

Untersuchungen über die Grundlagen der Mathematik.

Von

Gottl. Friedr. Lipps.

(Fortsetzung.)

II.

Die Thatsachen, welche der Mathematik zu Grunde liegen.

§ 1.

Da das Denken nicht aus sich selbst die Gegenstände, die es bearbeitet, erzeugen kann, so ist klar, dass jeder wissenschaftlichen Untersuchung ein Gegebenes zu Grunde liegen und die Constatirung desselben ihren Ausgangspunkt bilden muss. Auch leuchtet ein, dass durch die Natur der beabsichtigten Untersuchung zugleich bestimmt wird, woran anzuknüpfen und was somit als gegeben anzunehmen sei.

So wird bei einer Reihe von einzelnen, logisch zusammenhängenden Problemen die Lösung des einen Problems die Lösung des vorhergehenden voraussetzen, um selbst wieder zur Lösung des folgenden den Boden zu bereiten. In einem solchen Falle wird somit für ein einzelnes Problem das als gegeben angenommen werden, was aus der Lösung eines anderen Problems resultirt. Jede zusammenhängende Reihe von geometrischen Lehrsätzen bietet hierfür ein Beispiel.

In ähnlicher Weise ist ein Zusammenhang zwischen verschiedenen Einzelwissenschaften möglich, so dass die Voraussetzungen, auf denen die eine beruht, durch die von der anderen zu Tage geförderte Einsicht Halt und Begründung finden. Beispielsweise

Leibniz findet im Gegensatz zu Locke und dessen Nachfolgern in den durch die Sinne vermittelten Empfindungen keinen geeigneten Ausgangspunkt; denn die Empfindungen sind verworren. Von einfachsten Verstandesbegriffen soll dagegen ausgegangen, mit dem Widerspruchslosen soll begonnen werden. Dieser Forderung entsprechend trägt sich Leibniz mit dem Idealbild einer wissenschaftlichen Methode, einer *scientia generalis*. Er vermisst darum¹⁾ »eine wahrhaft philosophische Schrift, in der die Begriffe auf ein gewisses Alphabet der menschlichen Gedanken zurückgeführt wären; wäre dies, so könnte alles, was wir aus Gegebenem durch Verstand erreichen, gefunden werden durch eine Art von Rechnung, gerade so wie die arithmetischen und geometrischen Aufgaben gelöst werden«. In äußerer Uebereinstimmung damit stellt die Metaphysik Wolf's und seiner Schule den Begriff des Möglichen und den Satz der Identität an die Spitze und steigt mit Hilfe des »*complementum possibilitatis*« zum Begriff des Wirklichen herab, um nun unsere Erkenntniss durch ein Gewebe von logisch zusammenhängenden Begriffen darzustellen. Darin hätte nun Leibniz kaum sein Ideal verwirklicht gefunden; denn er wollte nur die mathematische Methode auf das Gebiet der Philosophie übertragen und dachte wohl nicht daran, die lebensvolle Wirklichkeit durch einen Begriff zu erschöpfen. Gestützt auf die unangefochtene Sicherheit der mathematischen Gedankenarbeit scheint ihm die Hervorhebung des Gegebenen unwesentlich erschienen zu sein und um so wesentlicher die Betonung des Gedankenverlaufs in seinem Fortschreiten vom logisch Einfachen zum logisch Zusammengesetzten.

Im Wesen der kritischen Philosophie, die Kant begründete, liegt es, dass auch das gegebene Object des Denkens seine Berücksichtigung findet; zugleich bewahrt die kritische Prüfung der Quellen und Grenzen des Erkennens davor, das Gegebene mit metaphysischen Voraussetzungen zu vermengen, mögen dieselben in einer populären Beurtheilung des Gegebenen wie bei Locke oder in der Weltbetrachtung eines consequenten Idealismus wie bei Berkeley ihre Veranlassung finden. Kant scheidet das Erkenntnissvermögen in

1) Citirt aus J. Baumann, Die Lehren von Raum, Zeit und Mathematik. II. Bd. S. 57.

Wahrheiten, die als »communes notiones« ewige Wahrheiten sind, an die man bloß erinnert werden muss, um zu glauben, man habe sie immer gewusst. Sie sind darum angeboren und in ihnen besteht für Descartes das Gegebene, mit dessen Aufsuchen der Anfang zur Wissenschaft gemacht wird.

Locke bestreitet das Vorhandensein angeborener Ideen, da er keine in sich vorfindet. Er vergleicht den Verstand einem unbeschriebenen Blatt Papier, dass durch das Empfangen von Eindrücken beschrieben wird. Dabei unterscheidet er äußeren und inneren Sinn. Der äußere Sinn, durch den wir die Gegenstände der Außenwelt erfassen, gibt die Ideen der Sensation; der innere Sinn, durch den wir die Vorgänge in uns selbst erfassen, gibt die Ideen der Reflexion. Beide Arten von Ideen setzen sich aus einfachen Ideen (z. B. Farbe, Ausdehnung, Denken, Wollen, Kraft) zusammen, die nun im Sinne Locke's das eigentlich Gegebene sind, da sich jede Erkenntniss auf dieselbe gründet. Jedoch ist auch die Außenwelt und das Ich in populärer Auffassungsweise für Locke gegeben und damit die Scheidung in Ideen der Sensation und Reflexion.

Von Berkeley werden die Ideen der Sensation gleich denen der Reflexion als Zustände des Geistes aufgefasst. Er sagt¹⁾: »Jedem, der einen Blick auf die Gegenstände der menschlichen Erkenntniss wirft, leuchtet ein, dass dieselben theils den Sinnen gegenwärtig eingeprägte Ideen sind, theils Ideen, welche durch ein Aufmerken auf das, was die Seele leidet und thut, gewonnen werden, theils endlich Ideen, welche mittelst des Gedächtnisses und der Einbildungskraft durch Zusammensetzung, Theilung oder einfache Vergegenwärtigung der ursprünglich in einer der beiden vorhin angegebenen Weisen empfangenen Ideen gebildet werden«. Dem muss aber hinzugefügt werden, dass diese Ideen nicht unbefangen als Erlebnisse aufgefasst werden, sondern dass sie als bloße Zustände des Geistes die Annahme des Ichs als eines realen geistigen Wesens und die Bestreitung der Außenwelt, deren angebliche Gegenstände nur constante, allen wahrnehmenden Geistern zugleich gegenwärtige Ideen seien, voraussetzen.

1) A treatise concerning the principles of human knowledge; übersetzt von Ueberweg. S. 21.

Leibniz findet im Gegensatz zu Locke und dessen Nachfolgern in den durch die Sinne vermittelten Empfindungen keinen geeigneten Ausgangspunkt; denn die Empfindungen sind verworren. Von einfachsten Verstandesbegriffen soll dagegen ausgegangen, mit dem Widerspruchslosen soll begonnen werden. Dieser Forderung entsprechend trägt sich Leibniz mit dem Idealbild einer wissenschaftlichen Methode, einer *scientia generalis*. Er vermisst darum¹⁾ »eine wahrhaft philosophische Schrift, in der die Begriffe auf ein gewisses Alphabet der menschlichen Gedanken zurückgeführt wären; wäre dies, so könnte alles, was wir aus Gegebenem durch Verstand erreichen, gefunden werden durch eine Art von Rechnung, gerade so wie die arithmetischen und geometrischen Aufgaben gelöst werden«. In äußerer Uebereinstimmung damit stellt die Metaphysik Wolf's und seiner Schule den Begriff des Möglichen und den Satz der Identität an die Spitze und steigt mit Hilfe des »*complementum possibilitatis*« zum Begriff des Wirklichen herab, um nun unsere Erkenntniss durch ein Gewebe von logisch zusammenhängenden Begriffen darzustellen. Darin hätte nun Leibniz kaum sein Ideal verwirklicht gefunden; denn er wollte nur die mathematische Methode auf das Gebiet der Philosophie übertragen und dachte wohl nicht daran, die lebensvolle Wirklichkeit durch einen Begriff zu erschöpfen. Gestützt auf die unangefochtene Sicherheit der mathematischen Gedankenarbeit scheint ihm die Hervorhebung des Gegebenen unwesentlich erschienen zu sein und um so wesentlicher die Betonung des Gedankenverlaufs in seinem Fortschreiten vom logisch Einfachen zum logisch Zusammengesetzten.

Im Wesen der kritischen Philosophie, die Kant begründete, liegt es, dass auch das gegebene Object des Denkens seine Berücksichtigung findet; zugleich bewahrt die kritische Prüfung der Quellen und Grenzen des Erkennens davor, das Gegebene mit metaphysischen Voraussetzungen zu vermengen, mögen dieselben in einer populären Beurtheilung des Gegebenen wie bei Locke oder in der Weltbetrachtung eines consequenten Idealismus wie bei Berkeley ihre Veranlassung finden. Kant scheidet das Erkenntnissvermögen in

1) Citirt aus J. Baumann, Die Lehren von Raum, Zeit und Mathematik. II. Bd. S. 57.

Sinnlichkeit und Verstand. Die auf Gegenstände unmittelbar sich beziehende Erkenntnis ist die Anschauung; sie wird durch die Sinnlichkeit vermittelt und tritt dann ein, wenn ein Gegenstand das Gemüth afficirt. »Vermittelst der Sinnlichkeit also werden uns Gegenstände gegeben, und sie allein liefert uns Anschauungen, durch den Verstand aber werden sie gedacht, und von ihm entspringen Begriffe. Alles Denken aber muss sich, es sei geradezu (directe) oder im Umschweife (indirecte), zuletzt auf Anschauungen, mithin, bei uns, auf Sinnlichkeit beziehen, weil uns auf andere Weise kein Gegenstand gegeben werden kann«¹⁾. Die Wirkung eines uns afficirenden Gegenstandes auf das Vermögen der Sinnlichkeit ruft eine Empfindung und dadurch eine empirische Anschauung hervor; der Gegenstand selbst heißt Erscheinung. »In der Erscheinung«, fährt Kant fort, »nenne ich das, was der Empfindung correspondirt, die Materie derselben, dasjenige aber, welches macht, dass das Mannigfaltige der Erscheinung in gewissen Verhältnissen geordnet angeschauet wird, nenne ich die Form der Erscheinung. Da das, worinnen sich die Empfindungen allein ordnen und in gewisse Form gestellt werden können, nicht selbst wiederum Empfindung sein kann, so ist uns zwar die Materie aller Erscheinung nur a posteriori gegeben, die Form derselben aber muss zu ihnen insgesamt im Gemüthe a priori bereit liegen, und daher abgesondert von aller Empfindung können betrachtet werden.« Es gibt nun zwei Anschauungsformen, Raum und Zeit, von denen die erstere durch den äußeren Sinn (»eine Eigenschaft unseres Gemüths«), die letztere durch den inneren Sinn (»vermittelst dessen das Gemüth sich selbst oder seinen inneren Zustand anschauet«) vermittelt wird. Im Sinne Kant's ist somit das Gegebene gespalten in die a posteriori gegebene Materie der Erscheinung und in die a priori vorhandenen Anschauungsformen des Raumes und der Zeit, welche letztere in den subjectiven Bedingungen unseres Anschauens begründet sind und als unendliche gegebene Größen unsere Erfahrung umspannen.

Herbart unterzieht diese Scheidung des Gegebenen in Materie

1) Kritik der reinen Vernunft; die transcendente Aesthetik; Ausgabe von Kehrbach. S. 48, 49.

und Form bei Gelegenheit der Feststellung des Gegebenen¹⁾ einer eingehenden Prüfung. Er findet das Gegebene zunächst in den »Dingen mit mehreren und veränderlichen Merkmalen« und bemerkt sodann: die Materie des Gegebenen, die Empfindung, könne nicht Gegenstand des Zweifels sein, eben weil sie das unmittelbar Gegebene sei; dagegen die Form des Gegebenen könne, wenigstens vorübergehend, zu Zweifeln Anlass geben; diese Zweifel vermöge man zwar nicht aufrecht zu erhalten, da die Formen thatsächlich, »obgleich nur als Bestimmungen der Art, wie die Empfindungen sich verknüpfen«, gegeben und untrennbar mit den Empfindungen selbst verbunden seien; die Aufklärung der Zweifel fordere aber eine psychologische Untersuchung, »welche nachweisen muss, wie die Formen der Erfahrung sich erzeugen und wie es zugeht, dass wir sie allerdings im Gegebenen unzweideutig finden, obgleich in der That eigentlich nur die Empfindung das Gegebene ausmacht«.

Durch die Frage nach dem Zustandekommen der Anschauungsformen, die Herbart durch seine Theorie der Reihenformen in seiner Weise beantwortet, wird nun in neuerer Zeit die Constatirung des Gegebenen von psychologischen und physiologischen Untersuchungen abhängig. Insbesondere sucht man den Ursprung der Raumanschauung zu ergründen, für welche neben den »nativistischen« Theorien, die mehr oder minder in der Kant'schen Auffassungsweise begründet sind, »genetische« Theorien entwickelt werden, die den Raum als Product der Erfahrung oder als Erzeugniss unserer psycho-physischen Organisation zu betrachten lehren²⁾. Im Sinne dieser modernen Untersuchungen ist nun das als gegeben zu betrachten, was die psychologische Analyse als letzte Elemente vorfindet; als solche findet sie aber, was auch bei Herbart hervortritt, eigentlich nur die Empfindungen mit den Abstufungen ihrer Intensität.

1) Allgemeine Metaphysik, II. Theil, Methodologie, § 169, 171.

2) Vergl. Wundt, Logik, I. Bd. Der Ursprung der Raumanschauung. S. 452 f.

§ 2.

Die in den angeführten Beispielen zu Tage tretende Verschiedenheit der Ausgangspunkte philosophischer Untersuchungen ist nicht etwa darin begründet, dass thatsächlich das Gegebene, an das doch naturgemäß angeknüpft werden muss, einer Metamorphose fähig wäre und den jeweiligen Bedürfnissen entsprechend bald diese, bald jene Gestalt annehmen könnte. Es kann vielmehr bloß die Werthschätzung und die Auffassung des Gegebenen Modificationen erleiden. So kann vielleicht ein Philosoph, der mit seinem Erkennen das Weltall umspannen möchte, zu Annahmen und Voraussetzungen veranlasst werden, die sich unvermerkt bereits dem Gegebenen anheften und so sich am besten einer im Verlauf der Untersuchung eintretenden kritischen Prüfung entziehen. Es kann auch eine bereits gewonnene Einsicht, rückwärts wirkend, am Gegebenen Sein und Schein zu unterscheiden lehren oder den Werth des Gegebenen im Vergleich zu den klaren Resultaten des Denkens zweifelhaft erscheinen lassen. Insbesondere aber ist zu erwägen, dass es nicht bloß ein philosophisches, sondern auch ein von den Bedürfnissen des täglichen Lebens geleitetes Denken gibt, das bereits Früchte gezeitigt hat, ehe das philosophische Denken erwacht. Von dem letzteren können nun die Resultate der populären Reflexion (z. B. die Scheidung in Ich und Außenwelt, in Subjectives und Objectives und die damit zusammenhängende Trennung in einen inneren und einen äußeren Sinn) unbefangen hingenommen oder einer kritischen Prüfung unterworfen werden; in jedem Falle aber sind sie geeignet, die Auffassung des Gegebenen durch eine stillschweigend acceptirte Beurtheilung desselben zu beeinflussen.

Dem gegenüber ist daran festzuhalten, dass das Gegebene im Gegensatz zu dem durch das Denken Erworbenen steht und dass somit nicht auch zugleich eine Beurtheilung des Gegebenen oder ein Wissen betreffs der Herkunft des Gegebenen als gegeben angenommen werden darf. Wollte man nun einwenden, dass das Gegebene doch von Haus aus mit dem Denken verknüpft sei und darum auch Spuren des Denkens an sich tragen müsse, so muss zunächst zugestanden werden, dass allerdings das Denken seine Objecte nicht in der Weise bearbeitet wie etwa der Töpfer den Thon, in welchem Falle

sowohl das Denken als auch die Gegenstände seiner Bethätigung von einander getrennt betrachtet werden könnten; es muss aber auch entgegnet werden, dass die Objecte des Denkens angebar sind und ebenso die vom Denken erzeugten Beziehungen, in welche die Denkobjecte zu einander und zu dem denkenden Ich treten. Sieht man dann von dieser Zuthat des Denkens ab, so findet man, allerdings nur auf dem Wege der Abstraction, in den beziehungslosen, von der Reflexion noch unberührten Gegenständen des Denkens das thatsächlich Gegebene. Da man nun nothwendig das erleben muss, was man im Denken erfassen, von anderem unterscheiden und zu anderem in Beziehung bringen will, so kann man die Denkobjecte als Erlebnisse bezeichnen. Diese Bezeichnung ist so allgemein, dass selbst das Denken darunter fällt, sobald es Gegenstand einer Untersuchung wird; denn auch ein Denkkact ist ein Erlebniss, das erfasst und zu anderen Erlebnissen in Beziehung gesetzt werden kann. Als die letzten gegebenen Thatsachen, über die das Denken nicht hinausgehen kann, mit deren Constatirung vielmehr begonnen werden muss, sind daher beziehungslose, von der Reflexion noch nicht berührte Erlebnisse zu bezeichnen.

Da somit das Gegebene nur durch Abstraction von den durch die Thätigkeit des Denkens erzeugten Wirkungen gewonnen wird, so ist die Verselbständigung desselben eine bloße Fiction, die nicht dazu verleiten darf, das Gegebene als etwas für sich bestehendes charakterisiren zu wollen. Denn jedes Charakterisiren ist schon ein Angeben von Besonderheiten, die erst aus nachdenkendem Ueberlegen resultiren können. Indessen ist es möglich, Zustände anzugeben, in denen ein reflexionsloses Erleben mehr oder minder angenähert vorhanden ist: im energielosen Zustande des Erwachens aus tiefem Schläfe; im Zustande der Depression, wie er nach einem heftigen Schmerze, nach einer tiefgreifenden, seelischen Erregung eintreten kann; im Zustande zerstreuer, vielseitiger körperlicher Thätigkeit, die nicht zur Sammlung der Gedanken kommen lässt, kann man Erlebnisse haben, die in hinreichend geringem Maße vom Denken erfasst werden, um das verständlich erscheinen zu lassen, was mit dem reflexionslos Erlebten gemeint ist.

Die erste und vorerst einzige Bedingung, die erfüllt werden muss, wenn die reflexionslos erlebten Thatsachen nicht unwieder-

bringlich verschwinden, sondern Gegenstand des Denkens werden sollen, besteht darin, dass man derselben bewusst werden muss. Denn man muss um eine Thatsache wissen, wenn sie für das Denken vorhanden sein soll. Man befindet sich alsdann im Zustande des Bewusstseins und die Erlebnisse sind Thatsachen oder Inhalte des Bewusstseins.

Wenn man sich nun eines Erlebnisses bewusst ist, so soll damit jedoch keineswegs eine Beurtheilung desselben schon verbunden sein. Das unmittelbar als eine Thatsache des Bewusstseins Erlebte kann somit nicht als verworren bezeichnet werden; denn als solches präsentirt es sich erst im Gegensatz zu der durch das Denken erzeugten logischen Ordnung, die dem Gegebenen naturgemäß abgeht. Es kann an ihm auch nicht Sein und Schein geschieden werden; denn diese Scheidung ist eine spätere Zuthat des Denkens. Es hat darum auch für die Constatirung des Gegebenen gar keine Bedeutung, wenn man mit Descartes fürchten wollte, dass uns vielleicht ein Gott mit Blendwerk täusche und einen bloßen Traum als Wirklichkeit erscheinen lasse. Es haftet ferner der Gegensatz zwischen dem Ich und der Außenwelt nicht von Haus aus am Gegebenen. Darum lässt sich nicht von vornherein sagen, was von außen und was von innen kommt, was durch einen äußeren und was durch einen inneren Sinn wahrgenommen wird. Es ist ja zunächst bloß eine Abstraction, wenn das die Außenwelt erfassende Ich der vom Ich erfassten Außenwelt gegenüber gestellt wird. Man geht daher über eine bloße Aufstellung des Gegebenen hinaus, wenn man mit Locke das Gegebene dem Ich von der Außenwelt zufließen lässt oder wenn man mit Berkeley das Gegebene als bloßen Besitz des Geistes auffasst. Handelt es sich doch nicht um die Art und Weise der Existenz der gegebenen Thatsachen, über die sich ein fortgeschrittenes Denken Rechenschaft ablegen mag, sondern um das Vorhandensein des Gegebenen im Bewusstsein und um das erste Erfassen desselben durch das beginnende Denken. Aus demselben Grunde steht auch die Auffassung des Gegebenen in keiner Abhängigkeit von der Beurtheilung seiner Herkunft, mag man nun annehmen, dass das Ich einen Vorrath von Formen oder von Ideen von Anfang an besitze, oder mag man in der besonderen Organisation des Menschen die Entstehungsbedingungen des Gegebenen entdecken. Es sind

ja die Thatsachen des Bewusstseins das Primäre, das nicht davon berührt wird, wenn der eigene Körper als Vermittler von Vorstellungen und Gefühlen erkannt wird und etwa in Muskeln und Nerven Begleiterscheinungen wahrgenommen werden, die mit gewissen Bewusstseinszuständen verknüpft sind.

Immerhin scheint jedoch das Gegebene aus einzelnen, von einander abgegrenzten Inhalten des Bewusstseins zu bestehen. Soweit nämlich die Erinnerung rückwärts reicht, findet sie einzelne Dinge in räumlicher und zeitlicher Form vor. Da nun ein einfacher Bewusstseinsinhalt offenbar bloß Materie d. h. eine bestimmte Qualität enthält und erst verschiedene Inhalte sich von einander abgrenzen und so eine Form hervortreten lassen, so muss man am Gegebenen Materie und Form unterscheiden. Nimmt man dann noch, wie es von Kant in Uebereinstimmung mit Locke geschieht, die Unterscheidung eines äußeren und eines inneren Sinnes hinzu, so ergeben sich die Anschauungsformen des Raumes und der Zeit, in die sich, wie in einen bereit stehenden Behälter, die Materie des Gegebenen ergießt. Der Zweifel Herbart's, ob wirklich neben der Materie auch die Form gegeben sei, kann nun aber den weitergehenden Zweifel anregen, ob denn die Scheidung in Materie und Form oder — was dasselbe ist — ob die Scheidung in isolirte, von einander abgegrenzte Einzelinhalte des Bewusstseins gegeben sei. Hiergegen ist es nicht maßgebend, dass die klare Erinnerung an frühere Bewusstseinszustände immer jene Scheidung als vollzogen vorfindet. Denn eine Erinnerung setzt voraus, dass die Erlebnisse vom Ich erfasst und behalten und somit eine wenn auch primitive Bearbeitung durch das Denken schon erhalten haben. Nur wenn es möglich wäre, in der Erinnerung bis zum ersten Regen des Denkens in dem sich entwickelnden Bewusstsein des Kindes zurückzugehen, könnte man hoffen, das Gegebene unberührt vom Denken vorzufinden. Diese Möglichkeit ist aber nicht vorhanden, denn eine Erinnerung an die beginnende Thätigkeit des Denkens kann nicht aufbewahrt werden, eben weil bloß das durch das Denken Erfasste und Unterschiedene im Gedächtnisse haftet. Es können daher bloß Zustände verminderter Denkhätigkeit (z. B. die oben erwähnten Zustände der Erschlaffung und Zerstreung) angenähert das Gegebene als unmittelbares, »gedankenloses« Erlebniss vor Augen

stellen. Demgemäß findet sich das Gegebene im Bewusstsein des denkenden Menschen nie völlig losgelöst vom Denken vor, so dass es nur mittelst der Abstraction von den Wirkungen des Denkens festgestellt werden kann. Da nun im Unterscheiden und Abgrenzen ohne Zweifel das Denken sich bethätigt, so muss auch von allen Unterscheidungen und Abgrenzungen abgesehen werden. Das Gegebene besteht daher aus einem ungeschiedenen Complex von Erlebnissen, in welchem sich der Gesamttinhalt des Bewusstseins darstellt. Erst die Reflexion scheidet das Gegebene in seine einzelnen Bestandtheile.

Es ergibt sich somit das Resultat: Man findet das Gegebene, wenn man die Objecte des Denkens aller durch die Denkhätigkeit erzeugten Beziehungen und Beurtheilungen entkleidet; man kann daher das Gegebene als reflexionslos erlebte Thatsachen oder Inhalte des Bewusstseins bezeichnen, die erst durch das Denken unterschieden und von einander abgegrenzt werden; das Gegebene bildet somit einen ungeschiedenen Complex oder Gesamttinhalt des Bewusstseins, mit dessen Bearbeitung jede zu den Anfängen des Erkennens thatsächlich zurückgehende Untersuchung beginnen muss.

§ 3.

Vielleicht erscheint es kaum der Mühe werth, ein solch einfaches Ergebniss mit so viel Umständlichkeit festzustellen. Wird ja doch nun keineswegs gefordert, dass jede philosophische Untersuchung nothwendig mit dieser Feststellung des Gegebenen beginnen müsse und nicht vielmehr die Auflösung des Bewusstseinsganzen einfach hinnehmen könne. Dies letztere kann ohne Schaden dann geschehen, wenn durch den Charakter der beabsichtigten Untersuchung keine Beachtung jenes Auflösungsprocesses und der dabei zu Tage tretenden Besonderheiten bedingt ist. Im vorliegenden Falle ist es aber vortheilhaft, von dem Gegebenen thatsächlich auszugehen, da es so möglich wird, ohne Mühe die der Mathematik zu Grunde liegenden Thatsachen anzugeben und dadurch den geeigneten Ausgangspunkt für die Untersuchung der mathematischen Begriffe zu gewinnen.

Beachtet man nämlich das Gegebene nicht, so kann man darauf verfallen, von allgemeinsten Begriffen ausgehen zu wollen, um so die specielleren mathematischen Begriffe zu gewinnen. Man könnte sich dabei allerdings auf Leibniz berufen. Ihm diene aber gerade die Mathematik als Vorbild bei der Aufstellung seines Idealbildes einer wissenschaftlichen Methode. Wenn nun die mathematischen Begriffe selbst der Untersuchung bedürfen, um ihre Bedeutung in hellem Lichte erscheinen zu lassen, so wird auch die Natur jener allgemeinsten Begriffe erst klargestellt werden müssen, ehe sie als Ausgangspunkt gewählt werden können.

Dagegen zeigt die Beachtung des Gegebenen, dass die Mathematik ebenso wie jede andere Wissenschaft eine psychologische Basis hat. Denn das Denken kann nur ein Bearbeiten von thatsächlich ins Bewusstsein getretenen Erlebnissen sein und nur in solchen können die mathematischen Begriffe, mögen sie noch so allgemein sein, einen Rückhalt finden. Haben sie diese Stütze nicht, so erregen sie als leere Producte einer logischen Phantasie Verdacht und können nicht ohne berichtigende Prüfung in der Wissenschaft zugelassen werden.

Geht man nun thatsächlich vom Gegebenen aus, hält man aber dasselbe nicht frei von allen entbehrlichen Beimengungen, so können dadurch selbstgeschaffene Schwierigkeiten zu den ohnedies vorhandenen hinzutreten. Um dies zu vermeiden, genügt es auf die Charakterisirung der Aufgaben der Mathematik hinzuweisen, die früher gelegentlich der Erörterungen über die »Aufgabe und Methode der Untersuchung« gegeben wurde. Darnach ist die Mathematik eine formale Wissenschaft. Als solche ergründet sie nicht das Sein der Außenwelt, auch nicht das Wesen des Menschen und die Producte seines Geistes. Sie gehört daher nicht zu dem Kreise der Natur- und Geisteswissenschaften. Wäre dies der Fall, so würde man sich wohl zu Annahmen genöthigt sehen, die schon bei der Auffassung des Gegebenen sich bemerklich machen würden und die einer skeptischen Prüfung gegenüber zwar nicht durch Berufung auf das, was man sieht oder hört, wohl aber durch den Hinweis auf intellectuelle und sittliche Bedürfnisse sich stützen könnten. Da nun aber die Mathematik keine Erkenntnisse der reellen Welt zu liefern beabsichtigt, so hat man zu solchen Annahmen keine Veranlassung. Die Auffassung des Gegebenen muss daher von allen

✓ auf die Substanzialisirung des Ichs und die Objectivirung der Außenwelt Bezug nehmenden Voraussetzungen frei gehalten werden. Man muss folglich das Gegebene, ohne irgend eine Beurtheilung seines Ursprungs und seiner objectiven oder subjectiven Existenz damit zu verknüpfen, als bloßes Erlebniss, dessen man sich bewusst wird, ✓ der Untersuchung zu Grunde legen.

Dass aber die Auflösung des Gegebenen in die Einzelinhalte des Bewusstseins nicht als vollzogen hingenommen, dass dagegen von einem ungeschiedenen Complex von Erlebnissen ausgegangen werden soll, findet seine Begründung durch den besonderen Charakter der Mathematik, welche die Gegenstände ihrer Untersuchung der unmittelbaren Anschauung entnimmt. In den einzelnen, vom Denken erfassten, zeitlich und räumlich umgrenzten Inhalten des Bewusstseins besteht somit das Material, dessen Bearbeitung die Mathematik unternimmt. Will man daher nicht da und dort, je nach Gelegenheit, die Thatsachen, welche der Mathematik zu Grunde liegen, zusammensuchen, sondern will man dieselben vollständig und in übersichtlicher Ordnung überschauen, so darf man nicht die Einzelinhalte des Bewusstseins voraussetzen. Von dem Gesamtinhalte des Bewusstseins muss man dagegen ausgehen und zusehen, wie das Denken den Complex von Erlebnissen zergliedert. Man macht damit ein Gedankenexperiment, indem man den nämlichen Process reconstruirt und zugleich kritisch beleuchtet, der sich beim ersten Erwachen des Denkens im Bewusstsein des Kindes allmählich vollzogen haben mag, als dessen unmittelbar empfundene Erlebnisse in Einzelinhalte sich auflösten, in welchen die eigenen Gefühle und inneren Vorgänge, die Personen und Dinge seiner Umgebung sammt den an sie geknüpften Thätigkeiten und Geschehnissen sich ihm darboten. Das ist jedoch nicht so zu verstehen, als sollte der wirklich erlebte, mit dem Erwachen des Bewusstseins beginnende Gesamtinhalt des Bewusstseins den Gegenstand der Untersuchung bilden. Es soll vielmehr ein ganz beliebiger, durch keine Besonderheiten eingeschränkter Gesamtinhalt des Bewusstseins angenommen werden, der weder einen bestimmten Grad der Ausbildung geistigen Lebens darstellt, noch bezüglich der Zusammensetzung aus seinen Einzelinhalten irgend welchen Bedingungen genügt. Ein solcher möge der Reflexion unterworfen gedacht werden.

Wird nun die Zergliederung desselben beobachtet, so gelangt man unmittelbar zur Angabe der Thatsachen, welche der Mathematik zu Grunde liegen.

§ 4.

Soll ein gegebener Complex von Erlebnissen in Einzelinhalte des Bewusstseins zerfallen, so muss nothwendig eine Veränderung an demselben stattfinden; es muss aber auch die Fähigkeit vorhanden sein, diese Veränderung zu beachten und den Zustand des Gegebenen vor und nach derselben zu erfassen und zu behalten. In der That ist nicht einzusehen, wie ein völlig gleichbleibender Complex von Erlebnissen, wenn mit ihm nicht wenigstens die Erinnerung an einen andersartigen Inhalt des Bewusstseins in Widerstreit geräth, eigentlich erfasst und vom Denken bearbeitet werden kann; es wird ja doch erst durch eine am Gegebenen thatsächlich sich vollziehende Veränderung die Thätigkeit des Denkens ange-regt. Andererseits müsste das Gegebene trotz aller Veränderung in seiner Beschaffenheit spurlos verloren gehen, könnte nicht das erwachende Denken den entschwindenden Theil des Gegebenen im Widerstreit mit dem neu erstehenden wahrnehmen und behalten. Es lockert sich durch dieses Widerstreiten der Zusammenhalt des Gegebenen, das nun erst mit Deutlichkeit erfasst wird. Das Gleichbleibende sondert sich dabei von dem Uebrigen ab und wird als für sich bestehende Qualität zu einem Einzelinhalte des Bewusstseins. Derselbe ist nicht nothwendig etwas schlechthin einfaches, so dass lediglich die besondere Beschaffenheit des für sich Betrachteten und von dem Gesamtt Inhalte des Bewusstseins Losgelösten als Qualität bezeichnet wird. Es können vielmehr an einem Einzelinhalte noch weitere Scheidungen vorgenommen werden; es können auch bereits geschiedene Einzelinhalte sich wieder dauernd zusammenschließen. Die resultirenden Einzelinhalte stellen ferner nicht nur Dinge dar, die man allerdings in erster Linie am Gegebenen verselbständigen wird, sondern auch Eigenschaften, Thätigkeiten und Zustände, die man an jenen Dingen wahrnehmen kann.

Das beginnende Denken trägt somit einen wesentlich analytischen Charakter: es unterscheidet und trennt. Wird nun aber aus den Einzelinhalten das Bewusstseinsganze wieder zusammengesetzt ge-

dacht, und betrachtet man die Einzelinhalte, die jedes ausgebildete Bewusstsein bereits aufweist, als das Gegebene, so kann es scheinen, als ob das, was hier als gegeben angenommen wurde, erst durch eine vorausgegangene Synthese gewonnen wurde. In noch höherem Maße wäre dies der Fall, wenn schlechthin einfache Qualitäten den Bestand des Gegebenen ausmachen würden, da alsdann die im allgemeinen zusammengesetzten Einzelinhalte selbst schon durch eine Synthese der einfachen Grundbestandtheile erzeugt werden müssten. Dem gegenüber muss man aber darauf hinweisen, dass man von einer solchen anfänglichen Synthese nichts weiß und dass das Gegebene doch wohl so, wie es oben geschah, im Gegensatz zu dem durch das Denken Erzeugten festgestellt werden muss.

Mit einer Analyse des Gegebenen beginnt daher das Denken; hierzu ist nothwendig und hinreichend, dass das Gegebene Veränderungen erleidet und dass auf Grund derselben Verändertes und Unverändertes oder Gleiches und Verschiedenes als solches erkannt werden kann. Es wird damit nicht der Begriff der Veränderung, der erst noch entwickelt werden muss, auch nicht der Satz der Identität und des Widerspruchs, der erst noch erkannt werden muss, zu Grunde gelegt. Es bieten sich nur in der Thatsache einer eintretenden Veränderung und in der Fähigkeit, übereinstimmend mit dem Satze der Identität, Gleiches von Verschiedenem zu scheiden, die nothwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür dar, dass für sich bestehende Inhalte im Bewusstsein unterschieden werden können.

Damit wird für die mathematischen Untersuchungen der Ausgangspunkt gewonnen: die Objecte der Untersuchung sind Bewusstseinsinhalte, welche aus der Zerlegung des Gesamtinhaltes resultiren, und die Aufgabe der Untersuchung kann somit nur in der Erforschung von Beziehungen, welche an jenen Inhalten wahrnehmbar sind, bestehen. Ehe man aber zur Bestimmung der Thatsachen, welche der Mathematik zu Grunde liegen, schreitet und dadurch die Natur der von der Mathematik erforschten Beziehungen in Erfahrung bringt, muss man bedenken, dass nicht bloß für die Mathematik, sondern zugleich auch für die Psychologie und Logik der Boden vorbereitet wird.

Die Psychologie wird mit einer Analyse des Gegebenen beginnen, um dasselbe in seine letzten Elemente zu zerlegen und die

verschiedenen Arten einfacher Qualitäten aufzusuchen. Sie nimmt so gewissermaßen das Inventar des Bewusstseins auf und findet alsdann in der Qualität der für sich betrachteten Bewusstseinsinhalte die Begründung von Beziehungen, welche zwischen ihnen stattfinden. Sie wird aber dabei nicht das Ich als ein selbständiges Wesen voraussetzen, noch auch das, was sie als Einzeldinge auffasst, einer dem Ich gegenüberstehenden Außenwelt zuweisen. Es kann ferner die Logik den nämlichen Ausgangspunkt wählen, wenn sie nicht die Bedingungen für die Erkenntnis des Wesens der Welt und des Menschen erforschen, sondern die Eigenschaften und Gesetze des Denkens untersuchen will, die bei der Analyse des Gegebenen und bei der Erforschung der an den Inhalten des Bewusstseins vorhandenen Beziehungen zu Tage treten.

Die Anfänge der Mathematik berühren sich folglich mit den Elementen der Psychologie und der Logik: mit der Psychologie insofern, als die aus der Analyse des Gegebenen resultirenden Bewusstseinsinhalte die Objecte der mathematischen Untersuchungen sind und deren Isolirung und Verselbständigung durch ihre psychologische Qualität bedingt ist; mit der Logik ferner insofern, als das Untersuchen von Beziehungen zwischen den Bewusstseinsinhalten das logische Erfassen oder Apperzipiren der Inhalte voraussetzt und die Eigenschaften und Gesetze des Denkens beim Auffassen jener Beziehungen in Betracht kommen.

Diese Berührung hindert aber nicht die Selbständigkeit der Mathematik, die sich — wie ein Blick auf ihre einzelnen Disciplinen lehrt — weder psychologischen noch logischen Untersuchungen einordnet. Zwar können die mathematischen Untersuchungsobjecte ihres psychologischen Charakters nicht ganz entkleidet werden; denn unterscheidbar müssen sie auch für die Zwecke der Mathematik bleiben, und das sind sie zunächst bloß auf Grund ihrer, dem psychologischen Untersuchungsbereiche angehörenden Qualität. Es kommen aber die psychologischen Qualitäten im allgemeinen nur insoweit in Betracht, als sie das Erkennen der Gleichheit und Verschiedenheit der Bewusstseinsinhalte ermöglichen, und ihre volle Geltung erhalten sie nur dann, wenn es sich um Exemplificationen der mathematischen Beziehungen handelt. — Es behalten die mathematischen Untersuchungsobjecte auch ihren logischen Charakter, da

sie nothwendig appercipirt werden müssen und nicht anders als nach den Regeln des logischen Denkens bearbeitet werden können. Es wird aber nicht die Erkenntniss logischer Gesetze und Regeln des Denkens beabsichtigt, und specifisch logische Beziehungen, wie sie z. B. zwischen den Begriffen bezüglich ihrer Inhalte und Umfänge stattfinden mögen, können nur als Exemplificationen specifisch mathematischer Beziehungen dienen, wo es dann ganz naturgemäß ist, dass sich Besonderheiten zeigen, die den allgemeinen mathematischen Untersuchungen fehlen.

Auf Grund des gemeinsamen Ausgangspunktes ergeben sich somit Beziehungen zwischen der Mathematik einerseits und der Psychologie und Logik andererseits: ihnen zufolge werden die der Mathematik zu Grunde liegenden Thatsachen psychologische und logische Momente aufweisen. Dagegen ermöglicht der Hinweis auf den in den verschiedenen Disciplinen zu Tage tretenden und auch aus den früheren Erörterungen über »die Aufgabe und Methode der Untersuchung« ersichtlichen Charakter der Mathematik die Betonung ihrer Selbständigkeit neben der Psychologie und Logik: es werden folglich die Thatsachen der Mathematik weder dem Untersuchungsbereiche der Psychologie noch demjenigen der Logik angehören. Diese Abscheidung der Mathematik von der Psychologie und Logik führt dazu, nicht die Gesetzmäßigkeiten und Eigenschaften des Denkprocesses und nicht die individuellen Qualitäten der im Bewusstsein vorhandenen Inhalte ins Auge zu fassen, um die der Mathematik zu Grunde liegenden Thatsachen aufzusuchen. Es bleibt daher nichts anderes übrig als im Vorhandensein und in der Zusammenfassung der Inhalte im Bewusstsein die Quelle zu suchen, aus welcher die Angabe jener Thatsachen fließt.

§ 5.

In Folge dessen drängt sich der Zustand des Bewusstseins der Beachtung auf. Er bleibt bestehen, während wechselnde Erlebnisse sich um die Herrschaft im Bewusstsein streiten. Er stellt sich somit als ein Träger dar, der alles Erlebte enthält und umschließt. In Uebereinstimmung damit steht die wiederholt benutzte Bezeichnung der Erlebnisse als »Inhalte des Bewusstseins«. In ähnlicher

Weise fasst man jenen Zustand auf, wenn man sagt, dass Empfindungen die Schwelle des Bewusstseins überschreiten. Man vergleicht so das Bewusstsein einem Wohnraume, wo Erlebnisse kommen und gehen oder sich dauernd niederlassen, wenn sie nicht von andern verdrängt werden. Solche und ähnliche Bilder haben ohne Zweifel ihre Vortheile — insbesondere scheint das Bild eines Trägers zutreffend zu sein —; sie dürfen nur nicht dazu verleiten, das Bewusstsein selbst wie einen selbständigen Inhalt des Bewusstseins zu betrachten, während es doch der Zustand ist, in dem man sich befindet, wenn man sich seiner Erlebnisse bewusst ist.

Dieser Zustand ist von Anfang an vorhanden, sobald das Gegebene Gegenstand des Denkens wird. Eben deswegen braucht die Reflexion bei der Analyse des Gegebenen den Zustand des Bewusstseins nicht besonders zu beachten, sondern kann denselben als selbstverständlichen Träger seiner Inhalte stillschweigend hinnehmen. Ist aber das Bewusstsein als Träger seiner Inhalte erkannt worden und fragt man sich nun, ob das Bewusstsein oder ob sein Inhalt früher vorhanden sei, so wird man geneigt sein, das Bewusstsein für das Ursprüngliche zu halten. Es ist in der That die nothwendige Bedingung dafür, dass das Gegebene vom denkenden Ich erfasst und bearbeitet werden kann, und es scheint somit dem bloß erfahrungsmäßig — a posteriori — Gegebenen als ursprünglicher Besitz des Geistes — a priori — zu Grunde zu liegen. Bedenkt man nun noch, dass sein Inhalt wechselt und bald größer, bald kleiner ist, so muss man es wohl für möglich halten, das Bewusstsein als Träger des Gegebenen seines wechselvollen Inhaltes zu entkleiden, so dass es als leeres Bewusstsein des Gegebenen harret, um es zu formen und geformt dem Denken zu überliefern. Indessen ist die Frage, die den Anlass zu dieser Ueberlegung gibt, der vorhandenen Sachlage gar nicht angepasst; denn weder das Bewusstsein noch sein Inhalt ist das Ursprüngliche, sondern beide sind unlöslich mit einander verbunden und nur das Denken kann sie unterscheiden. Es ist daher das Bewusstsein thatsächlich nie leer. Die Reflexion, die den Zustand des Bewusstseins ins Auge fasst, kann allerdings den Inhalt außer Acht lassen, sie kann aber doch nicht das Bewusstsein losgelöst von seinem Inhalte zu begreifen lehren — es sei denn, dass sie irrthümlicher Weise auf eine

Verbildlichung des Bewusstseins sich stützt und die Eigenschaften des Bildes auf das Bewusstsein überträgt. Es wird daher nicht bloß das wirkliche Bewusstsein nie ohne Inhalt sich zeigen, sondern es wird auch der Begriff des Bewusstseins durch seine Merkmale auf die Möglichkeit, dass Inhalte vorhanden sind, hinweisen. Bei der Erörterung dieses Begriffs wird somit der als wirkliches Erlebniss beobachtete und durch die Erinnerung festgehaltene Zustand des Bewusstseins sammt seinen Inhalten die empirische Grundlage bilden; die Merkmale des Begriffs werden aber nicht in den thatsächlich vorhandenen, direct wahrnehmbaren Eigenthümlichkeiten dieses Zustandes bestehen, sondern in den Eigenschaften, welche die Reflexion durch Beachten der Möglichkeit, dass Inhalte vorhanden sind und auf diese oder jene Art zusammengefasst werden, findet. Der Begriff des Bewusstseins ist daher nicht empirischer Natur, sondern hat den Charakter der Nothwendigkeit und Allgemeinheit. Das Bewusstsein ist ja — wie schon oben bemerkt wurde — die nothwendige Bedingung dafür, dass das Gegebene Gegenstand des Denkens werden könne, und diese Bedingung ist eine allgemeingültige; denn es gehört zum Wesen eines jeden denkenden Ichs, des Gegebenen bewusst zu werden, indem es für uns nicht denkbar ist, dass man anders als im Zustande des Bewusstseins das Gegebene auffassen und bearbeiten könne.

Es zeigt sich nun das Bewusstsein als Träger seiner Inhalte ohne jede Lücke und Unterbrechung. Ein Mensch kann allerdings eine Unterbrechung seines Bewusstseins erleiden, indem er zeitweilig bewusstlos wird. Der Reflexion bietet sich aber das Bewusstsein als ein continuirlicher Zustand dar, denn die Annahme einer Lücke desselben würde die Sinnlosigkeit eines bewusstlosen Bewusstseins bedeuten. — Es zeigt sich ferner das Bewusstsein ohne Grenzen. Denn obgleich das Bewusstsein nicht weiter reicht als seine Inhalte und obgleich das thatsächliche Vorhandensein unendlich vieler Inhalte nicht behauptet werden kann, erscheint doch der Reflexion, die nach den Grenzen des Bewusstseins forscht, das Bewusstsein als unbegrenzt oder unendlich, weil bei der Annahme irgend einer Grenze oder irgend eines Aufhörens die Möglichkeit einer Fortsetzung vorhanden wäre. — Das Bewusstsein ist auch ganz einzig in seiner Art; denn die Reflexion bezieht alle Erlebnisse auf einen

und denselben Zustand des Bewusstseins, und wenn man verschiedene Bewusstseinszustände annimmt, so muss man sie als Theile eines einzigen Gesamtzustandes auffassen. Darin ist es ja begründet, dass das Ich sich als eine Einheit empfindet. Man kann sich daher vom Bewusstsein nicht wie von einer Gattung einzelner, mit gemeinsamen Merkmalen ausgestatteter Gegenstände einen Begriff bilden, der durch die Apperception jener gemeinsamen Merkmale vermittelt würde.

Dieser Begriff des Bewusstseins zeigt unverkennbare Aehnlichkeit mit dem Raum- und Zeitbegriffe, wie ihn Kant in der Kritik der reinen Vernunft, in den beiden Abschnitten der transcendenten Aesthetik, entwickelt. Was dort vom Raume und von der Zeit gesagt wird, kann der Hauptsache nach, im Sinne Kant's, auch vom Bewusstsein gesagt werden. Es kann dies zum Theil wörtlich geschehen, wenn man nur die in der Natur der Sache liegenden Aenderungen vornimmt. So wird man das Bewusstsein nicht als Anschauungsform, sondern als Träger des Gegebenen bezeichnen; an Stelle der Thätigkeit des Anschauens wird man die allgemeinere und vorerst unbestimmtere Thätigkeit des Auffassens des Gegebenen setzen; insbesondere wird man da, wo Kant die Denkbare eines Raumes ohne Gegenstände und die Möglichkeit, aus der Zeit die Erscheinungen wegzunehmen, behauptet, nicht von einem wirklichen oder denkbaren leeren Bewusstsein, im Widerspruch mit den obigen Darlegungen, reden. Es ist demgemäß das Bewusstsein »kein empirischer Begriff, der irgend von einer Erfahrung abgezogen worden«; denn jede Erfahrung setzt dasselbe schon voraus. Das Bewusstsein liegt ferner als nothwendiger Träger allem Gegebenen zu Grunde, da man dasselbe nicht aufheben und sich keine Vorstellung davon machen kann, dass kein Bewusstsein sei. Man kann deshalb auch sagen, dass das Bewusstsein a priori gegeben sei, wenn seine Apriorität nicht eine Existenz vor allem empirisch gegebenen Inhalte, sondern bloß die unaufhebbare Bedingung zur Auffassung des Gegebenen einschließt. Das Bewusstsein ist schließlich »kein discursiver oder, wie man sagt, allgemeiner Begriff von Verhältnissen der Dinge überhaupt« und seine Unendlichkeit »bedeutet nichts weiter, als dass alle bestimmte Größe desselben nur durch Einschränkungen eines einzigen zum Grunde

liegenden Bewusstseins möglich sei«. Man kann auch in Anlehnung an den Gedankengang Kant's dem Bewusstsein gleich dem Raume und der Zeit »empirische Realität«, aber keine »absolute Realität« sondern »transcendentale Idealität« zudictiren, da das Bewusstsein, «wenn man von den subjectiven Bedingungen der Auffassung des Gegebenen abstrahirt, gar nichts ist, und den Gegenständen an sich selbst (ohne ihr Verhältniss auf unsere Auffassung) weder subsistirend noch inhärirend beigezählt werden kann»; oder da es »nichts ist, sobald wir die Bedingung der Möglichkeit aller Erfahrung weglassen, und es als etwas, was den Dingen an sich selbst zum Grunde liegt, annehmen«.

Mit Rücksicht auf diese Uebereinstimmung in der allgemeinen Charakteristik scheint der Raum- und Zeitbegriff Kant's unter den Begriff des Bewusstseins zu fallen. Dies bestätigt sich, wenn man nachforscht, auf welche Art im Bewusstsein die Inhalte desselben zusammengefasst werden können. Es wird dann unter den sich ergebenden Arten der Zusammenfassung die räumliche und zeitliche Zusammenfassung enthalten sein, so dass Raum und Zeit als räumlicher und zeitlicher Träger der Bewusstseinsinhalte sich darbietet.

Das Zusammenfassen von Bewusstseinsinhalten ist nun durch die Art und Weise ihrer Auffassung bedingt und für diese letztere gibt es zwei und nur zwei Möglichkeiten: man wird entweder einen vom Gesamtinhalte losgelösten Einzelinhalt des Bewusstseins für sich allein erfassen und auf Grund der an ihm bemerklichen psychologischen Qualität von anderen in gleicher Weise erfassten Einzelinhalten unterscheiden; oder man wird den Einzelinhalt mit Rücksicht auf den stets vorhandenen Zusammenhang mit dem Gesamtinhalte des Bewusstseins ins Auge fassen und ihn in seiner Beziehung zum Gesamtinhalte als abgegrenzten Theil desselben betrachten.

Im ersten Falle steht der Act der Apperception im Vordergrund; man appercipirt erst diesen, dann jenen Inhalt und vergleicht dieselben bezüglich der durch die Apperception hervorgehobenen Merkmale; es entsteht ein Vorrath von Inhalten, die auf Grund jener Merkmale in Beziehung zu einander treten und kraft dieser vom Denken geschaffenen Beziehung im Bewusstsein als ihrem Träger zusammengefasst werden. Der logische Charakter

dieser Zusammenfassung, die ja bloß durch das Denken vermittelt wird, legt es nahe, in diesem Falle das Bewusstsein den logischen Träger seiner Inhalte zu nennen. Die durch die Zusammenfassung bedingte Ordnung der Inhalte muss dann entsprechend als logische Ordnung bezeichnet werden.

Im zweiten Falle steht das Abscheiden des Einzelinhaltes vom Gesamttinhalte im Vordergrund. Soll dasselbe erfolgen, so muss der Einzelinhalt allerdings infolge seiner qualitativen Beschaffenheit aus dem Gesamttinhalte hervortreten. Das Erfassen des Einzelinhaltes gründet sich aber nicht auf das Appercipiren seiner Merkmale, sondern auf seine Abgrenzung von der Gesamtheit des Gegebenen: es ist anschaulicher und nicht logischer Natur. Infolge dessen treten die Bewusstseinsinhalte nur auf Grund des Gesamttinhaltes, von dem sie sich loslösen, in Beziehung zu einander: sie schließen sich unvermittelt aneinander oder sie sind durch andere Inhalte getrennt, der eine folgt dem anderen nach oder es sind beide gleichzeitig vorhanden; alsdann reiht sich der eine neben den andern, falls sie ihre Selbständigkeit behalten und nicht zu einem neuen Inhalte verschmelzen, der die ursprünglichen Elemente, das eine in dem anderen, enthält. Diese elementaren Thatsachen lassen sich nur durch Bezugnahme auf den Gesamttinhalt feststellen, welcher aus den nacheinander und nebeneinander zusammengefügteten Einzelinhalten besteht und gleich dem Bewusstsein selbst ein Continuum darstellt. Da die anschauliche Zusammenfassung eines Nacheinander zur zeitlichen Auffassung, diejenige eines Nebeneinander zur räumlichen Betrachtung führt, so kann in diesem Falle das Bewusstsein der zeitlich-räumliche Träger seines Gesamttinhaltes und seiner von dem letzteren losgelösten Einzelinhalte genannt werden. Dem entsprechend ist auch die durch die anschauliche Zusammenfassung bedingte Ordnung des Gegebenen als räumliche und zeitliche Ordnung zu bezeichnen.

Aus der Betrachtung des Bewusstseins resultirt somit: Das Bewusstsein ist der nothwendige und einige, continuirliche und unendliche Träger seiner Inhalte, welche entweder durch das Denken appercipirt werden und in logische Beziehungen treten oder mit Rücksicht auf den Gesamttinhalt betrachtet und als anschauliche, zeitliche und räumliche Umgrenzungen durch

Vermittelung des Gesamttinhaltes auf einander bezogen werden. Durch die Zusammenfassung der Inhalte im Bewusstsein wird somit eine logische oder räumlich-zeitliche Ordnung bedingt. Die logische Ordnung gründet sich auf die Apperception der Bewusstseinsinhalte, welche letztere zunächst als gleich oder verschieden beurtheilt werden, dann aber in mannigfache, durch ihr jeweiliges Quale bedingte Beziehung treten können. Die zeitlich-räumliche Ordnung gründet sich auf die Abgrenzung der einzelnen Bewusstseinsinhalte von der Gesamtheit des Gegebenen, innerhalb dessen sich jene als nach einander oder neben einander erscheinende, zeitliche oder räumliche Größen darstellen und entweder sich continuirlich an einander reihen, falls sie einen Theil des Bewusstseins vollständig erfüllen, oder discontinuirlich sind, wenn sie durch andere Inhalte getrennt werden.

§ 6.

Dieses Resultat enthält die Angabe der Thatsachen, welche der Mathematik zu Grunde liegen. Denn es ist unmittelbar zu erkennen, dass einestheils in den Thatsachen, auf welchen die logische Ordnung des Gegebenen beruht, das Material zur Gewinnung des Zahlbegriffs dargeboten wird, dass andertheils die zeitlich-räumliche Ordnung des Gegebenen auf diejenigen Thatsachen sich stützt, aus welchen die Begriffe der Zeit und des Raumes als Basis der Geometrie und der Phronomie gewonnen werden können. Zahl, Zeit und Raum sind aber die Grundbegriffe der Mathematik.

Das Aufsuchen dieser Thatsachen musste die erste Sorge für eine Untersuchung der Grundlagen der Mathematik sein. Denn dadurch wird eine einheitliche Behandlung der mathematischen Begriffe ermöglicht, welche durch die Bearbeitung des gewonnenen Thatsachenmaterials geleistet wird. Es musste hierzu der Charakter der Mathematik nur im allgemeinen als bekannt vorausgesetzt werden, um die Mathematik von den Natur- und Geisteswissenschaften einerseits, von den Elementen der Psychologie und Logik ander-

seits abscheiden zu können. Auf Grund dieser Abscheidung konnte das Gegebene voraussetzungslos als ein bloßes Erlebniss, dessen man sich bewusst wird, aufgefasst werden; es blieb ferner bloß die Beachtung des Vorhandenseins und der Zusammenfassung der aus der Analyse des Gegebenen resultirenden Bewusstseinsinhalte im Bewusstsein übrig, um die der Mathematik zu Grunde liegenden Thatsachen aufzusuchen.

Die Untersuchung des Bewusstseins bezüglich der Möglichkeit, die Bewusstseinsinhalte in ihm zusammenzufassen und zu ordnen, war nun aber nicht von einer schon vorhandenen Kenntniss der mathematischen Begriffe und ihrer Veranschaulichungen oder Versinnlichungen geleitet. Wollte man sich auf letztere stützen, um das zur Begriffsbildung nothwendige Thatsachenmaterial aufzusuchen, so würde keine Sicherheit betreffs der Richtigkeit und Vollständigkeit der Ergebnisse vorhanden sein; es braucht ja die Veranschaulichung eines Begriffes nicht nothwendig im Wesen des Begriffes begründet zu sein und es können auch Begriffe bloß mittelbar an psychologische Thatsachen sich anlehnen. Es war vielmehr in der Beschaffenheit des Bewusstseins als des Trägers seiner Inhalte begründet, dass man das Erfassen der Bewusstseinsinhalte in ein logisches und in ein anschauliches schied und infolge dessen zur Unterscheidung der Thatsachen der von der Apperception beherrschten logischen Ordnung und der Thatsachen der durch die Anschauung vermittelten zeitlich-räumlichen Ordnung des Gegebenen gelangte.

Wenn man nun auch zuversichtlich annehmen kann, dass eine logisch motivirte Erörterung dieser Thatsachen im allgemeinen die specifisch mathematischen Bedürfnisse befriedigen werde, so muss doch in Betracht gezogen werden, dass eine logisch werthvolle Einsicht nicht nothwendig mathematisch verwendbar sein muss, dass dieselbe wenigstens bei dem gegenwärtigen Entwicklungszustande der Mathematik möglicherweise keine Verwendung findet. Es hat deshalb eine detaillirte Angabe der Thatsachen der Mathematik erst dann Interesse, wenn man zur wirklichen Herleitung der Begriffe schreitet, für welche das Thatsachenmaterial alsdann soweit heranzuziehen ist, als es der Grad ihrer Ausbildung verlangt. Vorläufig genügt die bereits gewonnene Erkenntniss, durch welche die frühere Annahme bestätigt wird und wirklich im Vorhandensein

und in der Zusammenfassung der Bewusstseinsinhalte die Quelle gefunden wird, aus welcher die Thatsachen der Mathematik vollständig und in übersichtlicher Folge hergeleitet werden können.

Es liegen somit die Thatsachen, auf welchen die Ordnung der Bewusstseinsinhalte im Bewusstsein beruht, der Mathematik zu Grunde. Sie scheiden sich in solche, welche die logische Ordnung, und in solche, welche die anschauliche, zeitlich-räumliche Ordnung der Bewusstseinsinhalte im Bewusstsein vermitteln. In Folge dessen ist die Untersuchung der logischen und der zeitlich-räumlichen Ordnung der Bewusstseinsinhalte im Bewusstsein als ihrem logischen und zeitlich-räumlichen Träger als Aufgabe der Mathematik zu bezeichnen.

Dadurch ist die Basis gewonnen, auf welche die weiter fortschreitende Untersuchung eine einheitliche Entwicklung der mathematischen Begriffe gründen kann. Die Erforschung der logischen Ordnung wird den Begriff der Zahl und mit ihm die Begriffe der Zahlentheorie und Algebra, der allgemeinen Operationenlehre und der von geometrischen Anschauungen befreiten Analysis zu Tage fördern. Die Untersuchung der zeitlich-räumlichen Ordnung wird zu dem Begriffe des Raumes und der Zeit und mit ihnen zu den Begriffen der verschiedenartigen geometrischen Disciplinen und der Phoronomie hinführen. Es bieten sich folglich in der logischen und in der zeitlich-räumlichen Ordnung zwei, von einander fundamental verschiedene Quellen zur Begriffsbildung dar. Trotz dieser Verschiedenheit ist eine Wechselwirkung zwischen den beiden Begriffsarten nicht unmöglich. Es ist nämlich von vornherein zu beachten, dass die Inhalte des Bewusstseins thatsächlich sowohl logisch als auch anschaulich von uns geordnet werden. Dadurch ist die Möglichkeit gegeben, dass das Studium der logischen Ordnung durch die mit ihr verknüpften anschaulichen Momente und das Studium der anschaulichen Ordnung durch die ihre Erfassung vermittelnden logischen Momente unterstützt wird. Eine solche wechselweise Unterstützung wird daher keineswegs befremden, sondern ganz naturgemäß sein.

Den einheitlichen Ausgangspunkt zu einer Untersuchung der Grundlagen der Mathematik bilden somit die Thatsachen, auf

welchen die Ordnung der Bewusstseinsinhalte im Bewusstsein beruht. Es wird dabei als selbstverständlich vorausgesetzt, dass man immer, so oft man auch die aus der Analyse des Gegebenen resultirenden Bewusstseinsinhalte ordnend zusammenfasst, in den nämlichen Thatsachen die Begründung jener Ordnung findet. Sollte dies bezweifelt werden, so müsste die Constanz und allgemeine Gültigkeit der Thatsachen, auf welche die mathematischen Begriffe sich stützen, ausdrücklich zu einem Axiome erhoben werden. Denn beweisen lässt sie sich so wenig wie ihr Gegentheil. Man kann nur sagen, dass es in der menschlichen Natur begründet ist, das Gegebene im Bewusstsein logisch und anschaulich zu ordnen, und man kann nur darauf hinweisen, dass die Thatsachen, auf denen jene Ordnung beruht, nicht nach Belieben in Betracht gezogen oder bei Seite gelassen werden können, sondern die Bedingungen darstellen, die eine wissenschaftliche Bearbeitung des Gegebenen überhaupt erst möglich machen. Es zeigt sich somit schon durch die Betrachtung der Thatsachen, welche der Mathematik zu Grunde liegen, die fundamentale Bedeutung, welche der Mathematik, wenigstens in ihren Elementen, neben der Psychologie und Logik für das Gesamtgebiet der Wissenschaften zukommt.

(Fortsetzung folgt.)

X. 169-172.