Die Methode der mittleren Fehler, experimentell begründet durch Versuche aus dem Gebiete des Raummafses.

Von

Dr. **Julius Merkel**
in Zittau.

(Fortsetzung.)

Mit 3 Figuren im Text.

II. Die Methodik der Versuche.

So eingehend die Methode der mittleren Fehler von Fechner[1] sowohl als auch von Müller[2]) behandelt worden ist, so unsicher ist das bei den Versuchen einzuschlagende Verfahren gekennzeichnet.

Müller beschreibt folgendes Verfahren. Man beginnt von einem größeren Reize und macht diesen gleich dem Normalreize. Sobald dies erreicht ist, verkleinert man den Vergleichsreiz weiter und sucht die untere Grenze auf, bei welcher er noch dem Normalreize gleich erscheint. Sodann sucht man, so gut es eben geht, die Mitte jener Strecke zu erreichen, für welche die Reize als gleich beurtheilt werden. In ähnlicher Weise verfährt man alsdann beim Beginn mit einem kleineren Reize. Fechner bemerkt in Bezug auf dieses Verfahren: »Aber hätte Müller nur eine einzige Versuchsreihe nach dieser Methode angestellt oder von jemand anders anführen können, um zu zeigen, dass sie praktisch ausführbar sei

1) Fechner, Elem. der Psychophysik, 2. Aufl. S. 120—182; Rev. der Haupt. der Psychophysik, S. 104—119.

2) Müller, Zur Grundlegung der Psychophysik, S. 71—90.

und zu praktischen Resultaten führe. Jedenfalls leuchtet ein, dass von solchen Mühseligkeiten, wie sie das hier vorgeschlagene Verfahren mitführt, bei dem von mir angegebenen Verfahren nicht die Rede ist«. Indessen tritt Müller keineswegs für das genannte Verfahren bedingungslos ein; er sucht im Gegentheil nachzuweisen, dass bei demselben aller Schein einer Berechtigung schwindet, den mittleren Werth der Einstellungsfehler schlechthin als eine dem Unterschiedsschwellenwerthe proportionale Größe zu betrachten. Auch mit Rücksicht auf andere Verfahrungsweisen äußert sich Müller absprechend. Er sagt: »Unter allen den verschiedenen Modificationen der Methode der mittleren Fehler, die wir uns auszudenken vermögen, gibt es auch nicht eine, welche einer genaueren mathematischen Analyse fähig ist; sie sind sämmtlich von Factoren mit abhängig, deren Einfluss nicht hinlänglich bekannt ist, und viel zu complicirt, als dass sich auf theoretischem Wege ausmachen ließe, in welchem Verhältniss der mittlere Werth der reinen variablen Fehler zu dem Unterschiedsschwellenwerthe steht«.

Gegen das von Müller beschriebene Verfahren lässt sich etwa folgendes sagen. Bei jedem einzelnen Versuche wird verlangt, drei Werthe zu ermitteln, zwei Grenzwerthe und deren Mittelwerth. Bei Bestimmung der Grenzwerthe ist die Empfindung in der Hauptsache maßgebend, bei Aufsuchung des Mittelwerthes ist man wahrscheinlich vorwiegend dem Zufall anheimgegeben. Bei allen drei Bestimmungen wirken Fehlerursachen, innere wie äußere, mit. Es ist demnach fraglich, ob die Bedingungen des Gauß'schen Gesetzes erfüllt sind, nach denen die Fehler überhaupt klein sein müssen und kleinere Fehler häufiger auftreten müssen als größere. Aber selbst wenn das Gauß'sche Gesetz Anwendung finden sollte, würde, wie Müller richtig ausführt, noch nicht gefolgert werden können, dass $\frac{F}{M}$ constant sei. Vermuthlich wird $\frac{F}{M}$ mit der Zunahme von M abnehmen. Indessen kann die entscheidende Stimme nur der Versuch haben. Da jedoch nach diesem Verfahren bis jetzt noch von keinem Forscher Versuche angestellt worden sind, und es sich mir selbst bei Versuchen im Gebiete des Raummaßes als unzweckmäßig erwiesen hat, muss die Frage vorläufig unentschieden bleiben. Möglicherweise erweist sich diese Methode in anderen Gebieten als brauchbarer.

Das Fechner'sche Verfahren wird von ihm selbst in folgender Weise beschrieben: »Nachdem ich die Einstellung der Fehldistanz auf scheinbare Gleichheit mit der Normaldistanz, sei es von einer zu großen oder zu kleinen Fehldistanz ausgehend, erst roh und so zu sagen verloren gemacht, sehe ich nach, ob sie wirklich der Gleichheit für die Empfindung entspricht oder nicht, und schiebe die Grenze oder die Grenzen der Fehldistanz so lange hin und her, immer dabei zusehend, was der Erfolg für die Empfindung ist, bis mir in einer definitiven Einstellung die Gleichheit bestens erreicht scheint«. Da Fechner überdies hervorhebt, dass die definitive Einstellung bei diesem Verfahren irgendwo innerhalb der Grenzen der Unterschiedsschwelle stehen bleibt, scheint diese Methode dem Kerne nach mit der Müller'schen übereinzustimmen. Die Ermittelung der Grenzwerthe tritt bei diesem Verfahren nur nicht so deutlich hervor, und es ist in der Ausführung etwas vereinfacht. Ist dies der Fall, so unterliegt es denselben Bedenken wie das Verfahren Müller's. Beide Methoden haben jedoch den Vortheil, dass sich die im ersten Abschnitt entwickelte Theorie ohne weiteres zur Anwendung bringen lässt, dass also durch den Versuch die oben offen gelassene Frage beantwortet werden kann.

Münsterberg[1]) und Higier[2]) verwenden folgende Methode:

a) Man beginnt von einem größeren Reize und macht diesen allmählich dem Normalreize gleich. Sobald man den Punkt erreicht hat, bei welchem beide Reize gleich erscheinen, ist der Versuch beendet. Denselben Versuch wiederholt man n Male.

b) Man vergrößert einen kleineren Reiz so lange, bis er dem Normalreize gleich erscheint, und führt wiederum n derartige Versuche aus.

Bei diesem Verfahren macht sich jedoch die Schwelle geltend. Man erhält als Mittel der Versuche a) einen Werth, welcher größer, und als Mittel der Versuche b) einen Werth, welcher kleiner als der Normalreiz ist. Durch ein gewisses Nachwirken der Empfindungen, namentlich dann, wenn man von wesentlich verschiedenen Reizen ausgeht, wird allerdings der Endwerth nach dem Normalreize

1) Beitr. zur exp. Psychologie, Heft II, S. 156.

2) Phil. Stud. VII, S. 236.

hin etwas verschoben. Man kann diese Nachwirkung einschränken oder wenigstens erreichen, dass sie dem Weber'schen Gesetz nicht entgegen wirkt, wenn man immer von zwei Reizen ausgeht, die sich sicher eben unterscheiden lassen. Dieser Werth würde der oberen Grenze der Wundt'schen Methode der Minimaländerungen entsprechen. Auf diesen Punkt ist von Münsterberg und Higier nicht geachtet worden, überdies hat ersterer für n eine zu kleine Zahl gewählt. Die theoretische Behandlung der Versuche ist bei beiden Forschern eine verfehlte.

Diese Methode, wiewohl sie die naheliegendste und zweckmäßigste von vorn herein zu sein scheint, hat den Nachtheil, dass sich die Gauß'sche Theorie der Beobachtungsfehler für die Versuche beider Gruppen (a und b) nicht anwenden lässt. In Sinnesgebieten mit großer Schwelle, wie im Gebiete des Schallmaßes, zeigt sich nicht einmal die Bedingung erfüllt, dass kleinere Fehler häufiger auftreten, als größere, sondern es sind die mittleren Fehler am zahlreichsten vertreten, in Sinnesgebieten mit kleiner Schwelle ist zwar jene Bedingung erfüllt, aber die Fehler wachsen nicht entsprechend der Curve des Gauß'schen Integrals.

Es gilt nun auch hier, den Schritt, der uns von der Methode der richtigen und falschen Fälle zur Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle führte, hinsichtlich der Methode der mittleren Fehler zu thun. In ihrer jetzigen Gestalt verdiente die Methode der mittleren Fehler auf Grund der Versuche nach dem zuletzt beschriebenen Verfahren diesen Namen nicht. Es wurden lediglich die Ebenunmerklichkeitspunkte angenähert ermittelt, aus vielen Versuchen das arithmetische Mittel genommen und auf Grund dieser Schwellenwerthe das Weber'sche Gesetz geprüft. Ob die Gauß'sche Theorie überhaupt anwendbar sei, ist dabei gar nicht in Frage gekommen. Diese Theorie ist hier anwendbar auf die Versuche der Gruppen a) und b) getrennt. Denn bei der Herstellung der oberen und unteren Grenze des Gleichheitspunktes, dessen Aufsuchung die Versuche der Gruppen a) und b) bezwecken, folgen wir in der Hauptsache der Empfindung, die zufälligen Fehler treten in den Hintergrund. Wir beurtheilen die einzelnen Reize und begehen bei jeder Beurtheilung einen mehr oder weniger großen Fehler. Diese Fehler werden sich nur in engen Grenzen bewegen und kleinere vermuthlich an Zahl überwiegen. Bei der Beurtheilung des Reizunterschiedes oder der Feststellung des Gleichheitspunktes sind diese Fehler maßgebend. Hat man den ersten Reiz unterschätzt, den zweiten überschätzt, so wird man bei einem Vergleichsreize stehen bleiben, der dem Normalreize sehr nahe liegt, hat man den ersten Reiz überschätzt, den zweiten unterschätzt, so wird man einen möglichst abweichenden Vergleichsreiz erhalten. Beide Werthe werden im Durchschnitt von dem Schwellenwerthe unter sich gleiche, aber sonst sehr verschiedene Werthe haben. Die Werthe, welche bei gleichzeitiger Ueber- oder Unterschätzung beider Reize entstehen, werden dem Schwellenwerthe im allgemeinen näher liegen, als die oben genannten. Diese Verhältnisse lassen aber ohne weiteres vermuthen, dass für die Auffassung des Unterschiedes die Gauß'sche Theorie gilt. Da nach meinen vielseitigen Erfahrungen das Gauß'sche Gesetz um so reiner zu Tage tritt, je mehr die inneren Fehlerursachen allein maßgebend sind, so erblicke ich in diesem Gesetz vielmehr ein Gesetz, dem unsere Empfindungen unterliegen, als ein Gesetz der zufälligen Fehler. Das geht besonders auch daraus hervor, dass es sich bei einer vorzüglichen Versuchstechnik bereits bei einer verhältnissmäßig kleinen Zahl von Versuchen als gültig erweist, während es da, wo die zufälligen Fehler eine Hauptrolle spielen, erst bei einer sehr großen Zahl von Versuchen hervortritt.

Mit Rücksicht hierauf hat man die Werthe M_a und M_b für die Gruppen a) und b) zu ermitteln und ebenso die entsprechenden wahrscheinlichen Fehler F_a und F_b. Der gesuchte Werth M berechnet sich dann aus:

$$M = \sqrt{M_a M_b}\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(I)}$$

oder, wenn M_a und M_b nicht wesentlich verschieden sind, aus:

$$M = \frac{M_a + M_b}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(II)}$$

Der wahrscheinliche Fehler F des Werthes M ist dann:

$$F = \frac{M}{M_a + M_b} \sqrt{F_a^2 + F_b^2}\,, \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(III)}$$

oder bei Benutzung der Formel II:

$$F = \tfrac{1}{2} \sqrt{F_a^2 + F_b^2}\,. \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(IV)}$$

Nimmt man die Versuche der Gruppen a) und b) zusammen und wendet man unberechtigter Weise die Gauß'sche Fehlertheorie an, so erhält man einen größeren wahrscheinlichen Fehler als F_a oder F_b. Dieser gilt für das arithmetische Mittel M, welches dem Werthe II mehr oder weniger naheliegt. Auf Grund der Formel IV) ist der wahrscheinliche Fehler von M kleiner als $\frac{F_a + F_b}{2}$. Daraus geht hervor, dass die von mir entwickelte Methode auch in Bezug auf die Bestimmung des Gleichheitspunktes bei weitem den Vorzug verdient.

Da die bei den einzelnen Gruppen begangenen Fehler vorwiegend innere sind, d. h. Fehler, die dem Weber'schen Gesetz unterliegen, so erhält man als ein neues Kriterium für die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes:

$$\frac{F_a}{M_a} = \frac{F_b}{M_b} = \text{const} \qquad \text{(V)}$$

Ist der Normalreiz N, so ist:

$$C = M - N \qquad \text{(VI)}$$

der dem Werthe M anhaftende constante Fehler.

Ist $C = 0$, so kann möglicherweise auch:

$$\frac{M_a}{N} = \frac{N}{M_b} = \text{const} \qquad \text{(VII)}$$

sich ergeben. Ist $C \gtreqless 0$, so muss man an Stelle der Gleichung (VII) die Beziehung:

$$\frac{M_a}{M} = \text{const} \qquad \text{(VIII)}$$

untersuchen, welche mit $\frac{M}{M_b} = \text{const}$ identisch ist.

Die Gleichungen (V), (VII) bez. (VIII) müssen für verschiedene Normalreize erfüllt sein.

Die im Vorstehenden gekennzeichnete Methode ist noch von keiner Seite angewandt worden. Sie entspricht völlig der in der Einleitung charakterisirten Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle in ihrer Anwendung auf die Bestimmung des Gleichheitspunktes. Sie erweist sich nicht nur bei psychophysischen Untersuchungen als bei weitem die zweckmäßigste, sondern sie würde sich auch bei gewissen astronomischen und physikalischen Untersuchungen, wie z. B. bei allen photometrischen Messungen, vortheilhaft anwenden lassen.

Man kann sich die Verhältnisse, welche bei gleichzeitiger Verwendung der Versuche der Gruppen a) und b) auftreten, am besten klar machen, wenn man die Ergebnisse der Versuchsgruppe a) durch eine Curve darstellt und ebenso diejenigen der Gruppe b). Man theilt die erhaltenen Werthe zu diesem Zwecke in eine Anzahl von gleich großen Abtheilungen, etwa in Werthe, die zwischen 10 und 11, 11 und 12, 12

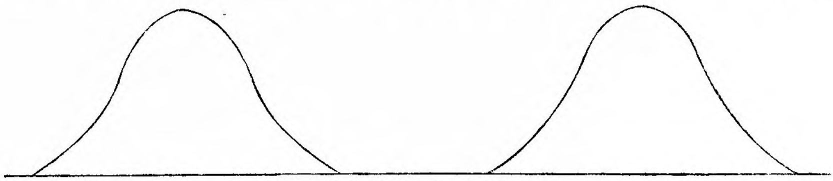

Fig. 1.

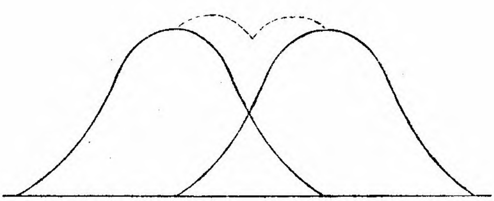

Fig. 2.

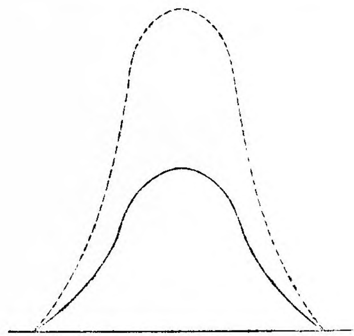

Fig. 3.

und 13, 13 und 14, 14 und 15 bei b) und zwischen 13 und 14, 14 und 15, 15 und 16, 16 und 17, 17 und 18 bei a) liegen. Die Zahl der Abtheilungen kann bei a) auch größer ausfallen. Die Mittelwerthe, also 10,5, 11,5 u. s. w. bis 17,5 trägt man als Abscissen und die Anzahl der Werthe der zugehörigen Abtheilung als Ordinaten auf. Man erhält dann im allgemeinen zwei nebeneinander liegende Curven, welche abgesehen von den Werthen für die größeren Abscissen der Curve des Gauß'schen Integrales entsprechen. Diese Curven schneiden sich entweder nicht (Fig. 1), oder sie schneiden sich in einem Punkte (Fig. 2) oder sie fallen zusammen (bez. sie laufen parallel) (Fig. 3).

Um in den beiden letzten Fällen die Curven für die Versuche der Gruppen a) und b) zu erhalten (im ersten Falle sind es die beiden getrennten Curven), hat man einfach die beiden übereinanderliegenden Ordinaten beider Curven zu addiren. (In den Figuren durch unterbrochene Linien gekennzeichnet.) Man sieht dann ohne weiteres, dass nur im letzten Falle wieder eine dem Gauß'schen Integral entsprechende Curve erhalten wird. Dieser Fall tritt überall da nicht ein, wo eine Unterschiedsschwelle vorhanden ist, also in der Regel nicht bei psychophysischen Untersuchungen, wohl aber bei vielen Aufgaben der Astronomie und Physik. Im ersten Falle müsste:

$$F = f\,,$$

im letzten:

$$F = 0{,}85\,f$$

sich ergeben. Alle übrigen Fälle liegen innerhalb dieser Grenzen und zwar der oberen Grenze bei großer Schwelle (Schallmaß), der unteren Grenze bei kleiner Schwelle näher (Raummaß). Die Anwendung der Gauß'schen Theorie auf die Versuche der Gruppen a) und b) gibt also immer einen mehr oder weniger geringeren wahrscheinlichen Fehler, als er aus den Versuchen sich ableiten lässt.

Will man auf die Bestimmung des constanten Fehlers Verzicht leisten und lediglich den wahrscheinlichen Fehler F_a oder F_b prüfen, bez. die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes auf Grund der einen Bedingung (V) untersuchen, so kann man sich darauf beschränken, die Versuche der einen Gruppe, etwa der Gruppe a) allein auszuführen. Dieses Verfahren hat nach der Meinung Müller's Volkmann angewandt, während Fechner betont, dass Volkmann sich der Fechner'schen Methode bedient habe und nur eine Ungenauigkeit seiner Angabe das Missverständniss verschuldet haben könne. Die Größe:

$$X = M_a - N \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(IX)}$$

stellt dann nicht den constanten Fehler dar, sondern setzt sich aus diesem und einem Theile der Schwelle zusammen.

Ebenso wie die Methode der mittleren Fehler bei Bestimmung des oberen oder unteren ebenunmerklichen Unterschiedes angewandt werden kann (dies kann als Ziel der Versuchsgruppen a) und b) bezeichnet werden), so kann sie überhaupt Verwendung finden bei Bestimmung jeder eindeutig bestimmten psychophysischen Größe. Sie kann Verwerthung finden bei Bestimmung des oberen oder unteren eben merklichen Unterschiedes, der oberen oder unteren Grenze der mittleren Abstufung, der oberen oder unteren Grenze des doppelten, halben, n-fachen Reizes oder des n-ten Theiles von einem Reize.

Anstatt die Grenzwerthe viele Male nach einander zu bestimmen, kann man auch in regelmäßiger Weise abwechseln, man muss dann aber jede Gruppe für sich behandeln. Ebenso muss man die Werthe jeder Zeit- oder Raumlage getrennt behandeln, wenn ein constanter Fehler vorhanden ist.

Die Methode der mittleren Fehler erscheint in der von mir gegebenen Darstellung nur als eine eingehendere Verwerthung der Ergebnisse der Methode der Minimaländerungen, und doch besteht zwischen beiden Methoden ein Unterschied, auf den wohl zu achten ist. Ich möchte darauf besonders deshalb ausführlicher hinweisen, weil mir von Frank Angell[1]) der Vorwurf gemacht worden ist, dass ich die Mittheilung des mittleren Fehlers der gefällten Urtheile bei meinen Versuchen nach der Methode der Minimaländerungen unterlassen habe. Die zahlreichen anderen Angriffe des genannten Forschers werde ich demnächst auf Grund zahlreicher neuer Versuche sämmtlich zurückzuweisen in der Lage sein. Die Aufgabe besteht in der Prüfung des Weber'schen Gesetzes auf Grund der oberen Schwelle für 20 verschiedene Normalreize. Die Methode der Minimaländerungen würde dann folgendes Verfahren erheischen:

Man bestimmt für jeden Normalreiz den eben merklichen Unterschied, indem man jeweils 5 Versuche anstellt und den Mittelwerth als Schwellenwerth betrachtet. Dabei wird mit dem kleinsten Normalreize begonnen und zum größten vorgeschritten. Diese 100 Versuche, welche womöglich an ein bis zwei Tagen beendet werden müssen, liefern 20 Schwellenwerthe. Am nächsten oder in den nächsten zwei Tagen führt man dieselben Versuche durch und beginnt mit dem höchsten Reize. Diese beiden Gruppen werden

1) Phil. Stud. VII, S. 433.

für alle Zeitlagen und alle Raumlagen einzeln durchgeführt. Ist man damit zu Ende, so wiederholt man sämmtliche Reihen rückwärts anfangend. Hat man dann etwa 20 Werthe für jeden Normalreiz, so berechnet man aus diesen das arithmetische Mittel A_0. Gilt das Weber'sche Gesetz, so werden die Verhältnisse $\frac{A_0}{N}$ sehr gut übereinstimmen für die verschiedenen Normalreize in der Voraussetzung, dass kein constanter Fehler mehr die Ergebnisse beeinflusst. Die Abweichungen zwischen den Werthen A_0 für den nämlichen Normalreiz gleichen sich ziemlich aus. In dieser Weise sind meine Versuche auf Grund der Methode der Minimaländerungen ausgeführt worden. Da sich hierbei die Einzelversuche bei Bestimmung jeder bestimmten Größe auf Wochen hinaus erstrecken, lässt sich die Methode der mittleren Fehler auf diese Versuche nicht anwenden. Man kann aber aus der Zahl der jeweils nöthigen Einzelversuche, welche beim Schallmaß am geringsten, bei den Lichtversuchen am größten war, und aus der mehr oder weniger guten Uebereinstimmung der Werthe $\frac{A_0}{N}$ einen Schluss auf die Schwankungen der Versuche machen. Auch die Berechnung des durchschnittlichen Fehlers der sämmtlichen A_0-Werthe, welche zum Mittel vereinigt werden, hat wenig Sinn; denn dieser Fehler wird nicht nur durch die Schwankungen der Versuche bedingt, sondern in höherem Grade durch die constanten Zeit- und Raumfehler. Ich habe daher von einer Bestimmung des mittleren Fehlers abgesehen und da, wo sich große Unterschiede infolge der Zeitlage herausstellten, neben den Mittelwerthen auch die Werthe für die einzelnen Zeitfolgen mitgetheilt. Wollte man in der Folge dennoch die Werthe prüfen, welche für dieselbe Größe im Laufe der ganzen Versuche sich ergeben, so würde die Bestimmung des durchschnittlichen Fehlers völlig hinreichen. Er müsste dann zu dieser Größe in einem constanten Verhältnis stehen. Doch wird diese Forderung im Vergleich zu der Forderung $\frac{A_0}{N} =$ const nur eine Nebenforderung sein können, die bei der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes nicht nothwendig erfüllt zu sein braucht, die zum mindesten größere Schwankungen aufweisen wird als das genannte nothwendige und hinreichende Kriterium. Ist ein constanter Fehler vorhanden, so muss man neben der oberen Schwelle A_0 die untere Schwelle A_u bestimmen. Dann ist $N' = \sqrt{A_0 A_u}$ und $\frac{A_0}{N'} =$ const das Kriterium für die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes. Der constante Fehler hat den Werth:

$$C = N' - N .$$

Anders verfährt man bei Lösung derselben Aufgabe mittels der Methode der mittleren Fehler.

Hier führt man bei jedem Normalreize jedesmal hintereinander 50 bez. 100 Versuche aus bei der nämlichen Zeit- und Raumlage. Hierbei wird man an einem Tage nur 1 bis 2 Reize durchnehmen können. Hat man sämmtliche Versuche beendet bei Beginn mit dem kleinsten Normalreize, so führt man dieselben Versuche in umgekehrter Reihenfolge durch. Jede Gruppe von 50 bez. 100 Versuchen ist nach der im ersten Abschnitt angegebenen Weise zu behandeln. Für alle Werthe M bei den verschiedenen Zeit- und Raumlagen kann dann das Mittel A_0 berechnet werden. Während hier die Verhältnisse $\frac{F}{M}$ als constant sich erweisen werden, wird dies in geringerem Grade von den Verhältnissen $\frac{A_0}{N}$ erwartet werden können.

Für die Prüfung des Weber'schen Gesetzes ist zweifellos das Verfahren bei der Methode der Minimaländerungen gegenüber demjenigen der Methode der mittleren Fehler im Vortheile. Im ersten Falle werden die Versuche für alle Reize immer unter nahezu gleichen psychischen Bedingungen ausgeführt. Die Aufmerksamkeitsverhältnisse und die Unterschiedsempfindlichkeit sind angenähert constant. Die Einflüsse der Uebung werden soweit als möglich ausgeglichen. Im letzteren Falle erstrecken sich die Versuche für alle Reize über einen längeren Zeitraum, es können daher bei den einzelnen Reizen die Aufmerksamkeitsverhältnisse und die Unterschiedsempfindlichkeit gewissen Schwankungen unterworfen sein. Ob die Einflüsse der Uebung völlig ausgeglichen werden, ist ebenfalls fraglich, es würde nur der Fall sein, wenn durch die Uebung die Werthe von der ersten Versuchsreihe bis zur letzten sich stetig verminderten. So werden die Verhältnisse $\frac{A_0}{N}$ wesentlich größere Schwankungen aufweisen und ebenso die Werthe $\frac{F}{M}$. Indessen ist die Untersuchung dieser Schwankungen von demselben Interesse wie die Frage nach der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes. Diese wird aber ebensowohl durch unregelmäßig schwankende Werthe $\frac{F}{M}$ gewährleistet, wie durch möglichst genau übereinstimmende Verhältnisse $\frac{A_0}{N}$. Die Werthe $\frac{F}{M}$ dürfen nur keine beständige Abnahme oder Zunahme zeigen.

Handelt es sich aber nicht in erster Linie um die Bestimmung der Verhältnisse $\frac{F}{M}$, sondern um die Ermittlung des gleichen Reizes, des doppelten Reizes, der Hälfte zweier Reize, der mittleren Abstufung, so erhält man bei Bestimmung der beiden Grenzwerthe mittels der Methode der mittleren Fehler die denkbar genauesten Werthe. Bei gesteigerter Unterschiedsempfindlichkeit wird sowohl die untere wie die obere Grenze des gesuchten Werthes diesem Werthe näher rücken, bei verminderter Unterschiedsempfindlichkeit werden sich beide Werthe weiter entfernen. Das arithmetische Mittel wird davon nur wenig beeinflusst werden. Insofern gleichzeitig die Werthe F ebenfalls gewissen Schwankungen unterliegen, werden die wahrscheinlichen Fehler der Mittelwerthe ebenfalls bald größer, bald kleiner ausfallen.

Bis zu einem gewissen Grade kommen übrigens bei der Methode der Minimaländerungen in ihrer Anwendung bei der Prüfung des Weber'schen Gesetzes die Principien zur Verwendung, welche der Methode der richtigen und falschen Fälle oder der Methode der mittleren Fehler zu Grunde liegen und zwar jeweils die Principien derjenigen Methode, welche in dem fraglichen Sinnesgebiet die zweckmäßigste Anwendung findet. Diese letztere Frage kann jedenfalls nur der Versuch endgültig entschieden. Nach meinen Erfahrungen und mit Rücksicht auf die bereits vorliegenden Versuche lässt sich indess folgendes Ergebniss allgemeinerer Natur feststellen.

In allen Gebieten, welche eine stetige Steigerung der Reize gestatten (Raum- und Zeitmaß; Bewegungs-, Licht- und Temperaturempfindungen), kommt die Methode der mittleren Fehler in erster Linie in Frage; in Sinnesgebieten, in denen die Reize nur sprungweisen Aenderungen unterworfen werden können (Druck-, Schall-, Tast-, Geruchs- und Geschmacksempfindungen), verdienen die Methoden der richtigen und falschen Fälle und der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle den Vorzug.

Je feiner ferner die Versuchstechnik sich gestaltet, je geringer der Spielraum der äußeren Fehler wird, um so eher wird die Methode der richtigen und falschen Fälle fehlschlagen können und die Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle an ihre Stelle treten müssen.

Bei der Methode der Minimaländerungen kommt bei der ersten Gruppe das Princip der Methode der mittleren Fehler theilweise zur Geltung (man führt denselben Versuch einige Male hintereinander durch und benutzt das arithmetische Mittel), bei der zweiten Gruppe das Princip der Methode der richtigen und falschen Fälle, bez. der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle (man führt bei jeder Stufe einige Versuche aus und hört etwa erst dann auf, wenn der Unterschied immer (sicher) erkannt wird). In beiden Fällen kommen aber diese fremden Principien nicht insoweit zur Geltung, dass man berechtigt wäre, auch die Behandlungsweise der Versuche der beiden genannten Methoden auf die Methode der Minimaländerungen zu übertragen.

Die Methode der Minimaländerungen selbst ist vollkommner in den zuerst genannten Sinnesgebieten, als in den zuletzt erwähnten, ein Umstand, der jedenfalls damit zusammenhängt, dass nur im ersteren Falle das Princip dieser Methode, die Benutzung minimaler Aenderungen einzig und allein erfüllt ist.

Während ferner die Methode der mittleren Fehler bis jetzt wenig Anwendung in den ihr fremden Gebieten gefunden hat, ist die Methode der richtigen und falschen Fälle beinahe in allen Sinnesgebieten siegreich vorgedrungen; mit dem geringsten Erfolg, wie es gegenwärtig scheint, im Gebiete des Zeitmaßes. Doch dürfte auch hier die Frage noch nicht für alle Zeiten abgeschlossen sein.

Gegen die Anwendung dieser Methode im Gebiete des Zeitsinnes erhebt neuerdings Meumann[1]) eine Reihe von Bedenken, welche

1) Phil. Stud. VIII, S. 482.

ich nicht zu theilen vermag. In erster Linie wird der Einwurf erhoben, dass der nach der Müller'schen Formel berechnete Schwellenwerth bei den Versuchen Kämpfe's in ziemlich unregelmäßiger und durchaus nicht unerheblicher Weise schwanke. Nach den Versuchen Angell's beträgt der auf Grund meiner Formeln berechnete, bei der Beurtheilung des mittleren Reizes begangene wahrscheinliche Fehler etwa 7% des gesuchten Reizes. Hiernach ist der Fehler, welcher bei der Beurtheilung des Unterschiedes zweier Reize begangen wird, noch nicht 10%. Der höchste überhaupt mögliche Fehler würde dann noch nicht 40% betragen. Dieser Fehler ist aber bei Versuchen, deren Ziel die Bestimmung des ebenmerklichen Unterschiedes auf Grund der Methode der richtigen und falschen Fälle ist, vermuthlich geringer. Sonach liegt die Annahme nahe, dass die bei Beurtheilung des Unterschiedes der zu vergleichenden Reize begangenen Fehler im Schwellengebiet liegen. Wenn man in einem solchen Falle trotzdem verlangt, in der Hauptsache die Urtheile richtig und falsch abzugeben, statt fortwährend oder nur mit wenigen Ausnahmen die Gleichheit der Reize zu constatiren, so wird man bei der Bildung der Urtheile alles zu Hülfe nehmen, was einen Unterschied der Reize bedingen kann: verschiedene Klangfarbe, verschiedene Tonhöhe, die Einflüsse der Erwartung und Gewöhnung u.s.w.u.s.w. Zum Theil wird man dem Zufall anheimfallen, vor allem aber wird man mit möglichst gespannter Aufmerksamkeit beobachten. Diese Bedingungen werden aber naturgemäß außerordentliche Schwankungen hinsichtlich der Zahl der noch übrig bleibenden Gleichheitsfälle herbeiführen. Nun berechnen sich, wie ich in meiner Abhandlung[1]) gezeigt habe, die Müller'sche Schwelle und das Präcisionsmaß auf Grund der beiden Gleichungen:

$$m\ (D - S) = t_1,$$
$$m\ (D + S) = t_2.$$

Die Unbekannte m ist durch die Zahl der richtigen Fälle bedingt, die Unbekannte S durch die Zahl der Gleichheitsfälle. Kommen nun im Durchschnitt 70 richtige und nur 10 Gleichheitsfälle vor, so werden die Werthe für verschiedene Beobachtungsreihen etwa

1) Phil. Stud. VII, S. 598. (592.)

schwanken zwischen 5 und 15 für g und entsprechend zwischen 65 und 75 für r. Dies ist der ungünstigste Fall für r, denn in der Regel werden sich die Schwankungen auf die Fälle r und f procentual vertheilen. Unter dieser Annahme erhält man als äußerste Abweichungen:

$$r = 65,\ g = 15 \text{ und } r = 75,\ g = 5.$$

Die obigen Formeln geben hier:

$$m = \frac{0,43}{D},\ S = 0,37\,D \text{ und } m = \frac{0,54}{D},\ S = 0,11\,D.$$

Die Maximalabweichung vom Mittelwerthe beträgt für m etwa 11 %, für S aber etwa 54 %.

Ist umgekehrt: $g = 65$, $r = 15$ und $g = 75$, $r = 5$, so wird:

$$m = \frac{0,069}{D},\ S = 9,62\,D \text{ und } m = \frac{0,128}{D},\ S = 8,05\,D.$$

Die Maximalabweichung für das Mittel beträgt hier für m etwa 30 % und für S etwa 9 %.

Daraus geht aber zweifellos hervor, dass man für das Präcisionsmaß gut übereinstimmende Werthe erwarten darf, wenn die Zahl der richtigen Fälle im Verhältniss zu der Zahl der Gleichheitsfälle groß ist. Je kleiner die Zahl der Gleichheitsfälle ist, um so größer wird die Unsicherheit in der Bestimmung des Schwellenwerthes. Die Prüfung des Weber'schen Gesetzes gründet sich hier auf die Formeln XV oder XVI.[1])

Ist die Zahl der Gleichheitsfälle im Verhältniss zu der Zahl der richtigen Fälle bedeutend, so ergeben sich für die Schwelle besser übereinstimmende Werthe. Das Präcisionsmaß wird dann größere Schwankungen aufweisen. Um die Prüfung des Weber'schen Gesetzes auszuführen, genügt aber der aus den obigen Gleichungen berechnete Schwellenwerth nicht. Zu diesem Zwecke muss man sich der Formeln XI, XII und XVII[2]) bedienen.

---

1) Phil. Stud. VII, S. 598 und 599.

2) Ebenda, S. 592, 593 und 599. Anm. Die letzte Formel (XVI) muss $mR = c$ lauten; in der Form $m = c$ gilt sie nur für denselben Normalreiz, aber verschiedene Zulagen.

Sind die Zahlen für die richtigen und gleichen Fälle angenähert gleich, so werden sich die Schwankungen auf das Präcisionsmaß und den Schwellenwerth angenähert gleichmäßig vertheilen.

Die Schwankungen für m bewegen sich zwischen 11 und 30%, diejenigen für S aber zwischen 9 und 54%. Daraus geht hervor, dass die Werthe S überhaupt relativ viel größere Schwankungen aufweisen werden, als die Präcisionsmaße m. Falls nun bei den Versuchen Kämpfe's r im Verhältniss zu g groß sein sollte, werden die Schwankungen der Werthe S geradezu erwartet werden müssen, namentlich deshalb in besonders hohem Grade, weil größere Variationen für die g-Urtheile von vorn herein bedingt sind.

Ob nun freilich unter den oben angedeuteten Bedingungen das Präcisionsmaß eine der Zunahme der Normalreize entsprechende Abnahme zeigt, oder ob die Ausdrücke XV oder XVI meiner Abhandlung sich als constant erweisen, ist fraglich. Es ist sehr wohl denkbar, dass bei wesentlich verschiedenen Reizen die Präcisionsmaße namentlich wegen der Anspannung der Aufmerksamkeit in geringerem Maße abnehmen, als die Normalreize wachsen. So würde man denn auch mit Rücksicht hierauf in Bezug auf das Schallmaß zu einem für die Methode der richtigen und falschen Fälle ungünstigen Ergebniss gelangen können. Es würde indessen ganz verfehlt sein, daraus auf die Ungültigkeit des Weber'schen Gesetzes zu schließen, das sich in diesem Falle in der exactesten Weise mit Hülfe der Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle bestätigen lässt. Diese Methode setzt einen constanten (normalen) Zustand der Aufmerksamkeitsverhältnisse voraus, und nur für einen solchen darf man die Bestätigung des Weber'schen Gesetzes erwarten.

Die Verhältnisse im Gebiete des Schallmaßes lassen sich nicht ohne weiteres auf das Gebiet des Zeitsinns übertragen. Die wahrscheinlichen Fehler sind vermuthlich wie im Gebiete des Raummaßes in ihrem Verhältniss zur Schwelle wesentlich größer. Man hat daher auch bei normaler Aufmerksamkeit bei Anwendung der Methode der richtigen und falschen Fälle keine Fehlschläge zu befürchten. Sollte indess bei Anwendung sehr feiner Apparate auch hier der Fall eintreten, dass die Beobachtungsfehler innerhalb des Schwellengebietes liegen, so würde man die Methode der richtigen und falschen

Fälle durch die Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle ersetzen müssen. Natürlich könnte auch der Fall vorliegen, dass die äußeren Fehler einen überwiegenden Einfluss ausüben. Diese äußeren durch die Versuchstechnik bedingten Fehler werden ja selten Bedingungen unterliegen, wie sie das Weber'sche Gesetz fordert. Dann wird man mit Hülfe der Methode der richtigen und falschen Fälle den Gleichheitspunkt, mit Hülfe der Methode der Gleicheits- und Ungleichheitsfälle die von jenen äußeren Fehlern unabhängige Schwelle ermitteln können, aber das Präcisionsmaß wird bedeutenden Schwankungen unterliegen und zur Prüfung des Weber'schen Gesetzes keine Verwendung finden können.

Wenn sonach die von Meumann erwähnten Schwankungen der S-Werthe zum Theil durch die Versuchsbedingungen, vor allem aber durch die zur Berechnung dienenden Formeln bedingt werden und gegen die Methode der richtigen und falschen Fälle im Gebiete des Schallmaßes nicht entscheidend sein können, so gilt letzteres um so mehr für das Gebiet des Zeitmaßes.

Meumann weist ferner auf die große Zunahme der Schwelle mit der Zunahme von D auf Grund der Versuche von Schumann hin. Indessen können doch die zwei Reihen, welche sich in den Versuchen Schumann's auf diesen Punkt beziehen, kaum ausschlaggebend sein.

Schumann[1]) findet für den Normalreiz 400σ für die Zulagen $D = 20$, 13,3 und 10 die Werthe $\frac{S}{N} = \frac{1}{30}, \frac{1}{46}, \frac{1}{26}$. Hier findet also erst eine Abnahme und dann eine Zunahme statt. Für den Normalreiz 300 und die Zulagen 20 und 10 ergaben sich die Werthe $\frac{1}{19}$ und $\frac{1}{32}$. Theoretisch muss ja der Schwellenwerth etwas zunehmen mit der Vergrößerung der Zulage, aber diese Zunahme fällt hier sicher in das Bereich der Schwankungen der Versuche. Ob hier die von mir namhaft gemachte Ursache, dass man bei kleineren Unterschieden mit verstärkter Aufmerksamkeit zu beobachten geneigt sei, in Frage kommen kann, will ich dahin gestellt sein lassen. Uebrigens ist es

1) Zeitschr. für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane, IV, S. 55—58.

gerade bei guten Versuchsanordnungen sehr wahrscheinlich, dass diese Neigung bei der Methode der richtigen und falschen Fälle vorhanden ist. Bei der Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle liegt kein Grund vor, eine Aenderung der Aufmerksamkeit eintreten zu lassen, bei ihr kann man selbst bei der Zulage 0 mit normaler Aufmerksamkeit beobachten. Bestände jene Neigung wirklich, so müsste man die Versuche mit verhältnissgleichen D ausführen. Ich berechne für die Versuche Schumann's zunächst die Producte NH, welche bei Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes constant ausfallen müssten. Ordnet man die zwischen 150 und 2000 σ gelegenen Reize nach der Größe, so erhält man für die Versuchsreihe A die Werthe: 22,4; 17,7; 28,3; 11,6; 11,7; 14,7; 18,5, für die Versuchsreihe B die Werthe: 39,5; 31,8; 28; 21,4 und für die Reihe C die Werthe: 14,6; 16,3; 18,5; 18,5. Die Mittelwerthe für die Reize, für welche wenigstens 2 Reihen vorliegen, sind: 29 (Reiz 300 σ); 21,1 (400 σ); 20,1 (600 σ) und 22,7 (1000 σ). Die entsprechenden Verhältnisse $\frac{S}{N}$ sind: (A) 0,046; 0,039; 0,026; 0,036; 0,057; 0,043; 0,030, (B) 0,032; 0,035; 0,031; 0,023, (C) 0,042; 0,04; 0,041; 0,053 und die Mittelwerthe: 0,032; 0,043; 0,039; 0,029. Wenn man bedenkt, dass diese Werthe für Zeiten zwischen 0,15 und 2 Secunden gelten, so wird man mit Rücksicht auf die für solche Zeiten zu erwartenden Schwankungen in diesen Zahlen eine angenäherte Bewährung des Weber'schen Gesetzes nicht verkennen können. Uebrigens sind die Schwankungen der Einzelwerthe $\frac{S}{N}$ im Verhältniss zu den Schwankungen der Produkte NH etwas geringer, bei den Mittelwerthen stehen die Schwankungen auf relativ gleicher Stufe. Demnach liegen hier die Verhältnisse in der That anders als beim Schallmaß. Die Zahl der richtigen und gleichen Fälle wird nahezu gleich groß gewesen sein. Leider findet sich darüber in der Abhandlung Schumann's keinerlei Angabe. Die Größe der Schwankungen der einzelnen Reihen lässt indess auf Mängel der Versuchstechnik schließen und die Aenderungen der Werthe $\frac{S}{N}$ mit der Aenderung von D als belanglos erscheinen.

Weiter erwähnt Meumann das von Mach zuerst beobachtete Phänomen der Urtheilsschwankungen. Doch begreife ich nicht, wie dieses Phänomen entscheidender gegen die Methode der richtigen und falschen Fälle sprechen soll, als gegen andere Methoden. Mach stellte fest, dass bei Zeitsinnversuchen die Beobachter nach Tagen und Versuchsreihen die »Neigung« hatten, bald einmal mehr die Gleichheit, bald einmal das Urtheil »größer« oder »kleiner« zu bevorzugen. Meumann fand als Ursache dieser Erscheinung »einerseits den für jedes Individuum bestehenden Zwang, eine Folge von Schallreihen rhythmisch aufzufassen, die Schalleindrücke als Tactreihe zu hören, anderseits die Eigenthümlichkeit rythmischer Interpretation von Schallreihen, dass der einmal herausgehörte Rhythmus eine starke Tendenz hat zu beharren, und nur mit energischer Willensanstrengung umgekehrt werden kann, drittens gewisse gesetzmäßige Beziehungen zwischen unserer ‚subjectiven Betonung' und dem zeitlichen Eindruck der betonten Schallreihe«. Ich beobachtete bei Schallversuchen bei Anwendung der Methode der richtigen und falschen Fälle und Benutzung des wesentlich verbesserten Apparates eine ähnliche Erscheinung. Waren die verglichenen Reize einander subjectiv gleich, ein Fall, der gelegentlich eintrat, wenn der constante Fehler der Zeitlage der benutzten Zulage gleich und entgegengesetzt war, so gab ich erst gewöhnlich sehr oft das Urtheil »gleich« ab. Kam es mir dann einmal vor, als ob der zweite Reiz größer sei, so schien dies auch bei einer großen Zahl nachfolgender Versuche der Fall zu sein. Zeigten die Schalle dann wieder einmal nicht den geringsten Unterschied, so erhielt ich wieder die Urtheile »gleich«. Zwischen diese Urtheile schoben sich vereinzelte Urtheile, in denen mit Sicherheit »größer« oder »kleiner« ausgesagt wurde.

So ergeben sich an einem Tage wesentlich mehr Urtheile »größer«, am andern Tage gelegentlich mehr Urtheile »kleiner«. Auch die Zahl der Gleichheitsfälle schwankte ganz erheblich. Die Urtheile »größer« oder »kleiner« verdankten jedenfalls z. Th. zufälligen Ursachen ihre Entstehung, welche einmal die eine Gruppe, das andere mal die andere Gruppe begünstigten. Den Hauptgrund dieser Erscheinung erblicke ich darin, dass die bei der Auffassung der Reize begangenen Fehler zumeist unter der Schwelle liegen, dass mithin die Methode der richtigen und falschen Fälle zu Fehlschlägen führen würde, wenn man nicht noch andere Hilfsmittel der Unterscheidung zu Rathe ziehen würde, als den unmittelbaren Eindruck der

Empfindung. Die Erscheinung verschwindet im Gebiete des Schallmaßes, wenn man an Stelle der Methode der richtigen und falschen Fälle die Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle anwendet.

Die Ergebnisse der Versuche Meumann's auf Seite 477 bestärken mich in der Vermuthung, dass für die von ihm benutzte jedenfalls sehr vollkommene Versuchstechnik die Methode der richtigen und falschen Fälle ebenfalls durch die Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle ersetzt werden muss. Von diesen Versuchen zeigt nur die Reihe 4 der dritten Tabelle einen ähnlichen Verlauf der Urtheile $>$, $=$, $<$, wie er bei der Methode der richtigen und falschen Fälle sich ergeben soll.

Wenn schließlich Meumann meint, dass auf Grund der Methode der richtigen und falschen Fälle zur Entscheidung irgend einer Frage im Gebiete des Zeitsinns eine solche Menge Versuche erforderlich sei, dass für die Praxis die genannte Methode schon deshalb unbrauchbar werden dürfte, so ist dem entgegenzuhalten, dass die andern Methoden bei Ausführung einer geringeren Zahl von Versuchen ebenfalls noch nichts sicheres zu Tage gefördert haben. Die Verhältnisse im Gebiete des Zeitmaßes liegen jedenfalls derartig, dass man nur von einer großen Zahl von Versuchen constante Ergebnisse erwarten kann.

Ist sonach die für Zeitsinnversuche verwandte Versuchstechnik derartig, dass man die Vergleichszeit nur stufenweise der Normalzeit nähern, beziehentlich von ihr entfernen kann, so dürfte die Methode der richtigen und falschen Fälle in erster Linie in Frage kommen und, wenn diese versagt, die Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle. Ist jedoch die verwandte Versuchstechnik derartig, dass man die eine Zeit (die kleinere) stetig der andern gleich machen und die Werthe genau fixiren kann, bei welchen die Gleichheit eben eintritt, so wird man sich jedenfalls am vortheilhaftesten der Methode der mittleren Fehler bedienen. Im letzteren Falle wird auch die Methode der Minimaländerungen am besten Verwendung finden können.

Die Hauptgesichtspunkte der letzten Erörterungen dürften darin gipfeln, dass jede psychophysische Untersuchungsmethode eine Hauptaufgabe verfolgt, und dass die Anwendbarkeit auf ein bestimmtes Sinnesgebiet gewisse Anforderungen an die Versuchstechnik stellt. In keinem Falle aber darf man aus der Verwendbarkeit oder Unbrauchbarkeit einer Methode in einem Gebiete auf eine solche in einem andern Gebiete ohne weiteres schließen, und ebensowenig vermag das Fehlschlagen gewisser Nebenforderungen, welche man an diese Methoden stellt, die Unbrauchbarkeit derselben zu erhärten. Wie bei der Methode der mittleren Fehler das Vorhandensein der Schwelle, ohne welche es ja kein Weber'sches Gesetz geben könnte, eine entsprechende Behandlungsweise der Versuchsergebnisse erheischt, die bis jetzt unbeachtet geblieben ist, so ist es auch bei der Methode der richtigen und falschen Fälle die Unterschiedsschwelle, welche unter Umständen den Uebergang von dieser Methode zur Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle gebieterisch fordert. Die Verkennung dieser Thatsache hat zur Entdeckung einer Reihe von Widersachern der Psychophysik geführt, als da sind: »Gewöhnung«, »Ueberraschung«, »Erwartung« oder »Erwartungsspannung«, »Neigung, bald dies, bald jenes zu bevorzugen«, »Neigung, sich zu verstellen«, »Zwang zu rythmischer Auffassung«, »Tendenz der Beharrung«, »Tendenz zu automatischer Thätigkeit«, »Einschaltung von Vexirversuchen«, »Auftreten von Muskelzuckungen im ganzen Körper selbst bei schwachen Reizen«, »Anspannung und Entspannung der Bauch-, Hals-, Schulter-, Kopf- und Rückenmuskeln« u. s. w. Muss es nicht hiernach scheinen, als ob die Reagenten, welche an diesen Versuchen aus wissenschaftlichem Interesse theilnehmen, eher in eine mittelalterliche Folterkammer geführt würden, als in ein mit vorzüglichen Werken der Technik ausgestattetes Laboratorium des Zeitalters der Naturwissenschaften? Gilt es in der Physik oder Astronomie eine Größe möglichst genau zu bestimmen, so wird man dieselbe möglichst viele Male beobachten. Man ist dabei von der Ansicht getragen, dass die erste bez. die ersten Beobachtungen verhältnissmäßig hohe Fehler enthalten können, deren Einfluss auf das Gesammtresultat durch öftere Wiederholung herabgemindert werden kann. Dabei wird man natürlicherweise auf zeitliche und räumliche Einflüsse ebenso Gewicht legen müssen wie in der Psychophysik. Aber Niemanden wird es beikommen, verschiedenartige Beobachtungen bunt durch einander zu würfeln, anstatt die nämliche Beobachtung hinter einander so oft als nöthig auszuführen. Wer würde denn auch bei photometrischen Messungen, bei genauen

Barometerablesungen, bei Winkelbestimmungen mit Hülfe des Theodoliths u. s. w. auf die Methode minimaler Aenderungen verzichten wollen, welche durch Benutzung der Mikrometerschraube ermöglicht worden ist? Wo sind Vexirversuche in der Astronomie und Physik zu Hause? Sie gehören zum Gewerbe des Taschenspielers, nicht zum Rüstzeug des Psychophysikers.

Hält man den für einen guten Astronomen, der sich beim Eintritt einer Erscheinung, die er zu beobachten hat, überraschen lässt, oder der mit der Tendenz behaftet ist, seine Messungen automatisch auszuführen?

Doch, so höre ich entgegnen, die Forderungen, welche man gegenwärtig mit Recht an die exacten Naturwissenschaften stellen kann, können unmöglich als Maßstab an die experimentelle Psychologie angelegt werden. Ich rechte mit denen nicht, welche in den experimentellen Naturwissenschaften nicht ein leuchtendes Vorbild für die experimentelle Psychologie erblicken, welche das Studium der Methoden, welchen die Naturwissenschaften so gewaltige Fortschritte verdanken, für überflüssig halten. Sie mögen sich weiter ungestört in den Hypothesen sonnen, welche von vorn herein berufen sind, ihren Experimenten Ziel und Richtung vorzuschreiben! Ich bin der unerschütterlichen Ansicht, dass die Methoden der Naturwissenschaften nur in einzelnen Fällen gewisse Aenderungen erfahren müssen, wenn sie auf das Gebiet der Psychophysik anwendbar werden sollen; dass die psychophysischen Versuche in technischer und methodischer Hinsicht dergestalt einzurichten sind, dass bei der Beurtheilung die Momente möglichst ausschließlich zur Geltung kommen, deren Untersuchung man anstrebt. Handelt es sich also beispielsweise um die Vergleichung zweier Empfindungen hinsichtlich ihrer Intensität, so muss man die Füglichkeit haben, dieselbe als gleich oder verschieden zu bezeichnen, wenn der unmittelbare erste Eindruck dieses oder jenes Urtheil nahelegt. Je mehr man dies beachten wird, um so mehr werden jene üblen »Neigungen« und »Tendenzen« schwinden, um so mehr wird man die Psychologie zum Range einer experimentellen Wissenschaft erheben. Sie wird dann nicht nur in den experimentellen Naturwissenschaften ein Vorbild haben, dem sie sich immer mehr nähert, sondern sie wird in einzelnen Punkten vorbildlich auf die Naturwissenschaften zurückzuwirken in der Lage sein. Wie die von mir begründete Methode der mittleren Fehler bei verschiedenartigen physikalischen und astronomischen Untersuchungen vorzügliche Verwendung finden kann, so würden auch die Methoden der richtigen und falschen Fälle und der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle bei einzelnen Untersuchungen sehr genaue Ergebnisse liefern.

Wenn schon bei physikalischen und astronomischen Messungen vielfach eine mehrmalige Wiederholung unerlässlich ist, warum sollte dies bei phychophysischen Untersuchungen in geringerem Maßstabe erforderlich sein? Wenn ich zwei Intensitäten nach der bloßen Empfindung beurtheilen soll, wird da mein erstes Urtheil sicherer sein, als eine erste physikalische Messung? Wird es sich da nicht empfehlen, dieselben Intensitäten oft hintereinander einwirken zu lassen in der Hoffnung, dass dann die erhaltenen Urtheile bei der Behandlung nach der Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle einen wahrscheinlichsten Werth liefern; oder erscheint es zweckmäßiger, alle möglichen Intensitätspaare einzuschalten und dann gelegentlich einmal wieder die beiden ersten Intensitäten beurtheilen zu lassen? Wenn ich die Füglichkeit habe, einen gesuchten Werth durch minimale Aenderungen von zwei Seiten her zu ermitteln, werde ich dann in dem geometrischen oder arithmetischen Mittel nicht einen zuverlässigeren Werth erblicken müssen, als wenn ich den gesuchten Werth auf's Gerathewohl bestimme? Das wäre doch ebenso verfehlt, als wenn eine Armee, die den Feind umzingeln könnte, einen Angriff an einer beliebigen Stelle ausführen wollte.

Doch genug davon. Wer die Einflüsse der Schwelle auf die Methode der mittleren Fehler recht unmittelbar erkennen will, muss Versuche im Gebiete des Schallmaßes ausführen. Derartige Versuche sind von hohem Interesse trotz des Umstandes, dass in diesem Gebiete die Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle bei weitem den Vorzug verdient. Man muss bei einem eben deutlich größeren Reize beginnen und diesen stufenweise dem Normalreize nähern. Die Stufen sind möglichst klein zu wählen, da sonst bei kleinen Normalreizen eine Beeinflussung des Präcisionsmaßes zu befürchten sein würde. Bei jeder Stufe hat man zum Unterschiede von dem gewöhnlichen Verfahren nur einen Versuch auszuführen und den

Werth aufzuzeichnen, bei welchem die Reize zum ersten Male gleich erscheinen. Dieses Verfahren ist oft zu wiederholen. Aehnlich ist zu verfahren beim Ausgange von einem kleineren Reize. Wie diese beiden Gruppen getrennt behandelt werden müssen, so müssen auch die Ergebnisse für jede Zeitfolge allein verwendet werden, soweit die Berechnung des wahrscheinlichen Fehlers und derjenigen Größen in Frage kommt, die von ihm abhängen.

Hierbei erhält man bei Beobachtung mit normaler Aufmerksamkeit fast stets Fehler, welche kleiner als die Schwelle sind, vorausgesetzt, dass die Versuchstechnik den äußeren Fehlern nur einen geringen Spielraum gestattet. Daraus geht aber hervor, dass die Methode der richtigen und falschen Fälle versagen muss, und an ihre Stelle die Methode der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle zu treten hat.

III. Experimentelle Prüfung der Methode der mittleren Fehler auf Grund bereits vorliegender Versuche.

Ich erwähne an dieser Stelle nur diejenigen Versuche, welche eine Prüfung der von mir entwickelten Theorie gestatten, und die für meine eigenen Versuche in Frage kommen.

Im Jahre 1863 hat Kundt[1]) eine Reihe sehr sorgfältiger Versuche veröffentlicht, welche von einem »ziemlich geübten Beobachter« und von ihm selbst herrühren. Es handelte sich um die Bestimmung der Hälfte einer Raumstrecke. Für jede Lage sind die Werthe besonders angegeben. Ich berechne zunächst die Werthe F und F_m auf Grund der Formeln:

$$F = 0{,}85 f; \quad F_m = 1{,}48\, F$$

und gebe die Zahl Z der Werthe an, welche innerhalb der Grenzen $M + F$ und $M - F$ liegen. Die Zahl der Versuche beträgt für jede Lage 20; die eine Lage, für welche in Folge eines Versehens nur 10 Versuche vorliegen, ist unbeachtet geblieben (S. 130 u. 131).

1) Pogg. Ann. der Phys. und Chem. 120, S. 130—135.

Tabelle I.

	Linkes Auge		Rechtes Auge	Beide Augen		Linkes Auge		Rechtes Auge		Beide Augen	
	L	R	L	L	R	L	R	L	R	L	R
F	1,091	0,89	1,23	0,74	0,83	0,80	1,12	1,35	1,097	1,105	1,045
F_m 1)	1,617	1,32	1,82	1,10	1,23	1,18	1,66	2,00	1,62	1,64	1,55
Z	10	8	10	13	10	10	8	11	13	10	10

Hiernach bestätigen 6 Reihen die Theorie vollkommen und nur 2 Reihen zeigen größere Abweichungen. Für die genau stimmende erste Reihe, die am meisten nach unten abweichende zweite Reihe und endlich die am meisten nach oben abweichende vierte Reihe ergeben die genauen Formeln (II) und (III) des ersten Theiles die Werthe:

$$F = 1,088\,;\quad 0,86\,;\quad 0,88\,,$$
$$F_m = 1,613\,;\quad 1,28\,;\quad 1,31\,.$$

Im ersten Falle weichen die Werthe von den Werthen der Tabelle nur ganz unbedeutend ab, im letzteren Falle sind die Abweichungen am größten. Die Fehlergrenzen sind:

1) Zwischen 0 und 1 liegen 9 Fehler.
» 1 » 2 » 7 »
» 2 » 3 » 3 »
» 3 » 4 liegt 1 »

2) Zwischen 0 und 0,5 liegen 6 Fehler.
» 0,5 » 1 » 5 »
» 1 » 1,5 » 5 »
» 1,5 » 2 » 3 »
» 2 » 2,5 liegt 1 »

1) Diese Werthe sind fast alle höher, als die von Kundt mitgetheilten. Doch hat sich letzterer nicht der Formel (III), sondern der Formel $F_m = \sqrt{\frac{\lambda\lambda}{n}}$ bedient.

3) Zwischen	0	und	0,5	liegen	11	Fehler.
»	0,5	»	1	»	5	»
»	1	»	1,5	liegt	1	»
»	2	»	2,5	liegen	2	»
»	4	»	4,5	liegt	1	»

Hiernach kommen zwar überall kleinere Fehler häufiger vor als größere, allein nur im ersten Falle entspricht die Fehlervertheilung genau der Curve des Gauß'schen Integrales.

Nimmt man die Versuche der beiden letzten Reihen, für welche die Theorie einzeln genau gilt, zusammen, so erhält man den durchschnittlichen Fehler $f = 2{,}36$, den wahrscheinlichen Fehler $F = 2{,}01$ und den mittleren Fehler $F_m = 2{,}97$. Innerhalb der Grenzen $M + F$ und $M - F$ liegen dann aber nur 15 Werthe, während innerhalb der Grenzen $M + f$ und $M - f$ 20 Werthe gelegen sind. Der durchschnittliche Fehler stellt also in diesem Falle zugleich den wahrscheinlichen Fehler dar. Bei getrennter Behandlung ergibt sich für den Mittelwerth der wahrscheinliche Fehler:

$$F = \tfrac{1}{2}\sqrt{1{,}105^2 + 1{,}045^2} = 0{,}76\ ,$$

also ein wesentlich geringerer Werth.

In der Tabelle auf S. 135 liegen 40 Versuche für jedes Auge vor. Die oben mitgetheilten Werthe sind hier:

$$F = 0{,}45\ ;\quad 0{,}50\ ,$$
$$F_m = 0{,}67\ ;\quad 0{,}74\ ,$$
$$Z = 24\ ;\quad 18\ .$$

Der gesuchte Werth war bei diesen Versuchen etwas geringer und die Versuchsbedingungen hatten eine Aenderung erfahren. Die wesentlich geringeren Werthe F erklären sich aber vermuthlich z. Th. aus der größeren Anzahl von Versuchen. Die Werthe Z bestätigen auch hier die Anwendbarkeit der Gauß'schen Theorie.

Die Versuche Higier's[1] können leider nicht Verwendung finden, da es an den nöthigen Zahlenangaben fehlt. Der wahrscheinliche Fehler F ist nach der Fechner'schen Näherungsformel berechnet worden unter Zugrundelegung des Werthes $[\lambda]$, welcher

1) Phil. Stud. VII, S. 236.

die Summe aus sämmtlichen Abweichungen der Einzelbeobachtungen vom Durchschnittswerthe darstellt. Demnach zeigen die Verhältnisse $\frac{F}{N}$ genau dasselbe Verhalten, wie die Verhältnisse der variablen Fehler $\varDelta$ zu den zugehörigen Distanzen N. Die Verhältnisse $\frac{\varDelta}{F}$ sind sämmtlich gleich 5,9. Somit hat Higier die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes auf Grund der Principien untersucht, welche der Methode der Minimaländerungen zu Grunde liegen, er hat die richtige Benutzung des wahrscheinlichen Fehlers nicht gemacht. Er musste für jede Zeit- und Raumlage den Mittelwerth M getrennt bestimmen und die Abweichungen von diesen Mittelwerthen zur Bestimmung einer Reihe von wahrscheinlichen Fehlern F benutzen. Die Verhältnisse $\frac{F}{M}$ hätten sich dann als constant erweisen müssen. Vielleicht ist Higier in der Lage, diese Untersuchung noch durchführen zu können. Aus den früher entwickelten Gesichtspunkten kann die Ab- und Zunahme der Verhältnisse $\frac{\varDelta}{N}$ oder $\frac{F}{N}$ nicht ausschlaggebend gegen die Gültigkeit des Weber-schen Gesetzes sein.

Münsterberg[1]) erwähnt in seiner Abhandlung über das Augenmaß, dass die Methode der mittleren Fehler völlig in die Irre führe, wenn der Unterschiedsschwellenwerth durch die unmittelbare Feststellung des eben untermerklichen Unterschiedes aufgesucht werde und dabei, wie bei Volkmann, außer Acht bleibe, dass man gleichmäßig bald von merkbar größeren, bald von kleineren Distanzen ausgehen müsse. Weiterhin sagt er: »Das Endresultat ist also, dass die Untersuchung der constanten Fehler bisher völlig unzureichend war, vor allem die verschiedenen Bedingungen nirgends nach einheitlicher Methode untersucht worden sind, und dass die Frage vom Verhältniss des variablen Fehlers zum Weber'schen Gesetz noch nicht zureichend beantwortet ist«. Münsterberg hat in $1\frac{1}{2}$ Jahren gegen 20000 Versuche angestellt, aber die obigen Fragen nicht im entferntesten gelöst. Er hat nicht weniger als 36 Aenderungen der Versuchsbedingungen vorgenommen und die

1) Beiträge zur exp. Psychologie, II, S. 125—181.

Versuche jedesmal bei 20 Normalreizen durchgeführt. Dabei kommen auf jeden Normalreiz für jede Versuchsgattung und jeden Grenzwerth 10 Versuche, jedenfalls die unterste Grenze, die man bei der Methode der mittleren Fehler zu Grunde legen kann. Ich lege diesen Versuchsergebnissen nur einen sehr untergeordneten Werth bei, obwohl es noch diejenigen Versuche Münsterberg's sind, die in Bezug auf ihre Flüchtigkeit an seine unglaublichen Leistungen in anderen Gebieten noch bei weitem nicht heranreichen. Wie steht es nun aber mit der theoretischen Verwerthung der Versuchsergebnisse?

Münsterberg berechnet den Durchschnitt aus den 10 Werthen, bei denen die Vergleichsdistanz rechts lag (V_r), und den Durchschnitt aus den 10 Werthen, bei denen sie links lag (V_l). Die $\pm$ Größe, um welche diese Durchschnittswerthe von der Normaldistanz N abweichen, stellen nach der Meinung Münsterberg's offenbar die constanten Fehler dar, da alle variablen Fehler, die durch die Unterschiedsempfindlichkeit bewirkt sind, sich aufheben müssen. Diese constanten Fehler werden dann in Procenten von N ausgedrückt. Hierin liegt der erste Fehler. Die in solcher Weise berechneten Werthe V_r und V_l sind von der Schwelle beeinflusst, es sind die ebenunmerklichen Unterschiede. Aus ihnen müsste das geometrische Mittel: $V = \sqrt{V_r\, V_l}$ berechnet werden. Dann würden die Verhältnisse $\frac{V_r}{V}$ oder $\frac{V_r - V}{V}$ für das Weber'sche Gesetz entscheidend sein. Doch dieses Kriterium ist der Methode der Minimaländerungen entnommen. Der constante Fehler ist $C = V - N$. Wegen der geringen Unterschiede von V_r und V_l bei Tabelle I der Münsterberg'schen Versuche kann man sich zur Berechnung von V der arithmetischen Mittel bedienen. Man erhält dann die Werthe der folgenden Tabellen:

Tabelle II.

N	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
V	10,05	20,2	29,9	40,0	50,1	60	70	80,3	89,9	100,8
C	+0,05	+0,2	−0,1	0	+0,1	0	0	+0,3	−0,1	+0,8

Tabelle III.

N	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
V	111,2	120,4	130,1	140,1	149,8	160,4	169,9	181,4	191	200,8
C	+1,2	+0,4	+0,1	+0,1	—0,2	+0,4	—0,1	+1,4	+1	+0,8

Der constante Fehler ist hiernach in 13 Fällen positiv, in 3 Fällen 0 und in 4 Fällen negativ; im ganzen hat er nur sehr geringe Werthe. Und welche Folgerungen knüpft Münsterberg an die von ihm berechneten constanten Fehler!?

Für die Verhältnisse $\frac{V_r - V}{V}$ ergeben sich folgende Werthe: 0,025; 0,025; 0,02; 0,022; 0,014, 0,02; 0,014; 0,025; 0,022; 0,03; 0,025; 0,02; 0,015; 0,019; 0,021; 0,016; 0,011; 0,016; 0,023; 0,014. MW. 0,02.

Diese Werthe geben eine verhältnissmäßig gute Bestätigung des Weber'schen Gesetzes, wenn man bedenkt, dass jeder Bestimmung von V_r nur 10 Versuche gewidmet wurden. Der Umstand, dass das Mittel der ersten 10 Werthe 0,022 und das Mittel der letzten 10 Werthe 0,018 ist, findet vermuthlich durch die Uebung seine Erklärung. Um dies zu untersuchen, hätten die Versuche in entgegengesetzter Reihenfolge wiederholt werden müssen.

Die weiteren Zahlenangaben begründet Münsterberg in folgender Weise: »Wenn wir jedesmal in fünf Reihen von erheblich größeren, in fünf Reihen von erheblich kleineren Werthen ausgehen und den gesammten Durchschnitt D berechnen, so repräsentiren die Abweichungen von diesem Durchschnitt wirklich den eben unmerklichen Unterschied, dessen gleich häufig positives wie negatives Zeichen verhindert, dass er im constanten Fehler eine Rolle spielt; der Durchschnitt aus diesen Abweichungen ohne Rücksicht auf die Vorzeichen ergibt dann den variablen Fehler«. Dieser als der eben unmerkliche Unterschied soll der reciproke Werth der Empfindlichkeit sein und dadurch in engster Beziehung zur Frage nach dem Weber'schen Gesetz stehen. Auch hier befindet sich Münsterberg in einem wenn auch weniger verhängnissvollen Irrthum. Offenbar würde die Prüfung des Weber'schen Gesetzes auf diesem Wege nur dann erlaubt sein, wenn die Werthe V_r und V_l wenig verschieden wären. In diesem Falle greifen diese Werthe z. Th. in einander über. Die zu beiden Seiten von D liegenden Werthe sind nicht dieselben Werthe, welche in V_r und V_l jeweils zum Mittel vereinigt worden sind, sie entsprechen also nicht genau dem oberen und unteren eben unmerklichen Unterschied. Doch fällt diese Ungenauigkeit weniger in's Gewicht. Da diese Methode der Prüfung des Weber'schen Gesetzes von der oben genannten nur wenig abweicht, kommt auch bei Münsterberg die eigentliche Theorie der mittleren Fehler und das auf diese sich gründende Princip der Prüfung des Weber'schen Gesetzes nicht zur Geltung. Freilich ist es mehr als fraglich, ob dasselbe zu günstigeren Ergebnissen führen würde, als die Prüfung des Weber'schen Gesetzes auf Grund der Methode der Minimaländerungen; denn 10 Versuche sind bei der Methode der mittleren Fehler jedenfalls nicht hinreichend. Da die Werthe V_r und V_l verschieden sind und bei einzelnen Reihen große Unterschiede aufweisen, so musste Münsterberg in folgender Weise verfahren. Um den wahrscheinlichen Fehler F zu erhalten, musste er die Abweichungen der 10 Werthe bei jeder Raumlage von ihrem Mittel bestimmen. Er konnte dann, um wenigstens 20 Abweichungen zu haben, das Mittel aus allen diesen Abweichungen berechnen (f). Mittels der Formel $F = 0,85 f$ wäre dann der wahrscheinliche Fehler zu berechnen gewesen, und die Prüfung des Weber'schen Gesetzes würde in der Untersuchung der Constanz der Ausdrücke: $\frac{2F}{V_r + V_l}$ bestanden haben. Streng genommen müssten die wahrscheinlichen Fehler F_r und F_l für V_r und V_l allein bestimmt und die Ausdrücke $\frac{F_r}{V_r}$ und $\frac{F_l}{V_l}$ einer Prüfung unterzogen werden.

Sonach muss denn auch die theoretische Behandlung, welche Münsterberg seinen fabriksmäßig hergestellten Versuchen angedeihen lässt, als eine im höchsten Grade mangelhafte bezeichnet werden.

Sehr sorgfältige Untersuchungen auf Grund der Methode der mittleren Fehler hat Glass[1]) im Gebiete des Zeitsinns ausgeführt.

---

1) Phil. Stud. IV, S. 422—456.

Sie können jedenfalls nicht mit zu den veralteten gerechnet werden; denn wenn auch die benutzten Apparate einige Mängel besessen haben, so ist doch in Folge derselben wahrscheinlich der constante Fehler in unbekannter Weise beeinflusst worden, während der wahrscheinliche Fehler nur etwas größer und weniger constant in seinem Verhältniss zum Mittelwerth ausgefallen sein dürfte. Neue und mit besseren Apparaten angestellte Versuche werden die Hauptergebnisse entweder bestätigen oder widerlegen, sie werden für die wahrscheinlichen Fehler geringere und weniger schwankende Werthe liefern, sie werden etwas sicheres über den constanten Fehler zu Tage fördern, aber sie werden ebenfalls der Bestätigung von anderer Seite bedürfen, wenn die Ergebnisse den Resultaten von Glass völlig widersprechen sollten. Glass hat etwa 10000 Versuche angestellt, für jeden Normalreiz mindestens 100, für die größte Anzahl der Reize 300. Es wurde nur der untere ebenunmerkliche Unterschied bestimmt. Dieser mit c bezeichnete Werth ist aber infolge verschiedener Ursachen zu klein ausgefallen. Er ist zu klein um die Zeit, welche verging, um von dem gewonnenen Urtheil über die Gleichheit der Reize zu dem Entschluss überzugehen, das Uhrwerk zu hemmen, ferner um die Zeit, welche erforderlich war, den Bewegungsimpuls auszulösen und bis zum Muskel fortzupflanzen, und schließlich noch um die jedenfalls sehr geringe Zeit, welche das Verrücken des Hebels erforderte. Diese Ursachen erwähnt Glass. In dem Werthe c steckt aber noch ein etwa vorhandener constanter Fehler. Der letztere würde sich nur dann ermitteln lassen, wenn man auch den oberen ebenunmerklichen Unterschied bestimmen könnte. Damit aber wird man auf eine Versuchstechnik geführt, bei welcher die Reize sprungweisen Aenderungen unterworfen werden müssen, und damit zugleich zur Methode der richtigen und falschen Fälle bez. der Gleichheits- und Ungleichheitsfälle. Ueber den allgemeinen Gang des constanten Fehlers geben Versuche nach der Methode der mittleren Fehler ebenfalls Aufschluss.

Vermehrt man aus den oben genannten Gründen den Werth c überall um den hypothetischen Werth 0,05 und nimmt man eine Reihe von benachbarten t-Werthen zusammen, so erhält man für die Verhältnisse $\frac{c}{t}$ die Werthe:

Tabelle I.

t	$\frac{c}{t}$
1,5	0,123
5,3	0,065
9,6	0,087
11,25	0,124

Tabelle II.

t	$\frac{c}{t}$
1,55	0,016
5,12	0,065
9,42	0,072
13,69	0,070

Tabelle III.

t	$\frac{c}{t}$
1,85	0,019
4,62	0,058
7,62	0,069

Abgesehen von der größten und kleinsten Zeit der ersten Reihe und der kleinsten Zeit der beiden andern Reihen zeigen diese Werthe eine gewisse Constanz, welche die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes wenigstens hindurchschimmern lässt. Sieht man von der ersten Reihe, bei welcher Uebungseinflüsse jedenfalls noch eine Rolle spielen, ab, so würden die beiden andern Reihen auf eine Ueberschätzung kleiner Zeiten hinweisen. Es ist der Fehler der meisten Untersuchungen im Gebiete des Zeitsinns, dass man die Bestimmung der constanten Fehler und die Prüfung des Weber'schen Gesetzes nicht unabhängig von einander durchgeführt hat. Constante Fehler müssen eliminirt werden, wenn sich das Weber'sche Gesetz als gültig erweisen soll.

Die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes spricht sich nach den Versuchen von Glass in klarer Weise aus den Verhältnissen $\frac{\Delta_m}{t}$ aus. Da diese Versuche eine eindeutige Größe ermitteln, da bei ihnen, wie aus der Zahl der vollwerthigen Beobachtungen hervorgeht, kleinere Fehler häufiger auftreten als größere, so wird man den wahrscheinlichen Fehler aus der Formel: $F = 0{,}85\ \Delta_m$ ermitteln können. Alsdann müsste man allerdings die Verhältnisse dieser Größe zur mittleren Fehlzeit, anstatt zur Normalzeit, untersuchen. Da jedoch die mittleren Fehlzeiten nur wenig von den Normalzeiten abweichen, weichen die genannten Verhältnisse nur wenig von den von Glass berechneten ab. Diese letzteren Werthe bewegen sich ganz unregelmäßig innerhalb der Grenzen 0,0404 und 0,0664. Daraus geht entschieden eine angenäherte Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes hervor. Denn man muss wohl bedenken, dass die wahrscheinlichen Fehler um so größeren relativen Schwankungen unterliegen werden, je kleiner sie absolut genommen sind.

Auf Grund weniger Versuchsreihen, bei denen für eine Normalzeit höchstens 17 Versuche angestellt wurden, hat Schumann[1]) im Gegensatz zu den Ergebnissen von Glass nachzuweisen gesucht, dass der mittlere Fehler nicht als Maß für die Unterschiedsempfindlichkeit betrachtet werden kann. Ich begreife nicht, wie sich Schumann, der bei der Methode der richtigen und falschen Fälle bei jeder Normalzeit wenigstens 480 Einzelversuche anstellte, mit einer so ungenügenden Zahl begnügen konnte. Auf solche Weise kann man doch unmöglich die Ueberlegenheit einer Methode einer andern gegenüber darthun. Jedenfalls wird durch diese Versuche, die Meumann mit Recht als unglaublich nachlässig bezeichnet, absolut nichts gegen die Methode der mittleren Fehler bewiesen.

Betreffs der älteren Versuche in Bezug auf das Augenmaß erwähne ich nur, dass das Weber'sche Gesetz von Fechner, Volkmann und Chodin nach der Methode der mittleren Fehler und der Methode der Minimaländerungen geprüft worden ist. Für mittlere Distanzen (16—18 mm bei Fechner, 5—240 mm bei Volkmann und seinen Schülern) erwies sich nach Fechner und Volkmann das Weber'sche Gesetz als gültig, während bei Chodin für 2,5 bis 160 mm der mittlere Fehler erst abnahm, um dann wieder anzuwachsen. Fechner[2]) erwähnt, dass dieses abweichende Ergebniss möglicherweise auf constante der Versuchstechnik anhaftende Fehler zurückzuführen sei. Für sehr kleine Distanzen zeigte sich nach den Versuchen Volkmann's eine beträchtliche Zunahme des untermerklichen Unterschieds mit der Abnahme der Distanz ($^1/_{107}$ für 5 mm und $^1/_{19}$ für 0,2 mm).

(Schluss folgt im nächsten Heft.)

---

1) Schumann, Zeitschr. für Psychol. und Physiol. der Sinnesorgane IV, S. 64.

2) Fechner, Rev. der Hauptp. der Psychophysik, S. 334 f.