0{,}91^{\frac{\log R}{\log C}} \cdot R\,.$$

2. Die Abhängigkeit des ε von dem benutzten Gewicht.

Die Abhängigkeit des Exponenten ε von dem benutzten Gewicht gestatten die Tabellen XI und XII zu untersuchen. Die letzten 4 Reihen beziehen sich auf die Gewichte 1,06 bis 10,62 und das Höhenintervall 10 und 110. Hier nehmen die Werthe R_m für die erste Zeitlage ab, also auch ε, und für die zweite Zeitlage nehmen beide Werthe zu. Die Mittelwerthe aus beiden Zeitlagen für jedes einzelne Gewicht sind nahezu einander gleich. Die ersten vier Reihen beziehen sich auf das Höhenintervall 30 und 90, die zweiten vier Reihen auf das Höhenintervall 20 und 100 und jede Gruppe auf die Gewichte 2,03 bis 164 g. Hier zeigt sich in beiden Fällen eine stetige Abnahme von R_m für beide Zeitlagen. Die Mittelwerthe sind für das kleinste und größte Gewicht und beide Zeitlagen: 57,3 und 55,2 sowie 56,4 und 53,3 und die entsprechenden ε-Werthe: 0,66; 0,40; 0,76; 0,56. Es findet sonach mit Zunahme der Gewichte eine Abnahme des Werthes ε statt. Das Mittel der genannten ε-Werthe ist **0,6**.

3. Die Ergebnisse der Tabellen I, II, IV, sowie der früheren Versuche.

Für den Mittelwerth 29,6 der Werthe von R_m in Tabelle I ergibt sich $\varepsilon = 0{,}94$ und für den Mittelwerth 50,3 der Tabelle II wird $\varepsilon = 0{,}79$. Die Versuche beziehen sich auf die Gewichte 0,45 bis 20,97 g und zeigen namentlich in Tabelle II eine Abnahme von R_m, wenn man die Mittelwerthe der ersten 3 Werthe und der letzten 3 Werthe zu Grunde legt. Für die Werthe der Tabelle IV, die sich auf die Verhältnisse 3, 4 und 5 der Grenzreize beziehen, ergeben sich für ε die folgenden Größen: 0,90; 0,85; 0,90; 0,64; 0,49. Bei den ersten 3 Werthen liegen die Höhen zwischen 10 und 60 zu Grunde, bei den letzten 2 Werthen die Höhen von 20 bis 100. Somit zeigen auch diese Versuche eine Abnahme der ε mit der Zunahme der absoluten Höhenwerthe. Das Mittel der ε für Tabelle I und II ist 0,86 und für Tabelle IV 0,76, das Gesammtmittel 0,81.

Ich berechne überdies für die früheren Versuche für die wichtigsten Verhältnisse den Werth ε. Alle Grenzverhältnisse, welche den Werth 5 nicht erreichen, lasse ich unbeachtet, da sich für diese der arithmetische Mittelwerth ergab. Es kommen daher nur die Tabellen XIX und XXV, welche die Mittelwerthe für beide Zeitlagen und XX und XXI[1]), welche die Werthe für jede Zeitlage allein enthalten, in Frage. Ich stelle die Werthe in den folgenden Tabellen zusammen. In den ersten 3 Tabellen hat R_u

1) Phil. Stud. V, S. 520—523.

die constanten Werthe 5,06; 4,8 und 5,06, in der letzten ist $R_0 = 2468$. Diese Werthe stellen nicht wie früher die Höhen dar, sondern die Reize selbst. Der Werth V gibt das Verhältniss $\frac{R_0}{R_u}$ in abgerundeter Zahl an. Die Werthe R_m und ε der ersten Horizontalreihen beziehen sich auf die Ergebnisse der ersten Zeitlage, die darunter stehenden Werthe auf die der zweiten Zeitlage.

Tabelle XXII.

V	5	10	40	145	470
R_m	14,7	25,9	79,2	245	604
ε	0,90	0,87	0,59	0,59	0,46

Tabelle XXIII.

V	5	10	40	145	500
R_m	14,2	24,9	73,9	216	561
ε	0,96	0,77	0,66	0,53	0,43

Tabelle XXIV.

V	5	10	50	98	490
R_m	14,9	26,7	122	217	832
R_m	13,2	21,6	75,1	124	481
ε	0,96	0,95	0,78	0,82	0,62
ε	0,95	0,50	0,41	0,39	0,36

Tabelle XXV.

V	5	9	50	99	490
R_m	1479	1340	1109	1015	875
R_m	1453	1249	926	749	515
ε	0,99	0,95	0,81	0,73	0,65
ε	0,92	0,79	0,62	0,50	0,39

Die Mittelwerthe der einzelnen Reihen sind für die Mittel aus beiden Zeitlagen 0,70 und 0,67, für die erste Zeitlage 0,83 und 0,83 und für die zweite Zeitlage 0,67 und 0,73, das Gesammtmittel ist **0,73.**

Die ε zeigen eine deutlich erkennbare Abnahme mit V. Rechnet man überdies die vielen Werthe $\varepsilon = 1$ hinzu, welche sich für kleinere Werthe von V ergeben, so kommt man etwa auf den Mittelwerth 0,875, den ich Seite 545[1]) meiner Abhandlung bereits angegeben habe. Das Mittel aller ε für die Verhältnisse 5 bis 10 ist hier übrigens 0,83, oder, wenn man den abnormen Werth 0,5 der Tabelle XXIV außer Acht lässt: 0,88. Diese Zahlen stimmen sehr gut mit den Werthen der Tabellen I und II überein. Da das Mittel der ε nach Elimination der Nachwirkung für die neueren Versuche bei den Verhältnissen 5 und 11 der Grenzreize 0,85 ist, so stimmen damit die Ergebnisse meiner früheren Versuche völlig überein, woraus zugleich der Schluss gezogen werden kann, dass die Nachwirkung die früheren Versuche nicht wesentlich beeinflusst haben kann. Auch in den verschiedenen Werthen für die erste und zweite Zeitlage befinden sich die früheren Versuchsergebnisse mit den neueren in vollem Einklang.

Diese überaus gute Uebereinstimmung der beiden Versuchsgruppen in allen wesentlichen Punkten dürften das Urtheil Angell's, der die Ergebnisse meiner Versuche »als höchst bedenklich« betrachtet, doch einigermaßen mildern, sie dürfte vor allem auch darthun, dass die Methode der Minimaländerungen in ihrer Anwendung auf die Bestimmung der mittleren Abstufungen doch besser ist, als der Ruf, in den sie durch die unberechtigte Kritik Angell's gerathen ist.

Die Versuche Angell's selbst lieferten 8 Werthe, die das arithmetische Mittel noch übertreffen oder demselben sehr nahe liegen, etwa ebensoviel Werthe, die dem geometrischen Mittel sehr nahe liegen, alle übrigen Werthe liegen innerhalb dieser Grenzen. Für die erste Gruppe würde sich $\varepsilon \geqq 1$ ergeben, für die zweite $\varepsilon \leqq 0$ und für die dritte Gruppe sind die Werthe in folgender Tabelle enthalten:

1) Phil. Stud. V.

Tabelle XXVI.

R_1	20	20	40	20	10	15	20	25	20	20
V	2,5	3	3	3,5	4	4	4	4	4,5	5
R_m	33,6	37,2	76,65	38,9	23,35	31,95	44	53,2	52,9	51,11
ε	0,58	0,48	0,69	0,20	0,27	0,26	0,30	0,26	0,83	0,42

Der Mittelwerth der ε für die Verhältnisse 2,5 bis 3 ist: 0,58, für die Verhältnisse 3,5 bis 4: 0,26 und für die Verhältnisse 4,5 bis 5: 0,62. Hiernach scheinen die Werthe ε nicht nur deshalb wesentlich geringer als bei meinen Versuchen ausgefallen zu sein, weil dem mittleren Reize in besonderer Weise die Aufmerksamkeit zugewandt wurde, sondern es scheinen die Verhältnisse 3,5 und 4 die Schätzung nach gleichen Verhältnissen besonders begünstigt zu haben. Das Mittel der ε ist übrigens 0,43. Der Mittelwerth der nicht berechneten ε würde, da die Werthe zu Gunsten des arithmetischen Mittels der Größe nach überwiegen, beinahe 0,6 betragen, so dass man als Gesammtmittel **0,5** annehmen kann.

Für das ganze Reizgebiet, auf welches sich die berücksichtigten Versuche beziehen, gilt das Weber'sche Gesetz. Die Ergebnisse der Methode der mittleren Abstufungen befinden sich damit nur dann im Einklang, wenn sie ein constantes ε liefern. Die Abweichungen in Bezug auf die letzte Forderung können sich daher **nur** durch Ursachen erklären, die bei Prüfung des Weber'schen Gesetzes nicht in Frage kommen.

Derartige Ursachen sind:

1) Bei schneller Aufeinanderfolge der Reize die Nachwirkung, welche sich bei verschiedenen Grenzverhältnissen in verschiedener Weise geltend macht.

2) Die Contrastwirkung und die dadurch bedingte theilweise Beurtheilung nach Verhältnissen, die mit Zunahme der Grenzverhältnisse immer klarer zu Tage tritt.

3) Bei langsamer Aufeinanderfolge der Reize die verschiedene Auffassung derselben, je nachdem sie der Erinnerung noch unmittelbar vorschweben oder nicht.

4) Die Concentration eines größeren Aufmerksamkeitsgrades auf einen bestimmten (den variablen) Reiz.

5) Die Beurtheilung nach gleichen Verhältnissen überhaupt.

Einzelne Versuchsreihen, die ich mit anderen Versuchspersonen ausführte, zeigten, dass die Beurtheilung des mittleren Reizes individuell etwas verschieden war, und merkwürdiger Weise hatte gerade ein musikalisch sehr befähigter Herr am meisten die Tendenz, z. Th. nach Verhältnissen zu urtheilen. Doch trat diese Verschiedenheit erst bei größeren Grenzverhältnissen zu Tage.

Während bei meinen früheren Versuchen hauptsächlich die 2. und 3. Ursache wirksam sein mochten, machten sich bei den neueren Versuchen die beiden ersten in der Hauptsache geltend.

Zeigten die Ergebnisse der neueren Versuche, bei welchen die Nachwirkung eliminirt wurde und die Contrastwirkung jedenfalls verschwindend klein war, die Proportionalität zwischen Reiz und Empfindung, so sind auch die vorliegenden durch jene Einflüsse getrübten Ergebnisse der früheren Versuche weit davon entfernt, die logarithmische Abhängigkeit zu bestätigen.

IX. Die ε-Werthe für die Licht- und Druckreize.

Da die Ergebnisse meiner neuen Schallversuche mit den Ergebnissen der früheren in den Hauptpunkten sich im Einklang befinden, und da es mir nicht möglich ist, meine Versuche über die Licht- und Druckempfindungen[1]), welche über 3 Jahre erfordert haben, in den nächsten Jahren zu wiederholen, berechne ich für die wichtigsten Zahlen die ε-Werthe. Für die Reizwerthe, welche in verschiedenen Tabellen auftreten, lege ich die Mittelwerthe zu Grunde.

Folgende Tabelle enthält die ε für Reize, welche innerhalb der Gültigkeitsgrenzen des Weber'schen Gesetzes liegen. Berücksichtigt wurden alle für die in Betracht kommenden Reize geltenden Werthe der Tabellen IX und XI (Phil. Stud. IV, S. 567 und 568). Der Reiz R_u war unverändert 24. R_0 ergibt sich dann unmittelbar aus

1) Phil. Stud. IV, S. 541—594; V, S. 245—291.

$\frac{R_o}{R_u} = V$. Das Verhältniss 2, das hier nur einmal vorkommt und einen größeren Werth als das arithmetische Mittel ergab, ist weggelassen worden.

Tabelle XXVII.

V	4	8	16	32	64
R_m	59,6	93,6	157,7	293,8	472,3
ε	0,96	0,64	0,57	0,57	0,51

Diese Werthe verhalten sich ganz analog den Werthen aus dem Gebiete des Schallmaßes, sie sind nur im Vergleich mit den Werthen für die ähnlichen Verhältnisse V etwas geringer. Ich glaube sicher, dass sich auch hier die Abnahme durch die Einwirkung des Contrastes erklärt, denn die Versuche für beide Zeitlagen lieferten wesentlich verschiedene Werthe. Ich habe damals die Contrastwirkung in angenäherter Weise zu bestimmen gesucht und gefunden, dass die Größe direct abhängig ist von der Größe des Unterschiedes der contrastirenden Empfindungen und indirect von der absoluten Größe der Empfindungen, die durch den Contrast gehoben oder herabgedrückt werden[1]. Bei sehr großen Verhältnissen machte sich entschieden eine theilweise Beurtheilung nach Verhältnissen geltend. Der Mittelwerth der obigen ε ist: 0,65 (für die Verhältnisse $V = 5$ bis 50 beim Schall 0,80). Bei den Versuchen der folgenden Tabelle war der constante Reiz $R_u = 0,5$. Für das benachbarte Reizgebiet galt das Weber'sche Gesetz nicht, daher erklären sich die geringeren Werthe von ε für die kleinen Verhältnisse der Grenzreize zum größten Theil; für die größeren Verhältnisse, für die bereits R_m im Gebiet des Weber'schen Gesetzes liegt, ist die obige Ursache von verschwindendem Einfluss. Bei diesen größeren Verhältnissen erreichte die Contrastwirkung einen hohen Werth, und daher zeigen die ε eine weitere nicht unerhebliche Abnahme. Zu Grunde liegen die Versuche der Tabellen IX, X, XI und XIII. (Phil. Stud. IV, S. 567 und 568.)

1) Phil. Stud. IV, S. 587.

Tabelle XXVIII.

V	4	16	64	192	768	3072
R_m	1,17	3,27	9,2	24,8	68,5	195
ε	0,675	0,56	0,435	0,445	0,35	0,29

Das Mittel dieser ε-Werthe ist 0,46. Das Gesammtmittel würde sonach 0,55 sein, oder mit Rücksicht darauf, dass sich für kleinere Werthe von V der Werth $\varepsilon = 1$ ergeben hat, etwas höher. Ich habe früher den Werth 0,625 [1]) angegeben.

Für die Druckreize berechne ich nur für das Reizgebiet 50 bis 2000, für welches das Weber'sche Gesetz gilt, die ε. Die Unterschiede zwischen den Werthen der ersten und zweiten Zeitfolge waren hier nicht so bedeutend, wie bei den Licht- und Schallempfindungen. Für die Tabelle XXIII (Phil. Stud. V, S. 269) ergaben sich für die beiden Zeitlagen und das Verhältniss 10 der Grenzreize die Werthe der folgenden Tabelle:

Tabelle XXIX.

R_u	50	100	200
R_{mI}	220,3	446,8	994,5
ε	0,53	0,56	0,67
R_{mII}	209,0	415,0	948,3
ε	0,44	0,49	0,67

Für die Tabellen XXIV bis XXVIII (Phil. Stud. V, S. 270 und 271) berechne ich die ε für die Mittelwerthe. Statt der Werthe V gebe ich die Werthe R_u und R_0 selbst an. Die Werthe V schwanken etwa zwischen 2 und 40. Von 98 Werthen sind hier nur 7 gleich dem arithmetischen Mittel, von den bei der Berechnung zu Grunde gelegten Mittelwerthen übertrifft nur einer das arithmetische Mittel um einen unerheblichen Betrag.

1) Phil. Stud. V, S. 544.

Tabelle XXX.

R_u	51	51	51	51	51	51	110	210	510	50	100	200
R_o	110	210	510	1015	2010	210	510	1010	2010	500	1000	2000
R_m	78,6	119,1	238,9	445,3	840,2	125	292	585,7	1263	231,8	460,6	1021
ε	0,65	0,58	0,64	0,70	0,71	0,79	0,75	0,83	1,01	0,62	0,61	0,81

Das Mittel der ε für die erste Zeitlage ist 0,59, für die zweite 0,53 und für die letzte Tabelle 0,72, das Gesammtmittel 0,67. Die ε zeigen hier übrigens keine ausgesprochene Zunahme mit dem Verhältniss V. Sollten die Werthe ε, welche auf eine langsamere Zunahme der Empfindung mit dem Reize als die proportionale hinweisen, durch Contrasteinflüsse sich erklären, so würden die Ergebnisse der Versuche zeigen, dass diese Einflüsse sich bei den größeren Reizen weniger geltend machen; denn für die Grenzreize 200 bis 2000 hat ε bereits den Werth 0,82 im Mittel und für die Reize 510 und 2010 ist $\varepsilon = 1{,}01$. Alle übrigen Werthe schwanken in unregelmäßiger Weise zwischen 0,58 und 0,79. Für das ε der Gewichtsversuche habe ich früher den Werth 0,7 [1]) angegeben.

Die größeren Schwankungen bei den Lichtversuchen dürften z. Th. auch auf die Versuchstechnik zurückzuführen sein, welche bei diesen Versuchen wesentlich hinter der Versuchstechnik bei den Gewichtsversuchen zurückstand.

Jedenfalls zeigen aber auch die Versuche über die Licht- und Druckempfindungen, dass an eine logarithmische Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindungsschätzung nicht gedacht werden kann, dass vielmehr die Formel:

$$E = R^{\varepsilon}$$

gilt, in welcher ε bei den Lichtversuchen je nach den Verhältnissen der Grenzreize variable Werthe hat, bei den Gewichtsversuchen nahezu denselben Mittelwerth (0,67), wie bei den neueren Schallversuchen (0,65).

1) Phil. Stud. V, S. 544.

X. Die untere Abweichung vom Weber'schen Gesetz.

Die untere Abweichung vom Weber'schen Gesetz wurde früher durch die ziemlich umständliche Berechnung des Coefficienten k in der Formel:

$$E = kR \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (I)$$

des näheren bestimmt. Die erhaltenen Curven für k hatten die Form gleichseitiger Hyperbeln, und mit Rücksicht hierauf wurde unter Zugrundelegung der allgemeinen Gleichung:

$$xy + ny - mx = b$$

als experimentale Gleichung für die Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung die Formel[1]) gewonnen:

$$E = \frac{b + mR}{n + R} \cdot R \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (II)$$

In Anbetracht des Umstandes jedoch, dass gerade den Versuchen bei kleinen Reizen nur ein approximativer Werth zukommt, genügt es, in die Gleichung $xy = a$ der Hyperbel das durch die Gleichung $y' = y + b$ definirte y' statt y einzuführen, also $y = y' - b$ zu setzen. Dann wird $x(y' - b) = a$, und für $x = R$ und $y' = 10k$ gibt diese Gleichung:

$$k = \frac{a + bR}{10R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (III)$$

Mit Rücksicht auf (I) wird:

$$E = \frac{a + bR}{10} = A + BR \quad \ldots \ldots \ldots \quad (IV)$$

Die Gleichung $Ry' - Rb - a = 0$ gibt nach der Methode der kleinsten Quadrate unter Benutzung der Abkürzungen: $A = \Sigma R^2 y'$, $B = \Sigma R^2$, $C = \Sigma R$, $D = \Sigma Ry'$ zur Berechnung von a und b die Gleichungen:

$$a = \frac{BD - AC}{BN - C^2}, \quad b = \frac{AN - CD}{BN - C^2}.$$

Auf Grund dieser Formeln ergibt sich bei den Schallreizen für die

---

1) Phil. Stud. V, S. 538.

Werthe 1 bis 25 von R in Tabelle XXVII[1]): $a = 2{,}4$, $b = 6{,}5$, also

$k = \frac{0{,}24}{R} + 0{,}65$ und

$$E = 0{,}24 + 0{,}65R\,.$$

Berechnet man auf Grund der Formel für k die Werthe für die verschiedenen R, so ergeben sich die Zahlen der folgenden Tabelle:

Tabelle XXXI.

R	k	D
1	0,89	+ 0,11
2,2	0,759	+ 0,01
4,08	0,709	— 0,008
7,21	0,683	— 0,012
12,3	0,669	— 0,005
25	0,659	+ 0,003

Die Werthe D stellen die Differenzen zwischen den früher gefundenen Werthen für k und den jetzt berechneten dar. Augenscheinlich zeigt nur der erste Werth eine nennenswerthe Abweichung und gerade diesem Werthe haftet vom experimentellen Standpunkte aus betrachtet die größte Unsicherheit an. Lässt man übrigens den Werth 25 außer Acht, so erhält man:

$$E = 0{,}3 + 0{,}64R\,,$$

und die Differenzen D erhalten die Werthe: $+\,0{,}06$, $-\,0{,}007$, $-\,0{,}012$, $-\,0{,}011$, $\pm\,0$.

Für die Druckreize ergibt sich auf Grund der Werthe der Tabelle XXXI[2]):

$$k = \frac{1{,}026}{R} + 0{,}165\,; \quad E = 1{,}026 + 0{,}165R\,,$$

oder, wenn man für $R = 1$ den Werth $\varepsilon = 1$ erhalten will,

1) Phil. Stud. V, S. 527. 2) Ebenda, S. 275.

$$E = 0{,}86 + 0{,}14 R\,.$$

Hier ergeben sich für k und D die Werthe der folgenden Tabelle:

Tabelle XXXII.

R	k	D
1	1,191	— 0,19
2,26	0,620	+ 0,037
4,29	0,404	+ 0,002
8,24	0,290	+ 0,010
15,70	0,230	+ 0,008
32,40	0,197	+ 0,005
63,30	0,179	— 0,002

Die Abweichungen für die beiden ersten Reize sind hier größer als bei den Schallempfindungen, für die Lichtempfindungen würden die Abweichungen wieder geringer ausfallen.

Es fragt sich, ob man nicht auf einfacherem Wege zu den Werthen A und B der Formel (IV) gelangen kann, als durch die umständliche Bestimmung der Werthe k und die Anwendung der Regeln der Methode der kleinsten Quadrate. Nennen wir das constante Verhältniss zweier Reize, die sich eben unterscheiden lassen, C, so wird:

$$\frac{A + BR_0}{A + BR} = C\,.$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{A}{B} = \frac{R_0 - CR}{C - 1} = C_1\,. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(V)}$$

Der vorstehende Quotient muss sich bei Gültigkeit der Formel (IV) für constante Werthe von A und B als constant erweisen. Nimmt man weiter:

$$A + B = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(VI)}$$

an, d. h. legt man die Annahme zu Grunde, dass für $R = 1$ auch $E = 1$ wird, so lassen sich die Größen A und B berechnen aus:

$$A = \frac{C_1}{1 + C_1}, \quad B = 1 - A \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \quad \text{(VII)}$$

Für die Schallversuche der Tabelle XII [1]) ergeben sich für C_1 die Werthe: 0,485; 0,607; 0,505 und 0,500. Da dieselben verhältnissmäßig gut übereinstimmen und keine regelmäßige Zu- oder Abnahme zeigen, so kann man sich des Mittelwerthes 0,524 bedienen. Man erhält dann $A = 0{,}34$, $B = 0{,}66$, während sich früher die Werthe $A = 0{,}24$ bez. 0,3 und $B = 0{,}65$ und 0,64 für dieselben Versuche ergaben. Für die Versuche der Tabelle XIII [2]) wird: $C_1 = 0{,}879$; 0,945; 0,557, MW 0,794, also $A = 0{,}44$, $B = 0{,}56$. Für die Druckempfindungen ergeben sich für C_1 für die Tabellen V, X und XI [3]) die Werthe:

$C_1 = 2{,}56;\ 3{,}43;\ 5{,}03;\ 6{,}25;\ 6{,}25;\ 13{,}33,\quad MW\ 6{,}85$

$C_1 = 2{,}58;\ 3{,}47;\ 5{,}20;\ 6{,}60;\ 6{,}40,\quad MW\ 4{,}85$

$C_1 = 2{,}01;\ 2{,}87;\ 5{,}15;\ 7{,}05;\ 9{,}32;\ 15{,}53;\ 14{,}4,\quad MW\ 8{,}05.$

Diese Werthe zeigen fast durchgängig eine regelmäßige Zunahme. Die Werthe A und B für die Mittel sind:

$A = 0{,}87;\ 0{,}83;\ 0{,}89,\ MW\ 0{,}86$

$B = 0{,}13;\ 0{,}17;\ 0{,}11,\ MW\ 0{,}14.$

Die Gesammtmittel stimmen mit den früher berechneten Werthen völlig überein, die Werthe der ersten Reihe, welche sich auf dieselben Versuche beziehen, zeigen nur eine ganz geringe Abweichung.

Für die Lichtempfindungen geben die Tabellen II, IV und V [4]):

$C_1 = 1{,}98;\ 2{,}42;\ 3{,}00;\ 3{,}69;\ 4{,}33,\quad MW\ 3{,}08$

$C_1 = 0{,}54;\ 1{,}36;\ 3{,}04;\ 4{,}08;\quad MW\ 2{,}25$

$C_1 = 0{,}62;\ 1{,}25;\ 1{,}67;\ 2{,}62,\quad MW\ 1{,}54.$

$A = 0{,}75;\ 0{,}69;\ 0{,}61,\ MW\ 0{,}68$

$B = 0{,}25;\ 0{,}31;\ 0{,}39,\ MW\ 0{,}32.$

Da Formel (IV) für $R = 0$ offenbar $E = A$ gibt, so bedeutet A die constante Empfindung, welche zu der Empfindung hinzutritt, die der Reiz R verursacht. Bei den Schallempfindungen ist es das diffuse Tagesgeräusch, bei den Lichtempfindungen das Eigenlicht der Netzhaut. Der Werth A ist übrigens bei den Schallempfindungen am kleinsten, bei den Druckempfindungen am größten.

---

1) Phil. Stud. V, S. 514. 2) Ebenda, S. 515. 3) Ebenda, S. 260 u. 262.
4) Ebenda, IV, S. 558, 560 u. 561.

Die Zunahme der Verhältnisse $\frac{A}{B}$ mit der Zunahme der Reize bei den Druck- und Lichtempfindungen zeigt, dass sich bei diesen Empfindungen die untere Abweichung vom Weber'schen Gesetz durch den Werth A allein nicht erklärt. Die Zunahme rührt entweder von der Zunahme des Werthes A oder von der Abnahme des Werthes B her. Eine Zunahme von A erscheint indess sehr unwahrscheinlich; wohl aber ist eine Verminderung von B denkbar. B stellt den Bruchtheil des Reizes R dar, der sich in Empfindung umsetzt. Die Abnahme von B mit Zunahme der Reize oder die Zunahme von B mit Abnahme der Reize erklärt sich aus dem Umstande, dass man bei schwächeren Reizen unwillkürlich die Aufmerksamkeit stärker anspannt. Aus diesem Grunde zeigten meine früheren Schallversuche die untere Abweichung vom Weber'schen Gesetz gar nicht. Da ich diese stärkere Anspannung der Aufmerksamkeit bei den Druck- und Lichtempfindungen vermuthete, habe ich mich bei den neueren Schallversuchen, welche zum Zwecke der Schwellenbestimmung angestellt wurden, bestrebt, die Aufmerksamkeit möglichst constant zu halten. Daher sind auch für dieses Reizgebiet die Verhältnisse $\frac{A}{B}$ nahezu constant. Uebrigens könnten auch noch andere Ursachen die untere Abweichung bedingen.

Die sämmtlichen Maße sind übrigens relativ. Man muss sich die Formel (IV) auf der rechten Seite noch mit einem Factor multiplicirt denken, dessen Größe sich nicht ermitteln lässt und der für die verschiedenen Empfindungsgebiete verschieden ist. Die Erklärung liegt darin, dass wir für $A + B$ den willkürlichen Werth 1 angenommen haben, also für $R = 1$ die Empfindung gleich 1 gesetzt haben, während je nach der Größe der im Bewusstsein bereits vorhandenen Empfindung und je nach der Größe des Reizes R, den wir mit 1 bezeichnen, die Summe $A + B$ größer oder kleiner als 1 ausfallen wird. Die Formel (II) bringt übrigens die Ergebnisse der Versuche für die Licht- und Gewichtsreize besser zum Ausdruck als Formel (IV). Die Werthe für die Constanten m, n und b sind Phil. Stud. V, S. 539 mitgetheilt.