

## Zur Frage nach der Beziehung der ebenmerklichen zu den übermerklichen Unterschieden.

Von

**O. Külpe.**

---

Im zweiten Theil seines Buches über »die körperlichen Aeüßerungen psychischer Zustände« hat A. Lehmann<sup>1)</sup> die von W. Ament unter meiner Leitung ausgeführten Versuche über das im Titel bezeichnete Verhältniss<sup>2)</sup> einer Kritik unterzogen. Meine daran anknüpfenden theoretischen Ausführungen, die ich auf dem Psychologen-Congress zu Paris vorgetragen habe<sup>3)</sup>, hat Lehmann dabei offenbar noch nicht berücksichtigen können. Bei der Wichtigkeit der Frage benutze ich die Gelegenheit, die mir der Abschluss und die Veröffentlichung einer zweiten, dieselbe Frage betreffenden Arbeit von Wrinch bietet, um die Einwände, die von Lehmann geltend gemacht worden sind, in möglichster Kürze zu beleuchten.

1) Lehmann nimmt zuerst (S. 107) Anstoß an einer in Ament's Tabellen IX und X hervortretenden oberen Abweichung vom Weber'schen Gesetz, die bei  $r = 46,95$  für beide Beobachter festgestellt wurde und eine Zunahme der Unterschiedempfindlichkeit anzuzeigen schien. Es ist ihm offenbar unbekannt, dass bereits Kämpfe bei der Anwendung der Methode der  $r$ - und  $f$ -Fälle unter Benutzung des nämlichen Apparats ein ähnliches Verhalten für denselben Reizwerth gefunden hat<sup>4)</sup>, und dass die Versuche nach der Methode der Minimaländerungen, welche für den gleichen Winkelwerth ( $60^\circ$ ) des Schallpendels von ihm angestellt worden sind, Schwellen

---

1) S. 105 ff.

2) Vgl. Philos. Stud. XVI, S. 135 ff. Im Folgenden beziehen sich die nicht eingeklammerten Seitenzahlen des Textes stets auf diese Arbeit.

3) IV. Congrès International de Psychologie 1901, S. 160 ff.

4) Philos. Stud. VIII, S. 562, 567, 587.

ergeben haben, die unter dem Normalwerthe liegen und mit den unsrigen sehr gut übereinstimmen<sup>1)</sup>. »Ganz sonderbar« ist also die von uns erhaltene obere Abweichung keineswegs, weil sie nicht »ganz unbekannt« ist. Näher auf dies Factum einzugehen lag weder in Kämpfe's noch in Ament's Interesse. Jener scheint es nicht einmal bemerkt zu haben, obwohl es in seinen Zahlen erkennbar ist. Einen Einfluss auf die Behandlung des von Ament untersuchten Problems scheint es selbst für Lehmann nicht zu haben. Wir brauchen uns daher nicht weiter damit aufzuhalten.

2) Sodann bemängelt Lehmann die Logik von Ament (S. 109). Die Uebereinstimmung zwischen den Ergebnissen der Methode der Minimaländerungen und derjenigen der mittleren Abstufungen könne doch nur erwartet werden innerhalb des Umfangs von Reizen, für den das Weber'sche Gesetz gültig befunden worden sei. Dennoch habe Ament nach der Methode der mittleren Abstufungen mit Reizen gearbeitet, die theils unterhalb theils oberhalb dieser Grenze lagen. Er verlange also eine Uebereinstimmung mit dem Weber'schen Gesetz jenseits der Grenzen seiner Gültigkeit, was doch »mindestens keine gute Logik« sei. Lehmann gesteht, dass es ihm ganz unbegreiflich ist, was jenes Verfahren bezwecke. Dagegen habe ich zur Aufklärung für ihn folgende einigermaßen elementare Auseinandersetzung zu liefern:

a) Die Versuche zum Zweck der Unterschiedsbestimmung sind nicht, wie Lehmann sich das vorzustellen scheint, zuerst durchgeführt worden, um dann erst die der Unterschiedsvergleichung dienenden in Angriff zu nehmen, sondern, um gleiche Uebungsstufe für beide Classen von Experimenten verwerthen zu können, neben ihnen und abwechselnd mit ihnen angestellt worden. Da wir von vornherein nicht (auch nach Kämpfe's Erfahrungen nicht) vermuthen konnten, dass sich das Weber'sche Gesetz nur innerhalb der Grenzen von  $30^{\circ}$ — $50^{\circ}$  bestätigen würde, so war eine Benutzung anderer als dieser Grenzwerte für die Methode der mittleren Abstufungen naheliegend. Zwecklos wäre sie nur dann gewesen, wenn sie gar keine Beziehung zu unserem Problem hätte herstellen lassen. Davon kann aber, wie eine einfache Ueberlegung, die

1) Philos. Stud. VIII, S. 575.

sub c) in extenso wiedergegeben werden soll, alsbald zeigte, gar keine Rede sein.

b) Innerhalb der Grenzen von  $30^{\circ}$ — $50^{\circ}$  (11,24—32,78) die Methode der mittleren Abstufungen zur Anwendung zu bringen, erwies sich aus einem doppelten Grunde als unthunlich. Erstlich ist es, wie jedermann weiß, der auf diesem Gebiet gearbeitet hat, besonders schwierig die Unterschiedsvergleichung bei sehr kleinen, der Schwelle naheliegenden Unterschieden auszuführen<sup>1)</sup>. Diese Schwierigkeit haben auch wir bei einem Versuch, jene Grenzen einzuhalten, sehr stark empfunden und deshalb von regelrechten Reihen Abstand genommen. Zweitens ist der Unterschied zwischen  $R_a$  und  $R_g$ , dem arithmetischen und dem geometrischen Mittel, gerade hier sehr klein. Sie betragen nämlich 22,01 bezw. 19,2. Da nun für Ament die  $mV$  in dieser Gegend der Reizscala etwa 1—2 betrug, so würde das Resultat von Versuchen innerhalb jener engen Grenzen schwerlich eine entscheidende Bedeutung gehabt haben.

c) Auf diese schwierigen und problematischen Versuche uns einzulassen war aber auch für unseren Zweck nicht nothwendig, wie sich aus einer einfachen mathematischen Betrachtung ergab. Fasst man die relativen Schwellen als Exponenten einer geometrischen Reihe, so fordert das Weber'sche Gesetz, dass die ganze Reihe einen und denselben Exponenten habe, und dass das Mittelglied der Reihe, das  $R_g$ , die gesammte Zahl der Schwellen halbire. That-sächlich werden nun aber die relativen Schwellen nach dem Anfangswert der Reihe hin größer und nach ihrem Endwert kleiner und bleiben nur innerhalb eines engen Bezirks constant. Eine Vergrößerung des Exponenten bedeutet einen wachsenden, Verkleinerung des Exponenten einen abnehmenden Abstand der aufeinander folgenden Glieder der Reihe. Die Zahl der Glieder nimmt daher zu, wo der Exponent kleiner wird, und verringert sich, wo er größer wird. Der aus den Grenzwerten der ganzen Reihe gezogene geometrische Mittelwert,  $R_g$ , wird darum die Zahl der Glieder, bezw. ihrer Abstände nicht halbiren können, sondern unterhalb dieses Halbierungs-

1) Vgl. IV. Congrès S. 161, wo eine entsprechende Aeußerung von Stumpf angeführt wird. Die ganze Differenz zwischen den oben bezeichneten Grenzwerten betrug für die Versuchsperson Ament nur vier ebenmerkliche Unterschiede.

werthes zu liegen kommen, wenn es oberhalb mehr Glieder gibt, als unterhalb. Es fragt sich nur, wie groß diese Abweichung von  $R_g$  nach  $R_a$  hin ist, die somit bereits nach den Ergebnissen der Methode der Minimaländerungen feststand. Um darüber einen concreten Aufschluss zu erhalten, bildeten wir, wie S. 188 angegeben wird, eine Stufenscala unter Benutzung der Schwellen als trennender Abstände. Eine solche sei hier — mit etwas genauerer Berechnung — für die Versuchsperson Ament mitgetheilt:

1; 1,5; 2,25; 3,37; 5; 6,8; 9,25; 12,58; 16,35; 21,25; 27,52; 35,78; 45.

Als Exponenten sind die Verhältnisse  $\frac{R}{r}$ , die Lehmann in seiner Tabelle 18b aufgeführt hat (S. 108), benutzt, wobei für die Berechnung stets Mittelwerthe aus je zwei benachbarten Verhältnisszahlen zu Grunde gelegt wurden. Die Zahl der Stufen ist, wie man sieht, 13, die mittlere Stufe wird somit durch 9,25 repräsentirt, während  $R_g = 6,7$  fast genau mit der voraufgehenden Stufe zusammenfällt. Zugleich lassen sich aus dieser Reihe alle anderen von Ament angeführten Ergebnisse unschwer entnehmen. Zunächst weichen die  $R_m$  in der That von den mittleren Stufen um so mehr ab, je größer die Abstände zwischen den Grenzreizen sind, so-dann ist auch die Lage der zu Grunde gelegten Reize von Einfluss, indem gleiche Verhältnisse in der oberen Hälfte der Scala eine größere Abweichung zeigen, als in der unteren. Ein Zusammenfallen von  $R_m$  mit der mittleren Stufe ist daher bei kleineren Verhältnissen  $R_2 : R_1$ , ebenso wie bei Verringerung der absoluten Werthe von  $R_2$  und  $R_1$  zu erwarten. Das zeigt auch eine graphische Darstellung, in der die  $R_m$  und  $R_g$  bezw. die mittleren Stufen als Functionen der Reize und Reizverhältnisse eingezeichnet werden.

Was hier an den für die Versuchsperson Ament ermittelten Zahlen demonstrirt worden ist, gilt ebenfalls für die von K. gelieferten Ergebnisse, bis auf den individuellen Unterschied, der S. 189 kurz erwähnt ist. Nach diesen Auseinandersetzungen mag es beurtheilt werden, ob Ament's Darstellung hinsichtlich des hier besprochenen Punktes einen Mangel an »guter Logik« aufweist. Selbstverständlich hat er nirgends »verlangt«, dass das Zusammenfallen

von  $R_m$  mit  $R_g$  (Lehmann's Gleich. 45) auch für einen Reizumfang gelten solle, hinsichtlich dessen die nothwendige Voraussetzung einer Geltung des Weber'schen Gesetzes nicht erfüllt ist. Dies Verlangen besteht nur in der offenbar präoccupirten Phantasie Lehmann's.

3) Dass Lehmann selbst übrigens an der im Bisherigen gewürdigten schlechten Logik keinen allzuschweren Anstoß nimmt, zeigen die ernsthaften Anstrengungen, die er weiterhin unternimmt, um die Abweichungen der Ergebnisse der Methode der mittleren Abstufungen von dem Weber'schen Gesetz zu beseitigen. Diese Bemühungen richten sich zunächst darauf, einen Correctionsfactor anzubringen, mit dessen Hülfe das  $R_m$ , der thatsächlich gefundene Mittelwerth, an das  $R_g$ , das geometrische Mittel aus den Grenzwerten, angeglichen werden soll. Lehmann ist nämlich nach berühmtem Muster der Ansicht, dass eine untere Abweichung vom Weber'schen Gesetz durch die Mitwirkung eines constanten Fehlers zu erklären sei. So hatte Fechner bekanntlich das Eigenlicht der Netzhaut herangezogen, um diese Abweichung bei den Versuchen über die *UE* für Helligkeiten verständlich zu machen, und bereits<sup>1)</sup> auf eine analoge Rolle des Tagesgeräusches bei Schallversuchen hingewiesen. Nun hatte zwar schon G. E. Müller gezeigt, dass für den Gesichtssinn die Fechner'sche Annahme mindestens nicht ausreiche.<sup>2)</sup> Und bei den Versuchen von Tischer über die *UE* für Schallstärken war, trotzdem sie in einer großen Stadt angestellt worden waren, eine untere Abweichung, die eine derartige Annahme plausibel gemacht hätte, gar nicht hervorgetreten. Aber schon bei Merkel's Ergebnissen hat Lehmann ein Zurückgehen auf das Tagesgeräusch ersprießlich gefunden und eine weiter reichende Geltung des Weber'schen Gesetzes unter Einführung dieses Correctionsfactors erzielt. Natürlich muss dieser Factor auch für unsere Versuche berücksichtigt werden. Das Verfahren zu seiner Bestimmung ist dabei ein sehr einfaches. Lehmann nimmt mit Fechner an, dass »sich das Tagesgeräusch zu jedem Schalle, dem Hauptschalle wie Vergleichsschalle, mit gleichem Werthe

<sup>1)</sup> Revision der Hauptpunkte der Psychophys. S. 414 f.

<sup>2)</sup> Zur Grundlegung der Psychophysik S. 181 ff.

zufügen« muss. Verstehen wir unter  $R$  den von  $r$  ebenmerklich verschiedenen stärkeren Reiz, so ist demnach nicht  $\frac{R}{r}$ , sondern  $\frac{R+c}{r+c}$  zu setzen, um den wahren Werth der  $UE$  zu erhalten. Diesen Quotienten nennt Lehmann  $b$  und stellt, um das  $c$  berechnen zu können, den constanten Werth desjenigen Verhältnisses von  $\frac{R}{r}$  für  $b$  ein, das innerhalb der Grenzen der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes empirisch ermittelt worden ist. Unter dieser Voraussetzung wird das  $c$  zunächst für die Tabellen der Unterschiedsbestimmung bei mir und Ament als Versuchspersonen ausgerechnet, wobei für K. 1,67, für A. 1,48 erhalten werden. »Jede der beiden Versuchsreihen ergibt also fast denselben Werth von  $x$  [nämlich unserem  $c$ ], was sie ja auch gerne sollten, da das Tagesgeräusch eine vom Beobachter unabhängige Größe sein muss.« Darauf kann nun umgekehrt unter successivem Einsetzen der entsprechenden Werthe von  $R$  und  $r$  auch das  $b$  für jede Reizstufe bestimmt werden. Ebenso lässt sich das  $c$  für die Unterschiedsvergleichung verwenden, worauf wir nicht näher eingehen, da sich alsbald zeigen wird, dass die ganze Betrachtung und Berechnung haltlos ist.

a) Zunächst ist die Freude an der genauen Uebereinstimmung der beiden für  $c$  berechneten Werthe einigermaßen verfrüht. Welches  $b$  Lehmann benutzt hat, um in der Gleichung  $\frac{R+c}{r+c} = b$  die Größe von  $c$  bestimmen zu können, hat er freilich eben so wenig verrathen, wie die Grenze, bis zu der er die  $R$  und  $r$  bei dieser Bestimmung herangezogen hat. Nach dem Princip, das der ganzen Aufstellung dieses Correctionsfactors zu Grunde liegt, und nach der Analogie des bei der Behandlung von Merkel's Zahlen genauer bezeichneten Verfahrens wird man als  $b$  bei K. : 1,16, bei A. : 1,3 einzusetzen und wenigstens bis  $r = 11,24$ , wo die Geltung des Weber'schen Gesetzes anhebt bezw. die untere Abweichung davon aufhört, die Rechnung durchzuführen haben. Man erhält dann folgende Werthe:

$r$	Vp K.			Vp A.		
	$R$	$c$	$b$	$R$	$c$	$b$
46,95	52,80		1,121	57,45		1,220
32,78	38,09		1,155	42,66		1,294
20,76	24,17		1,153	27,32		1,304
11,24	13,16	0,75	1,151	14,42	-0,63	1,264
4,50	5,56	2,10	1,178	6,49	2,13	1,377
1,00	1,40	1,50	1,163	1,55	0,83	1,309
Mittel		1,45			0,78	

Die Mittelwerthe von  $c$  sind hier 1,45 bzw. 0,78, also keineswegs »fast dieselben«. Ferner zeigen die einzelnen  $c$  nicht unerhebliche Schwankungen, die ihre Bedeutung, das constante Tagesgeräusch zu vertreten, illusorisch machen. Insbesondere aber findet sich ein ganz unmöglicher negativer Werth von  $c$  bei A. für  $r = 11,24$ . Wie Lehmann seinerseits zu übereinstimmenden Zahlen von  $c$  gelangt ist, vermag ich nur vermuthungsweise anzugeben. Bei A. scheint er aus den beiden unteren Werthen von  $c$  das Mittel = 1,48 genommen, bei K. dagegen unter Wahl eines  $b = 1,15$  nur den untersten Reizwerth von  $r = 1,00$  zur Berechnung des  $c$  benutzt zu haben. Wenigstens ergibt sich in diesem Falle für  $c: 1,67$ . Ich brauche nicht erst zu sagen, dass ein solches Verfahren, wenn er es eingeschlagen hat, völlig ungeeignet ist, seine Kritik zu empfehlen oder zu stützen.

b) Wir haben uns bisher auf den Standpunkt des Lehmannschen Rechnungsverfahrens gestellt und von ihm aus gezeigt, dass die Zahlen sich nicht so verhalten, wie sie gerne sollten. Die untere Abweichung freilich wird dadurch beseitigt, aber schließlich sind um dieses Erfolges willen doch nicht alle Mittel gut zu heißen, die dazu geführt haben. Wir müssen vielmehr jetzt die bei Merkel und Ament zur Anwendung gebrachte Berechnung eines constanten Correctionsfactors für eine ganz unzulässige erklären. Denn die Voraussetzung dieser Berechnung ist die Constanz des  $b$ , der relativen

UE, die er dann rückwärts erst wieder beweisen will, indem er die von jener Voraussetzung aus gewonnenen  $c$ -Werthe zur Berechnung der  $b$  verwendet. Lehmann begeht also m. a. W. eine *petitio principii*, die dadurch nicht besser wird, dass sie im mathematischen Gewande, dem von ihm so hoch geschätzten, auftritt. Dieser Fehler ist um so weniger begreiflich, als bereits vor 25 Jahren G. E. Müller den einfachen Weg angegeben hat, der ohne diese *petitio principii* zur Bestimmung einer solchen Constante führen kann.<sup>1)</sup> Man hat dabei folgende Ueberlegung anzustellen.

Es seien  $r_1$  und  $r_2$  zwei Reize, für die die Unterschiedsschwellen  $\Delta r_1$  und  $\Delta r_2$  mit einer unteren Abweichung vom Weber'schen Gesetz behaftet gefunden worden sind. Unter der Annahme, dass diese Abweichung durch die Mitwirkung eines constanten Factors der geschilderten Art zu stande gekommen ist, hat man dann zu setzen:

$$\frac{\Delta r_1}{r_1 + c} = \frac{\Delta r_2}{r_2 + c},$$

woraus für den Fall, dass  $r_2$  der stärkere Reiz ist, sich ergibt:

$$c = \frac{r_2 \cdot \Delta r_1 - r_1 \cdot \Delta r_2}{\Delta r_2 - \Delta r_1}$$

Hier werden, wie man sieht, zur Bestimmung von  $c$  lauter empirisch ermittelte Werthe benutzt. Setzt man zunächst  $r_1 = 1,00$ ,  $r_2 = 4,50$  und die zugehörigen  $(R_1 - r_1) = \Delta r_1$  und  $(R_2 - r_2) = \Delta r_2$  bei K. in die Gleichung ein, so erhält man 1,121 für  $c$ . Bei  $r_1 = 4,50$ ,  $r_2 = 11,24$  aber steigt  $c$  auf mehr als das Dreifache, nämlich: 3,802. Noch ungünstiger steht es bei A. Hier wird  $c$  im ersten Falle = 0,340, im zweiten Falle = 6,773. Weder stimmen somit die  $c$ -Werthe bei beiden Versuchspersonen, noch unter einander bei jeder von ihnen irgendwie überein. Es ist daher ganz unmöglich, von einem »constanten« Factor, der »vom Beobachter« unabhängig wäre, zu reden. Man wird es hiernach begreiflich finden, dass wir die Benutzung der Lehmann'schen  $c$ -Werthe, dieser eigenthümlichen Kunstproducte, für die nach der Methode der mittleren Abstufungen gewonnenen Zahlen völlig auf sich beruhen lassen.

<sup>1</sup> Zur Grundlegung der Psychophys. S. 182.

c) Dagegen haben wir endlich noch die Frage aufzuwerfen, ob es denn in der That einen Sinn hat anzunehmen, dass, sowie das Eigenlicht der Netzhaut oder bei Hebung von Gewichten das Armgewicht als eine Constante den zu vergleichenden Reizen hinzuaddirt werden müsste, auch das diffuse Tagesgeräusch zu den zu beurtheilenden Schallintensitäten als ein Summand hinzukomme. Nach meiner Ansicht liegt die Sache hier wesentlich anders als dort. Dass man Helligkeiten nicht von einander unterscheiden kann, wenn sie in der vorausgesetzten Weise zusammenwirken, dass das Armgewicht mit den gehobenen Lasten sich zu einem Gesamteindruck vereinigen kann, in dem sich die Componenten nicht mehr von einander sondern lassen, ist einigermaßen begreiflich, obwohl sich auch gegen eine schematische Betrachtung auf diesen Gebieten mancherlei erhebliche Einwände geltend machen lassen. Dagegen scheint es mir *a priori* und auf Grund eigener Beobachtung höchst unwahrscheinlich, dass es sich beim Gehörsinn ebenso verhalte. Das Tagesgeräusch wirkt, vermöge der analysirenden Function unseres Gehörs, nicht als ein Summand, sondern vielmehr als ein Subtrahend. Je stärkere Geräusche gleichzeitig stattfinden, um so schwächer erscheinen die zu vergleichenden Schalleindrücke. In diesem Sinn sagt schon Fechner: »Folgte die Unterscheidung der Schallstärken der einfachen statt relativen Verschiedenheit derselben, so sähe man keinen Grund, warum beim Fahren im Eisenbahnwagen oder in der Nähe eines brausenden Wasserfalls die Stimme verstärkt werden muss, um noch gleich gut vom Nachbar verstanden zu werden«<sup>1)</sup>. Dass es sich in der That so verhält, zeigen auch die Experimente von Mayer, die Wrinch erwähnt hat<sup>2)</sup>, und die Hemmungsversuche von Heymans. Außerdem ist es, wie mir scheint, durchaus unzulässig, das Tagesgeräusch als einen constanten Factor schlechthin zu betrachten. Jeder Wagen, der vorbeifuhr, während die zu vergleichenden Schallintensitäten dargeboten wurden, jedes ferne Glockengeläut oder Stimmen, bezw. Schritte, die auf dem Hofe vernehmbar waren, und vieles Andere, was bei unseren Versuchen eine Rolle gespielt hat, lässt sich doch nicht einfach einer Constanten, »diffuses

<sup>1)</sup> In Sachen u. s. w. S. 161.

<sup>2)</sup> Vgl. S. 311 Anm. 1.

Tagesgeräusch« genannt, unterordnen. Selbstverständlich haben wir bei solcher unerwarteten störenden Concurrnz die Versuche ausgesetzt oder wiederholt; von einem constanten Geräusch aber, das etwa das  $1\frac{1}{2}$ fache der von uns benutzten Schallintensitätseinheit nach Lehmann's Berechnung hätte bilden müssen, haben wir nichts bemerkt. Wir können das nur als eine Construction von Lehmann bezeichnen, zu der er vielleicht durch Fechner's oben citirte Aeußerung veranlasst worden ist.

Uebrigens ist natürlich die Frage nach der unteren Abweichung des Weber'schen Gesetzes für unser Problem von keiner Bedeutung gewesen. Uns lag vielmehr nur ob zu untersuchen, in welchem Verhältniss die Ergebnisse der Methode der Minimaländerungen zu denen der Methode der mittleren Abstufungen stehen. Die Abweichungen zwischen beiden können schon um deswillen nicht auf die Mitwirkung des constanten Tagesgeräusches zurückgeführt werden, weil sie von der Größe des Verhältnisses  $\frac{R_2}{R_1}$  abhängig sind. So findet denn auch Lehmann bei Einführung seiner falschen Constanten in die Ergebnisse der Methode der mittleren Abstufungen, dass die Abweichungen, wenn auch an absolutem Werthe kleiner geworden, dennoch nach wie vor die gleiche relative Beziehung zu dem geometrischen Mittel aufweisen, die wir constatirt haben. Allerdings übersieht er zugleich, weil er die Zahlenverhältnisse zwischen den Ergebnissen beider Methoden, wie sie in der Betrachtung 2) c) sich darstellen, nicht durchdacht hat, dass mit der erzielten Verringerung des  $R_m$  in seiner Tabelle 20 (S. 111) eine völlig hinreichende Uebereinstimmung mit den durch Schwellenbestimmung gefundenen Stufen gewonnen ist. So fällt z. B. das  $M_1 = 9,5$  in seiner Tabelle 20 zwar nicht mit dem geometrischen Mittel = 6,85, wohl aber mit der oben angegebenen mittleren Stufe 9,25 zusammen, und in anderen Fällen ist sogar ein  $M_1$  errechnet worden, das etwas kleiner ist, als die aus unserer Stufenreihe zu entnehmende mittlere Stufe. Er hätte sich also mit den bisherigen Resultaten eigentlich zufrieden geben können.

4) Statt dessen sucht er noch nach einem weiteren Fehler, der die Ergebnisse unserer Versuche getrübt haben soll, und findet ihn im Zeitfehler. Indem er diesen als einen mit den Reizen wachsen-

den Factor in die Rechnung einführt, glaubt er den letzten Grund unserer Ungleichung zwischen den Ergebnissen beider Methoden entdeckt zu haben. Nach dem oben Bemerkten beweist er damit thatsächlich zu viel, da er den Zeitfehler noch zu dem constanten Tagesgeräusch hinzukommen lässt und dann natürlich Zahlen erhält, die durchweg unterhalb der aus unserer Stufenreihe abzuleitenden liegen. Da wir aber der Berücksichtigung dieses constanten Factors überhaupt keinen Sinn zusprechen konnten und überdies seine Berechnung als falsch dargethan haben, so wollen wir den neuen Gesichtspunkt von Lehmann einmal ganz unabhängig davon, wie er sich zu dem früheren stellt, würdigen und prüfen, ob er vielleicht für sich allein ausreicht, um unsere Ungleichung zu erklären.

a) Bekanntlich haben Martin und Müller (Zur Analyse der Unterschiedsempfindlichkeit 1899) gezeigt, dass der Einfluss der Zeitlage, wenigstens bei Anwendung einer modificirten Methode der richtigen und falschen Fälle auf die Vergleichung gehobener Gewichte, sich auf drei Hauptfactoren, die generelle, die typische Urtheilstendenz und den Fechner'schen Zeitfehler, zurückführen lasse. Welcher von diesen Factoren im einzelnen Falle vorliege, ließ sich bei ihrer Methode sehr wohl erkennen, wie sie eingehend erörtert haben. Bei unseren Schallversuchen konnte zunächst von einer typischen Urtheilstendenz, die auf ein gewisses motorisches Verhalten zurückgeht, nicht wohl die Rede sein. Dagegen waren die generelle Urtheilstendenz und der Fechner'sche Zeitfehler möglich. Der letztere äußerte sich, wie wir fanden, in der Weise, dass der zweite Schall unter sonst gleichen Umständen stärker erschien als der erste, war also ein sog. negativer Zeitfehler nach Fechner's Terminologie. Die generelle Urtheilstendenz aber müsste nach den Ausführungen von Martin und Müller darin hervortreten, dass in der Richtung  $N-V$  richtiger geurtheilt wurde, als in der Richtung  $V-N$ . Auf unsere Methode der Minimaländerungen ließ sich dies Kriterium offenbar nur in der Form übertragen, dass die Schwelle in jener Richtung kleiner ausfiel, als in dieser. Thatsächlich zeigte sich nun auch dies Verhalten. Es fragte sich nur noch, ob der Fechner'sche Zeitfehler daran betheiligte sein konnte. Eine einfache Ueberlegung führte zu dem Resultat, dass dieser durch die Bildung der mittleren Schwelle als eliminirt gelten konnte, und so war denn

auch von ihm nicht die Rede, als wir in Bezug auf Tabelle XV den Einfluss der Zeitlage feststellten und besprachen. Vielmehr wurde in dem Unterschied der Richtungen  $N-V$  und  $V-N$  mit Martin und Müller eine sog. anomale Differenz gesehen und in ausdrücklichem Anschluss an diese Forscher S. 184 bemerkt, dass ihre Beobachtungen über deren Entstehung, nämlich über die Bedeutung des absoluten Eindrucks eines Reizes, auch von uns bestätigt werden könnten.

Seltsamer Weise ist es nun Lehmann nicht gelungen, die im Vorstehenden, ebenso wie in der Arbeit von Ament unterschiedenen bzw. als verschieden vorausgesetzten Factoren des Einflusses der Zeitlage auseinanderzuhalten. Obgleich er kurz vorher das »verdienstliche Werk« von Martin und Müller erwähnt hat<sup>1)</sup>, verfährt er doch so, als ob es nur den Fechner'schen negativen Zeitfehler gebe, und unternimmt den natürlich a priori aussichtslosen Versuch unsere anomale Differenz auf ihn zurückzuführen. »Bezeichnen wir«, so sagt er, »die beiden Werthe von  $R$  [unserem  $V$ ] als  $R_I$ , wenn  $R$  zuerst kommt, und als  $R_{II}$ , wenn  $r$  [unser  $N$ ] zuerst kommt, so muss  $R_I > R_{II}$  sein, denn kommt  $R$  zuerst, so wird das nachfolgende  $r$  eine verhältnissmäßig zu starke Empfindung geben und  $R$  muss folglich einen etwas größeren Werth erhalten, als der Fall sein würde, wenn man  $r$  nicht relativ zu stark auffasste. Kommt umgekehrt  $R$  zuletzt, so wird dasselbe als verhältnissmäßig stark aufgefasst und die Differenz  $R-r$  muss folglich verhältnissmäßig klein sein, wenn  $R$  als nur ebenmerklich von  $r$  verschieden aufgefasst werden soll. Dass  $R_{II}$  wirklich kleiner wird als  $R_I$ , geht auch deutlich aus Ament's Tabelle XV hervor, wo er diese [!] Zeitfehler bespricht. Aus derselben Tabelle ist ebenfalls zu ersehen, dass der Unterschied  $R_I - R_{II}$  mit  $r$  anwächst. Dies heißt mit anderen Worten, dass der Zeitfehler um so größer wird, je stärker die Reize sind.«

Versuchen wir die Confusion, die hier Lehmann angerichtet hat, ein wenig aufzulösen! Dazu mag eine einfache symbolische Darstellung der hier obwaltenden Verhältnisse dienlich sein. In dieser sind die von Lehmann gewählten Zeichen benutzt worden; die

---

<sup>1)</sup> Auch werden S. 67 Anm. die generelle und die typische Urtheilstendenz genannt.

$R_I$  \begin{array}{l} \nearrow R\_{II} \\ \searrow R\_{II} \end{array} r

verschiedenen Höhen, in denen sie angebracht sind, bezeichnen ihre Größenunterschiede, wobei  $R-r$  einen ebenmerklichen Unterschied bildet. Unter dem Einfluss des Fechner'schen negativen Zeitfehlers ist dann in der That  $R_I > R_{II}$ , wie Lehmann angegeben hat. Zugleich aber sieht man, dass  $R_I - R_{II}$  nichts mit dem Unterschied der mittleren Schwellen zu thun haben kann, der allein in Tabelle XV bei Ament berücksichtigt ist. Wollte man die Differenz  $R_I > R_{II}$  in Schwellen ausdrücken, so müsste man die obere und die untere Schwelle gesondert behandeln. In der Zeitlage  $R_I$  ist die obere Schwelle größer und die untere kleiner, als in der Zeitlage  $R_{II}$ . Das haben wir auch bei unseren Versuchen regelmäßig constatiren können. Dieser Unterschied muss sich aber, da er für beide Zeitlagen ein entgegengesetzter ist, bei der Bildung des mittleren Unterschiedsschwellenwerths ausgleichen, sofern man von einem Einfluss des Weber'schen Gesetzes absieht. Folglich ist die anomale Differenz durch den Fechner'schen negativen Zeitfehler nicht zu erklären. Ob der eben erwähnte Einfluss des Weber'schen Gesetzes dazu hinreicht, wage ich nicht zu entscheiden, da mir zur Beantwortung dieser Frage nicht alle Daten zur Verfügung stehen. Irgendwie betheiligt aber ist das Wachstum der absoluten Unterschiedsschwelle mit den Reizgrößen an dieser Erscheinung wohl schon um deswillen, weil — wie auch Ament bereits erwähnt hat — der Unterschied der Schwellen in den beiden Zeitlagen mit  $r$  zunimmt.

b) Lehmann aber baut unbeirrt auf seiner Feststellung des Fechner'schen Zeitfehlers weiter und construirt ihn sich auch aus der Methode der mittleren Abstufungen heraus. Nun haben wir nach Ausweis der Tabellen XVI und XVII bei Ament einen Einfluss der Zeitlage bei den Schallversuchen nach dieser Methode nicht finden können. Folglich muss er durch unsere Zahlen nicht darstellbar gewesen sein. Wenn Ament daraus, dass die Werthe von  $R_m$  in der Richtung  $R_2 - R_1$  nur zufällig von denen in der Richtung  $R_1 - R_2$  abweichen, geschlossen habe, dass hier kein Zeitfehler vorkomme, so verrathe dieser Schluss nur wieder, dass die Logik des Herrn Ament der von ihm behandelten Aufgabe nicht gewachsen sei. Denn freilich könne es sich so verhalten, aber anderseits lasse sich die Möglichkeit nicht ausschließen, dass ein Zeitfehler

vorkomme und dass dieser in den beiden Zeitlagen dieselbe Wirkung auf  $R_m$  habe. Ament verfähre »mit sonderbarem Leichtsinne«, da er es unterlasse, diese Möglichkeit zu prüfen. Durch einen einzigen Versuch hätte er sich bald von seinem Irrthum überzeugen können. Finde sich nämlich kein Zeitfehler in den Zeitlagen  $R_2—R_m—R_1$  und  $R_1—R_m—R_2$ , so müsste auch jede andere Zeitlage, z. B.  $R_1—R_2—R_m$  denselben Werth von  $R_m$  herbeiführen. Hätte Ament nur eine solche Bestimmung unternommen, so würde er sogleich gesehen haben, dass  $R_m$  in diesem Falle bedeutend geringeren Werth erhalte, als in den beiden erstgenannten Zeitfolgen. Der Versuch sei aber insofern ganz überflüssig, als Merkel schon längst dargelegt habe, dass bei drei successiven Schallreizen ein ähnlicher Zeitfehler entstehe, wie bei zwei Reizen, indem der letzte in der Reihe stärker aufgefasst werde, als er thatsächlich sei (S. 114).

Hier halten wir zunächst mit unserer Wiedergabe der Lehmannschen Ausführungen ein und fragen, wodurch denn Merkel das Vorhandensein eines Einflusses der Zeitlage bei der Methode der mittleren Abstufungen dargethan habe. Darauf lässt sich nur antworten: Dadurch, dass er im Gegensatz zu uns wesentlich verschiedene Werthe von  $R_m$  für die beiden auch von uns untersuchten Zeitlagen  $R_2—R_1$  und  $R_1—R_2$  erhalten hat. Zwar hat er auch andere Variationen der Zeitlage geprüft, aber mit diesen, wie Lehmann wissen müsste, geringere Unterschiede gefunden, als mit jenen beiden. Auch hebt er hervor, dass solche Versuche mit äußerer Lage des  $R_m$  (z. B.  $R_m—R_1—R_2$  oder  $R_1—R_2—R_m$ ) mit großer Aufmerksamkeit durchgeführt werden müssten und außerordentlich anstrengend gewesen wären.<sup>1)</sup> Also nur durch den deutlichen und erheblichen Unterschied der Ergebnisse in den auch von uns einander gegenüber gestellten Zeitlagen hat Merkel einen Einfluss der Zeitlage nachgewiesen. Unter solchen Umständen berührt es geradezu komisch, dass Lehmann auf der anderen Seite (115), wohlweislich in einer Anmerkung, erklärt: wenn Merkel nicht [wie Ament] zu identischen Werthen für die beiden Zeitlagen gelangt sei, so könne dies seinen Grund in der Art und Weise haben, wie er  $R_m$  bestimme. Da es, wie Ament nachgewiesen habe, verschiedene andere Verhältnisse gebe, die auf  $R_m$  Einfluss üben, so sei

<sup>1)</sup> Philos. Stud. X, S. 246.

es Merkel vielleicht nicht gelungen, alle diese Einflüsse zu eliminieren. Also eigentlich hat auch Merkel den Zeitfehler nicht darthun können, sein Nachweis desselben ist durch »verschiedene andere Verhältnisse« [welche??], die er nicht eliminiert habe, misslungen. In einem Athem wird somit der Nachweis von Merkel und die Unmöglichkeit desselben behauptet. Sollte das wohl die für Herrn Ament vorbildliche Logik sein?

Ferner hat Ament nicht geschlossen, dass bei der Methode der mittleren Abstufungen kein Zeitfehler vorkomme, sondern lediglich gesagt, dass auf Grund der Tabellen XVI und XVII »von einem Einfluss der Zeitlage . . . kaum zu reden« sei. Die thörichte Annahme, dass ein Fechner'scher Zeitfehler überhaupt nicht vorhanden sei, wenn drei Reize auf einander folgen, während er bei 2 Reizen wirksam sei, fällt uns nicht zur Last. Sie ist von Lehmann einfach supponirt worden, um auf eine billige Weise der Logik von Ament nahe treten und seinen Leichtsinns rügen zu können. Wir wussten, dass ein Einfluss der Zeitlage auf verschiedenen Factoren beruhen kann, während Lehmann nur den Fechner'schen Zeitfehler zu kennen scheint. Wir hielten es auch keineswegs für nothwendig, dass sich ein solcher Einfluss unter allen Umständen zeige. Insbesondere haben wir uns die Frage vorgelegt, ob ein Analogon der anomalen Differenz auch bei der Methode der mittleren Abstufungen hervortreten könne. Sie beruht, wie Martin und Müller ausgeführt haben, darauf, dass wir uns dem Vergleichsreiz gegenüber anders verhalten, als dem Normalreiz gegenüber. Es müsste demnach, um etwas Analoges bei der Methode der mittleren Abstufungen annehmen zu können, auch hier ein Unterschied entsprechender Art vorliegen. Das ist aber offenbar nicht der Fall, da die Grenzreize beide unveränderliche Normalreize sind und nur der mittlere variirt wird. Der absolute Eindruck eines Reizes kann hier schon deshalb keine so große Rolle spielen, weil es sich um eine Vergleichung von Unterschieden handelt. Man müsste also, um hier etwas Aehnliches zu finden, für den absoluten Eindruck eines Reizes den eines Reizunterschiedes einsetzen können. Aber jede Veränderung von  $R_m$  verändert beide Unterschiede, so dass der wesentliche Gegensatz zwischen Normal- und Vergleichsreiz auf diesen Fall nicht anwendbar ist. Ebenso überlegten wir uns, ob der Fechner'sche Zeitfehler hervortreten

könne, wenn man nach der Methode der mittleren Abstufungen verfähre. Wir fanden, dass das an sich gar nicht selbstverständlich sei. Denn da er sich nur in verschiedenen Werthen des  $R_m$  verrathen kann, so war es sehr wohl denkbar, dass der Einfluss von  $R_1$  auf  $R_m$  demjenigen von  $R_m$  auf  $R_2$  und umgekehrt das Gleichgewicht halte. Nun hätten wir ja freilich auch noch andere Variationen der Zeitlage nach Merkel's Vorgang prüfen können. Davon hat uns jedoch nicht der Umstand zurückgehalten, dass solche Versuche nach der Aussage dieses Forschers sehr anstrengend sind und große Uebung im Beobachten voraussetzen, sondern vielmehr die Einsicht, dass mit dieser Stellung der drei Reize ganz veränderte Versuchs- und Beobachtungsbedingungen geschaffen sind, die in unberechenbarer Weise den Ausfall der Urtheile beeinflussen müssen. Bei den Zeitlagen  $R_1-R_m-R_2$  und  $R_2-R_m-R_1$  hat man ganz gleichartige Aufgaben vor sich, die Vergleichung der beiden Unterschiede  $R_1-R_m$  und  $R_m-R_2$ , von denen das eine Mal jener, das andere Mal dieser zuerst steht. Führt man aber die Stellung  $R_m-R_2-R_1$  oder eine ähnliche ein, so ist die Vergleichung der beiden allein zu berücksichtigenden Unterschiede sehr erschwert, von ganz veränderten Umständen abhängig. Von dem sich an zweiter Stelle aufdrängenden Unterschiede  $R_2-R_1$  soll abstrahirt werden, der Unterschied  $R_m-R_1$ , auf den es ankommt, ist gar nicht mehr direct gegeben. Wie will man derartige Reihen mit den anderen auf eine Stufe stellen und ihre Ergebnisse zur Bestimmung eines Zeitfehlers benutzen?! Zahlen und Buchstaben sind freilich nach Belieben permutirbar, aber hier handelt es sich doch um psychologische Aufgaben, nicht um Aufgaben der Combinatorik. Wir haben uns daher von solchen Prüfungen nichts versprechen können und sie mit gutem Bedacht unterlassen. Einen sonderbaren Leichtsin in dieser Unterlassung zu erkennen war Lehmann vorbehalten.

Nachdem wir uns somit verständlich gemacht hatten, dass sich ein Einfluss der Zeitlage bei unseren Versuchen nach der Methode der mittleren Abstufungen nicht nothwendig kundzugeben brauchte, fanden wir es ganz in der Ordnung, dass unsere Zahlen ihn auch nicht aufwiesen, und konnten »hiernach Merkel's Betrachtungen über den Einfluss der Zeitlage bei unseren Versuchen keine Folge geben.«

c) Nun sucht aber Lehmann zu zeigen, dass uns der Zeitfehler doch genarrt habe. Nach ihm muss der letzte Reiz einer Reihe stärker aufgefasst werden, als er thatsächlich ist, man darf also nicht mit seiner wirklichen Größe rechnen, sondern muss diese mit einem Factor  $S$  multipliciren, wobei  $S > 1$ . Bei der Zeitlage  $R_2 - R_1$  werde also  $R_1$  wirken, als hätte es die Größe  $S \cdot R_1$ , woraus folge:

$$\frac{R_2}{R_m} = \frac{R_m}{S \cdot R_1} \text{ und demnach } R_m = \sqrt{S \cdot R_1 R_2} \text{ oder } = R_g \cdot \sqrt{S}.$$

Ebenso erhalte man in der zweiten Zeitlage:

$$\frac{R_1}{R_m} = \frac{R_m}{S \cdot R_2}, \text{ woraus abermals } R_m = R_g \cdot \sqrt{S}.$$

Man kommt also, wie Ament gefunden, in beiden Zeitlagen zu gleichen Werthen von  $R_m$ . Zugleich aber wird ersichtlich, dass  $R_m$  größer ausfallen muss, als  $R_g$ , wie ebenfalls experimentell ermittelt worden ist. Lehmann rechnet sodann noch sein constantes Tagesgeräusch hinzu und vermag nun  $\sqrt{S}$  als den Factor zu bestimmen, der gerade noch gefehlt hat, um den letzten Unterschied zwischen  $R_m$  und  $R_g$  zu erklären. Dass er damit schon zuviel erreicht hat, habe ich bereits oben (S. 338) gezeigt.

Sehen wir uns diese Betrachtung etwas näher an, so erhellt zunächst, dass es ganz willkürlich ist, nur den dritten der drei Reize als mit einem Zeitfehler behaftet zu denken. Auch der zweite Reiz muss dem ersten gegenüber einen solchen Fehler einschließen. Nicht minder willkürlich ist es anzunehmen, dass dieser Fehler für beide Reize ( $R_1$  und  $R_2$ ) dieselbe Größe habe, dass er also nicht mit der Größe der Reize variire. Beide Annahmen sind nicht nur willkürlich, sondern auch unwahrscheinlich, wie ich nicht weiter auszuführen brauche. Nur mit ihrer Hülfe aber gelingt es Lehmann,  $\sqrt{S}$  als eine Größe zu bestimmen, die mit  $R_g$  multiplicirt  $R_m$  ergibt. Auf diese Weise kann man natürlich jede Abweichung von dem geometrischen Mittel beseitigen. Denn da  $\sqrt{S} = \frac{R_m}{R_g}$ , so spielt der Größenunterschied zwischen dem empirisch gefundenen  $R_m$  und dem geometrischen Mittel der Grenzreize gar keine Rolle mehr, und der »Zeitfehler« deckt somit, wie ja auch

Lehmann verkündet, jede Blöße. »Es scheint also keinen Zweifel erleiden zu können, dass Gleichung 48, in welcher dem thatsächlich vorkommenden Zeitfehler Rechnung getragen ist, die von Ament nachgewiesenen Eigenthümlichkeiten völlig zu erklären vermag.«

Ich brauche nicht erst zu zeigen, dass die Bemühung, den Zeitfehler als nie versagenden Zauberstab zu benutzen, sofort hinfällig wird, wenn man einen strengen, von jenen willkürlichen Voraussetzungen freien Ansatz über seine wahrscheinliche Mitwirkung aufstellt. Man gelangt dann für jeden Werth von  $R_m$  und  $R_g$  zu einer Gleichung mit 4 Unbekannten, aus der auch die Methode der kleinsten Quadrate keine eindeutig bestimmten Zahlen herauszurechnen vermag<sup>1)</sup>.

5) Zum Schluss erklärt Lehmann, dass man die gleiche Größe der ebenmerklichen Unterschiede schon deshalb werde annehmen müssen, weil man sonst auch für das Gebiet der Lichtempfindungen dieselbe Annahme aufzugeben hätte. Dass diese Consequenz keine zwingende ist, wird er vielleicht inzwischen aus meinem Pariser Vortrag ersehen haben. Bei den Gesichtsempfindungen aber, so fährt er fort, gibt es für eine derartige Präsumpion (nämlich die ungleiche Größe der ebenmerklichen Unterschiede) gar keinen Anhaltspunkt. Für Lehmann existiren also die nach dem directen Verfahren angestellten Versuche von Ament mit grauen Papieren überhaupt nicht. An einer anderen Stelle sagt er: da nur der sogenannte indirecte Weg Zahlengrößen gibt, die sich mathematisch behandeln lassen, müssen wir uns darauf beschränken, diese Messungen zu betrachten. Wir haben inzwischen die Art dieser mathematischen Behandlung zur Genüge erwogen und in allem Wesentlichen ablehnen müssen. Aber ich kann meine Verwunderung darüber nicht unterdrücken, dass ein Psychologe ein, psychologisch angesehen, viel unmittelbarer zum Ziele führen-

---

<sup>1)</sup> Ueber den Einfluss der Zeitlage geben die bei regelmäßiger Abstufung erhaltenen Versuchsergebnisse von Wrinch leider keine befriedigende Auskunft, weil er die Abstufungsrichtung und die Zeitfolge nicht gesondert variirt hat (vgl. seine Tab. Ib—IVb). Ich habe von diesem Mangel seines Verfahrens erst nach Abschluss der Arbeit, bei der ich als Versuchsperson mich nicht genauer um den Gang kümmern durfte, Kenntniss erhalten. Aus den Versuchen mit unregelmäßiger Abstufung ergibt sich jedoch ein ganz unzweideutiger Einfluss der Zeitlage, der freilich bei W. und K. eine entgegengesetzte Richtung hat. Ob dieser Unterschied auf eine »typische Urtheiltendenz« hinweist, muss ich hier dahingestellt lassen.

des Verfahren deshalb der Beachtung überhaupt nicht werth findet, weil es eine mathematische Behandlung von Zahlen nicht zulasse. Meinerseits muss ich gestehen, dass alle Betrachtungen, Entwicklungen und Gleichungen, die Lehmann für die Gesichtsempfindungen aufgestellt und bei denen ein ganzes Heer von Voraussetzungen, Vereinfachungen, Combinationen eine Rolle gespielt hat, mir die unmittelbaren Ergebnisse des »directen« Verfahrens über die Größe der ebenmerklichen Unterschiede nicht aufwiegen. Hier thut sich eben schließlich ein Gegensatz der wissenschaftlichen Principien auf, der eine größere trennende Bedeutung hat, als alle Polemik im Detail. Ihn an dieser Stelle zum Austrag zu bringen, kann nicht wohl meine Absicht sein. Ich bin schon so wie so ausführlicher geworden, als ich ursprünglich wollte. Aber die Sache, um die es sich hier handelt, ist keine unwichtige, und das Ansehen, das Lehmann als experimenteller Psychologe verdienter Weise genießt, gab seiner Kritik eine größere Eindringlichkeit. Da ich nicht von jedem Fachgenossen eine gründliche Prüfung ihrer Richtigkeit erwarten konnte, so glaubte ich dieses nicht gerade erfreuliche Geschäft besorgen zu müssen. Jedem Leser darf ich nunmehr getrost überlassen zu urtheilen, ob Jemand, der ein großes psychophysisches Werk als bewährter Forscher herausgibt und sich darin solche Fehler, wie die in diesen Blättern nachgewiesenen (die Berechnung des constanten Tagesgeräusches, die Vermengung des Fechner'schen Zeitfehlers mit der generellen Urtheilstendenz u. a.), zu Schulden kommen lässt, einem Anfänger auf diesem schwierigen Gebiet schlechte Logik, Leichtsinns, naheliegende und wesentliche Fehler vorzuwerfen berechtigt war.

---