

Ueber die Helligkeitsvariationen der Farben.

Von

Alfr. Lehmann.

(Kopenhagen.)

Mit 5 Figuren im Text.

Einleitung.

In einer früheren Arbeit habe ich den Nachweis geführt, dass die Intensität E einer Lichtempfindung, die von einem Reize von der Stärke R hervorgerufen wird, durch einen Ausdruck folgender Form bestimmt sein wird:

$$E = c \cdot \log \left[\frac{R}{P} (a - b \cdot \log R) \right] \quad (\text{Gleich. 1}).$$

Die Größen c , P , a und b sind Constanten¹⁾. Diese Formel ist zwar bisher nur für weißes Licht als gültig erwiesen; da sie aber aus bekannten physischen und physiologischen Gesetzen, deren Gültigkeit für farbiges Licht jeder Wellenlänge unzweifelhaft ist, abgeleitet werden kann, wird sie auch aller Wahrscheinlichkeit nach für Spectralfarben gültig sein. Nach der Bedeutung der in Gleich. 1 eingehenden Constanten steht indessen zu erwarten, dass diese Constanten für die verschiedenen Farben verschiedene Werthe annehmen. Hieraus folgt, dass zwei Farbenempfindungen, die für gegebene Werthe der Reize gleiche Intensität haben, nicht länger gleich intensiv sein können, wenn beide Reize in demselben Verhältniss vergrößert oder verkleinert werden. Es seien nämlich E und E_λ die Intensitäten zweier

1) Die physischen Aequivalente der Bewusstseinserscheinungen, S. 88. Die a. a. O. vorkommenden Bezeichnungen der Constanten habe ich jedoch in der hier vorliegenden Abhandlung verändern müssen, weil es sonst nicht möglich wäre analoge Verhältnisse durch gleichartige Formeln auszudrücken.

verschiedener Farbenempfindungen, und wir nehmen an, dass $E = E_\lambda$. Gleich. 1 zufolge muss man dann setzen:

$$c \log \left[\frac{R}{P} (a - b \log R) \right] = c_\lambda \log \left[\frac{R_\lambda}{P_\lambda} (a_\lambda - b_\lambda \log R_\lambda) \right], \quad (\text{Gleich. 2.})$$

wobei die dem E_λ entsprechenden Größen mit demselben Index bezeichnet sind. Werden nun R und R_λ mit derselben Zahl, p , multiplicirt, so sieht man leicht, dass

$$c \log \left[\frac{p R}{P} (a - b \log p R) \right] \cong c_\lambda \log \left[\frac{p R_\lambda}{P_\lambda} (a_\lambda - b_\lambda \log p R_\lambda) \right],$$

woraus wiederum folgt: $E \cong E_\lambda$. Wenn also Gleich. 1, nur mit verschiedenen Constanten, für alle Farben gültig ist, so stellt sich heraus, dass zwei Farben, die bei gegebenen Reizstärken gleich intensiv sind, nicht länger gleich intensiv sein werden, wenn die Reizstärken in demselben Verhältniss wachsen. Dagegen müssen diejenigen Werthe von R und R_λ , welche gleich intensive Farbenempfindungen hervorbringen sollen, die in Gleich. 2 ausgedrückte Bedingung erfüllen. Kennt man also die hierin eingehenden Constanten, so kann man aus der Gleich. 2 — jedenfalls graphisch — die Größe R_λ finden, die einem jeden gegebenen Werth von R entspricht.

Es lässt sich nun unschwer beweisen, dass zwei Farben, die gleich intensive Empfindungen hervorbringen, auch gleich hell erscheinen müssen. Dass eine Empfindung die Intensität E hat, bedeutet nämlich nur, dass zwischen 0 (Null) und E eine Anzahl E ebenmerklich verschiedener Empfindungen liegt¹⁾. Wenn also zwei Empfindungen verschiedener Qualität dieselbe Intensität haben, so ist ihre »Entfernung« von Null, von der vollständigen Dunkelheit, dieselbe. Dies kann kaum anders aufgefasst werden, als dass die Empfindungen identisch sind, wenn man von der specifischen Farbenwirkung abstrahirt, oder mit anderen Worten: die Farben erscheinen gleich hell. Meines Erachtens liegt in dieser Betrachtung nur etwas Selbstverständliches; will man die Richtigkeit derselben aber nicht zugeben, so kann man die Annahme, dass gleich intensive Farbenempfindungen auch dieselbe Helligkeit haben, als eine wenigstens nicht unwahrscheinliche Hypothese aufstellen. Es wird nun im Folgenden unsere

1) A. a. O., S. 10.

Aufgabe sein, diese Hypothese einer experimentellen Prüfung zu unterwerfen.

Von der genannten Annahme ausgehend, müssen wir also untersuchen, inwiefern Gleich. 2 von solchen Werthen der Reize R und R_λ befriedigt wird, welche erfahrungsgemäß gleich hellen Farben entsprechen. Eine Reihe derartiger correspondirender Werthe von R und R_λ für verschiedene Farben zu bestimmen, ist mit besonderen Schwierigkeiten nicht verbunden. Eine umfangreiche und gewiss sehr genaue Reihe solcher Messungen ist schon von König¹⁾ ausgeführt, so dass neue experimentelle Bestimmungen überflüssig zu sein scheinen. Wenn man aber prüfen will, ob die vorliegenden Messungen Gleich. 2 befriedigen, treten Schwierigkeiten hervor. Denn in Gleich. 2 finden sich nicht weniger denn 8 unbekannt Constanten, deren wahrscheinliche Werthe also aus den experimentell gefundenen Zahlen berechnet werden müssen. Wegen der Weise, auf welche die Constanten in der Gleichung vorkommen, wird eine Berechnung derselben sich aber als praktisch undurchführbar zeigen. Nun können die 8 Constanten zwar bis auf 6 reducirt werden, indem man die Gleichung auf folgende Form bringt:

$$\log [R (a - b \cdot \log R)] - \log P = \frac{c_\lambda}{c} \log [R_\lambda (a_\lambda - b_\lambda \cdot \log R_\lambda)] - \frac{c_\lambda}{c} \log P_\lambda.$$

Setzt man also hier:

$$\frac{c_\lambda}{c} = y \quad \text{und} \quad \log P - \frac{c_\lambda}{c} \log P_\lambda = x,$$

so kann die Gleichung geschrieben werden:

$$\log [R (a - b \log R)] = y \cdot \log [R_\lambda (a_\lambda - b_\lambda \log R_\lambda)] + x. \quad (\text{Gleich. 3.})$$

Jetzt kommen außer a , b , a_λ und b_λ nur die beiden Constanten y und x vor, die leicht bestimmt werden können; die vier erstgenannten sind aber unstreitig nicht im geringsten leichter zugänglich geworden. Es ist somit kaum möglich, die Gültigkeit der Gleich. 3 für eine Reihe Messungen zu prüfen, die nur diejenigen Werthe von R und R_λ angibt, welche gleich hellen Farbenempfindungen gegebener

1) Ueber den Helligkeitswerth der Spectralfarben bei verschiedener absoluter Intensität. Helmholtz-Festschrift. 1891. S. 309.

Qualitäten entsprechen. Dennoch ist uns der Weg nicht vollständig abgeschnitten, die Gültigkeit der Gleichung zu untersuchen; es ist nur außer den erwähnten Messungen eine Reihe fernerer Bestimmungen erforderlich. Man hat nämlich wie bekannt:

$$T_m = a - b \cdot \log R, \quad (\text{Gleich. 4.})$$

wo T_m die Zeit bezeichnet, während welcher ein Reiz von der Intensität R einwirken muss, um das Maximum der Empfindung hervorzurufen¹⁾. Wenn man also für verschiedene Werthe von R die entsprechenden Werthe T_m findet, so können a und b mittelst dieser Reihe von Messungen berechnet werden. Sind dergleichen Bestimmungen für verschiedene Farbenqualitäten durchgeführt, so können die jeder einzelnen Wellenlänge entsprechenden Werthe von a und b berechnet werden, und setzt man danach diese Größen in Gleich. 3 ein, so erübrigen nur die Constanten y und x , die mittelst der correspondirenden Werthe R und R_λ bestimmt werden müssen. Indessen fordert die directe Bestimmung von T_m einen recht complicirten Apparat, wie den seinerzeit von Exner angewandten, und außerdem sind diese Messungen sehr schwierig, weshalb es nicht leicht wird, die wünschenswerthe Genauigkeit zu erreichen²⁾. Es wird daher besser sein, T_m indirect zu bestimmen. Die folgende Betrachtung zeigt, wie dies durchgeführt werden kann.

Wenn eine Scheibe mit hellen Sektoren von der Größe h° und lichtlosen Sektoren von der Größe s° hinreichend schnell rotirt, so wird sie dieselbe Empfindung hervorrufen, als wenn die ganze Scheibe eine Intensität hätte, die dem Bruchtheil $\frac{1}{n} = \frac{h}{h+s}$ der Intensität R der hellen Sektoren entspräche. Ferner wissen wir, dass die Intensität einer Lichtempfindung durch das Product der Reizstärke und der Reizdauer bestimmt ist³⁾. Wenn also die Reizdauer des hellen Sectors t_h ist, dann hat man:

$$R \cdot t_h = \frac{R}{n} \cdot T_m. \quad (\text{Gleich. 5.})$$

1) Die physischen Aequivalente. S. 88.

2) Ueber die zu einer Gesichtswahrnehmung nöthige Zeit. Sitzungsber. d. Wiener Akad. LVIII. 1868.

3) Die physischen Aequivalente. S. 86.

Dass man hier T_m als Reizdauer für den Reiz $\frac{R}{n}$ annehmen kann, liegt einfach darin begründet, dass die Empfindung, wenn sie während der Zeit T_m ihr Maximum erreicht hat, sich nur unwesentlich ändert, wenn die Reizdauer beliebig größer genommen wird¹⁾. Mittelst einer Scheibe von gegebenem Sectorenverhältniss kann t_h nun leicht bestimmt werden für verschiedene Werthe des R , indem man die Rotationszeit der Scheibe der kritischen Periode eben gleich macht. Wählt man z. B. eine Scheibe mit gleich großen hellen und lichtlosen Sectoren, so wird also $\frac{1}{n} = \frac{1}{2}$. Die Werthe, welche in diesem Falle für t_h gefunden werden, habe ich früher mit dem Buchstaben τ bezeichnet, und für die Variationen des τ bei Variation von R wurde der folgende Ausdruck gefunden²⁾:

$$\tau = k - k_1 \log R.$$

Setzt man also in Gleich. 5: $n = 2$ und $t_h = \tau$, so hat man:

$$R \cdot T_m = 2R\tau.$$

Wenn aber der Reiz $2R$ in der Zeit τ einwirkt, so ist:

$$\tau = k - k_1 \log 2R,$$

also hat man:

$$R \cdot T_m = 2R (k - k_1 \log 2R)$$

oder:

$$T_m = 2(k - k_1 \log 2) - 2k_1 \log R. \quad (\text{Gleich. 6.})$$

Wird Gleich. 6 mit Gleich. 4 verglichen, so sieht man, dass:

$$a = 2(k - k_1 \log 2) \quad (\text{Gleich. 7.})$$

und:

$$b = 2k_1. \quad (\text{Gleich. 8.})$$

Wie ich a. a. O. nachgewiesen habe, kann man mit großer Leichtigkeit und Genauigkeit die den verschiedenen Werthen von R entsprechenden Größen des τ bestimmen; folglich können k und k_1 mit hinreichender Sicherheit berechnet werden und daraus wiederum a

1) A. a. O., S. 87. Vgl. jedoch S. 88 Anm.

2) A. a. O., S. 37.

und b mittelst Gleich. 7 u. 8. Wenn aber diese Constanten auf die angegebene Weise für eine Reihe Farben verschiedener Wellenlänge bestimmt worden sind, wird die nähere Prüfung der Gleich. 3 keine besondere Schwierigkeit darbieten.

Wir können nun zuvörderst die Richtigkeit dieser Ausführungen prüfen, indem wir einen Ausdruck dafür suchen, wie t_h mit der Größe des hellen Sectors variirt. Statt der absoluten Größe, h° , des hellen Sectors können wir indessen leichter $\frac{1}{n}$ bestimmen, denjenigen Bruchtheil, welchen der helle Sector von der gesammten Größe der Sektoren ausmacht. Ein solcher Ausdruck kann aus Gleich. 5 u. 6 abgeleitet werden. Aus Gleich. 5 kann nämlich die Größe des t_h durch $\frac{R}{n}$ und das entsprechende T_m ausgedrückt werden. Wenn aber der Reiz die Intensität $\frac{R}{n}$ hat, so ist Gleich. 6 zufolge:

$$T_m = 2(k - k_1 \log 2 - k_1 \log R + k_1 \log n).$$

Wird dies in Gleich. 5 eingesetzt, so erhält man:

$$t_h = \frac{2}{n} (k - k_1 \log 2 - k_1 \log R + k_1 \log n). \quad (\text{Gleich. 9.})$$

Es handelt sich also nur darum, die Richtigkeit der Gleich. 9 zu prüfen, indem man die aus derselben berechneten Werthe t_h mit denjenigen vergleicht, welche durch Messung bestimmt werden. Eine Reihe Messungen dieser Art habe ich schon früher mitgetheilt¹⁾. Aus der a. a. O. gegebenen Tabelle wähle ich die größte Versuchsreihe, die mit einer Scheibe von 4 Sektoren angestellt wurde. In der nachstehenden Tabelle I ist unter h° die Größe der hellen Sektoren angegeben; in der folgenden Columne sind die Werthe $\frac{1}{n}$, und danach unter t_h die gefundenen Zeitgrößen enthalten. Um ferner t_h aus Gleich. 9 berechnen zu können, müssen wir R , k und k_1 kennen. Bei den in Rede stehenden Messungen war $R = 18416$, $k = 47,6$ und $k_1 = 6,035$ ²⁾. Werden diese Größen in Gleich. 9 eingesetzt, so findet man:

$$t_h = \frac{1}{n} (40,1 + 12,07 \log n).$$

1) A. a. O., S. 32.

2) A. a. O., S. 30 u. 37.

Man braucht also nur successiv die in Tabelle I angeführten verschiedenen Werthe des $\frac{1}{n}$ einzusetzen, um t_h berechnen zu können. Die so gefundenen Größen sind in Tabelle I unter der Ueberschrift » t_h ber.« angegeben, und danach sind unter f die Differenzen zwischen den gemessenen und den berechneten Werthen t_h angeführt. Es erweist sich, dass bis $\frac{1}{n} = \frac{1}{2}$ vollständige Uebereinstimmung zwischen Messung und Berechnung stattfindet; von diesem Punkte aus wachsen aber die Abweichungen sehr stark, indem die gemessenen t_h viel größer als die berechneten sind. Es ist indessen leicht ersichtlich, dass diese Nichtübereinstimmung gar nicht beweist, dass Gleich. 9 unrichtig ist. Denn t_h bezeichnet die Zeit, während welcher der helle

Tabelle I.

h°	$\frac{1}{n}$	t_h	t_h ber.	f
170	$\frac{17}{18}$	72,2	38,1	+ 34,1
160	$\frac{8}{9}$	54,2	36,2	+ 18,0
150	$\frac{5}{6}$	48,8	34,2	+ 14,6
135	$\frac{3}{4}$	40,9	31,2	+ 9,7
120	$\frac{2}{3}$	31,0	28,1	+ 2,9
105	$\frac{7}{12}$	26,7	25,0	+ 1,7
90	$\frac{1}{2}$	21,2	21,9	— 0,7
75	$\frac{5}{12}$	18,3	18,6	— 0,3
60	$\frac{1}{3}$	14,5	15,3	— 0,8
45	$\frac{1}{4}$	11,6	11,9	— 0,3
30	$\frac{1}{6}$	8,2	8,3	— 0,1
20	$\frac{1}{9}$	6,0	5,7	+ 0,3
10	$\frac{1}{18}$	3,9	3,1	+ 0,8

Sector auf die Netzhaut einwirkt, wenn die Rotationszeit eben der kritischen Periode gleich ist; t_h gibt somit die langsamste Bewegung an, die die Scheibe haben kann, wenn sie ein gleichartiges Aussehen darbieten soll. Eine rotirende Scheibe verändert aber, wie bekannt, ihr Aussehen nicht, wenn die Rotationszeit kürzer als die kritische Periode gemacht wird. Da die gemessenen Werthe t_h , für $\frac{1}{n} > \frac{1}{2}$, größer als die berechneten sind, so wird die Scheibe also thatsächlich

dasselbe Aussehen darbieten, wenn die Rotationszeit so stark verkürzt wird, dass der helle Sector nur während einer dem berechneten Werth des t_h gleichen Zeit auf das Auge einwirkt. Die Abweichung zwischen Messung und Berechnung zeigt also nur, dass für $\frac{1}{n} > \frac{1}{2}$ andere Verhältnisse in Rechnung gezogen werden müssen. Es ist auch leicht verständlich, dass die kritische Periode einer Scheibe, deren dunkle Sektoren kleiner als die hellen sind, mehr von der Dauer der Unterbrechung als von der Reizdauer abhängig wird. Eine vollständige Formel für t_h , die für alle Werthe von $\frac{1}{n}$ Uebereinstimmung zwischen Messung und Berechnung ergibt, muss daher unzweifelhaft die Dauer der Unterbrechung berücksichtigen. Die nothwendige Grundlage einer mathematischen Behandlung dieses Problems liegt noch nicht vor, und es würde uns gar zu weit führen, hier diese Frage zu verfolgen. Vorläufig können wir also nur feststellen, dass Gleich. 9 mit großer Annäherung bis $\frac{1}{n} = \frac{1}{2}$ gilt. Dies ist indessen nicht ohne Bedeutung, weil wir dadurch ein bequemes Mittel erhalten, um zu prüfen, inwiefern die im Vorhergehenden aufgestellten Formeln auch für die eigentlichen Farben gelten.

Unsere erste Aufgabe im Folgenden ist nun, zu untersuchen, wie die Größe τ für verschiedene Spectralfarben mit R variirt. Aus solchen Messungen können wir nämlich die für alle späteren Untersuchungen nothwendigen Größen k und k_1 berechnen. Zu diesen und andern optischen Messungen habe ich einen besonderen Apparat construirt, der wegen seiner vielseitigen Anwendbarkeit wohl ein optischer Universalapparat genannt werden darf. Mit der Einrichtung desselben werden wir uns nun zuerst beschäftigen.

Ein optischer Universalapparat.

Die wesentlichsten Theile des Apparates sind in Fig. 1 schematisch dargestellt. Ein stark gebauter, auswendig und inwendig mattschwarz angestrichener Kasten, 52 cm lang, 42 cm breit und 65 cm hoch, trägt an der Vorderseite einen Balken DD . Dieser, sowie die Vorderseite des Kastens sind von drei kreisrunden Löchern, deren Durchmesser

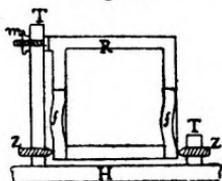
parallel austritt. Das Licht wird dann von den drei gleichseitigen, 5 cm hohen Prismen P_1 , P_2 und P_3 aus schwerem Flintglas gebrochen. Die Prismen sind auf kleine, mit Stellschrauben versehene Tische montirt, damit die brechenden Kanten den Collimatorspalten genau parallel gestellt werden können. Die Prismen sowie die im Folgenden beschriebenen Theile des Apparates stehen auf einem Boden, der unmittelbar unter den Collimatorrohren so angebracht ist, dass er nöthigenfalls herausgenommen und wieder in derselben Stellung festgeschraubt werden kann. Die Stellschrauben der Prismen passen in kleine konische Vertiefungen dieses Bodens hinein, damit auch jedes Prisma für sich herausgenommen und wieder in der früheren Stellung eingesetzt werden kann. Die aus den Prismen tretenden Farbenstrahlen werden von drei kleinen Spiegeln, p_1 , p_2 und p_3 , reflectirt, so dass sie das Objectiv O eines kleinen Fernrohres von 11 cm Länge treffen. Im Brennpunkt B des Objectivs ist eine Spalte, 0,5 mm breit und 2 mm hoch; das durch B beobachtende Auge sieht dann die Blendenöffnungen der Collimatorlinsen von der Farbe erleuchtet, welche die Spiegel p_1 — p_3 gerade nach O reflectiren; die Größe des Gesichtsfeldes ist $12,5^\circ$. Was man im Fernrohre sieht, hängt also, wie leicht verständlich, nur davon ab, wie die Spiegel geordnet sind, und die vielseitige Anwendung des Apparates beruht eben auf den vielen Variationen, die hier möglich sind. Im Folgenden sollen verschiedene Anwendungen eingehend besprochen werden; die Möglichkeiten des Apparates sind aber keineswegs damit erschöpft.

Um jeden beliebigen Farbenstrahl nach O reflectiren zu können, müssen die Spiegel beweglich sein. Sie sind deshalb an Hebeln, H_1 , H_2 und H_3 , befestigt, deren Drehungspunkte den Collimatorlinsen nahe liegen, was nothwendig ist, damit die reflectirten Strahlen immer das Objectiv O und nicht, bei Drehung der Spiegel, neben dasselbe treffen. Die Drehung der Hebel wird durch die Schrauben g ausgeführt; die Spiralfedern h sorgen dafür, dass die Hebel immer den Bewegungen der Schrauben in beiden Richtungen folgen. Die Spiegel müssen genau vertical, den Spalten s_1 — s_3 und den Prismenkanten

Gesichtsfeld beliebig größer oder kleiner erhalten kann. Dies wird zwar erreicht, kommt aber wenig in Gebrauch, und besonders bei größerer Lichtstärke entstehen leicht störende Reflexe zwischen den Linsen des Doppelapplanates; gewöhnliche Fernrohrobjective sind deshalb vorzuziehen.

parallel, stehen, außerdem leicht herausgehoben und wieder eingesetzt werden können. Dies wird dadurch erreicht, dass sie von besonderen Spiegelhaltern, wie ein solcher in der Fig. 2 in größerem Maßstabe abgebildet ist, getragen werden. Auf dem Hebel H sind die beiden senkrechten Ständer T fest angebracht. Zwischen den Ständern dreht sich der metallene Rahmen R um die durch die Spitzen Z bestimmte Axe. Die Oeffnung des Rahmens ist 4 cm hoch und breit, der

Fig. 2.



Rahmen selbst ungefähr 5 mm breit und auf der einen Seite plangeschliffen. Gegen diese Seite drücken die beiden Federn f sanft, so dass ein Spiegel, die unbelegte Seite gegen den Rahmen gekehrt, eingeschoben und von den Federn festgehalten werden kann. Die Spiegel sind 2,5 mm dicke, planparallele, mit Silber belegte und ge-

firnisste Glasplatten; sie messen 5 cm im Quadrat, so dass ihre Größe derjenigen des Rahmens entspricht. Wenn die unbelegte Seite eines solchen Spiegels gegen die plangeschliffene Seite des Rahmens gedrückt wird, so ist die Stellung vollständig gesichert; man kann den Spiegel herausnehmen und wieder einsetzen, ohne eine Veränderung der Stellung befürchten zu müssen. Die senkrechte Stellung des Spiegels, die nothwendig ist, damit die reflectirten Strahlen die feine Spalte B treffen, erreicht man durch Drehung des Rahmens um die Spitzen Z ; die Schraube m oben am Rahmen lässt sich in einem bogenförmigen Ausschnitt im Ständer T verschieben, und wenn die rechte Stellung des Rahmens gefunden ist, wird dieselbe dadurch gesichert, dass die Schraubenmutter m fest angezogen wird. In Betreff der Spiegel ist nur noch zu bemerken, dass sie von vollständig wellen- und streifenfreiem Glas gemacht sein müssen, weil das Licht von der belegten Rückseite reflectirt wird, und folglich die Glasplatte zweimal durchlaufen muss. Es wird deshalb unregelmäßig reflectirt, wenn Blasen und Streifen vorhanden sind, und die Spiegel sind dann unbrauchbar.

Als Lichtquelle dient ein Gasglühlicht, in eine Blende L von schwarzem Eisenblech eingeschlossen. Die Blende hat drei quadratische Fenster von ungefähr 6 cm Seitenlänge, F_1 , F_2 und F_3 , und sie trägt zwei Spiegel, SS , die das Licht von den beiden Seitenfenstern reflectiren, und deren Mittelpunkte sich in einer Entfernung

von 24 cm von einander befinden. Die Blende ist 10 cm von der Spaltebene $s_1—s_3$ fest aufgestellt, so dass jede Spalte, wie die Figur zeigt, von dem aus einem Fenster austretenden Licht erleuchtet wird. Da ein Glühstrumpf keine gleichmäßig leuchtende Fläche darbietet, müssen die Fenster mit fein geschliffenem Mattglas bedeckt sein, sonst sieht man im Fernrohre O nicht eine gleichmäßig leuchtende Fläche, sondern ein Netzwerk von glühenden Drähten mit dunkleren Zwischenräumen. Die Abstufung und Messung des durch die Spalten eintretenden Lichtes geschieht ausschließlich mittelst Dunkelgläser und rotirender Scheiben. Von der Anwendung beweglicher Spalten habe ich deshalb Abstand genommen, weil jede Veränderung der Spaltweite die Zusammensetzung des Lichtes beeinflusst; je größer die Weite der Spalten $s_1—s_3$ ist, um so mehr Licht verschiedener Wellenlänge gelangt durch B in das Auge. Welchen Einfluss diese Veränderung der Zusammensetzung des Lichtes in verschiedenen Fällen haben kann, ist durchaus unberechenbar, und es ist deshalb viel besser, die Spaltweiten nicht zu verändern. Die Dunkelgläser in Verbindung mit dem Episkotister reichen vollständig aus, um eine genau messbare Abstufung des Lichtes zu erzielen.

Graue Dunkelgläser, die nur das Licht schwächen, ohne es zu färben, können leicht in jeder beliebigen Helligkeitsstufe photographisch hergestellt werden. Ich verwende dazu gewöhnliche Diapositivplatten, 8×8 cm groß, die zur Herstellung von Laternenbildern Anwendung finden. Die Platten werden bei künstlicher Beleuchtung kürzer oder länger exponirt, je nach der zu erzielenden Dunkelheit, und danach wie gewöhnlich entwickelt. Hierzu habe ich eine frisch bereitete, stark verdünnte alkalische Lösung von Eikonogen gebraucht; jeder andere Entwickler kann aber unzweifelhaft mit demselben Erfolg Anwendung finden, nur darf die Lösung keine Spur von Bromkalium enthalten, weil die Dunkelgläser dadurch röthlich gefärbt werden und folglich für unsere Zwecke unbrauchbar sind. Nach der Entwicklung und Fixirung müssen die Platten sorgfältig stundenlang in fließendem Wasser ausgewaschen und danach gleichmäßig getrocknet werden. Die dünne, leicht verletzbare Schicht wird mittelst eines Deckglases geschützt, das mit einem starken leinenen Bande am Rande verklebt wird. Von solchen Dunkelgläsern habe ich eine ganze Reihe hergestellt, deren Absorptionscoefficienten zwischen 0,54 und 0,00019

liegen; durch Zusammenlegung zweier Gläser kann eine noch größere Abschwächung des Lichtes erreicht werden; wir haben Combinationen gebraucht, deren Absorptionscoëfficienten bis auf 0,0000087 herabgingen. Wie die Absorptionscoëfficienten zu bestimmen sind, wird unten besprochen werden, wenn wir zur Anwendung des beschriebenen Apparates kommen.

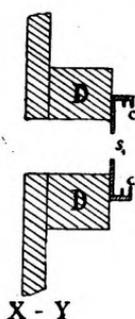
Die feineren Abstufungen des Lichtes können mittelst des Episkotisters in genau messbarer Weise ausgeführt werden. Bekanntlich ist es aber sehr zeitraubend, mit diesem Apparate zu arbeiten, und noch schlimmer ist es, dass man mit demselben eine schnelle, continuirliche Variation der Lichtstärke, die für viele optische Untersuchungen durchaus nothwendig ist, gar nicht zu Stande bringen kann. Um die Anwendung des Episkotisters möglichst zu beschränken, habe ich daher keilförmige Dunkelgläser hergestellt. Diese werden wie die anderen Dunkelgläser auf photographischem Wege gemacht. Eine Diapositivplatte steht hinter einem dunklen Schirm und wird mittelst einer Triebvorrichtung langsam mit gleichmäßiger Geschwindigkeit hervorgeschoben. Die einzelnen Partien der Platte werden auf diese Weise verschieden lang exponirt; die zuerst hervortretende Kante am längsten, die zuletzt hervortretende am wenigsten lang, und nach der Entwicklung und Fixirung hat man ein Glas, das einen eben so sanften Uebergang von Hell bis Dunkel zeigt, als ob ein Dunkelglas keilförmig zugeschliffen wäre. Solche Verdunkelungskeile können in allen möglichen Abstufungen, durch Variation der Lichtstärke und der Schnelligkeit des Hervorrückens hergestellt werden. Wenn ein Verdunkelungskeil mit einer in Millimeter getheilten Scala versehen ist, kann man leicht denjenigen Punkt bestimmen, der sich eben vor dem Spalt des Collimators befindet, und die Abschwächung des Lichtes dadurch ebenso genau wie mit dem Episkotister messen. Vor dem Episkotister haben die Verdunkelungskeile außerdem den augenscheinlichen Vortheil, dass man sie vor dem Collimatorspalt hin- und herschieben und dadurch eine schnelle continuirliche Variation der Lichtstärke erzielen kann. Selbstverständlich muss darauf geachtet werden, dass der Spalt in seiner ganzen Länge gleichmäßig beleuchtet wird, was erfordert, dass die Schneide des Verdunkelungskeiles immer dem Spalt parallel ist. Dies wird aber leicht auf eine Weise erreicht, die durch Fig. 3 erläutert wird.

Die Zeichnung stellt einen senkrechten Schnitt in der Ebene $X-Y$ dar; oberhalb und unterhalb des Spaltes s_1 sieht man hier zwei Paar Rinnen ee , die zur Aufnahme der Dunkelgläser dienen. In die inneren Rinnen werden die gewöhnlichen Dunkelgläser hineingesteckt; in den äußeren, schmalen können die Keile hin und her geschoben werden. Gerade vor den Spalten sind Marken angebracht, die denjenigen Theilstrich der Millimeterscala des Keiles angeben, welcher sich eben vor dem Spalt befindet. Wie der dem abgelesenen Theilstrich der Scala entsprechende Absorptionscoefficient des Keiles bestimmt werden kann, soll gleich unten besprochen werden.

Zur Bestimmung der Wellenlänge der Farbenstrahlen, welche durch B hindurchgehen, dient ein Spektroskop, Sp , mit Wellenlängenscala. 70 cm von B entfernt steht eine große Linse, l , mit kurzer Brennweite; diese Linse concentrirt das Licht auf den Spalt des Spektroskops, und man sieht also in demselben ein kurzes farbiges Band, dessen mittlere Wellenlänge leicht mittelst der Scala bestimmt wird. Da der ins Spektroskop eintretende Lichtkegel äußerst schmal ist, wird es möglich, durch Drehung des Apparates die Lage des farbigen Bandes auf der Scala innerhalb kleiner Grenzen zu variiren. Man muss also dafür Sorge tragen, dass das Spektroskop richtig steht, so dass das farbige Band auf dem Theilstrich der Scala liegt, welcher seiner Wellenlänge entspricht. Dies wird leicht erreicht, wenn man Licht von bekannter Wellenlänge ins Spektroskop fallen lässt und den Apparat dreht, bis das farbige Band auf dem rechten Theilstrich liegt. Man setzt also z. B. eine mit Natrium gefärbte Spiritusflamme dicht vor den Spalt s_1 , dreht den Hebel H_1 , bis das durch B blickende Auge den Spiegel p_1 gelb leuchtend sieht; im Spektroskop soll jetzt der kleine gelbe Streifen den Theilstrich 589 decken. Um spätere Verschiebungen zu verhindern, werden dann Spektroskop, Linse sowie alle übrigen Theile des Apparates festgeschraubt.

Endlich muss noch erwähnt werden, dass die Decke des Kastens etwas über B vorragt, und von diesem Vorsprung hängt ein lichtdichtes, schwarzes Tuch bis zum Boden herab. Dies Zelt hält alles fremde Licht vom Auge des Beobachters ab; übrigens ist der ganze

Fig. 3.



Apparat im Dunkelzimmer aufgestellt, wo die Wände und alles Inventar schwarz angestrichen sind. Unter diesen Umständen wird es möglich, die Untersuchungen bis zur Schwelle hinab durchzuführen.

Wir können jetzt zu den Anwendungen des Apparates übergehen. Wenn alle drei Prismen hinter den Collimatoren stehen, können Farbmischungen mit ungemischten Farben verglichen werden. Zu diesem Zwecke setzt man bei p_3 einen belegten Spiegel, bei p_2 eine unbelegte Glasplatte ein, während p_1 wieder ein belegter Spiegel ist, dessen Höhe aber nur die Hälfte der beiden anderen Spiegel beträgt. Das durch B blickende Auge sieht dann das Gesichtsfeld durch einen horizontalen Durchmesser in zwei halbkreisförmige Theile getheilt; die beiden Hälften grenzen unmittelbar aneinander, nur durch eine feine dunkle Linie, die obere Kante des vordersten Spiegels, getrennt. Das Licht der oberen Hälfte kommt von p_3 und p_2 , ist also eine Mischung der von diesen Spiegeln reflectirten Farben; die untere Hälfte enthält nur das von p_1 reflectirte, also ungemischte Licht. Es leuchtet ohne weiteres ein, dass man durch Drehung der drei Hebel nach und nach alle Farben des Spektrums miteinander mischen und die Mischung mit jeder reinen Spektralfarbe vergleichen kann. Will man dagegen zwei ungemischte Farben mit einander vergleichen, so braucht man nur einen undurchsichtigen Schirm vor den Spalt s_2 zu setzen und den Spiegel p_2 wegzunehmen. Bei dieser Anordnung kann man die Unterschiedsempfindlichkeit entweder für Farbentöne gegebener Intensität oder für Intensitätsvariationen desselben Farbentons untersuchen. Auch als Spektrophotometer für physikalische Zwecke kann diese Anordnung dienen. Man stellt dann die beiden Hälften des Gesichtsfeldes auf genau dieselbe Farbe ein, was mittelst des Spektroskopes Sp leicht ausgeführt werden kann, und man kann nun z. B. den Absorptionscoëfficienten eines Objectes für verschiedene Farben bestimmen, indem das Object vor den einen und Dunkelgläser vor den andern Spalt gebracht werden. Setzt man an Stelle des Objectes ein Dunkelglas und bringt man die Verdunkelung des anderen Spaltes mittelst des Episkotisters zu stande, so kann man auf diese Weise seine Dunkelgläser auf elective Absorption untersuchen. Da die dunkelsten der photographisch hergestellten Dunkelgläser einen leichten gelbbraunen Ton zeigen, habe ich die Absorptions-

coëfficienten für orangegelb und blau bestimmt, ohne jedoch einen messbaren Unterschied finden zu können.

Wir sind indess nicht ausschließlich darauf angewiesen, mit Spektralfarben zu arbeiten; weißes Licht kann sowohl in Verbindung mit Farben als auch allein zur Anwendung kommen. Wünscht man z. B. Complementärfarben aufzusuchen, so ist weißes Vergleichlicht nothwendig. Bei p_3 und p_2 haben wir in diesem Falle die früher erwähnte Combination von Spiegeln fürs Farbemischen; p_1 wird dagegen weggenommen und ebenso das Prisma P_1 . Ein kurzer Hebel W_1 mit Spiegelhalter, genau wie die Hebel H_1 — H_3 eingerichtet, wird dafür eingesetzt. Der Drehpunkt desselben liegt da, wo die Axe des Collimators C_1 die Axe des Fernrohrs schneidet. Auf diesem Hebel wird ein kleiner Spiegel von 2 cm Höhe befestigt, und mittelst einer Schraube wird der Hebel so gedreht, dass der Spiegel voll beleuchtet erscheint. Im Gesichtsfeld hat man dann oben die Farbmischung und unten weißes Licht, das übrigens, um der Complementärfarbenmischung gleich zu sein, durch eine Lösung von schwefelsaurem Kupferammoniak entfärbt werden muss.

Als gewöhnliches Photometer kann man endlich den Apparat gebrauchen, wenn man alle Prismen und Spiegel — außer dem bei W_1 — entfernt, den Spalt s_2 mit einem Schirm verschließt und hinter dem Collimator C_3 einen Hebel W_2 , dem Hebel W_1 gleich, einsetzt. Wenn auf W_2 ein großer belegter Spiegel angebracht wird, haben die obere und untere Hälfte des Gesichtsfeldes genau dieselbe Helligkeit, und setzt man nun z. B. vor s_3 ein Dunkelglas, so kann man die Absorption desselben mittelst eines Episkotisters vor s_1 bestimmen. Unter diesen Umständen, wenn man zwei aneinander grenzende Flächen auf ihre Helligkeit vergleicht, ist die Unterschiedsempfindlichkeit bekanntlich nicht besonders groß. Die Beurtheilung wird leichter, die Messung mithin genauer, wenn die eine Fläche von der anderen umgeben ist. Dies wird erreicht, wenn man statt des kleinen Spiegels bei W_1 einen großen einsetzt, in dessen Mitte die silberne Belegung auf einem kleinen kreisrunden Fleck entfernt worden ist. Die beiden Spiegel bilden dann im Verein ein Bunsen'sches Photometer, wo der Stearinleck des Papiers durch die unbelegte Stelle des vorderen Spiegels ersetzt ist. Mit dieser Vorrichtung, die sich selbstverständlich auch für farbiges Licht verwenden lässt, können die

photometrischen Bestimmungen sehr genau ausgeführt werden. Dies ist auch durchaus nothwendig, wenn es sich um die Messung der Absorptionscoefficienten der fein abgestuften Verdunkelungskeile handelt. Ich verfuhr dabei auf die folgende Weise.

Es wurde zuvörderst eine Reihe von Episkotisterscheiben mit Ausschnitten bestimmter Größe hergestellt. Diese wurden nach und nach auf dem Episkotister, der vor dem Spalt s_3 stand, angebracht, und der Beobachter, der seinen Arm durch ein Loch im Zelttuche hinausstecken konnte, schob den vor s_1 stehenden Keil hin und her, bis die beiden Theile des Gesichtsfeldes gleich hell erschienen. Ein Assistent las den Theilstrich, der jedesmal vor dem Spalt stand, ab. Wenn man so verfährt, wird die zeitraubende Umstellung der Sectorengröße vermieden und die Einstellungen werden viel genauer. Sind auf diese Weise die Absorptionscoefficienten für sechs bis acht Punkte des Keiles bestimmt, so kann man sie graphisch aufzeichnen und durch eine Curve verbinden; der Absorptionscoefficient für jeden Theilstrich lässt sich hierauf mit hinreichender Genauigkeit ablesen. Fordert man indessen eine größere Genauigkeit, als auf diese Weise erreicht werden kann, so können die Absorptionscoefficienten auch berechnet werden, indem man gleichzeitig die unvermeidlichen Beobachtungsfehler ausgleicht. Es sei α_n der Absorptionscoefficient am n ten Theilstrich des Keiles. Wenn der Keil auf die oben besprochene Weise hergestellt ist, wird dann, der Theorie der Photographie zufolge, die folgende Gleichung gültig sein:

$$\log \alpha_n = x - y \cdot \log n.$$

Hier sind x und y zwei Constanten, die aus den vorliegenden Messungen berechnet werden müssen. Ist dies geschehen, so kann der Absorptionscoefficient für jeden Theilstrich aus der Gleichung berechnet werden. Ich habe die Gültigkeit der Gleichung für einen 160 mm langen Keil geprüft und fast vollständige Uebereinstimmung zwischen Messung und Berechnung gefunden.

Für die gleich im Folgenden zu beschreibenden zeitmessenden Untersuchungen habe ich denselben Rotationsapparat angewandt, der bei meinen früheren Versuchen derselben Art gebraucht wurde¹⁾.

1) A. a. O., S. 26.

Der Apparat stand vor dem Spalt s_1 , so dass der Beobachter ihn selbst leicht in Bewegung setzen konnte. Soll eine möglichst genaue Bestimmung der kritischen Perioden erreicht werden, so ist es nothwendig, dass der Spalt nicht allmählich, sondern plötzlich geschlossen wird. Dies erfordert, dass die Rotationsaxe der Scheibe sich in der Ebene befindet, die durch den Spalt und die Axe des Collimatorrohrs bestimmt ist. Dann wird die Grenzlinie des vorrückenden undurchsichtigen Sectors im Moment des Schließens dem Spalt genau parallel sein, wodurch das Licht dem Spalt plötzlich entzogen wird. In diesem Falle tritt das Flackern der Scheibe im Gesichtsfelde viel schärfer auf, als wenn der Spalt allmählich geschlossen wird; man kann das Flackern länger verfolgen als unter andern Umständen, und die gemessenen Periodeconstanten werden möglichst kurz. Es hat sich herausgestellt, dass eben diese kleinsten Werthe für die ferneren Berechnungen zu Grunde gelegt werden müssen.

Die Steigungscoefficienten der Farben.

Mittelst des beschriebenen Apparates werden wir jetzt τ für eine Reihe verschiedener Spektralfarben, und für jede derselben wiederum bei verschiedenen Werthen der objectiven Intensität R_λ bestimmen, so dass wir aus diesen Messungen die Größen k und k_1 in der Formel

$$\tau = k - k_1 \cdot \log R_\lambda$$

berechnen können. Welche Größe wir hier als Einheit des R_λ wählen, ist eigentlich gleichgültig; wir können sehr wohl für jede Farbe einen willkürlichen Werth der objectiven Intensität als Einheit nehmen. Es wird jedoch immer am natürlichsten sein, die Einheiten so zu wählen, dass alle Farben bei einem bestimmten Werth des R_λ gleich hell erscheinen, und außerdem dieselbe Helligkeit haben wie diejenige Weißempfindung, welche man erhält, wenn die objective Intensität des weißen Lichtes $R = R_\lambda$. Wir wählen also die Einheiten sämtlicher objectiven Intensitäten so, dass Gleich. 2 befriedigt wird, wenn man für R und R_λ dieselbe Zahl setzt, ohne Rücksicht auf die Wellenlänge der Spektralfarben. Und wiederum ist es am natürlichsten, dass derjenige Werth des R und R_λ , bei welchem alle Farben gleich hell erscheinen, als Einheit genommen wird. Wir geben mit

andern Worten die objective Intensität aller Farben in »isoluciden« Einheiten an, so dass Gleich. 2 für jede Spektralfarbe befriedigt sein wird, wenn $R = R_\lambda = 1$.

Die Bestimmung der isoluciden Einheiten kann natürlich nur durch directe Vergleichung geschehen. Man schwächt z. B. das weiße Licht in einem ein für allemal festgestellten Verhältniss ab und sucht für jede Spektralfarbe die Abschwächung, die nöthig ist, um der Farbe die Helligkeit der Weißempfindung zu geben. Diese Abschwächungen sind selbstverständlich von der Lichtquelle und von der Dispersion des Prismas abhängig und außerdem individuell verschieden; sie müssen also von jedem Beobachter besonders bestimmt werden. Da alle anderen Werthe des R und R_λ in den isoluciden Einheiten ausgedrückt werden sollen, müssen diese sehr sorgfältig festgestellt werden. Es ist deshalb am besten, die Einheit in der Nähe der Schwelle zu wählen, weil alle Farben, außer Roth, bei hinreichend geringer Intensität nur eine Weißempfindung hervorrufen, wodurch die Einstellung auf Gleichheit sehr erleichtert wird. Allerdings wird auch die Unterschiedsempfindlichkeit um so geringer, je weiter man herabgeht, und es kommt also darauf an, eine passende Größe zu wählen. Die als Einheit genommene Intensität des weißen Lichtes war für mein Auge ungefähr fünfmal größer als die Reizschwelle; meine Einheiten entsprechen deshalb fast genau der von König mit A bezeichneten Intensitätsstufe¹⁾. Die Einheiten wurden für die folgenden Spektralfarben bestimmt: $\lambda = 656, 622, 590, 560, 535, 510, 486, 470, 448$ und 430 , indem für jede der betreffenden Farben diejenige Combination von Dunkelgläsern gesucht wurde, die nöthig war, um die Farbe auf die Helligkeit des als Einheit gewählten weißen Lichtes zu reduciren. Sind diese Combinationen einmal bestimmt, so kann man aus den bekannten Absorptionscoëfficienten der Gläser leicht berechnen, wie eine gegebene Farbe geschwächt werden muss, um eine beliebige Intensität zu erhalten.

Es wurde danach für jede Farbe k bestimmt. Der Formel:

$$\tau = k - k_1 \cdot \log R_\lambda$$

zufolge ist k der Werth, den τ für $R_\lambda = 1$ annimmt; k ist mit andern Worten die Größe der Periodenconstante bei Einheit der

1) Ueber den Helligkeitswerth der Spektralfarben. S. 360.

Lichtintensität. Zu diesen und den folgenden Messungen wurde eine in acht gleich große Sectoren getheilte Scheibe benutzt. Es zeigte sich, dass k für alle Farben dieselbe Größe besitzt, jedenfalls ließ sich ein messbarer Unterschied nicht constatiren; der mittlere Werth von 110 Bestimmungen war $k = 47,1^{\sigma}$. Ferner wurde τ bestimmt für eine Reihe verschiedener Werthe des R und R_{λ} . Eine Uebersicht über die gefundenen Größen ist in Tabelle II gegeben, die in elf Abtheilungen, den elf Farben entsprechend, zerfällt. Unter R ist die objective Intensität, in der für alle Farben gemeinsamen, isolumiden Einheit ausgedrückt, angegeben, und danach für jede Farbe das gefundene τ . Aus der Gleichung

$$\tau = 47,1 - k_1 \cdot \log R_{\lambda}$$

kann man nun leicht für jede Farbe den wahrscheinlichsten Werth des k_1 bestimmen. Wir werden im Folgenden die so gefundenen Größen k_1 näher betrachten; sie sind in mehreren Beziehungen von großem Interesse. Ist k_1 für jede einzelne Farbe bestimmt, so kann man in den Ausdruck für τ successive die verschiedenen Werthe des R einsetzen und die entsprechenden Werthe des τ berechnen; diese sind in Tabelle II unter » τ ber.« angegeben, und unter f sind wieder die Differenzen zwischen den gemessenen und den berechneten Werthen des τ enthalten. Die Fehler sind, wie ersichtlich, durchgängig sehr klein; der mittlere Fehler sämmtlicher 73 Messungen ist $0,77^{\sigma}$.

Hierbei ist jedoch ein wichtiger Umstand zu beachten: die Formel

$$\tau = k - k_1 \cdot \log R_{\lambda}$$

gilt nicht ohne Beschränkung. Wenn die Intensität des Lichtes zu hoch wird, tritt eine Blendung ein, und dann werden die gemessenen Werthe des τ viel größer, als sie, nach der Formel berechnet, sein sollten. Nennen wir der Kürze halber diejenige objective Intensität, wo die Blendung anfängt, die »Blendungsschwelle«. Diese Blendungsschwelle liegt erfahrungsgemäß für die verschiedenen Farben bei sehr verschiedenen objectiven Intensitäten; sie ist dagegen durch die gleiche subjective Helligkeit der Farbe bestimmt. Für weißes Licht wurde die Blendungsschwelle bei $R = 8192$ gefunden¹⁾, und für die

1) In meinen früheren Versuchen dieser Art war die Blendung noch kaum merklich bei einer sechsmal höheren Intensität; dies ist jedoch in der Versuchsanordnung begründet.

verschiedenen Spektralfarben liegt die Schwelle bei derjenigen objectiven Intensität, wo die Farbe dieselbe Helligkeit hat wie weißes Licht von der Intensität 8192. Um die Berechnungen im Folgenden nicht complicirter zu machen als sie ohnehin sind, habe ich deshalb die Messungen von τ nicht weiter geführt, als soweit wir die Blendung nicht in Rechnung zu ziehen brauchen. In Tabelle II ist die höchste Intensität des weißen Lichtes daher 16384; hier ist die Blendung noch zu gering, um einen merklichen Fehler herbeiführen zu können. Für die Spektralfarben wurden die Messungen nur so weit fortgeführt, dass die Helligkeit der Farbe ungefähr der Helligkeit des weißen Lichtes von der Intensität 16384 gleich war.

Es ist indessen nicht schwer, die Wirkung der Blendung zu berechnen. Da die Blendungsschwelle für alle Farben bei derselben subjectiven Intensität liegt, können wir schließen, dass die Wirkung der Blendung durch eine centrale Hemmung bedingt ist; die Größe derselben muss nach dem psychodynamischen Hemmungsgesetz berechnet werden können¹⁾. Ich gehe hier auf die etwas verwickelten mathematischen Betrachtungen nicht näher ein, da ich dies und ähnliche Probleme in einer anderen Arbeit, »Beiträge zur Psychodynamik der Sinnesempfindungen«, zu behandeln beabsichtige. Als Resultat der Berechnungen stellt sich heraus, dass man oberhalb der Blendungsschwelle die folgende Formel für τ gültig finden muss:

$$\tau = k - k_1 \left(1 - p \log \frac{R}{B}\right) \log R. \quad (\text{Gleich. 10.})$$

Hier bedeutet B die Blendungsschwelle und p ist eine Constante. Löst man die Gleichung mit Bezug auf p , so findet man:

$$p = \frac{1 - \frac{k - \tau}{k_1 \log R}}{\log \frac{R}{B}}.$$

Ob dies richtig ist, können wir nun gleich prüfen. Zu diesem Zwecke habe ich mit weißem Licht die Messungen des τ zu den möglichst hohen Intensitäten hinaufgeführt; die Resultate sind in Tabelle III angegeben. Unter R sind die Lichtintensitäten, unter τ die entsprechenden

1) A. a. O., S. 246.

gemessenen Größen des τ angeführt. Ferner haben wir für weißes Licht $B = 8192$; die dritte Columne gibt den Werth des Bruches $\frac{R}{8192}$ an. Unter p folgen die aus der obigen Gleichung berechneten Werthe; eine größere Uebereinstimmung darf wohl kaum erwartet werden. Nehmen wir den mittleren Werth, 0,119, als den richtigen und setzen denselben in Gleich. 10 ein, so können wir daraus τ berechnen; diese Größen sind in Tabelle III unter » τ ber.«

Tabelle III.

R	τ	$\frac{R}{8192}$	p	τ ber.	f
16384	13,0	2	0,123	12,9	+ 0,1
65536	10,7	8	0,112	10,9	- 0,2
262144	9,8	32	0,121	9,7	+ 0,1
1048576	9,4	128	0,121	9,2	+ 0,2
10485760		1280		9,9	
104857600		12800		12,6	

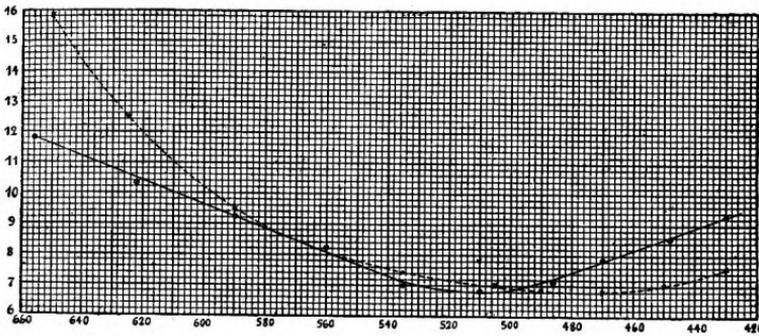
angeführt. Die Differenzen f zwischen Messung und Berechnung sind, wie man sieht, fast verschwindend. Ich habe die Berechnungen etwas weiter geführt, als die Messungen reichen, um zu zeigen, dass die in Gleich. 10 ausgedrückte Curve einen tiefsten Wendepunkt hat; bei den höchsten Intensitäten wächst τ wieder. Dasselbe gilt, wie bekannt, von der Unterschiedsschwelle, und musste deshalb auch hier erwartet werden.

Kehren wir jetzt zu den Werthen k_1 zurück, die wir aus den gemessenen τ -Werthen berechnet haben. Eine Uebersicht über diese Größen ist in Tabelle IV gegeben. Man sieht hier, dass k_1 seinen größten Werth für $\lambda = 656$ hat; mit abnehmender Wellenlänge sinkt die Größe bis zu $\lambda = 510$, wo ein Minimum sich findet; von da aus steigt die Größe wieder gleichmäßig. Wir werden im Folgenden stets für diese Größen k_1 Verwendung haben, und es ist deshalb zweckmäßig, ihnen einen besonderen Namen zu geben. Es wird sich nun bald herausstellen, dass es ausschließlich von der Größe k_1 abhängig ist, in welchem Verhältniss die Empfindung mit dem Reize R wächst oder steigt; es ist daher natürlich, k_1 als den »Steigungs-

coëfficienten« der Farbe zu bezeichnen. Da es ferner häufig nothwendig sein wird, den Steigungscoëfficienten einer bestimmten Farbe anzugeben, werden wir im Folgenden diese Größe für weiß k_w nennen, und für die verschiedenen Farben sie mit der Wellenlänge als Index, z. B. k_{656} bezeichnen.

Um einen besseren Ueberblick über die Variation der Steigungscoëfficienten mit der Wellenlänge zu erhalten, habe ich diese Größen in Fig. 4 graphisch dargestellt. Als Abscisse ist die Wellenlänge, als Ordinate die Größe des k_1 genommen. Jeder berechnete Punkt ist durch einen kleinen Kreis bezeichnet. Durch diese Punkte lässt

Fig. 4.



sich, wie aus der Figur ersichtlich, eine ganz regelmäßige Curve hindurchlegen; nur einzelne Punkte weichen ganz unbedeutend von dieser Linie ab. Da die Abweichungen gewiss von unvermeidlichen, zufälligen Fehlern herrühren, sind die aus der Curve abgelesenen Werthe für die betreffenden Farben unzweifelhaft richtiger; diese Werthe sind in Tabelle IV in der Reihe »corr. k_1 « angeführt, und sie werden im Folgenden allen weiteren Berechnungen zu Grunde gelegt. In Fig. 4 ist ferner die Größe des k_1 für weiß, $k_w = 8,41$ mit einem wagerechten Strich bezeichnet; diese Linie schneidet die Curve in zwei Punkten, die den Wellenlängen 570 und 454 entsprechen. Die zugehörigen beiden Farben haben also denselben Steigungscoëfficienten wie weiß. Endlich findet sich in der Figur eine punktirte Curve, welche die Variation des Steigungscoëfficienten für das Auge König's angibt. Die Curve ist mittelst einer Annäherungsmethode, die ich gleich im Folgenden darlegen werde, aus seinen Bestimmungen der Farben gleicher Helligkeit abgeleitet.

In Tabelle IV sind noch zwei andere Reihen von Werthen aufgeführt, nämlich theils die Steigungscoefficienten auf k_w als Einheit bezogen, also die Brüche $\frac{k_1}{k_w}$, theils die mittelst Gleich. 7 berechneten Werthe des α . Für diese Größen werden wir Verwendung haben, wenn wir jetzt dazu übergehen, die Gültigkeit der oben entwickelten Formeln für monochromatisches Licht zu prüfen. Eine

Tabelle IV.

$\lambda =$	weiß	656	622	590	560	535	510	486	470	448	430
k_1	8,41	11,77	10,29	9,20	8,18	6,98	6,82	7,13	7,84	8,54	9,26
corr. k_1	8,41	11,77	10,50	9,20	8,00	7,05	6,82	7,27	7,75	8,57	9,26
$\frac{k_1}{k_w}$	1,00	1,40	1,25	1,09	0,95	0,84	0,81	0,86	0,92	1,02	1,10
α	89,1	87,1	87,9	88,7	89,4	90,0	90,0	89,9	89,5	89,1	88,6

solche Prüfung können wir, wie früher erwähnt, leicht mittelst der Gleich. 9 anstellen, welche die Reizdauer t_h des hellen Sectors als Function des Verhältnisses n zwischen den Größen der Sektoren angibt. Um die Prüfung anzustellen, habe ich willkürlich 4 verschiedene Farben gewählt, nämlich $\lambda = 656, 568, 510$ und 458 ; die Intensität jeder Farbe wurde so gewählt, dass sie alle ungefähr gleich hell erschienen. Die betreffenden Werthe des R sind in Tabelle V angeführt, welche in 4 Abtheilungen getheilt ist, deren jede eine der untersuchten Farben umfasst. In den beiden ersten Columnen sind die Gradzahl h° des hellen Sectors und der Bruch $\frac{1}{n}$ gegeben; da die

Scheiben bei diesen Versuchen nur 4 Sektoren hatten, wird $\frac{1}{n} = \frac{1}{2}$ für $h = 90^\circ$. Ferner sind in jeder Abtheilung die gemessenen Werthe t_h angegeben. Wir untersuchen jetzt, ob diese Größen aus Gleich. 9:

$$t_h = \frac{2}{n} (k - k_1 \log 2 - k_1 \log R + k_1 \log n) = \frac{1}{n} (a - 2k_1 \log R + 2k_1 \log n)$$

berechnet werden können. R und k kennen wir für alle Farben; k_1 haben wir für $\lambda = 656$ und 510 gefunden (vgl. Tabelle IV); die beiden anderen müssen dagegen aus der Curve Fig. 4 abgelesen werden. Wir erhalten auf diese Weise $k_{656} = 8,30$ und $k_{458} = 8,20$. Werden demnach die verschiedenen zusammengehörenden Werthe in Gleich. 9 eingesetzt, so erhält man für jede der vier Farben die folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} \lambda = 656, \quad t_h &= \frac{1}{n} (42,8 + 23,54 \log n), \\ \lambda = 568, \quad t_h &= \frac{1}{n} (45,5 + 16,60 \log n), \\ \lambda = 510, \quad t_h &= \frac{1}{n} (45,2 + 13,64 \log n), \\ \lambda = 458, \quad t_h &= \frac{1}{n} (47,5 + 16,40 \log n). \end{aligned}$$

Werden hierin successiv die verschiedenen Werthe des n eingesetzt, so können die entsprechenden Größen t_h berechnet werden.

Tabelle V.

		$\lambda = 656$ $R = 75,9$			$\lambda = 568$ $R = 430$			$\lambda = 510$ $R = 1925$			$\lambda = 458$ $R = 350$		
h°	$\frac{1}{n}$	t_h	t_h ber.	f	t_h	t_h ber.	f	t_h	t_h ber.	f	t_h	t_h ber.	f
90	$\frac{1}{2}$	25,8	25,0	+ 0,8	26,4	25,3	+ 1,1	26,4	24,7	+ 1,7	27,8	26,2	+ 1,6
60	$\frac{1}{3}$	20,4	18,0	+ 2,4	17,7	17,8	- 0,1	16,6	17,2	- 0,6	18,7	18,4	+ 0,3
45	$\frac{1}{4}$	15,2	14,3	+ 0,9	14,0	13,9	+ 0,1	14,0	13,4	+ 0,6	14,0	14,3	- 0,3
20	$\frac{1}{9}$	7,4	7,3	+ 0,1	7,3	6,8	+ 0,5	7,0	6,5	+ 0,5	7,5	7,0	+ 0,5
10	$\frac{1}{18}$	4,0	4,0	0,0	3,8	3,7	+ 0,1	3,9	3,5	+ 0,4	3,8	3,8	0,0
5	$\frac{1}{36}$	2,2	2,2	0,0	2,0	2,0	0,0	1,9	1,9	0,0	2,1	2,0	+ 0,1

Diese sind in Tabelle V unter der Ueberschrift » t_h ber.« gegeben, und unter f die Differenzen zwischen den gemessenen und den berechneten Größen. Die Fehler bleiben, wie man sieht, vollständig

innerhalb der Grenzen der möglichen Beobachtungsfehler, und wir dürfen deshalb aus diesen Versuchen den Schluss ziehen, dass die oben aufgestellten Formeln ebensowohl für Spectralfarben wie für weißes Licht gelten, was auch aus theoretischen Gründen zu erwarten war.

Aus den erwähnten Versuchen kann indessen ein zweiter, viel bedeutungsvollerer Schluss gezogen werden. Tabelle V zeigt, dass die angewandten Reizintensitäten sehr verschieden waren, variirend zwischen $R = 75,9$ für roth und $R = 1925$ für grün. Dies ist eine Folge davon, dass die Reizintensitäten so gewählt wurden, dass die vier Farben ungefähr gleich hell erschienen. Aus Tabelle V geht ferner hervor, dass die Periodeconstanten, d. h. die Werthe, welche t_h für $\frac{1}{n} = \frac{1}{2}$ annimmt, ungefähr gleich groß ausgefallen sind, obwohl die objectiven Intensitäten sehr verschieden waren. Wir erhalten somit den folgenden Satz:

Gleich hellen Farben verschiedener Wellenlänge entsprechen annäherungsweise gleich große Periodeconstanten.

Im Folgenden werden wir sehen, dass die Periodeconstanten nicht genau gleich groß sein können; der Satz gilt aber mit so großer Annäherung, dass man in solchen Fällen darauf bauen kann, wo die genaue Formel für gleich helle Farben (Gleich. 2) unanwendbar ist, weil die nöthigen Daten zur Bestimmung der Constanten fehlen. Wir können daher annehmen, dass der Satz vollständig richtig ist, und die mathematischen Consequenzen dieser Annahme ableiten. Es seien die Wellenlängen zweier Farben l und λ , die Steigungscoefficienten derselben k_l und k_λ . Haben die Farben dieselbe subjective Helligkeit bei den Reizintensitäten R_l und R_λ , so muss, unter der Voraussetzung, dass die Periodeconstanten gleich groß sind, die folgende Gleichung gelten:

$$\tau = k - k_l \log R_l = k - k_\lambda \log R_\lambda,$$

woraus folgt:

$$\frac{\log R_l}{\log R_\lambda} = \frac{k_\lambda}{k_l} = A. \quad (\text{Gleich. 11.})$$

Oder in Worten: Unter der Voraussetzung, dass die Periodeconstanten gleich heller Farben gleich groß sind, werden

die Logarithmen der Reizintensitäten den Steigungscoefficienten der Farben umgekehrt proportional.

Lepinay und Nicati haben schon früher nachgewiesen, dass das Verhältniss zwischen den Logarithmen der Reizintensitäten gleicher Farben eine Constante, A , sein muss¹⁾. Die Verfasser leiten diese Formel aus dem Fechner'schen Gesetze ab und finden dieselbe durch ihre Versuche bestätigt²⁾. Man kann jedoch dieser Verification keine Bedeutung beilegen, weil die Versuchsanordnung eine äußerst unzweckmäßige war. Die Größe der verglichenen farbigen Felder war höchstens 1×8 mm, so dass eine Beobachtung der Farbe sehr schwierig war. Unter solchen Umständen können die Resultate nicht genau werden, und dies zeigt sich denn auch darin, dass die Verfasser keine Variation des A vom äußersten Roth bis zu $\lambda = 517$ nachweisen können. Erst hier, in der Mitte des Spectrums, fängt A an, etwas kleiner zu werden, und die Abnahme dauert bis zu $\lambda = 430$ fort; die ganze Veränderung ist aber sehr gering. Diese Resultate widersprechen durchaus dem, was aus den König'schen und meinen Versuchen übereinstimmend hervorgeht, und es kann keinem Zweifel unterliegen, dass dieser Widerspruch von der unpraktischen Winzigkeit der farbigen Felder in den französischen Versuchen herrührt. Die Verfasser haben dies selbst dargethan, indem sie finden, dass die Variationen des A um so kleiner werden, je kleiner die verglichenen Felder sind³⁾. Dass der Gleich. 11, gegenüber den erwähnten misslungenen Versuchen, eine nicht geringe Bedeutung zukommt, werde ich jetzt nachweisen, indem ich dieselbe anwende, um die Verhältnisse der Steigungscoefficienten aus den König'schen Messungen abzuleiten.

König hat grünes Licht, $\lambda = 535$, verschiedener Intensität mit einer Reihe anderer Spektralfarben verglichen, und für jede der letzteren die Reizintensität bestimmt, bei welcher die Farbe und das grüne Licht gleich hell erschienen. Die Intensitätsstufen des Grün waren: 1, 16, 256, 1024, 4096, 16384, 65536 und 262144, und für jede dieser Reizintensitäten wurde der correspondirende Werth der

1) Recherches sur la comparaison photométrique des divers parties d'un même spectre. Ann. de Chim. et Phys. 5e série, t. 24, 1881, et t. 30, 1883.

2) A. a. O., t. 30, S. 163—68.

3) A. a. O., t. 30, S. 171.

anderen Spectralfarben festgestellt. König gibt indessen nicht direct die gefundenen Werthe der Reizintensitäten an, er gibt nur die »gleichwerthigen Spaltbreiten«, d. h. die Breiten, die der Spalt des Spektroskops für die verschiedenen Farben erhalten musste, wenn die Spaltbreite für Grün, $\lambda = 535$, gleich 1 gesetzt wurde. Aus diesen Zahlen können indessen die Intensitäten, in isoluciden Einheiten ausgedrückt, leicht berechnet werden. Um das Verständniss zu erleichtern, habe ich in Tabelle VI einen Auszug aus den Messungen König's und meinen damit angestellten Berechnungen wiedergegeben.

Tabelle VI.

R_{535}	gl. Sp	$\frac{R_{535}}{R_{650}}$	R_{650}
1	87,57	1,000	1,0
16	13,86	6,319	2,53
256	5,978	14,65	17,5
1024	1,948	44,95	22,8
4096	0,991	88,37	46,4
16384	0,667	131,29	124,8
65536	0,547	160,10	409,3
262144	0,420	208,50	1257,2

In der ersten Columne sind die Werthe R_{535} , die Intensitäten des Grün, angeführt, in der folgenden die für $\lambda = 650$ gefundenen gleichwerthigen Spaltbreiten. Soll nun R_{650} in einer mit der Einheit des Grün isoluciden Einheit ausgedrückt werden, so muss die Spaltbreite 87,57 als Einheit genommen werden, weil eben diese Spaltbreite ein Roth ergab, das dieselbe Helligkeit wie Grün von der Intensität 1 hatte. Dem $R_{535} = 16$ entspricht die Spaltbreite 13,86 für Roth; folglich muss $R_{650} \frac{87,57}{13,86} = 6,319$ mal kleiner als R_{535} sein. Wird also $R_{535} = 16$ durch 6,319 dividirt, erhalten wir $R_{650} = 2,53$. Auf diese Weise geht die Rechnung weiter. Die Einheit 87,57 wird mit den verschiedenen Spaltbreiten dividirt, und durch die so erhaltenen Brüche $\frac{R_{535}}{R_{650}}$ wird R_{535} dividirt, wodurch die Werthe R_{650} erhalten werden. Diese Berechnungen habe ich mit so vielen der König'schen Messungen durchgeführt, als nothwendig war, um die Variationen der Größe A bestimmen zu können.

Tabelle VII gibt eine Uebersicht über die Resultate dieser Berechnungen. In den ersten Columnen sind die verschiedenen Werthe R_{535} aufgeführt, und in den acht folgenden Abtheilungen der Tabelle für jede Farbe erstens die berechneten Werthe R_λ und zweitens die Brüche A , indem Gleich. 11 zufolge:

$$A = \frac{\log R_{535}}{\log R_\lambda} = \frac{k_\lambda}{k_{535}}.$$

Wäre nun Gleich. 11 der vollständig exacte Ausdruck für die Reizintensitäten gleich heller Farben, so müsste A für jede Farbe eine Constante sein, und dies ist, wie aus der Tabelle ersichtlich, auch

Tabelle VII.

R_{535}	$\lambda = 650$		$\lambda = 625$		$\lambda = 590$		$\lambda = 505$	
	R_{650}	A	R_{625}	A	R_{590}	A	R_{505}	A
1	1,00		1,00		1,00		1,00	
16	2,53	2,99	4,829	1,761	10,25	1,191	16,13	0,997
256	17,5	1,94	36,54	1,541	111,2	1,177	293,6	0,976
1024	22,8	2,22	50,02	1,771	188,0	1,324	1497	0,948
4096	46,4	2,17	99,06	1,810	499,7	1,338	7211	0,936
16384	124,8	2,01	312,5	1,689	1437	1,335	38917	0,918
65536	409,3	1,84	979,0	1,610	5289	1,294	168907	0,921
262144	1257,2	1,75	3686	1,519	20179	1,259	740520	0,923
R_{535}	$\lambda = 490$		$\lambda = 470$		$\lambda = 450$		$\lambda = 430$	
	R_{490}	A	R_{470}	A	R_{450}	A	R_{430}	A
1	1,00		1,00		1,00		1,00	
16	16,33	0,993	17,82	0,963	15,58	1,010	11,91	1,119
256	284,8	0,981	305,9	0,969	287,9	0,979	264,5	0,994
1024	1684	0,933	1741	0,929	1935,7	0,916	1222	0,975
4096	10894	0,895	13086	0,877	10894	0,895	5354	0,969
16384	48762	0,899	57894	0,885	47907	0,901		
65536	208713	0,905	268590	0,887				
262144	882640	0,911						

mit großer Annäherung der Fall. Zwar zeigen die Werthe A eine gewisse Tendenz zu einer gesetzmäßigen Variation, indem sie gewöhnlich mit steigenden Werthen des R_λ abnehmen, aber diese Tendenz wird vielfach unterbrochen. Die Abweichungen von der gesetzmäßigen Abnahme der A -Werthe können unzweifelhaft nur von Beobachtungs-

fehlern herrühren, die auch hier recht groß sind. Wenn man also A als eine Constante betrachtet, was diese Größe ganz gewiss nicht ist, so begeht man jedenfalls keinen Fehler, der größer als die möglichen Beobachtungsfehler ist. Wir können folglich für jede einzelne Farbe den mittleren Werth der Größen A berechnen und diese Zahl als den annähernd richtigen Werth des Bruches $\frac{k_1}{k_{535}}$ betrachten. In Tabelle VIII sind diese mittleren Werthe für jede der berechneten Spectralfarben gegeben. Außerdem kommen hier zwei andere Reihen vor. Erstens die Brüche $\frac{k_1}{k_{570}}$. Diese habe ich auf folgendem Wege erhalten. Stellt man die Brüche $\frac{k_1}{k_{535}}$ graphisch dar und legt eine Curve durch die gefundenen Punkte, so zeigt es sich, dass dem $\lambda = 570$

Tabelle VIII.

λ	$\frac{k_1}{k_{535}}$	$\frac{k_1}{k_{570}}$	k_1
650	2,131	1,888	15,88
625	1,671	1,480	12,45
590	1,274	1,128	9,49
570	1,129	1,000	8,41
535	1,000	0,886	7,45
505	0,946	0,838	7,05
490	0,931	0,825	6,94
470	0,918	0,813	6,84
450	0,940	0,832	7,00
430	1,014	0,898	7,55

der Werth $\frac{k_1}{k_{535}} = 1,129$ entspricht. Wählt man diesen als Einheit,

so erhält man dadurch die Brüche $\frac{k_1}{k_{570}}$. Um mir ferner eine Vorstellung von der absoluten Größe der Steigungscoefficienten für König's Auge zu bilden, habe ich zwei, zwar unbewiesene aber jedenfalls recht wahrscheinliche Annahmen gemacht. Erstens nehme ich an, dass eine Farbe von der Wellenlänge $\lambda = 570$ und Weiß denselben Steigungscoefficienten haben; dies gilt für mein Auge und es ist deshalb wahrscheinlich, dass es auch für König gilt, weil

$\lambda = 570$ der hellste, dem Weiß am ähnlichsten aussehende Punkt des Spectrums ist. Zweitens gehe ich davon aus, dass Weiß für König's Auge dieselbe absolute Größe der Steigungscoefficienten aufweist wie für das meinige, was auch nicht sehr unrichtig sein kann.

Werden also die Brüche $\frac{k_1}{k_{570}}$ mit $k_{570} = k_w = 8,41$ multiplicirt, so erhalten wir die Zahlen k_1 der letzten Columne in Tabelle VIII. Diese Zahlen sind als Ordinaten in Fig. 4 abgesetzt und bestimmen die punktirte Curve. Es leuchtet unmittelbar ein, dass durch die gemachten Annahmen nicht die Form dieser Curve, sondern nur ihre Lage im Verhältniss zu der meinigen beeinflusst worden ist.

Der wesentlichste Unterschied zwischen den beiden Curven der Fig. 4 ist wohl der, dass die Lage des tiefsten Punktes für König bei $\lambda = 470$, für mich dagegen bei $\lambda = 510$ liegt, und es fragt sich nun, ob dies von wirklich existirenden individuellen Unterschieden herrührt, oder ob es nur dadurch bedingt ist, dass die Curven aus ganz verschiedenartigen Messungen abgeleitet sind. Es wäre ja sehr wohl möglich, dass die weniger genaue Bestimmung der König'schen Constanten eine Verschiebung des tiefsten Punktes hätte herbeiführen können; von $\lambda = 510$ bis zu $\lambda = 450$ sind die König'schen Werthe des k_1 ohnehin nur wenig verschieden, so dass ein kleiner Fehler hier der Curve leicht eine ganz falsche Form geben kann. Unzweifelhaft ist es, dass die berechneten König'schen Constanten nicht genau sind, es kann aber keine Rede davon sein, dass sich dadurch eine falsche Lage des tiefsten Punktes ergeben hat. Den Beweis können wir leicht mittelst Gleich. 11 führen. Es sei z. B. $k_\lambda > k_l$; hieraus folgt dann $R_l > R_\lambda$, oder in Worten: wenn verschiedene Farben dieselbe Helligkeit haben, muss die Reizstärke am größten sein für diejenige Farbe, die den kleinsten Steigungscoefficienten hat. Die Helligkeit der Farbenempfindung wächst also um so langsamer mit dem Reize, je kleiner ihr Steigungscoefficient ist — mit dieser Thatsache ist die Berechtigung des Namens »Steigungscoefficient« gegeben. Wenn wir also sämtliche Farben des Spectrums auf dieselbe Helligkeit bringen, wird immer diejenige Farbe, die den kleinsten Steigungscoefficienten hat, die größte Reizstärke haben müssen. Sieht man nun in Tabelle VIII nach, so wird man finden, dass unter allen Farben die von der Wellenlänge $\lambda = 470$ immer die

größte Reizstärke erhalten musste, um die Helligkeit des Vergleichslichtes zu erreichen. Außerdem hat König diese Thatsache durch eine besondere experimentelle Untersuchung festgestellt¹⁾. Folglich muss der Steigungscoefficient für $\lambda = 470$ kleiner sein, als für irgend eine andere Farbe, was eben aus den Berechnungen hervorgeht. Es kann also keinem Zweifel unterliegen, dass die in Fig. 4 gezeichnete Curve der Steigungscoefficienten für König's Auge jedenfalls in Bezug auf die Lage des tiefsten Punktes richtig ist, trotzdem dass sie nur mittelst einer annähernd richtigen Methode bestimmt worden ist.

Das Resultat dieser Betrachtungen ist also, dass der wesentlichste Unterschied zwischen den beiden Curven der Fig. 4 wirklich von individuellen Differenzen herrührt. Dies ist nicht uninteressant, weil es zeigt, wie groß die individuellen Verschiedenheiten zwischen Augen, die übrigens vollständig normalen Farbensinn besitzen, sein können. König und ich können theilweise — aber auch nur theilweise — über die Helligkeitsverhältnisse der Farben vom äußersten Roth bis zu $\lambda = 510$ einig werden, von diesem letzteren Punkte aus werden unsere Bestimmungen dagegen vollständig divergiren; was dem Einen am hellsten, wird dem Andern am dunkelsten erscheinen. Es wäre nun ein höchst merkwürdiger Zufall, wenn König und ich gerade die größten Verschiedenheiten repräsentirten, die in dieser Beziehung überhaupt vorkommen können; die Consequenz scheint also die zu sein, dass es kaum zwei Menschen gibt, welche die Helligkeiten der Farben auf genau dieselbe Weise beurtheilen. Vielleicht sind nicht einmal die beiden Augen desselben Individuums in dieser Beziehung gleich, jedenfalls hat mein linkes Auge nicht immer die Helligkeitsgleichungen, die ich mit dem rechten festgestellt habe, acceptiren wollen. Ich habe deshalb bei derartigen Bestimmungen, die uns im Folgenden beschäftigen werden, immer das letztere benutzt.

Wir gehen nun dazu über, die Gültigkeit des früher aufgestellten

1) Die Abhängigkeit der Farben- und Helligkeitsgleichungen von der absoluten Intensität. Sitzungsber. d. Berl. Akad., 1897, S. 880. Wenn König seine gleichwerthigen Spaltbreiten in isolucide Einheiten umgerechnet hätte, wie es hier geschehen ist, würde er diese letztere Untersuchung gar nicht nöthig gehabt haben. Man sieht ja unmittelbar aus Tabelle VIII, dass bei $\lambda = 470$ ein Wendepunkt liegt.

genauen Ausdruckes zu prüfen, welcher das Verhältniss zwischen den Intensitäten solcher Reize angibt, die Farbenempfindungen gleicher Helligkeit hervorrufen.

Die Reizstärken gleich heller Farbenempfindungen.

Aus praktischen Gründen haben wir den in Gleich. 2 gegebenen vollständigen Ausdruck für die Reizintensitäten gleich heller Farben auf die Form der Gleich. 3 gebracht, wodurch wir erreichten, dass die Formel nur 6 Constanten enthält. Da wir jetzt die absolute Größe der Steigungscoefficienten der Farben kennen, so sind damit die Constanten a , b , a_λ und b_λ bekannt, indem dieselben den Gleich. 7 u. 8 zufolge aus k und k_λ berechnet werden können. Es sind also nur die Constanten y und z übrig, und diese werden leicht mittelst der Methode der kleinsten Quadrate aus einer Reihe correspondirender Werthe des R und R_λ abgeleitet. Wir müssen also eine Reihe Messungen dieser Art vornehmen und dieselben müssen von dem Auge ausgeführt werden, dessen Steigungscoefficienten wir kennen, weil sehr große individuelle Differenzen, wie wir gesehen haben, in dieser Beziehung vorkommen.

Die Messungen können leicht, wie ohne weitere Erklärung verständlich ist, mittelst des früher beschriebenen Apparates ausgeführt werden. Wir brauchen nur eine willkürliche Vergleichsfarbe zu wählen und für verschiedene Intensitätsstufen derselben die Reizstärken zu bestimmen, bei welchen verschiedene andere Farben dieselbe Helligkeit wie die Vergleichsfarbe erhalten. Als Vergleichsfarbe wähle ich hier Weiß, weil ich mich durch vorläufige Versuche davon überzeugt hatte, dass ich mit größerer Genauigkeit auf gleiche Helligkeit einstellen konnte, wenn eine der beiden Farben Weiß war; die Unsicherheit wurde entschieden größer, wenn zwei Spectralfarben mit einander verglichen wurden. Dies ist nicht ganz bedeutungslos, weil der Fehler bei derartigen heterochromen Farbenvergleichen recht bedeutend ist. König gibt zwar an, dass einige seiner Versuchspersonen zwei Farben auf gleiche Helligkeit mit einer Genauigkeit von 6 Proc. einstellen konnten; es gelingt aber nicht allen¹⁾. In

1) Ueber den Helligkeitswerth der Spectralfarben. S. 337—338. Helmholtz Phys. Optik., 2. Ausg., S. 428 ff.

einer Reihe auf einander folgender Einstellungen für dieselbe Farbe ist der von mir gemachte Fehler zwar durchschnittlich ungefähr 6 Proc., wiederhole ich aber dieselbe Versuchsreihe eine halbe Stunde später, so kann das neue Resultat — dessen Einzelmessungen auch nur 6 Proc. von einander abweichen — sehr wohl bis 100 Proc. von dem früheren differiren. Dies heißt mit andern Worten, dass zwei verschiedene Farben mir nicht in einem einzelnen Punkte ihrer Curve, sondern auf einer größeren Strecke gleich hell erscheinen. Es kommt also darauf an, die Versuchsordnung so zu wählen, dass diese Strecke möglichst klein ausfällt, und dies gelingt mir am besten, wenn Weiß das Vergleichslicht ist.

Außerdem müssen die Bestimmungen auf eine besondere Weise ausgeführt werden. Mit Sicherheit kann ich nur beurtheilen, ob eine Farbe entschieden heller oder dunkler als eine andere ist; meine Messungen können deshalb nur als Grenzbestimmungen angesehen werden. Ich stelle z. B. die Farbe auf diejenige Intensität ein, wo ich sicher bin, dass sie heller als das weiße Vergleichslicht ist; danach wird die Intensität gesucht, wo die Farbe dunkler als das Vergleichslicht ist. Bei Wiederholung der Einstellungen zeigt es sich, dass die einzelnen Grenzbestimmungen nur wenig von einander abweichen; die obere Grenze liegt aber gewöhnlich bei einer etwa doppelt so großen Intensität als die untere. Dies heißt aber mit andern Worten eben, dass ich einen Fehler von ungefähr 100 Proc. begehen könnte, wenn ich direct die Farben auf gleiche Helligkeit einstellte. Wenn man dagegen die Grenzen bestimmt und den mittleren Werth derselben nimmt, dann muss diese Zahl wenigstens annähernd die Mitte der ganzen Strecke angeben, innerhalb welcher Gleichheit der Helligkeit gefunden wird. Auf diese Weise sind die Werthe des R_λ bestimmt, die in Tabelle IX für sechs verschiedene Farben aufgeführt sind. Wir können also jetzt untersuchen, ob Gleich. 3 den genauen Ausdruck für die correspondirenden Werthe des R und R_λ gibt.

Da Weiß als constantes Vergleichslicht bei diesen Messungen diente, ist es am natürlichsten, in Gleich. 3:

$$\log [R (a - b \cdot \log R)] = y \cdot \log [R_\lambda (a_\lambda - b_\lambda \cdot \log R_\lambda)] + z \quad (\text{Gleich. 3.})$$

mit R die verschiedenen Intensitätsstufen des weißen Lichtes zu bezeichnen; R_λ bedeutet dann die correspondirenden Werthe der

Tabelle IX.

Weiß		$\lambda = 656$					$\lambda = 620$				
R	E_w	R_{656}	α	E_{656}	ber. R_{656}	A	R_{620}	α	E_{620}	ber. R_{620}	A
1	1,95	1,0	-0,77	2,09	0,76		1,0	-0,46	2,05	0,80	
4	2,49	2,55	-0,73	2,59	2,1	1,481	4,7	-0,66	2,79	2,5	0,896
16	3,04	5,38	-0,57	2,98	6,1	1,648	8,4	-0,38	3,06	7,9	1,303
64	3,57	13,7	-0,52	3,46	17,5	1,587	20	-0,25	3,46	26,6	1,388
256	4,09	50,2	-0,63	4,09	50,0	1,416	83	-0,37	4,10	81,3	1,255
1024	4,60	156,2	-0,64	4,61	152,4	1,372	173	-0,17	4,41	279,3	1,345
4096	5,06	513,4	-0,65	5,08	490	1,332	977	-0,40	5,10	883	1,208
16384	5,47	1488	-0,51	5,35	[2455]	1,328	1952	-0,21	5,32	[3126]	1,281
Weiß		$\lambda = 575$					$\lambda = 510$				
R	E_w	R_{575}	α	E_{575}	ber. R_{575}	A	R_{510}	α	E_{510}	ber. R_{510}	A
1	1,95	1,0	-0,04	1,99	0,90		1,0	0,37	2,04	0,75	
4	2,49	4,0	-0,06	2,55	3,4	1,000	6,6	0,29	2,66	4,03	0,735
16	3,04	10,0	+0,12	2,92	13,6	1,204	20,5	0,47	3,03	22,0	0,917
64	3,57	47,0	+0,05	3,52	53,7	1,080	105	0,48	3,55	113,5	0,893
256	4,09	236,9	-0,05	4,14	206,5	1,014	500	0,51	4,04	581	0,892
1024	4,60	763	+0,03	4,57	832	1,044	2716	0,49	4,57	2965	0,877
4096	5,06	2465	+0,08	4,98	3177	1,065	9914	0,56	4,96	14200	0,904
16384	5,47	16010	-0,07	5,54	12740	1,002	34140	0,63	5,30	66000	0,930
65536	5,73	60358	+0,01	5,72	[66070]	1,007	235630	0,39	5,80	[178000]	0,896
Weiß		$\lambda = 470$					$\lambda = 430$				
R	E_w	R_{470}	α	E_{470}	ber. R_{470}	A	R_{430}	α	E_{430}	ber. R_{430}	A
1	1,95	1,0	0,16	1,90	1,15		1,0	-0,20	1,97	0,96	
4	2,49	3,4	0,25	2,35	5,0	1,133	2,9	-0,12	2,43	3,3	1,302
16	3,04	22	0,11	3,04	21,8	0,897	7,8	-0,00	2,86	12,0	1,350
64	3,57	112	0,06	3,62	97,7	0,881	40	-0,14	3,53	43,7	1,127
256	4,09	606	0,01	4,19	440	0,866	190	-0,26	4,17	158	1,057
1024	4,60	2588	0,03	4,68	2028	0,882	950	-0,35	4,77	610	1,011
4096	5,06	7894	0,14	5,03	9441	0,927					

Spectralfarben. Die linke Seite der Gleichung wird demnach für jede Intensitätsstufe eine Constante, E_w , deren Größe leicht berechnet werden kann, indem a und b bekannt sind (vgl. Tabelle IV und Gleich. 8).

Wir erhalten danach:

$$E_w = \log [R (89,1 - 16,82 \log R)] \quad (\text{Gleich. 12.})$$

Die hieraus für die verschiedenen Werthe des R berechneten Größen E_w sind in der zweiten Columne der Tabelle IX angegeben. Da ferner a_λ und b_λ für jede Spectralfarbe bekannt sind, können wir die wahrscheinlichsten Werthe des x und y berechnen. Ich habe diese Berechnungen für einige Spectralfarben durchgeführt, und es zeigte sich das ganz unerwartete und interessante Resultat, dass y stets die Größe des betreffenden Bruches $\frac{k_1}{k_w}$ erhielt. Laut der Bedeutung des y hat man also:

$$y = \frac{c_\lambda}{c} = \frac{k_1}{k_w} \quad (\text{Gleich. 13.})$$

Die Proportionalitätsfactoren der Farbenempfindungen, c und c_λ (vgl. Gleich. 2), sind also den Steigungscoefficienten der Farben direct proportional.

A priori stand diese einfache Lösung gewiss nicht zu erwarten, und sie liefert, nach meinem Ermessen, einen unzweifelhaften Beweis dafür, dass unsere Gleichungen wirklich rationelle Formeln sind; sonst würde dies einfache Verhältniss der Constanten nicht hervorgetreten sein. Wir können demnach Gleich. 3 auf die folgende Form bringen:

$$\log [R (a - b \log R)] = \frac{k_1}{k_w} \log [R_\lambda (a_\lambda - b_\lambda \cdot \log R_\lambda)] + x. \quad (\text{Gleich. 14})$$

Es erübrigt also jetzt nur noch zu prüfen, ob x für jede einzelne Farbe eine Constante ist. Wir setzen also in Gleich. 14 successiv die correspondirenden Werthe des R und R_λ ein, und erhalten dann für x die in Tabelle IX angeführten Größen. Dass dieselben nicht für jede Farbe vollständig constant sind, kann nicht Wunder nehmen, weil sämmtliche Beobachtungsfehler sich in x angehäuft haben, indem die übrigen Constanten der Gleich. 14 durch andere Messungen bestimmt worden sind. Dass die Schwankungen des x jedoch nur von den Fehlern herrühren, mit welchen die gemessenen Werthe R_λ behaftet sind, sieht man am besten aus der Versuchsreihe für $\lambda = 575$. Hier sollte x ungefähr 0 sein (vgl. unten) und der mittlere Werth desselben hat auch fast diese Größe; die Einzelwerthe dagegen

schwanken unregelmäßig zwischen positiven und negativen Werthen, was auch der Fall sein muss, wenn sie wegen zufälliger Fehler bald zu groß und bald zu klein ausfallen. Wir können also den mittleren Werth des x für jede einzelne Farbe als die richtige Größe desselben betrachten; diese Mittelzahlen sind in Tabelle X zusammengestellt. Werden diese Zahlen graphisch dargestellt, indem die Wellenlängen als Abscissen genommen werden, so erhält man eine regelmäßige Curve, welche die Nulllinie in den beiden Punkten bei $\lambda = 570$ und 454 schneidet. Nun haben wir ferner (vgl. oben S. 74):

$$x = \log P - \frac{c_\lambda}{c} \log P_\lambda.$$

Für die beiden erwähnten Farben ist $\frac{c_\lambda}{c} = \frac{k_\lambda}{k_w} = 1$; also ist:

$$x = 0 = \log P - \log P_\lambda \quad \text{oder} \quad P = P_\lambda.$$

Dagegen wird x negativ, wenn:

$$\log P < \frac{k_\lambda}{k_w} \log P_\lambda,$$

und positiv, wenn:

$$\log P > \frac{k_\lambda}{k_w} \log P_\lambda.$$

Um näher zu untersuchen, mit welcher Genauigkeit die Steigungskoeffizienten aus den Helligkeitsvergleichen abgeleitet werden können, habe ich in Tabelle IX die Werthe $A = \frac{\log R_w}{\log R_\lambda}$ aufgeführt und in Tabelle X die mittleren Werthe dieser Größen für jede Farbe.

Tabelle X.

$\lambda =$	656	620	575	510	470	430
x	-0,63	-0,36	0,00	0,46	0,11	-0,18
$\frac{k_\lambda}{k_w}$	1,40	1,24	1,02	0,81	0,92	1,10
A	1,45	1,25	1,05	0,88	0,93	1,17

Da wir ferner laut Gleich. 11:

$$A = \frac{\log R_w}{\log R_\lambda} = \frac{k_1}{k_w}$$

haben, sollen die berechneten mittleren Werthe des A den bekannten Größen $\frac{k_1}{k_w}$ gleich sein, jedenfalls mit Annäherung, weil wir wissen, dass Gleich. 11 nicht vollständig richtig sein kann. Um der Vergleichung willen sind die entsprechenden Größen $\frac{k_1}{k_w}$ auch in Tab. X aufgeführt und man sieht, dass A und $\frac{k_1}{k_w}$ wirklich annähernd gleich groß sind, nur ist A durchgängig etwas zu groß ausgefallen. Es ist daher jedenfalls nicht unwahrscheinlich, dass dies auch für die König'schen Werthe gilt, so dass seine Curve sich der meinigen bedeutend nähern würde, wenn seine Steigungscoefficienten durch Zeitmessungen direct bestimmt würden.

Setzt man die in Tabelle X gegebenen x -Werthe in Gleich. 14 ein, so kann daraus bei successiver Einsetzung der Größen R_λ ,

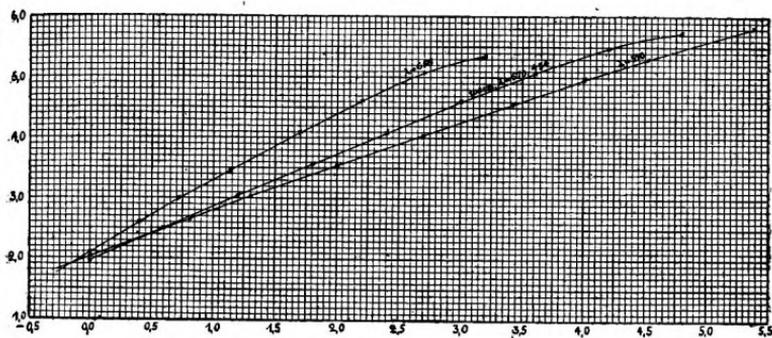
$$E_\lambda = \frac{k_1}{k_w} \cdot \log [R_\lambda (a_\lambda - b_\lambda \cdot \log R_\lambda)] + x$$

berechnet werden. Die Werthe E_λ sind in Tabelle IX aufgeführt, und sie stimmen, wie man sieht, sehr gut mit den entsprechenden Größen E_w überein. Die Abweichungen sind nur klein und erstrecken sich bald in positiver, bald in negativer Richtung, so dass hiermit die Gültigkeit der Gleich. 2 für die Reizstärken gleich heller Farben dargethan ist.

Wir können indessen noch einen Schritt weiter gehen, indem es möglich ist, mittelst Gleich. 14 für einen gegebenen Werth R den entsprechenden Werth R_λ zu berechnen, oder richtiger: graphisch auszumessen. Wie dies gemacht werden kann, wird durch Fig. 5 veranschaulicht; sollen die Größen mit einiger Genauigkeit gemessen werden, so muss die Figur selbstverständlich viel größer gezeichnet werden. Als Abscissen sind hier die Logarithmen der Reizstärken R und R_λ , als Ordinaten die entsprechenden Werthe E_w und E_λ abgesetzt. Verbindet man die Endpunkte der Ordinaten für irgend eine Farbe, so entsteht eine Curve, welche zeigt, wie E mit der

Reizstärke wächst. Eingezeichnet sind die Curven für die drei Farben $\lambda = 656$, weiß (570 u. 454) und $\lambda = 510$. Da nun E_λ für alle Farben denselben Werth hat, wenn die Farben gleich hell sind, so braucht man nur durch einen gegebenen Punkt der Weiß-Curve eine wagrechte Linie zu ziehen, um diejenigen Punkte der anderen Curven zu finden, welche derselben Helligkeit entsprechen. Die Abscissen dieser Punkte sind dann die Logarithmen der Reizintensitäten. Auf

Fig. 5.



diese Weise sind die in Tabelle IX angeführten Werthe »ber. R_λ « gefunden. Die berechneten Werthe stimmen, wie man sieht, außerordentlich gut mit den gefundenen überein; nur die höchsten Werthe der vier Farben 656, 620, 575 und 510 zeigen bedeutendere Abweichungen. Dies rührt aber daher, dass diese Helligkeiten schon die Blendungsschwelle, $R = 8192$, überschreiten; Gleich. 14 gilt also hier schon nicht mehr, und deshalb müssen die daraus berechneten Werthe von den gefundenen bedeutend abweichen. Wenn ich sie trotzdem mit aufgenommen habe, geschah es nur, um den Nachweis zu führen, dass die in Gleich. 10 gegebene Correction wirklich hier nothwendig wird.

Die Ursache der Helligkeitsvariationen der Farben.

Es ist bekannt, dass man mittelst der Methode der kleinsten Quadrate fast jede Gleichung in Uebereinstimmung mit einer vorliegenden Zahlenreihe bringen kann, wenn nur in der Gleichung wenigstens drei, nöthigenfalls vier unbekannt Constanten vorkommen,

deren wahrscheinliche Werthe aus der Zahlenreihe abgeleitet werden können. In Gleich. 3, deren Gültigkeit für die Helligkeitsvergleichen wir eben dargethan haben, kommen indessen nicht weniger als sechs Constanten vor. Weil die Anzahl der Constanten so groß ist, scheint die Uebereinstimmung zwischen Messung und Berechnung nicht besonders merkwürdig; viele andere Gleichungen könnten unzweifelhaft, wenn eine ebenso große Anzahl unbekannter Constanten bestimmt werden, dieselbe Uebereinstimmung mit den Messungen zeigen. Es ist jedoch bei näherer Betrachtung leicht ersichtlich, dass die Verhältnisse in dem hier untersuchten Falle ganz anders liegen. Von den sechs Constanten der Gleich. 3 ist nur eine, α , aus eben den Messungen abgeleitet, für welche die Gleichung als gültig angenommen wurde. Die fünf übrigen sind dagegen durch Messungen von ganz anderer Art bestimmt und in die Gleichung, theoretischen Betrachtungen zufolge, eingeführt. Hierzu kommt ferner, dass diese fünf Constanten thatsächlich auf drei reducirt sind, indem auf theoretischem Wege dargethan wurde, dass a , b , α_λ und β_λ Functionen von k , k_w und k_λ sind, während wir später auf empirischem Wege nachwiesen, dass y ebenfalls eine Function von k_w und k_λ ist. Mit andern Worten: Fünf der Constanten in Gleich. 3 sind aus drei bekannten Größen abgeleitet, die durch besondere Messungen bestimmt werden; nur α wurde aus den Helligkeitsvergleichen selbst berechnet. Es ist leicht verständlich, dass eine willkürlich gewählte Gleichung nie unter diesen Bedingungen mit einer gegebenen Zahlenreihe in Uebereinstimmung gebracht werden kann. Da Gleich. 3 nun thatsächlich zu unseren Messungen stimmt, so ist damit dargethan, dass die Gleichung eine rationelle Formel sein muss, der exacte Ausdruck des Gesetzes, welchem die untersuchten Erscheinungen unterliegen.

Wenn also Gleich. 3 wirklich das Gesetz der Helligkeitsvariationen der Farben ist, so leuchtet ein, dass wir aus diesem Gesetze auch die Ursache der Erscheinung ableiten können. Wir kamen nämlich zu der erwähnten Gleichung, indem wir Ausdrücke für die Intensitäten zweier verschiedenen Empfindungen einander gleich setzten. Die Bedeutung der psychophysischen Maßformel aber, des Gesetzes für die Abhängigkeit der Empfindung von der Reizstärke, kann kaum einem Zweifel unterliegen. Dieses Gesetz ist unmittelbar nur ein

Ausdruck für die Stärke des durch den Reiz ausgelösten nervösen Processes, für die Größe des centralen Potentialgefälles. Wir sind aber dazu berechtigt, die Intensität der Empfindung dem centralen Potentialgefälle proportional zu setzen, weil wir unter dieser Voraussetzung Consequenzen ableiten können, die mit der Erfahrung übereinstimmen¹⁾. Unsere vorhergehenden Untersuchungen zeigen nun, dass qualitativ verschiedene Farbenempfindungen gleich hell sind, wenn sie dieselbe Intensität haben, welches wiederum erfordert, dass die entsprechenden centralen Potentialgefälle gleich groß sind. Die Ursache der Helligkeitsvariationen der Farben ist also einfach die, dass die centralen Potentialgefälle, von Lichtreizen verschiedener Wellenlänge verursacht, nicht mit einander proportional variiren, wenn die Reizstärken in einem gegebenen Verhältniss wachsen. Dasselbe Gesetz, die psychophysische Maßformel, gibt zwar in allen Fällen das Verhältniss zwischen Potentialgefäll und Reizstärke an, die in dieser Formel vorkommenden Constanten variiren aber mit der Wellenlänge des Lichtes. Da wir aber gesehen haben, dass fast alle diese Constanten einfache Functionen der Steigungscoefficienten der Farben sind, so wird die Verschiedenheit der Steigungscoefficienten die Ursache der Helligkeitsvariationen sein. Es fragt sich folglich nur noch: warum hat jede Farbe ihren besonderen Steigungscoefficient?

Die Beantwortung dieser Frage wird uns kaum ernste Schwierigkeiten bereiten können. Die Größe einer centralen Veränderung muss ja nämlich von der Größe der photochemischen Wirkung in der Netzhaut bedingt sein. Nun verhalten sich aber die Lichtstrahlen verschiedener Wellenlänge wie bekannt sehr verschieden mit Bezug auf ihre chemische Wirkung. Diese erreicht ihr Maximum zwischen den Frauenhofer'schen Linien *G* und *H*; von hier ab fällt die Wirkung jäh gegen *F*, und in dem weniger brechbaren Theile des Spectrums ist sie äußerst gering. Photographirt man also ein Sonnenspectrum auf einer gewöhnlichen photographischen Platte, so erhält man eine kräftige Wirkung von den blauen und violetten Strahlen, während die übrigen kaum eine merkliche Wirkung hervorrufen. Diese Vertheilung der chemischen Einwirkung kann jedoch hochgradig verändert werden, wenn man die Schicht mit gewissen Anilin-

1) Die physischen Aequivalente, S. 185–186.

farben, sogenannten Sensibilisatoren, färbt, wodurch die Wirkung einiger Strahlen verstärkt, die Wirkung anderer dagegen geschwächt wird. Außerdem kann die Einwirkung bestimmter Strahlen dadurch geschwächt werden, dass durchsichtige gefärbte Medien (»Gelscheiben«) vor die Platte gebracht werden. Durch eine zweckmäßige Wahl von Gelscheiben und Sensibilisatoren wird man erreichen können, dass die Empfindlichkeit einer photographischen Platte für die verschiedenen Farben sich so verhält, wie es die beiden in Fig. 4 gezeichneten Curven darstellen: die Sensibilität würde also ein Maximum für Roth und ein Minimum für Grün oder Grünblau haben, und von hier aus wüchse sie wieder gegen Violett. Die Bedeutung einer solchen Vertheilung wird durch die folgende Betrachtung verständlich.

Wenn eine photographische Schicht für eine Farbe empfindlicher, sensibler, als für eine andere ist, dann muss, bei derselben objectiven Intensität der beiden Farben, diejenige die größere photochemische Wirkung hervorrufen, für welche die Empfindlichkeit größer ist. Um also gleich große photochemische Wirkungen zu Stande zu bringen, müssen die Farben verschiedene Intensität besitzen, und zwar muss diejenige Farbe die größere Intensität haben, für welche die Schicht die geringere Sensibilität besitzt. Nun wissen wir aber, dass die Tiefe, bis zu welcher die photochemische Wirkung in die Schicht eindringt, dem Logarithmus der Lichtstärke proportional ist. Es seien also die Reizstärken der Farben R_l bzw. R_λ , die Sensibilität der Schicht für diese Farben s_l bzw. s_λ , dann wird man in einer gegebenen Zeit gleich große photochemische Wirkungen erhalten, wenn

$$\frac{\log R_l}{\log R_\lambda} = \frac{s_\lambda}{s_l}.$$

Aus dieser Gleichung in Verbindung mit Gleich. 11 folgt:

$$\frac{\log R_l}{\log R_\lambda} = \frac{s_\lambda}{s_l} = \frac{k_\lambda}{k_l},$$

oder in Worten: die Steigungscoefficienten der Farben sind der Sensibilität der Netzhaut für die betreffenden Farben proportional. Die relative Größe der Steigungscoefficienten gibt uns also einen Ausdruck dafür, wie die Netzhaut für die verschiedenen Farben sensibilirt ist. Zwar ist Gleich. 11 nur mit einer gewissen Annäherung

gültig, die Netzhaut aber ist ja auch nicht nur eine photographische Platte; sie ist jedenfalls eine lichtempfindliche Schicht mit Stoffwechsel. Deshalb wird auch die genaue Bedingung dafür, dass zwei Farben gleich große photochemische Wirkungen in der Netzhaut hervorrufen, mehr complicirt (Gleich. 3); der Factor $(a - b \log R)$ bedeutet eben hier, wie ich schon früher dargethan habe¹⁾, den Einfluss des Stoffwechsels auf den Process. Der Umstand aber, dass die Processe in der Netzhaut complicirter sind als in einer gewöhnlichen photographischen Platte, scheint die Bedeutung der Steigungscoefficienten nicht beeinflussen zu können. Unser Resultat wird also: Durch die relative Größe der Steigungscoefficienten der Farben kann die Sensibilität der Netzhaut für die betreffenden Farbenstrahlen gemessen werden. Die Helligkeitsvariationen der Farben, die hauptsächlich durch die verschiedene Größe der Steigungscoefficienten bedingt sind, werden somit einfach eine Folge davon, dass die Netzhaut verschiedene Sensibilität besitzt für Licht verschiedener Wellenlänge.

Schließlich nur noch eine farben-theoretische Bemerkung. Unsere Kenntnisse der verwickelten physiologisch-optischen Verhältnisse sind keineswegs so weit fortgeschritten, dass eine vollständig zutreffende Farbentheorie im Augenblick aufgestellt werden kann. Jede neue Thatsache aber bringt uns diesem Ziele einen Schritt näher, indem sie die Anzahl der möglichen Hypothesen beschränkt. Das hier nachgewiesene Factum, dass jede Farbe ihren besonderen Steigungscoefficienten hat, welcher entscheidende Bedeutung besitzt sowohl für die zeitlichen Verhältnisse der Farbenerregung (kritische Periode u. s. w.) als auch für die Helligkeitsvariationen der Farben, spricht meines Erachtens gegen jede Componententheorie; ob diese drei, vier oder sechs Grundprocesse, Urvalenzen oder dergleichen annimmt, ist in dieser Beziehung ganz einerlei. Von allen bisher aufgestellten Farbentheorien scheint mir daher Wundt's Periodicitätstheorie, die einen besonderen Vorgang für jede Farbe annimmt, die größte Wahrscheinlichkeit beanspruchen zu können.

1) A. a. O., S. 92 ff.