

Tafel des Integrals $\Phi(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-t^2} dt$

zusammengestellt

von

Bruno Kämpfe.

Je mehr die Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Probleme der Psychophysik Anwendung gefunden haben, um so mehr hat sich in der einschlägigen Literatur der Mangel einer tabellarischen Uebersicht über die Wahrscheinlichkeitswerthe Φ in ihrer Beziehung zur Größe des Fehlergebiets fühlbar gemacht. Für den Psychophysiker, und namentlich denjenigen, der eingehender mathematischer Kenntnisse entbehrt, ist es immer störend, auf ihm nicht so leicht zugängliche mathematische und astronomische Werke verwiesen zu werden und aus ihnen die nöthigen Unterlagen für die rechnerische Auswerthung seiner Beobachtungen herbeiholen zu müssen. Nun hat zwar Fechner sogleich bei der ersten Darstellung der Fehlermethoden entsprechende Tabellen veröffentlicht, aber dieselben sind einmal nicht eingehend genug, sodann aber dienen sie in der Hauptsache einem andern, besondern Zwecke, diesem allerdings in einer für den Rechner außerordentlich bequemen Weise. Seit Herr Professor Bruns im vorliegenden Bande der »Studien« die Principien zu einer exacten rechnerischen Auswerthung statistischen Beobachtungsmaterials auch für die Psychophysik entwickelt hat, ist die Forderung einer solchen Tabelle geradezu unabweisbar geworden.

Da ich im Begriff stehe, die von mir gesammelten Ergebnisse noch einmal einer genauern Durchrechnung zu unterwerfen, habe

ich detaillirte Tafeln für die Function Φ und deren Abgeleitete zusammengestellt, von denen ich zunächst die erste, weil sie eine allgemeinere, über den Kreis der Methode der r. u. f. Fälle hinausgehende Bedeutung hat, zum Abdruck bringe.

Die Tabelle lässt das Gauß'sche Fehlerintegral

$$\Phi(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-t^2} dt$$

in seiner Abhängigkeit vom Argument $\gamma = hD$ erkennen; sie gibt uns die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Fehler seinem absoluten Werthe nach zwischen 0 und D liege, oder aber die Zahl der in genanntes Gebiet fallenden Fehler in ihrem Verhältniss zur Gesamtzahl der Fälle an. Die Tabelle ist Meyer's »Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung« (S. 545—549) entnommen, sie ist in ihrem letzten Theile ein genauer Abdruck der dort befindlichen Tafel. Im Intervall $\gamma = 0$ bis $\gamma = 1,51$ ist mittelst der Newton'schen Formel scharf — unter Benutzung der zweiten Differenzen — interpolirt worden. Für psychophysische Zwecke genügt es vollständig, sich auf 4 Decimalen zu beschränken.

Es bedarf kaum der Erwähnung, dass unsere Tabelle mit der Fechner'schen keineswegs übereinstimmt, dass beide aber leicht auf einander zu reduciren sind. Fechner's Tafel gibt zu dem beobachteten Wahrscheinlichkeitswerthe $\frac{r}{n}$ den in der Formel

$$\frac{r}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-t^2} dt \quad \text{oder} \quad \frac{r}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Phi(\gamma)$$

vorkommenden Werth γ . Um unsere Tabelle demselben Zwecke dienstbar zu machen, um also aus dem beobachteten r dasselbe γ zu erhalten, müsste man nicht $\frac{r}{n}$, sondern $2 \frac{r}{n} - 1 = \Phi(\gamma)$ nehmen und zu diesem Werthe rückwärts γ aufsuchen.

Wie im Uebrigen die Tabelle zu benutzen ist, muss der Einzelfall lehren. Die Anordnung entspricht vollständig der in den Logarithmentafeln üblichen.

γ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	0,0000	0011	0023	0034	0045	0056	0068	0079	0090	0102
01	0,0113	0124	0135	0147	0158	0169	0181	0192	0203	0214
02	0,0226	0237	0248	0259	0271	0282	0293	0305	0316	0327
03	0,0338	0350	0361	0372	0384	0395	0406	0417	0429	0440
04	0,0451	0462	0474	0485	0496	0507	0519	0530	0541	0552
05	0,0564	0575	0586	0597	0609	0620	0631	0642	0654	0665
06	0,0676	0687	0699	0710	0721	0732	0744	0755	0766	0777
07	0,0789	0800	0811	0822	0833	0845	0856	0867	0878	0890
08	0,0901	0912	0923	0934	0946	0957	0968	0979	0990	1002
09	0,1013	1024	1035	1046	1058	1069	1080	1091	1102	1113
0,10	0,1125	1136	1147	1158	1169	1180	1192	1203	1214	1225
11	0,1236	1247	1259	1270	1281	1292	1303	1314	1325	1336
12	0,1348	1359	1370	1381	1392	1403	1414	1425	1436	1448
13	0,1459	1470	1481	1492	1503	1514	1525	1536	1547	1558
14	0,1569	1581	1592	1603	1614	1625	1636	1647	1658	1669
15	0,1680	1691	1702	1713	1724	1735	1746	1757	1768	1779
16	0,1790	1801	1812	1823	1834	1845	1856	1867	1878	1889
17	0,1900	1911	1922	1933	1944	1955	1966	1977	1988	1998
18	0,2009	2020	2031	2042	2053	2064	2075	2086	2097	2108
19	0,2118	2129	2140	2151	2162	2173	2184	2194	2205	2216
0,20	0,2227	2238	2249	2260	2270	2281	2292	2303	2314	2324
21	0,2335	2346	2357	2368	2378	2389	2400	2411	2421	2432
22	0,2443	2454	2464	2475	2486	2497	2507	2518	2529	2540
23	0,2550	2561	2572	2582	2593	2604	2614	2625	2636	2646
24	0,2657	2668	2678	2689	2700	2710	2721	2731	2742	2753
25	0,2763	2774	2784	2795	2806	2816	2827	2837	2848	2858
26	0,2869	2880	2890	2901	2911	2922	2932	2943	2953	2964
27	0,2974	2985	2995	3006	3016	3027	3037	3047	3058	3068
28	0,3079	3089	3100	3110	3120	3131	3141	3152	3162	3172
29	0,3183	3193	3204	3214	3224	3235	3245	3255	3266	3276
0,30	0,3286	3297	3307	3317	3327	3338	3348	3358	3369	3379
31	0,3389	3399	3410	3420	3430	3440	3450	3461	3471	3481
32	0,3491	3501	3512	3522	3532	3542	3552	3562	3573	3583
33	0,3593	3603	3613	3623	3633	3643	3653	3663	3674	3684
34	0,3694	3704	3714	3724	3734	3744	3754	3764	3774	3784
35	0,3794	3804	3814	3824	3834	3844	3854	3864	3873	3883
36	0,3893	3903	3913	3923	3933	3943	3953	3963	3972	3982
37	0,3992	4002	4012	4022	4031	4041	4051	4061	4071	4080
38	0,4090	4100	4110	4119	4129	4139	4149	4158	4168	4178
39	0,4187	4197	4207	4216	4226	4236	4245	4255	4265	4274
0,40	0,4284	4294	4303	4313	4322	4332	4341	4351	4361	4370
41	0,4380	4389	4399	4408	4418	4427	4437	4446	4456	4465
42	0,4475	4484	4494	4503	4512	4522	4531	4541	4550	4559
43	0,4569	4578	4588	4597	4606	4616	4625	4634	4644	4653
44	0,4662	4672	4681	4690	4699	4709	4718	4727	4736	4746
45	0,4755	4764	4773	4782	4792	4801	4810	4819	4828	4837
46	0,4847	4856	4865	4874	4883	4892	4901	4910	4919	4928
47	0,4937	4946	4956	4965	4974	4983	4992	5001	5010	5019
48	0,5027	5036	5045	5054	5063	5072	5081	5090	5099	5108
49	0,5117	5126	5134	5143	5152	5161	5170	5179	5187	5196
0,50	0,5205	5214	5223	5231	5240	5249	5258	5266	5275	5284
γ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

γ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,50	0,5205	5214	5223	5231	5240	5249	5258	5266	5275	5284
51	0,5202	5301	5310	5318	5327	5336	5344	5353	5362	5370
52	0,5379	5388	5396	5405	5413	5422	5430	5439	5448	5456
53	0,5405	5473	5482	5490	5499	5507	5516	5524	5533	5541
54	0,5549	5558	5566	5575	5583	5591	5600	5608	5617	5625
55	0,5633	5642	5650	5658	5667	5675	5683	5691	5700	5708
56	0,5716	5724	5733	5741	5749	5757	5765	5774	5782	5790
57	0,5798	5806	5814	5823	5831	5839	5847	5855	5863	5871
58	0,5879	5887	5895	5903	5911	5919	5927	5935	5943	5951
59	0,5959	5967	5975	5983	5991	5999	6007	6015	6023	6031
0,60	0,6039	6046	6054	6062	6070	6078	6086	6093	6101	6109
61	0,6117	6125	6132	6140	6148	6156	6163	6171	6179	6186
62	0,6194	6202	6209	6217	6225	6232	6240	6248	6255	6263
63	0,6270	6278	6286	6293	6301	6308	6316	6323	6331	6338
64	0,6346	6353	6361	6368	6376	6383	6391	6398	6405	6413
65	0,6420	6428	6435	6442	6450	6457	6464	6472	6479	6486
66	0,6494	6501	6508	6516	6523	6530	6537	6545	6552	6559
67	0,6566	6573	6581	6588	6595	6602	6609	6616	6624	6631
68	0,6638	6645	6652	6659	6666	6673	6680	6687	6694	6701
69	0,6708	6715	6722	6729	6736	6743	6750	6757	6764	6771
0,70	0,6778	6785	6792	6799	6806	6812	6819	6826	6833	6840
71	0,6847	6853	6860	6867	6874	6881	6887	6894	6901	6908
72	0,6914	6921	6928	6934	6941	6948	6954	6961	6968	6974
73	0,6981	6988	6994	7001	7007	7014	7021	7027	7034	7040
74	0,7047	7053	7060	7066	7073	7079	7086	7092	7099	7105
75	0,7112	7118	7124	7131	7137	7144	7150	7156	7163	7169
76	0,7175	7182	7188	7194	7201	7207	7213	7219	7226	7232
77	0,7238	7244	7251	7257	7263	7269	7275	7282	7288	7294
78	0,7300	7306	7312	7318	7325	7331	7337	7343	7349	7355
79	0,7361	7367	7373	7379	7385	7391	7397	7403	7409	7415
0,80	0,7421	7427	7433	7439	7445	7451	7457	7462	7468	7474
81	0,7480	7486	7492	7498	7503	7509	7515	7521	7527	7532
82	0,7538	7544	7550	7555	7561	7567	7572	7578	7584	7590
83	0,7595	7601	7607	7612	7618	7623	7629	7635	7640	7646
84	0,7651	7657	7663	7668	7674	7679	7685	7690	7696	7701
85	0,7707	7712	7718	7723	7729	7734	7739	7745	7750	7756
86	0,7761	7766	7772	7777	7782	7788	7793	7798	7804	7809
87	0,7814	7820	7825	7830	7835	7841	7846	7851	7856	7862
88	0,7867	7872	7877	7882	7888	7893	7898	7903	7908	7913
89	0,7918	7924	7929	7934	7939	7944	7949	7954	7959	7964
0,90	0,7969	7974	7979	7984	7989	7994	7999	8004	8009	8014
91	0,8019	8024	8029	8034	8038	8043	8048	8053	8058	8063
92	0,8068	8073	8077	8082	8087	8092	8097	8101	8106	8111
93	0,8116	8120	8125	8130	8135	8139	8144	8149	8153	8158
94	0,8163	8167	8172	8177	8181	8186	8191	8195	8200	8204
95	0,8209	8213	8218	8223	8227	8232	8236	8241	8245	8250
96	0,8254	8259	8263	8268	8272	8277	8281	8285	8290	8294
97	0,8299	8303	8307	8312	8316	8321	8325	8329	8334	8338
98	0,8342	8347	8351	8355	8360	8364	8368	8372	8377	8381
99	0,8385	8389	8394	8398	8402	8406	8410	8415	8419	8423
1,00	0,8427	8431	8435	8439	8444	8448	8452	8456	8460	8464
γ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

γ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	0,8427	8431	8435	8439	8444	8448	8452	8456	8460	8464
01	0,8468	8472	8476	8480	8484	8488	8492	8496	8500	8504
02	0,8508	8512	8516	8520	8524	8528	8532	8536	8540	8544
03	0,8548	8552	8556	8560	8563	8567	8571	8575	8579	8583
04	0,8586	8590	8594	8598	8602	8606	8609	8613	8617	8621
05	0,8624	8628	8632	8636	8639	8643	8647	8650	8654	8658
06	0,8661	8665	8669	8672	8676	8680	8683	8687	8691	8694
07	0,8698	8701	8705	8708	8712	8716	8719	8723	8726	8730
08	0,8733	8737	8740	8744	8747	8751	8754	8758	8761	8765
09	0,8768	8771	8775	8778	8782	8785	8789	8792	8795	8799
1,10	0,8802	8805	8809	8812	8815	8819	8822	8825	8829	8832
11	0,8835	8839	8842	8845	8848	8852	8855	8858	8861	8865
12	0,8868	8871	8874	8878	8881	8884	8887	8890	8893	8897
13	0,8900	8903	8906	8909	8912	8915	8918	8922	8925	8928
14	0,8931	8934	8937	8940	8943	8946	8949	8952	8955	8958
15	0,8961	8964	8967	8970	8973	8976	8979	8982	8985	8988
16	0,8991	8994	8997	9000	9003	9006	9008	9011	9014	9017
17	0,9020	9023	9026	9029	9031	9034	9037	9040	9043	9046
18	0,9048	9051	9054	9057	9060	9062	9065	9068	9071	9073
19	0,9076	9079	9082	9084	9087	9090	9092	9095	9098	9100
1,20	0,9103	9106	9108	9111	9114	9116	9119	9122	9124	9127
21	0,9130	9132	9135	9137	9140	9143	9145	9148	9150	9153
22	0,9155	9158	9160	9163	9165	9168	9171	9173	9176	9178
23	0,9181	9183	9185	9188	9190	9193	9195	9198	9200	9203
24	0,9205	9207	9210	9212	9215	9217	9219	9222	9224	9227
25	0,9229	9231	9234	9236	9238	9241	9243	9245	9248	9250
26	0,9252	9255	9257	9259	9262	9264	9266	9268	9271	9273
27	0,9275	9277	9280	9282	9284	9286	9289	9291	9293	9295
28	0,9297	9300	9302	9304	9306	9308	9310	9313	9315	9317
29	0,9319	9321	9323	9325	9327	9330	9332	9334	9336	9338
1,30	0,9340	9342	9344	9346	9348	9350	9352	9355	9357	9359
31	0,9361	9363	9365	9367	9369	9371	9373	9376	9377	9379
32	0,9381	9383	9385	9387	9389	9390	9392	9394	9396	9398
33	0,9400	9402	9404	9406	9408	9410	9412	9413	9415	9417
34	0,9419	9421	9423	9425	9427	9428	9430	9432	9434	9436
35	0,9438	9439	9441	9443	9445	9447	9448	9450	9452	9454
36	0,9456	9457	9459	9461	9463	9464	9466	9468	9470	9471
37	0,9473	9475	9477	9478	9480	9482	9483	9485	9487	9488
38	0,9490	9492	9494	9495	9497	9499	9500	9502	9503	9505
39	0,9507	9508	9510	9512	9513	9515	9516	9518	9520	9521
1,40	0,9523	9524	9526	9528	9529	9531	9532	9534	9535	9537
41	0,9539	9540	9542	9543	9545	9546	9548	9549	9551	9552
42	0,9554	9555	9557	9558	9560	9561	9563	9564	9566	9567
43	0,9569	9570	9571	9573	9574	9576	9577	9579	9580	9582
44	0,9583	9584	9586	9587	9589	9590	9591	9593	9594	9596
45	0,9597	9598	9600	9601	9602	9604	9605	9607	9608	9609
46	0,9611	9612	9613	9615	9616	9617	9618	9620	9621	9622
47	0,9624	9625	9626	9628	9629	9630	9631	9633	9634	9635
48	0,9637	9638	9639	9640	9642	9643	9644	9645	9647	9648
49	0,9649	9650	9651	9653	9654	9655	9656	9657	9659	9660
1,50	0,9661	9662	9663	9665	9666	9667	9668	9669	9670	9672
γ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

γ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,5	0,9661	9673	9684	9695	9706	9716	9726	9736	9745	9755
1,6	0,9763	9772	9780	9788	9796	9804	9811	9818	9825	9832
1,7	0,9838	9844	9850	9856	9861	9867	9872	9877	9882	9886
1,8	0,9891	9895	9899	9903	9907	9911	9915	9918	9922	9925
1,9	0,9928	9931	9934	9937	9939	9942	9944	9947	9949	9951
2,0	0,9953	9955	9957	9959	9961	9963	9964	9966	9967	9969
2,1	0,9970	9972	9973	9974	9975	9976	9977	9979	9980	9980
2,2	0,9981	9982	9983	9984	9985	9985	9986	9987	9987	9988
2,3	0,9989	9989	9990	9990	9991	9991	9992	9992	9992	9993
2,4	0,9993	9993	9994	9994	9994	9995	9995	9995	9995	9996
2,5	0,9996	9996	9996	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998
2,6	0,9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9999
2,7	0,9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
2,8	0,9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	0000	0000	0000