

Die Lehre von der Quantification des Prädicats in der neueren englischen Logik.

Von

Ljubomir Nedich.

In vorliegender Abhandlung wurde der Versuch gemacht, die Lehre von der Quantification, so wie dieselbe von Hamilton ausgebildet worden, in ihren Hauptmomenten darzustellen. Die hohe Bedeutung, die seine Lehre in der Folge erlangte, sowie der Umstand, dass dieselbe in Deutschland wenig bekannt geworden, ließ einen solchen Versuch als einen vielleicht nicht ganz ungerechtfertigten erscheinen. Dabei wurde der Schwerpunkt der Darstellung nach der theoretischen Seite der Doctrin verlegt, was wohl keiner besonderen Rechtfertigung bedarf. Bei derjenigen Auffassung über die Aufgabe der Logik, die sich immer mehr Bahn bricht, und nach der sie eine Wissenschaft vom Denken, nicht aber eine Anleitung zu demselben ist, konnte den technischen Vortheilen, die die Lehre von der durchgehenden Quantification bietet, unmöglich die Bedeutung beigemessen werden, die ihr Urheber denselben gesichert wissen wollte. Sie wurden auch nur insofern berührt, als es der Zusammenhang und die Vollständigkeit der Darstellung nothwendig erheischte.

Neben der Darstellung der Lehre wurden Einwände, die ihr von verschiedenen Seiten, besonders aber von Hamilton's Gegner Mill zu theil geworden, berücksichtigt und auf ihre Richtigkeit zu prüfen versucht.

Schließlich suchte der Verfasser die Quantification des Prädicats vom Standpunkte unserer heutigen Wissenschaft zu beleuchten, was

in Anlehnung an die von Professor Wundt vertretenen Ansichten über quantitative Determination im Allgemeinen geschah.

I. Einleitende Bemerkungen.

Die neuere englische Logik lässt in ihrem Entwicklungsgange zwei, wenn auch nicht entgegengesetzte, so doch von einander wesentlich verschiedene Richtungen erkennen: einerseits die inductive, die in J. St. Mill ihren hervorragendsten Vertreter gefunden, andererseits aber die von der Lehre vom quantificirten Prädicat ausgehenden, oder dieses doch zur Voraussetzung habenden Bestrebungen auf dem Gebiete der formalen Logik. Während erstere einer Auffassung der Logik als streng formaler Disciplin sich entfremdet und auf die Ausbildung der Methoden wissenschaftlicher Untersuchung das Hauptgewicht legt, bewegen sich die letzteren, wie bereits angedeutet, alle auf dem formalen Gebiete. Sämmtliche Logiker dieser Richtung bekennen sich zur formalen Schule; sie mögen in einzelnen wesentlichen Punkten von einander abweichen, über die Aufgabe ihrer Wissenschaft sind sie Alle einig. Sie ist ihnen formale, normative Disciplin, deren Aufgabe es ist, die »nothwendigen« Gesetze des Denkens zu untersuchen und Normen für den richtigen Ablauf desselben festzustellen.

Man pflegt gewöhnlich die inductive Logik Mill's als das eigentlich specifisch englische System zu betrachten, und es lässt sich auch nicht leugnen, dass von allen in der neueren Zeit in England aufgekomenen Systemen gerade dieses den Traditionen der englischen Philosophie am meisten entspricht. Seit Baco's Zeiten erblickte dieselbe in der Erweiterung des Wissens von der Natur und in der Ausdehnung der Macht des Menschen über dieselbe ihre eigentliche Aufgabe; und ebenso wie Baco glaubte, den unfruchtbaren Scholasticismus seines Zeitalters durch eine Philosophie positiveren Charakters ersetzen zu müssen, versuchte es der letzte nationale Philosoph Englands, an Stelle der bisherigen dialektischen Spitzfindigkeiten eine den praktischen Bedürfnissen der Wissenschaften entgegenkommende inductive Logik zu setzen. Was Baco für die Philosophie überhaupt, that Mill speciell für die Logik. Er befreite sie von dem leeren Formalismus, der sie seit Jahrhunderten beherrschte, und suchte eine den Anforderungen der modernen Wissenschaft gemäÙere Behandlung derselben anzubahnen. Dabei ist er durch und durch Empirist; auf jeder Seite seines Buches

liest man den englischen common sense. Insofern wäre es auch nicht unrichtig, sein System als ein in gewissem Sinne typisch-nationales zu bezeichnen. Es wäre jedoch verfehlt, wollte man dasselbe deshalb als das in der englischen Logik herrschende betrachten; im Gegentheil, es ließe sich vielleicht eher nachweisen, dass der Einfluss der inductiven Logik vielmehr in Abnahme begriffen sei¹⁾, wie denn überhaupt die englische Philosophie in ihren jüngsten Erscheinungen vielfach sich von ihrem traditionellen Empirismus abgewandt hat.

Viel bedeutsamer als die inductive Richtung Mill's, war für die Entwicklung der englischen Logik der Gegenwart jene andere Richtung, die einer formalen Auffassung der Wissenschaft huldigt und zum Ausgangspunkte das durchgehends quantificirte Prädicat hat. In den vierziger Jahren zuerst aufgebracht, sollte die Lehre von der Quantification des Prädicats nach den Worten ihres Urhebers, Hamilton, die alte Aristotelische Logik vervollständigen und zu einer neuen Analytik der Denkformen verhelfen. Zwar ist diese neue Analytik, als deren Grundprincip das durchgehends und ausdrücklich quantificirte Prädicat bezeichnet wurde, nicht zu Stande gekommen, doch sind von diesem aus durch eine Reihe hervorragender Männer andere, viel bedeutsamere Fortschritte angebahnt worden, die der logischen Wissenschaft neue, bis dahin ungeahnte Gebiete der Forschung erschlossen haben. Wenn man auch Jevons, der die Quantification des Prädicats »die fruchtbarste Entdeckung nennt, die seit des Aristoteles Zeiten in der abstracten logischen Wissenschaft gemacht worden,«²⁾ nicht unbedingt Recht geben mag, so lässt es sich doch nicht leugnen, dass dieselbe für die Entwicklung, wenigstens der englischen Logik der Gegenwart, von epochemachender Bedeutung gewesen. Mag man also die inductive Logik J. St. Mill's als das englische System par excellence bezeichnen — Thatsache ist, dass es die von der Lehre vom quantificirten Prädicat, mittelbar und unmittelbar ausgegangenen Systeme sind, welche gegenwärtig die logische Forschung in England beherrschen.

1) Charakteristisch ist in dieser Hinsicht die Kritik der Mill'schen Logik von W. St. Jevons, *J. St. Mill's philosophy tested*, in der *Contemporary Review*, Heft f. Dec. 1877, und f. Jan. u. April 1878.

2) Siehe W. St. Jevons, who discovered the quantification of the predicate, in der *Contemp. Rev.* Heft f. Mai 1873. p. 723.

Es kann nicht meine Absicht sein, hier alle diese verschiedenen Richtungen und Systeme, die sich aus der Lehre vom quantificirten Prädicat heraus entwickelt haben, zu erörtern, da dieses den Umfang vorliegender Schrift bedeutend überschreiten würde. Ich werde mich daher darauf beschränken, die ursprüngliche Lehre, die sie alle zur Voraussetzung haben, in ihren Grundzügen darzustellen und kritisch zu beleuchten, sowie den Zusammenhang zwischen ihr und jenen nachzuweisen. Auch werden wir auf die immer noch unentschiedene Frage von der Priorität der Entdeckung und Begründung der Quantification des Prädicats etwas näher einzugehen haben; es erfordert das nicht bloß die Vollständigkeit der Darstellung, sondern es ist auch im Interesse der Einheitlichkeit derselben geboten, sich vor Allem hierüber Klarheit zu verschaffen.

II. Zur Geschichte der Lehre von der Quantification des Prädicats.

Unter der Lehre von der Quantification des Prädicats versteht man bekanntlich jene Ansicht, der zufolge nicht bloß dem Subject eines Urtheils, sondern auch dem Prädicat desselben Quantität zukommt; dieses ist daher stets, ebenso gut wie das Subject, in Bezug auf Quantität ausdrücklich zu bestimmen oder zu quantificiren. Diese Ansicht ist nicht neu. Sie wird zwar gewöhnlich englischen Logikern unseres Jahrhunderts zugeschrieben, ist aber in Wahrheit viel älteren Ursprunges¹⁾. Aristoteles selbst dachte an eine Quantification des Prädicats, verwarf sie jedoch als entweder falsch oder überflüssig. Seinem Beispiele folgten seine sämtlichen Commentatoren, die des Alterthums, wie die des Mittelalters²⁾.

1) Th. Spencer Baynes, in der Preisschrift »An essay on the New Analytic of logical forms«, Edinb. 1850. Append. pp. 81—137, und Hamilton in den »Lectures on logic« 3rd ed. Edinb. 1874. II. vol. Append. VI. pp. 305—323, sowie in den »Discussions on philosophy etc.« geben Notizen zur Geschichte der Lehre von der Quantification des Prädicats nebst Belegstellen aus den Werken älterer Logiker, die eine solche Quantification theilweise gekannt. Einige Angaben finden sich auch bei Spalding, An introduction to logical science, Edinb. 1857. pp. 86—88 Anm.

2) Aristoteles sowohl als seine Ausleger hatten dabei stets das allgemein bejahende Urtheil im Auge; dieses wird durch Quantification zu einem falschen, wenn das Prädicat weiteren Umfangs ist als das Subject, deckt sich aber die Sphäre des ersteren mit der des Prädicats, so ist eine Quantification überflüssig, da sie zur größeren Bestimmtheit ihres gegenseitigen Verhältnisses nicht beiträgt. Vgl. Baynes, An essay etc. p. 93.

Der Erste, der eine Quantification des Prädicats vertritt und dieselbe auch praktisch bei den verschiedenen logischen Operationen verwerthet, ist Laurentius Valla (1407—1457).¹⁾ Weitere Vertreter sind Ambrosius Leo aus Venedig (in der zweiten Hälfte des 15. und der ersten des 16. Jahrh.), Jodocus Isenach, Professor zu Wittenberg (15. Jahrh.), John Oldfield in England (in der ersten Hälfte des 18. Jahrh.), besonders aber Gottfried Ploucquet, Professor zu Tübingen (1716—1790), der die Quantification des Prädicats viel schärfer betont und sie auch consequenter durchführt als seine Vorgänger²⁾. Alle die Genannten betonten die Quantification des Prädicats in Urtheilen, das quantificirte Prädicat war ihnen aber bloß technische Vorschrift, die hohe theoretische Bedeutung des von ihnen erkannten Principis ahnte keiner von ihnen, und so können sie bloß als Vorläufer des eigentlichen wissenschaftlichen Begründers der Lehre von der Quantification gelten³⁾.

Wie aber bereits erwähnt, ist die Frage, wer als der wahre Begründer dieser Lehre zu betrachten ist, eine noch nicht endgültig entschiedene. In den fünfziger Jahren hatte sich um die Priorität der Entdeckung des quantificirten Prädicats eine lebhafte Polemik ent-

1) Baynes, ebda. Allerdings nennt Spalding, An introduction p. 85 Anm., schon Occam, den Erneuerer des Nominalismus (14. Jahrh.), als den ersten Vertreter des quantificirten Prädicats.

2) Diesen Letzteren bezeichnet Ven'n, Symbolic Logic, London 1877 p. 8. Anm., als den eigentlichen Begründer der Lehre vom quantificirten Prädicat; dazu bestimmt ihn der Umstand, dass auch Ploucquet die Urtheile in Bezug auf Umfang in acht Formen eintheilt, eine Classification, die sich nur bei einer Quantification des Prädicats ergibt. Venn, der ein Gegner der Quantification des Prädicats ist, fasst dieselbe doch wohl etwas einseitig auf, wenn er in der neuen Eintheilung der Urtheile deren Kern sieht. Vgl. übrigens unten.

3) Nicht unerwähnt lassen wollen wir, dass auch bei Beneke Spuren einer Quantification des Prädicats sich nachweisen lassen. Vgl. Ueberweg's System der Logik 4. Aufl. Bonn 1874. p. 179 u. 349, besonders aber die englische Uebersetzung desselben von Th. M. Lindsay, ersch. London 1871, Append B. on the doctrine of the quantification of the predicate p. 579 Anm. »Beneke erklärte die Substitution zum Princip alles Schließens, eine Ansicht, die die Quantification des Prädicats voraussetzt«, u. s. w. Das bezügliche Werk Beneke's ist betitelt Syllogismorum analyticorum origines et ordinem demonstravit Fr. Ed. Beneke Berol. 1839. Auch Spalding nennt Beneke und erwähnt das früher, Berlin 1832 ersch. Lehrbuch der Logik, vgl. »An introd.« p. 73 Anm.

wickelt¹⁾, die vor einigen Jahren wieder aufgenommen wurde²⁾; noch immer wird aber bald Hamilton, bald Bentham als Entdecker des quantificirten Prädicats und Urheber der Lehre von der Quantification bezeichnet, während Andere Thomson, den Verfasser eines verbreiteten Handbuches »On the necessary laws of thoughts« als solchen hinstellen. Letzterer gab indess selbst zu, dass »seine Ansprüche auf Autorschaft in der That gering seien«³⁾, und da dem auch wirklich so ist, werden wir im Folgenden bloß die Ansprüche der ersten Beiden einer kurzen Prüfung zu unterziehen haben.

Bekanntlich lag zu Anfang unseres Jahrhunderts die logische Wissenschaft in England sehr im Argen, und es war Archbp. Whately, der durch seine 1825 erschienenen »Elements of Logic« das Studium derselben wieder belebte. Seinem Buche folgten in Kürze verschiedene Handbücher und Werke über Logik, und eines von diesen war auch das Buch Bentham's, das wir hier etwas näher zu betrachten haben. Obwohl theilweise aus den Aufzeichnungen seines Oheims Jeremy Bentham, des berühmten Utilitarians, hervorgegangen, ist dasselbe eigentlich nichts anderes, als eine kritische Analyse der Logik Whately's; selbst in der Anordnung des Stoffes hält sich dasselbe streng an das Whately'sche Buch, dessen einzelne Punkte hier kritisch untersucht werden, wobei es keineswegs an treffenden Bemerkungen fehlt. Das Buch von Bentham erschien 1827

1) S. Athenaeum für 1850. Nr. 1208, in der ein Mr. Warlow zuerst Bentham als den Entdecker des quantificirten Prädicats bezeichnete und damit das Zeichen gab zu einer Polemik, die längere Zeit in dem erwähnten Blatte geführt wurde. Vgl. Athenaeum f. 1851. Nr. 1214, 1215, 1217. Bentham hat sich übrigens, meines Wissens, derselben gegenüber passiv verhalten, während Hamilton seine Ansprüche bei dieser, wie auch bei jeder anderen Gelegenheit mit großem Eifer geltend zu machen suchte, so z. B. in der Polemik mit Prof. De Morgan.

2) In der Contemp. Rev. für 1873. Vgl. Th. Sp. Baynes, Mr. Herbert Spencer and the quantification of the predicate, Aprilheft, pp. 796—98 und die Replik von Jevons, who discovered the quantification of the predicate. ebda. Heft f. Mai pp. 821—24.

3) S. Athenaeum f. 1851. Nr. 1217. Diejenigen Autoren, die auch für Thomson eine gewisse Priorität beanspruchen, haben gewöhnlich die zweite Auflage seiner Schrift »Outline of the necessary laws of thoughts«, erschienen 1849, im Auge; hier ist jedoch die erste 1842 anonym erschienene Auflage derselben entscheidend, zumal jene drei Jahre nach der Ankündigung des Programms der Neuen Analytik erschien und die Möglichkeit einer Anregung durch dieselbe nicht ausgeschlossen bleibt.

unter dem Titel »An outline of a New System of Logic« und wurde später mit einigen anderen im Zusammenhange mit dem *Whately's*-schen Werk von *Hamilton* recensirt, in einem Artikel, betitelt »Logic, the recent english treatises on that science«¹⁾. Vor diesem hatte *Hamilton* noch nichts über Logik veröffentlicht. So hätte also *Bentham* der Zeit nach das größere Anrecht auf den Namen des Urhebers, und es kann sich nur noch fragen, ob ihn auch seine Leistung zu diesem berechtigt. Untersuchen wir seine Ansichten etwas näher. Er bezeichnet sein Werk als ein »neues System«. Worin besteht das Neue seiner Ansichten und welches sind die Grundlagen dieses »neuen« Systems? Es ist nicht leicht anzugeben, worin dasselbe wesentlich abweichen sollte von älteren Systemen. Das *Bentham's*che Buch ist, wie bereits erwähnt, eigentlich nur eine kritische Analyse der Logik *Whately's*, und bewegt sich, wie diese, durchaus auf formalem Gebiete, ohne sich dabei wesentlich von den herkömmlichen Ansichten zu entfernen. Eine Umgestaltung der Logik, etwa aus dem Princip des quantificirten Prädicats heraus, ist hier nicht versucht worden — das »neue« System ist in Wahrheit kein solches. Ja, man kann von *Bentham* nicht einmal sagen, dass er das Princip der Quantification selbst deutlich erfasst hätte. Ganz abgesehen von dem technischen Ausdruck, dessen Autor *Hamilton* ist, hat er dasselbe nirgends klar ausgesprochen; es sind bloß Andeutungen, die auf ein solches hinweisen. So berufen sich die Meisten, die ihm eine Priorität vindiciren wollen, in der Regel auf seine Eintheilung der Urtheile, die auf einer Quantification des Prädicats beruhen soll. Diese wollen wir daher etwas näher in's Auge fassen.

Ein Urtheil ist nach *Bentham* Ausdruck eines Verhältnisses der Identität oder Nicht-Identität zweier Begriffe (*terms*), von denen jeder mit seinem ganzen Umfange, oder auch nur mit einem Theile desselben, in das Urtheil eingehen kann. Bezeichnen wir mit x und y die beiden Begriffe, ihre Identität und Nicht-Identität mit $=$ bzw. \parallel , ihre Allgemeinheit mit t (*in toto*), ihre Partialität mit p (*ex parte*), so lassen sich diese Verhältnisse, die zugleich auch die Formen der Ur-

1) Zuerst erschienen in der *Edinburgh Review* für 1833. Aprilheft pp. 194—238; seitdem abgedruckt in den verschiedenen Auflagen seiner »*Discussions on philosophy*« 3rd ed. *Edinb.* 1866. Art. IV pp. 117—179.

theile in Bezug auf Qualität und Quantität repräsentiren, folgendermaßen darstellen:

1. x in toto = y ex parte oder $tx = py$
2. x » » || y » » » tx || py
3. x » » = y in toto » $tx = ty$
4. x » » || y » » » tx || ty
5. x ex parte = y ex parte » $px = py$
6. x » » || y » » » px || py
7. x » » = y in toto » $px = ty$
8. x » » || y » » » px || ty

Unter diesen Gleichungen sind die zwei letzten identisch mit den beiden ersten (x und y werden hier nicht als Subject und Prädicat genommen, sondern als Begriffe eines Urtheils schlechthin) und können deshalb wegfallen. Aus demselben Grunde kann auch von der zweiten Gleichung abgesehen werden, da die vierte dasselbe Verhältniss ausdrückt. So werden jene 8 Gleichungen auf folgende 5 zurückgeführt:

1. x in toto = y in toto oder $tx = ty$
2. x » » = y ex parte » $tx = py$
3. x » » || y $\left. \begin{array}{l} \text{in toto} \\ \text{ex parte} \end{array} \right\}$ » tx || $\left. \begin{array}{l} t \\ p \end{array} \right\} y$
4. x ex parte = y ex parte » $px = py$
5. x » » || y » » » px || py

»Logiker«, bemerkt Bentham zu dieser Tafel der Urtheile, »erwähnen in der Regel die erste Form gar nicht, da sie ihnen unnützlich scheint, und behaupten, das Prädicat wäre nie vertheilt, d. h. universal. Dieses ist kaum richtig . . . und es wäre vortheilhaft, vollkommene Identität auf eine logische Form zurückzuführen, ebenso partielle Identität, wie auch vollkommene oder partielle Nicht-Identität¹⁾.

So commentirt Bentham seine Eintheilung der Urtheile. Es lässt sich nicht leugnen, dass mit diesen Worten die Quantification des Prädicats, wenn auch nicht ausdrücklich hervorgehoben, so doch wenigstens theilweise angedeutet und befürwortet wird. Ebenso beruht seine Eintheilung auf einer im Stillen vorausgesetzten Quantification beider Begriffe des Urtheils. Daraus, dass solche in abstracto, als Be-

1) An outline of a new system of logic p. 133.

griffe eines Urtheils schlechthin, und nicht als Subject und Prädicat betrachtet werden, ist es zu erklären, dass von den anfangs aufgestellten 8 Formen 3 ausgemerzt werden, so dass schließlich eine Eintheilung übrig bleibt, die sich von der üblichen in *A*, *E*, *I*, *O* nur sehr unbedeutend entfernt¹⁾.

Viel entschiedener indess, als in der Lehre vom Urtheil im Allgemeinen, wird bei der Transformation desselben eine quantitative Bestimmung beider Begriffe betont. Es zeigt sich dies besonders in der Lehre von der Conversion; hier heißt es ausdrücklich: »bei der Umkehrung ist besonders darauf zu achten, die Zeichen des Umfanges der beiden Begriffe nicht zu verwechseln; um dies zu vermeiden, sollte man den Umfang derselben stets deutlich angeben.«²⁾

Aus dieser und ähnlichen Bemerkungen sieht man deutlich, dass Bentham die Quantification des Urtheils kennt; er sieht die Vortheile einer durchgehenden Quantification des Urtheils, vertritt dieselbe aber nicht aus theoretischen Gründen, sondern empfiehlt sie bloß in technischem Interesse. Damit ist seine Stellung zu der uns hier beschäftigenden Lehre angedeutet. Der Entdecker des quantificirten Prädicats ist er nicht gewesen; viele Logiker vor ihm haben dasselbe gekannt, und man kann nicht sagen, dass er die Lehre von der Quantification um ein Bedeutendes weitergebracht hat. Worin vielleicht das größere Verdienst Bentham's liegt, ist, dass er der Erste gewesen, in England wenigstens, der Urtheile in Form von Gleichungen darzustellen versuchte; und wenn auch die späterhin zu so hoher Bedeutung gelangte algebraisch-symbolische Behandlung der Logik gewiss nicht auf Einflüsse des auch sonst der Vergessenheit anheimgefallenen Systems von Bentham zurückzuführen ist, — eine Stelle in der Geschichte dieser Bestrebungen wird er sicherlich finden.

Dass Bentham und andere Logiker, die das quantificirte Prädicat gekannt, sich stets darauf beschränkten, dasselbe bloß als nütz-

1) »Er generalisirt«, sagt Th. Sp. Baynes, »die vier neuen Formen, die sich ihm durch Quantification des Prädicats ergeben, und nicht wissend, was er damit anfangen soll, verwirft er drei von ihnen und behält, auch zweifelhaft, nur die vierte, die er hätte ebenfalls verwerfen können, da sie ihm von keinem Nutzen ist.« S. Contemp. Rev. f. April 1873. Mr. Herbert Spencer and the quantification of the predicate p. 797.

2) An outline p. 149.

liche Vorschrift zu empfehlen, alle theoretischen Erörterungen bei Seite lassend, ist leicht zu verstehen, wenn man bedenkt, wie jene ältere Logik ihre Aufgabe auffasste. Sie wollte nicht Wissenschaft von den Denkgesetzen, sondern eine Kunst des Denkens sein, und erblickte in der Feststellung von Vorschriften für das richtige Denken ihre eigentliche Aufgabe. Eine solche Auffassung derselben ist theoretisch-wissenschaftlichen Erörterungen wenig günstig, und nichts ist natürlicher, als dass solche auch hier ausblieben. In der Logik musste vor Allem eine wissenschaftliche Betrachtungsweise ihrer Probleme sich Bahn brechen, ehe man in dem quantificirten Prädicat etwas Anderes erblickte als bloß eine nützliche Vorschrift, durch die einzelne logische Operationen vereinfacht und Irrthümer vermieden werden. In England war es wohl zuerst Sir William Hamilton (1788—1856), der eine Auffassung der Logik als Wissenschaft von den Denkgesetzen anbahnte, und es ist vielleicht nicht Zufall, dass er auch der Erste wurde, der die Lehre von der Quantification des Prädicats wissenschaftlich ausbildete. Die ganze Lehre lag ja so zu sagen in der Luft, worauf schon die mehrfache selbständige Entdeckung des quantificirten Prädicats von anderen Seiten, z. B. von Bentham hinweist.¹⁾ Sir William Hamilton war es, der zuerst die ganze Tragweite desselben begriff und es in die logische Wissenschaft einführte; und in diesem Sinne kann er, mit Baynes²⁾, auch der wissenschaftliche Entdecker des quantificirten Prädicats genannt werden.

1) Hinsichtlich der Entstehungszeit seiner Lehre von der Quantification des Prädicats bemerkt Hamilton, *Discussions* 2nd ed. p. 620: »In Bezug auf das Princip eines explicite quantificirten Prädicats gelangte ich gegen das Jahr 1833 zu der Ueberzeugung, dass die übliche Lehre nach dieser Seite hin einer Correctur bedarf. In dem Artikel zur Logik, der 1833 erschien (in der *Edinb. Rev.*), beruht die dort vertretene Theorie der Induction auf einer durchgehenden Quantification des Prädicats in bejahenden Urtheilen. Vor 1840 kam ich zu der Ueberzeugung, dass es nöthig sei, das Princip auch auf verneinende Urtheile auszudehnen; aus academischen Documenten ersehe ich, dass ich in diesem Jahre spätestens die Lehre ohne Einschränkungen vertrat.«

2) *S. Athenaeum* f. 1851. Nr. 1214.

III. Die Hamilton'sche Lehre von der Quantification des Prädicats.

Die mit der Quantification des Prädicats zusammenhängenden Lehren werden vielfach auch unter dem Namen der »Neuen Analytik« zusammengefasst. Dies ist nur in gewissem Sinne richtig, und wenn Hamilton der als Begründer derselben bezeichnet wird, so gilt das auch nicht ohne einige Einschränkung. Die Neue Analytik der Denkformen, wie sie Hamilton vorschwebte, sollte ein Versuch sein, die alte Aristotelische Logik, die nach ihm lückenhaft und unvollständig geblieben, zu vervollständigen und zu vereinfachen; das Grundprincip aber, von dem diese Neue Analytik ausgehen sollte, war das quantificirte Prädicat¹⁾. Der Versuch einer derartigen Reform der Aristotelischen Logik ist aber nie ausgeführt worden, und so gibt es im eigentlichen Sinne keine Neue Analytik. Was man so nennt, ist eine Anzahl Neuerungen in der Lehre vom Urtheil und vom Schluss, herbeigeführt durch die Mitberücksichtigung der Quantität des Prädicats, denen aber die systematische Einheitlichkeit fehlt. Die Neue Analytik ist also nicht etwa ein neues System der Denkformen, als welches man sie wohl hat hinstellen wollen; es sind eben bloß einige neue Ansichten, die man unter jenem Namen zusammenfasst. Wenn also Hamilton als der Begründer der Neuen Analytik genannt wird, so ist das gleichsagend mit der Urheberschaft dieser Ansichten, die man treffender mit dem Namen der Lehre von der Quantification bezeichnet.

Obwohl es aber eine Neue Analytik der Denkformen, wie sie Hamilton anbahnen wollte, nicht gibt, so ist es doch für das bessere Verständniss der hier darzustellenden Lehre nicht unvortheilhaft, einen Blick zu werfen auf das Programm derselben, wie es Hamilton im Jahre 1846 ankündigte²⁾. Wir geben dasselbe im Folgenden im Auszuge wieder:

»Diese Neue Analytik soll die alte vervollständigen und verein-

1) S. Baynes, An essay p. 1.

2) Als Beilage zu der von ihm besorgten Ausgabe der Werke Reid's, Edinb. 1846. Wieder abgedruckt (im Auszuge) in den »Discussions« p. 650 ff. und (vollständiger) in den von Mansel und Veitch herausgegebenen »Lectures on Metaphysics and Logic«, Edinb. 1874. Vol. IV. p. 251—254.

fachen. In der abstracten Logik, besonders in der Lehre vom Syllogismus, ist seit des Aristoteles Zeit kein Fortschritt gemacht worden. Seine Analytik enthält die Wahrheit, jedoch nur die halbe Wahrheit, und nicht immer richtig entwickelt, weil Aristoteles auf halbem Wege stehen blieb. Diese Unvollkommenheiten soll die Neue Analytik aufheben.

»Erstens, soll gezeigt werden, dass sich der Syllogismus bezieht auf zwei sich entsprechende Ganze, das der Comprehension und der Extension.

»Zweitens, dass explicite zu setzen ist, was implicite gedacht wird, woraus nothwendig folgt, dass wir in Betracht ziehen müssen, nicht bloß die Quantität des Subjects, sondern auch die des Prädicats, was die Logiker in der Regel zu thun unterlassen, obwohl dieselbe stets im Denken vorhanden; geschieht aber dies, so ergibt sich, unter Anderem, Folgendes:

»1. dass weder Subject noch Prädicat unbestimmt gedacht werden in Bezug auf ihre Quantität.

»2. werden beide Begriffe eines Urtheils auf ihr wahres Verhältniss zurückgeführt; das Urtheil wird dann zu einer Gleichung zwischen Subject und Prädicat.

»3. werden die drei Formen der Umkehrung auf eine zurückgeführt, die der einfachen Umkehrung.

»4. werden alle allgemeinen Gesetze des Syllogismus auf ein einziges zurückgeführt.

»5. werden alle die verschiedenen Arten und Unterarten desselben aus diesem einfachen Grundgesetz abgeleitet« u. s. w.

Weitere Punkte betreffen einige speciellere Fragen des Syllogismus und der syllogistischen Technik, denen er große Wichtigkeit beilegt, die aber die heutige logische Wissenschaft unerörtert bei Seite lässt.

Schließlich sollte die Neue Analytik noch ein Schema symbolischer Notation bringen, »völlig verschieden von allen bisherigen, aus dem sich alle verschiedenen Urtheils- und Schlussformen mit einer geradezu mechanischen Leichtigkeit ergeben.«

Dieses also sollte die Neue Analytik der logischen Wissenschaft werden. Ausgehend davon, dass auch das Prädicat stets als quantitativ bestimmt gedacht wird, und sich berufend auf das, wie es Hamilton bezeichnet, selbstverständliche logische Grundpostulat, dass

es gestattet sei, explicite zu setzen, was implicite gedacht wird, sollte durch stetes Festhalten der Quantität des Prädicats, neben der des Subjects, die Lehre vom Urtheile, besonders aber die vom Schluss von Grund aus umgestaltet werden. »Das Grundprincip der Neuen Analytik der logischen Formen ist die durchgehende (thoroughgoing) Quantification des Prädicats.¹⁾ Mit diesen Worten ist das Verhältniss der Neuen Analytik zu der Lehre von der Quantification deutlich bezeichnet, und wir wollen, ehe wir uns der Darstellung dieser zuwenden, noch hinzufügen, dass diese innig zusammenhängt mit einer anderen Doctrin Hamilton's, die auch mit in das Programm der Neuen Analytik eingehen sollte, mit der von der zweifachen Natur des Syllogismus, auf die wir deshalb hier werden einzugehen haben. Schließlich wollen wir noch bemerken, dass, obwohl Hamilton als der Begründer der Lehre von der Quantification zu betrachten ist, derselbe doch nirgends eine systematische Darstellung seiner auf dieselbe bezüglichen Ansichten geliefert hat. Dieselben finden sich nur zerstreut in seinen Schriften zur Logik und in den Discussions²⁾; der erste Versuch aber, dieselben in systematischer Ordnung darzustellen, rührt von Th. Spencer Baynes, einem Schüler Hamilton's, her³⁾. Die Hamilton'schen Ansichten zur Lehre von der Quantification sind hier mit seltener Klarheit und Schärfe entwickelt, und dabei hat der Essay von Baynes den großen Vorzug, von Hamilton selbst durchgesehen zu sein. Wir werden uns deshalb im Verlaufe unserer Darstellung neben den Ausführungen Hamilton's auch auf denselben zu beziehen haben. — Nach diesen Vorbemerkungen wollen wir uns nun der Lehre von der Quantification selbst zuwenden.

Die Grundvoraussetzung oder das Postulat, von dem nicht nur die Lehre von der Quantification, sondern, nach Hamilton, auch alle Logik ausgeht, ist, »dass es gestattet sei, explicite zu setzen, was

1) Baynes, An essay p. 1.

2) Vgl. Lectures etc. 3rd ed. Vol. IV. Append. VI. On the New Analytic of logical forms pp. 251—323 und Discussions on philosophy etc. 3rd ed. Append. II. Logical pp. 646—671.

3) Th. Sp. Baynes, An essay on the New Analytic of logical forms, Edinb. 1850. Baynes' Schrift erhielt den für die beste Darstellung der Lehre Hamilton's ausgesetzten Preis, und mit Recht bezeichnet J. St. Mill, An examination of Sir W. Hamilton's philosophy, London 1865 p. 422, dieselbe als »die beste Darstellung der Lehre seines Meist rs«.

implicite gedacht wird¹⁾. Niemand wird leugnen, dass es überall, wo es sich um eine wissenschaftliche Analyse des Gedachten handelt, erforderlich ist, vor Allem im Klaren zu sein darüber, was in jedem Denkacte eigentlich enthalten ist; wir müssen also beispielsweise bei dem Urtheile »Menschen sind lebende Wesen« fragen, ob unter Menschen alle, oder nur einige Menschen, und ebenso, ob unter »lebende Wesen« alle, oder nur einige lebende Wesen verstanden werden. Die Sprache, der es bloß um gegenseitige Verständigung zu thun ist, mag es damit unter Umständen auch weniger genau nehmen, für ihre Zwecke mag es hinreichen, das Urtheil in der Form »Menschen sind lebende Wesen« zu fassen, die Wissenschaft aber muss jenes obersten Gebots stets eingedenk bleiben. In dem angeführten Beispiel wird also stets bestimmt anzugeben sein, ob alle, oder nur einige Menschen und lebende Wesen gemeint sind. Die ältere Logik, welche das Prädicat nicht quantificirte, verstieß gerade gegen dieses Postulat, als sie demselben Quantität im Denken absprach; indem sie sich an den sprachlichen Ausdruck hielt, erklärte sie das Subject für quantitativ bestimmt gedacht, sprach aber eine solche quantitative Bestimmtheit dem Prädicate ab, weil dieselbe in der Regel sprachlich nicht, oder nur ausnahmsweise, zum Ausdruck gelangt. Unsere Aussagen betreffen stets Dinge, Gegenstände; diese sind es, um die es dem Sprechenden zu thun ist, und deren Eigenschaften er, wenn er urtheilt, hervorhebt. So ist ihm das Subject der wichtigere, gewissermaßen der Hauptbegriff des Urtheils; diesem wendet er vorzüglich seine Aufmerksamkeit zu und sucht es nach allen Seiten möglichst zu bestimmen. Das Prädicat hingegen ist ihm eigentlich nur dazu da, um von den verschiedenen das Subject zusammensetzenden Attributen einzelne besonders hervorzuheben. Wenn Jemand etwa sagt (um ein Mill'sches Beispiel zu nehmen): der Himmel ist blau, so kommt es ihm dabei nur darauf an, hervorzuheben, dass der Himmel von dieser Farbe ist, an etwaige andere Objecte, die dieselbe Eigenschaft haben mögen, oder gar an den Begriff blau denkt er dabei nicht. Das Subject ist ihm also der wichtigere und von ihm bevorzugte Begriff, und das Prädicat besteht für ihn nur als Attribut desselben. Anders aber stellt sich die Sache einer wissenschaftlichen Betrachtung des Urtheils

1) Vgl. Lectures Vol. III. p. 114 u. p. 254, ebenso Baynes, An essay, p. 4 f.

dar. Hier ist keiner von den beiden Begriffen vor dem anderen bevorzugt, beide sind gleichwerthig und haben dieselben Ansprüche auf Bestimmtheit. Die Wissenschaft, die sich nicht an den gewöhnlichen Sprachgebrauch halten darf, der bloß das Subject quantificirt, wird also zu fragen haben, ob nicht auch dem Prädicat eine quantitative Bestimmtheit im Denken zukommt.

Ergibt sich nun, wenn wir von dem Sprachgebrauch absehen und dem Postulat gemäß Alles, was gedacht wird, auch wirklich setzen, für das Prädicat eine bestimmte Quantität im Denken; denken wir dasselbe stets als in Bezug auf Quantität bestimmt? Um diese Frage entscheiden zu können, muss auf die Natur des Prädicats etwas näher eingegangen werden. Prädicate sind Begriffe, die zu anderen in gewissem Verhältnisse stehen; ein jeder Begriff kann Prädicat eines anderen werden, und obwohl man bei Prädiciren zunächst nur an Substantiva und Adjectiva denkt, so lassen sich auch die übrigen Kategorien durch Verschiebung leicht in solche umwandeln, und wir können so beide als zu derselben begrifflichen Kategorie gehörend, also als vergleichbar betrachten¹⁾. In welchem Verhältniss müssen nun zwei Begriffe zu einander stehen, damit dieses ein prädicatives wird, mit anderen Worten, wie wird ein Begriff Prädicat eines anderen? Diese Frage bringt uns auf die Ansichten Hamilton's über das Urtheil, die wir jetzt etwas näher untersuchen wollen.

a. Das quantificirte Prädicat und die Lehre vom Urtheil.

Unser ganzes Erkennen ist, einem besonders von der englischen Psychologie mit großem Nachdruck betonten Satze zufolge, nichts Anderes als eine Thätigkeit des Vergleichens. Einen Gegenstand erkennen, heißt, denselben von anderen unterscheiden, oder ihn als einen mit ihnen übereinstimmenden wissen²⁾. Nicht anders ist es mit den Begriffen. Begriffe sind Ideen, Erkenntnisse allgemeiner Attribute, die einer Vielheit von Objecten gemeinsam sind. Unserem Erkenntnisvermögen bietet sich eine Mannigfaltigkeit von Gegenständen dar, von denen uns einige auf eine in gewisser Hinsicht ähnliche

1) Vgl. Wundt, Logik Bd. I., Stuttgart 1880. p. 107 ff. »Die kategoriale Verschiebung der Begriffe«.

2) A. Bain, Mental and moral science, London 1879. p. 83. »All unser Wissen löst sich in Verschiedenheiten und Uebereinstimmungen (agreements) auf«.

Weise afficiren. Indem wir diese von anderen unterscheiden, vereinigen wir sie dabei nothwendig zu einer Classe, deren Merkmal eben die besondere Art und Weise ist, wie wir von den sie zusammensetzenden Objecten afficirt werden. Begriffe sind also Classen, rein ideelle Ganze, die der Geist bildet, um die sich ihm darbietende Mannigfaltigkeit von Objecten zu ordnen. Wenn wir nun von einem Gegenstand, bezw. von einem Begriff, denn in Urtheilen haben wir es nur mit solchen zu thun, etwas prädiciren, so behaupten wir von ihm, dass derselbe zu einer bestimmten Begriffsclasse gehört, bezw. zu derselben nicht gehört. Es ist einleuchtend, dass wir stets, wenn wir einen Gegenstand oder einen Begriff unter einen anderen bringen, dabei nothwendig wissen müssen, welche Stelle er in der Sphäre desselben einnimmt. Wenn ich z. B. nicht weiß, dass Rose unter den Begriff Blume kommt, und auch nicht weiß, ob sie gleich einem Theile, oder dem Ganzen desselben, oder aber ihm übergeordnet ist, so kenne ich den Begriff Rose überhaupt nicht. Wir müssen also, wenn wir von einem Gegenstand oder Begriff etwas prädiciren, denselben nicht bloß unter einen anderen Begriff bringen, sondern auch zugleich seine Sphäre bestimmen in dem Begriffe, dem wir ihn zugezählt haben. »Jeder Begriff, der als Prädicat eines Urtheils fungirt, muss demnach bestimmte Quantität im Denken haben¹⁾«. So stehen also Subject und Prädicat eines Urtheils nothwendig in einem Verhältniss der Quantität zu einander, ja ein Urtheil ist, wie wir noch sehen werden, eigentlich nichts anderes als Ausdruck eines Quantitätsverhältnisses zweier Begriffe. Hieraus folgt aber, dass wir beide als in Bezug auf Quantität bestimmt denken müssen, denn sonst wäre ja dieses Verhältniss selbst kein bestimmtes. So wird daher Subject sowohl als Prädicat nothwendig quantitativ bestimmt gedacht, und müssen auch beide, jenem allgemeinen Postulate gemäß, quantificirt werden²⁾.

Dieses ist in ihren Hauptzügen die Ansicht Hamilton's von der Entstehung der Begriffe und von der Prädication. Man könnte seinen Ausführungen von unserem heutigen Standpunkte aus den

1) S. Baynes, An essay p. 10.

2) Vgl. hierzu Baynes, An essay p. 7 ff., ebenso Hamilton, Lectures Vol. III. p. 143 f. u. 229 f.

Vorwurf machen, das Urtheil sei kein synthetischer, sondern ein analytischer Vorgang, da Urtheile Denkacte und als solche stets einheitlich sind, und es nur die wissenschaftliche Betrachtung ist, die sie zu ihren Zwecken in Elemente zerlegt¹⁾. Dieser Vorwurf ändert indess an den Ausführungen Hamilton's, soweit sie das gegenseitige Verhältniss der das Urtheil zusammensetzenden und in demselben vereinigten Begriffe betrifft, nichts. Es ist völlig gleichgültig, ob dieselben synthetisch zu einem solchen vereinigt, oder aus demselben erst analytisch abstrahirt werden — ihr gegenseitiges Verhältniss bleibt dasselbe.

Ein Einwand, den J. St. Mill gegen die Hamilton'sche Ansicht erhebt, ist auch leicht beseitigt. Mill fragt nämlich²⁾, ob wir, wenn wir eine Aussage thun, bloß von Begriffen von Dingen aussagen, oder es nicht vielmehr diese Dinge selbst sind, die die Aussage, das Urtheil, betrifft. Begriffe sind, meint er, allerdings Erzeugnisse unseres Geistes, in Urtheilen kommt aber ein neues Element hinzu, der Glaube nämlich an die objective Realität des durch das Urtheil Ausgesagten. »Unsere Urtheile drücken nicht bloß unsere Art, die Dinge zu erfassen, sondern auch zugleich die Ueberzeugung aus, dass dieselben auch wirklich so bestehen, wie wir sie auffassen«³⁾. Urtheile beziehen sich nach Mill nicht auf Begriffe, sondern auf Dinge; wir urtheilen von den Dingen selbst, und nicht von ihren Begriffen. Wenn wir also eine Aussage thun, so betrifft dieselbe nicht das Ver-

1) Vgl. Wundt, Logik Bd. I. p. 346.

2) An examination of Sir W. Hamilton's philosophy, London 1865. p. 346.

3) Ebda. Die objective Realität des durch das Urtheil Ausgesagten wird übrigens sehr oft als ein wesentliches Element desselben betont; so definirt Ueberweg, System der Logik 4. Aufl. Bonn 1874. p. 154, das Urtheil als »Das Bewusstsein über die objective Gültigkeit einer subjectiven Verbindung von Vorstellungen — — — d. h. das Bewusstsein, ob zwischen den entsprechenden objectiven Elementen (gibt es solche für eine jede »subjective Verbindung von Vorstellungen«^{p)} die analoge Verbindung bestehe.« Gerade von diesem synthetischen Standpunkte aber ist der Glaube an die objective Realität des durch das Urtheil Ausgesagten, diesem durchaus fremd; ist das Urtheil eine subjective, also bloß durch Apperception bestimmte, sonst aber willkürliche Verbindung von Vorstellungen, warum sollte für dieselbe die Ueberlegung, ob ihr auch objective Thatsachen entsprechen, bestimmend sein? Viel günstiger ist dieser Ansicht eine Auffassung des Urtheils als analytischen Vorganges, jedoch bringt auch eine solche das Element der realen Existenz eines dem im Urtheil enthaltenen Denkact entsprechenden objectiven Vorganges nicht nothwendig mit sich.

hältniss der im Urtheile enthaltenen Begriffe, sondern stets »eine Succession, Coexistenz, oder Aehnlichkeit zwischen Thatsachen, bezw. Dingen«.

Dass unsere Urtheile auf Dinge, und nicht auf Begriffe von Dingen gehen, wird wohl schwerlich Jemand Mill bestreiten wollen — es ist klar, dass es überhaupt keine Urtheile gäbe, wären nicht Dinge da, über die man urtheilte. Nicht minder einleuchtend dürfte es aber erscheinen, dass diese Dinge nicht nothwendig Dinge der Aussenwelt sein müssen, die Mill hier vorzugsweise im Auge hat, da wir ja auch von Thatsachen der inneren Erfahrung urtheilen, und ebenso auch solche Kategorien, denen durchaus kein objectiv-reales Gegenbild entspricht, zum Subject unserer Urtheile machen können. Ebenso übersieht Mill, dass uns in Urtheilen schließlich doch nur Begriffe gegeben sind; mit diesen nur haben wir es in Urtheilen zu thun, worauf sich dieselben aber beziehen, und ob den Urtheilen reale Thatsachen entsprechen, ist für die Betrachtung des Urtheils als solchen zunächst wenig von Belang. Auch wird man einer formalen Betrachtungsweise derselben, die alle ähnlichen Erörterungen als der Logik fremd von sich weist, gewiss nicht alle Berechtigung absprechen können. Hier aber ist sie die einzig der Sache entsprechende.

Ehe wir nun in der Darstellung der Lehre von der Quantification weiter gehen, ist es erforderlich, einen Blick zu werfen auf eine andere Doctrin Hamilton's, die mit derselben innig zusammenhängt. Es ist dieses die bereits erwähnte Lehre vom comprehensiven und extensiven Syllogismus. Ein Begriff kann nach Hamilton nach zwei Seiten betrachtet werden, einmal nach der comprehensiven, wie ihn die gewöhnliche Logik betrachtet, sodann aber nach einer zweiten wichtigeren, der extensiven. »Da ein Begriff (concept, notion) ein Denkact ist, in dem eine Vielheit von Merkmalen im Bewusstsein zu einer Einheit verbunden wird, so ist der Begriff deshalb nothwendig Quantität, die aber in ihrem Betrag wechselt, entsprechend der größeren oder geringeren Anzahl von Merkmalen, die sie (zu einem Begriff) completirt, und der größeren oder geringeren Anzahl von Dingen, von denen der Begriff ausgesagt werden kann. Diese Quantität ist deshalb doppelter Art: intensiver und extensiver. Die innere oder intensive Quantität des Begriffs ist bestimmt durch die

größere oder geringere Anzahl der in demselben enthaltenen Merkmale; die äußere oder extensive Quantität desselben aber ist bestimmt durch die größere oder geringere Anzahl der classificirten Begriffe oder der unter demselben enthaltenen Objecte (realities). Die innere Quantität oder die Comprehension eines Begriffs ist zusammengesetzt aus den verschiedenen Attributen, deren Summe eben der Begriff ist, d. h. aus den verschiedenen Merkmalen, die durch den Begriff zu einem gedanklichen Ganzen verbunden werden. Die äußere Quantität, oder die Extension, desselben ist zusammengesetzt aus der Anzahl der Objecte, die durch den Begriff mittelbar gedacht werden⁽¹⁾.

Dem entsprechend zerfallen auch die Urtheile in comprehensive und extensive. Betrachtet man das Subject als das Ganze, welches das Prädicat in sich enthält als eines von den Merkmalen, die es zusammensetzen, so ist das Urtheil ein comprehensives; wird aber das Prädicat als das Ganze genommen, das Subject in sich enthaltend, so haben wir ein extensives Urtheil. Ob nun das Urtheil ein comprehensives oder ein extensives ist, hängt im gegebenen Falle bloß von unserer Betrachtungsweise ab, ob wir nämlich Subject oder Prädicat zum Hauptbegriff nehmen. So ist das Urtheil »Menschen sind lebende Wesen« ein comprehensives, wenn wir damit das Attribut des Lebens vom Menschen aussagen; wird aber das Prädicat »lebende Wesen« als Classe gedacht, den Begriff Mensch in sich enthaltend, so ist es ein extensives. So kann also ein jedes Urtheil beliebig nach der einen oder nach der anderen Seite betrachtet werden, und keine von ihnen ist für unsere Betrachtungsweise bindend. Nur wenn Urtheile zu Schlüssen vereinigt werden, können wir sagen, ob Subject oder Prädicat das Ganze darstellt, in welchem der andere Begriff enthalten ist⁽²⁾. Entsprechend dieser zweifachen Betrachtungsweise, nach der Begriffe in Urtheilen genommen werden können, gibt es auch zwei Arten des Schließens (reasoning), — comprehensive und extensive Schlüsse. Auf die Hamilton'sche Doctrin vom comprehensiven und extensiven Syllogismus brauchen wir hier nicht einzugehen; für uns genügte es, bloß auf die zweifache Natur der Begriffe hinzuweisen. Obwohl streng genommen diese nur ein Bestandtheil jener ist, so hat

1) Hamilton, Lectures Vol. III. p. 141 f. f.

2) Ebda. p. 233.

sie doch mit der uns hier beschäftigenden Lehre Hamilton's vielfache Berührungspunkte, so dass wir ohne dieselbe nicht zu einem vollen Verständniss dieser Lehre gelangen können.

Und hier müssen wir wieder einen Einwand Mill's zurückweisen, und zwar um so mehr, als die Argumente, deren er sich bedient, für ihn auch bei seiner Kritik der Lehre von der Quantification bestimmend sind. Wir prädiciren nach Mill stets nur comprehensiv, obwohl wir unsere Urtheile in der Regel in extensiver Form aufstellen. Wenn ich z. B. sage, der Himmel ist blau, so meine ich damit — und das ist Alles, was ich damit meine — dass der Himmel von dieser Farbe ist. An die Classe blau denke ich dabei durchaus nicht, ja ich brauche nicht einmal zu wissen, ob es noch andere blaue Dinge gibt. Ich denke nur an die Wahrnehmung blau und urtheile, dass der Himmel eben diese Empfindung blau in meiner Sinnlichkeit hervorruft. Ebenso, wenn wir sagen, Ochsen sind Wiederkäuer, haben wir mit dem Prädicat, extensiv genommen, nichts zu thun. Die Comprehension des Prädicats, das Attribut, oder die Reihe von Attributen, die es bezeichnet, ist Alles, was in meinem Geiste gegenwärtig ist, und das Verhältniss dieses Attributs, oder dieser Attribute zum Subject ist der ganze Stoff des Urtheils¹⁾.

Wir haben bereits darauf hingewiesen²⁾, dass es misslich ist, in Betrachtungen über das Urtheil und das Verhältniss der in demselben enthaltenen Begriffe sich von dem sprachlichen Ausdruck bestimmen zu lassen; noch viel weniger statthaft ist es aber, Fragen wie die vorliegende durch einen Hinweis auf das, was im Bewusstsein des Aussagenden gegenwärtig ist, entscheiden zu wollen, da es für eine wissenschaftliche Betrachtung des Urtheils völlig irrelevant ist. Wir werden übrigens Gelegenheit haben, auf diese Ausführungen Mill's zurückzukommen, und so wollen wir uns nach diesen Andeutungen wieder der Hamilton'schen Lehre zuwenden.

Wir haben gesehen, dass beide Begriffe des Urtheils, Prädicat ebenso gut wie Subject, stets mit bestimmter Quantität gedacht werden; beide sind im Denken quantificirt, und es ist nur die Sprache, die es aus Gründen, die bereits angedeutet wurden, unter-

1) J. St. Mill, An examination p. 423. f.

2) S. oben p. 170.

lässt, auch das Prädicat quantitativ zu bestimmen¹⁾. »Wird aber der Umfang beider Begriffe bestimmt, quantificirt, so deckt sich stets der ganze Umfang des einen mit dem bestimmten Theil des anderen.« »Einige lebende Wesen« ist gleich »alle Menschen«, und umgekehrt. Und so ist es von diesem Standpunkte aus durchaus gleichgültig, welcher von den beiden Begriffen eines Urtheils als Subject, welcher aber als Prädicat genommen wird.

»Hieraus ergibt sich:

»1. dass ein Urtheil eine Gleichung ist zwischen den beiden Begriffen, in Bezug auf ihre Extension. Und zwar nur in Bezug auf Extension, weil bloß diese Quantität eine Erweiterung oder Verengerung desselben zulässt, da die Comprehension eines Begriffes stets dieselbe bleibt, indem sie immer mit ihrem ganzen Umfange genommen wird.

»2. Die Gesamtquantität des umzukehrenden Urtheils ist gleich der Gesamtquantität des umgekehrten. Dem entsprechend gibt es bloß eine Art der Umkehrung von Urtheilen, die einfache Umkehrung«²⁾.

Es ist bereits hervorgehoben worden, dass die Lehre von der Quantification das Urtheil betrachtet als Ausdruck eines Quantitätsverhältnisses zweier Begriffe; ein Urtheil sagt aus, dass eine bestimmte begriffliche Quantität gleich ist einer anderen, die mit ihr in das Urtheil eingeht. Beide Begriffe werden dabei aber nothwendig extensiv genommen, da die Quantität der Comprehension bloß die Totalität der verschiedenen einen Begriff zusammensetzenden Attribute repräsentirt, und in Folge dessen constant, also nicht vergleichbar ist.

Jedes Urtheil lässt sich demnach als eine logische Gleichung auffassen; das Verhältniss der dasselbe bildenden Begriffe ist das der Gleichheit. Von diesem Standpunkte betrachtet, enthält das Urtheil als solches, streng genommen, kein Subject und auch kein Prädicat,

1) »Und so haben beide Begriffe eines Urtheils, Subject und auch Prädicat ihre bestimmte Quantität im Denken, die freilich nur ausnahmsweise zu sprachlichem Ausdrucke kommt. Wenn wir z. B. sagen, Menschen sind lebende Wesen, so meinen wir damit, dass alle Menschen nur einige lebende Wesen sind, und dieses sollte stets hervorgehoben werden.« Hamilton, Lectures Vol. IV. p. 272 f.

2) Hamilton, Lectures Vol. IV. p. 272 f.

sondern nur Begriffe schlechthin. Aber nicht bloß in dem abstracten Urtheile von der Form $A = A$, oder $A = vB$, auch in Urtheilen mit concretem Inhalte ist der Unterschied von Subject und Prädicat nur ein scheinbarer; die Urtheile z. B. »Alle Menschen sind einige lebende Wesen« und »einige lebende Wesen sind alle Menschen« sind logisch gleichwerthig.

Jedes Urtheil ist also einfach umkehrbar. Die ganze alte Lehre von der Umkehrung der Urtheile mit ihren verwickelten Regeln ist somit vom Standpunkte des quantificirten Prädicats aus falsch¹⁾; indem dieselbe das Prädicat nicht quantificirte, konnte sie das wahre Verhältniss der umzukehrenden Begriffe, so wie es sich im Urtheil darstellt, nicht verstehen. Wird aber das Urtheil durchgehends quantificirt, so werden Subject und Prädicat desselben auf ihr richtiges Verhältniss zurückgeführt und als begriffliche Quantitäten zu einer logischen Gleichung verbunden, erkannt. Da es nun vom Standpunkte des quantificirten Prädicats aus eigentlich weder Subject, noch Prädicat gibt, indem jeder von den beiden Begriffen des Urtheils als das eine oder andere fungiren kann, so erklärt die Lehre von der Quantification, dass es nur eine Art der Umkehrung gibt, die der einfachen Umkehrung; die übrigen Arten derselben sind in Wahrheit »andere logische Processe, zufällig mit einer Vertauschung von Subject und Prädicat combinirt.«²⁾

An und für sich betrifft zwar diese Reform der Lehre von der Conversion mehr die logische Technik, jedoch ist dieselbe in einem hochbedeutenden theoretischen Fortschritte begründet. Nicht die Vereinfachung der Regeln der Umkehrung an sich ist es, in der die Bedeutung derselben liegt, sondern in der grundlegenden Auffassung der Begriffe als Quantitäten und der daraus sich ergebenden Betrachtung der Urtheile als logischer Gleichungen ist, wie wir später sehen werden, das wahre Verdienst der Lehre von der Quantification zu suchen.

Bevor wir nun in der Darstellung derselben weiter gehen, müssen hier einige Einwände, die gegen die Quantification des Prädicats überhaupt erhoben wurden, berücksichtigt werden. Vor Allem war

1) Lectures Vol. IV, p. 259.

2) Ebda. p. 266. Vgl. auch Baynes, An essay p. 31 f.

es J. St. Mill, der ihr jedes wissenschaftliche Verdienst absprach¹⁾. Das Prädicat ist als solches nach Mill nicht nothwendig im Denken quantificirt. Dasselbe mag unter Umständen auch quantitativ gedacht werden, dass es aber stets so gedacht werden muss, ist unrichtig, und die Sprache quantificirt dasselbe auch nur in den seltenen Fällen, wo es auch im Denken wirklich quantificirt ist²⁾. Dem Prädicat kommt also nach ihm nicht immer bestimmte Quantität zu; »dieselbe mag implicite da sein, aber nicht im Geiste desjenigen, der die Aussage thut«³⁾. Wenn wir sagen »alle Menschen sind sterblich«, so behaupten wir damit bloß das Attribut der Sterblichkeit von allen Menschen, ohne an die Classe sterblich zu denken und zu fragen, ob sie noch andere Wesen enthält oder nicht⁴⁾. »Ist aber«, fährt Mill, anknüpfend an seine Kritik der Hamilton'schen Lehre von comprehensiven und intensiven Begriffen fort, »das Prädicat im Denken nur comprehensiv enthalten, und ist es ein Fehler vorauszusetzen, dass es gedacht wird als Aggregat von Objecten, so wird dasselbe noch viel

1) Vgl. Logic 10th ed. London 1879, Vol. I. p. 197 f., ebenso An examination of Sir W. Hamilton's philosophy, London 1865 chapt. XXII of Sir W. Ham. supposed improvements in formal logic pp. 422—445.

2) Mill, Logic Vol. I. p. 197 Anm.

3) Ebda.

4) Von diesem Standpunkte könnte man auch dem Subject bestimmte Quantität im Denken absprechen, und wirklich behauptet Mill, a. a. O. p. 437 Anm. »Wir quantificiren auch das Subject nicht in dem Sinne, in dem es die Lehre Sir W. Hamilton's verlangt«. Selbst in Universalurtheilen denken wir das Subject, nach Mill, nicht als ein einiges Ganze, sondern in seinen einzelnen Theilen (not as an aggregate whole, but as its several parts); wir urtheilen nach ihm nicht »Alles *A* ist *B*«, sondern »Alle *A*'s sind *B*'s«, was eine ganz andere Sache ist. Ebda. »Alles *A*«, fügt er hinzu, ist verschieden von »jedes *A*«. — Ganz abgezeihen davon, dass es, wie bereits bemerkt wurde, unzulässig ist, in logischen Fragen psychologische Gesichtspunkte geltend zu machen, ist es auch von Mill's psychologischem Standpunkte aus kaum haltbar, zu behaupten, wir denken nicht das Ganze, sondern seine einzelnen Theile, nicht Alles, sondern Jedes. Jedes können wir uns ebenso wenig vorstellen wie Alles; beides sind eben Begriffe und als solche im Bewusstsein nur als verdunkelte Vorstellungen gegenwärtig. (Vgl. W und t, Logik I, p. 37 ff., die Entstehung der Begriffe.) Psychologisch, in Bezug auf das Vorgestelltwerdenkönnen, sind also die beiden Ausdrücke gleichwerthig. Für die logische Betrachtung aber ist der Begriff »Alles« der ursprünglichere und auch der präcisere; »Jedes« ist erst ein secundäres logisches Product, abgeleitet aus jenem, und Mill bevorzugt den Ausdruck augenscheinlich, weil derselbe der seiner Lehre vom Syllogismus, der nach ihm ein Schluss vom Einzelnen auf das Einzelne ist, entsprechendere ist.

weniger gedacht mit bestimmter Quantität, als einige oder alle¹⁾. »Jemand, meint er dann weiter, der urtheilt, dass alle Ochsen wiederkäuen, fragt gar nicht darnach, ob es noch andere wiederkäuende Wesen gibt. Einer mag wissen, dass es noch andere Thiere gibt, die wiederkäuen, ein Anderer meinen, dass es keine solchen gibt, ein Dritter aber darüber überhaupt nicht wissen, und doch werden sie Alle, falls sie im Klaren darüber sind, was wiederkäuen heißt, dasselbe meinen, wenn sie urtheilen, dass alle Ochsen wiederkäuen. Der geistige Vorgang, den sie dabei durchmachen, ist, soweit er das Urtheil betrifft, derselbe²⁾.

Wie seine Kritik der Comprehension und Extension der Begriffe, so ist auch hier die Mill'sche Kritik eine von naiv-empirischen Gesichtspunkten geleitete: ihm kommt es bei der Betrachtung des Urtheils bloß auf das subjective Bewusstsein und die Absicht des Aus sagenden, nicht aber auf den objectiven Inhalt des Ausgesagten an. Gewiss denken wir, wenn wir urtheilen, nicht an die Classe; unsere Urtheile befassen sich in der Regel mit Gegenständen, und es ist selbstverständlich, dass Attribute als Prädicate derselben genommen werden. Jedoch ist den Ausführungen Mill's entgegenzuhalten, dass es für die wissenschaftlich-logische Betrachtung des Urtheils durchaus gleichgültig ist, was zufällig im Bewusstsein desjenigen, der urtheilt, vorgeht; das Urtheil enthält für dieselbe zwei Begriffe, die zu einander in einem bestimmten Verhältnisse stehen, von dem die wissenschaftliche Analyse Rechenschaft zu geben hat, und es ist dies nicht, wie Mill sagt, eine der Seiten, nach der man dasselbe betrachten kann³⁾, sondern es ist die Seite, nach der es die Logik zu betrachten hat. So ist der Einwand, »die Lehre von der Quantification sei psychologisch falsch⁴⁾, als logisch ungerechtfertigt zurückzuweisen.

1) An examination p. 437.

2) Ebda.

3) Ebda. a. a. O. p. 425.

4) Ebda. a. a. O. p. 438. Von demselben psychologischen Standpunkte aus bekämpft auch Trendelenburg, Log. Unters. Bd. II. 2. Aufl. Leipz. 1862 p. 304 eine Auffassung des Urtheils als logische Gleichung. »Das Urtheil, sagt er, ist psychologisch (!) keine Gleichung, und es geht auch nicht darauf aus, den Umfang zweier Begriffe zu vergleichen«. Eine solche psychologische Betrachtungsweise ist hier jedoch irrelevant. Die Psychologie hat ihre Gesetze, die Logik aber die ihrigen, und obwohl beide Gebiete sich berühren, so dürfen doch ihre Gesichtspunkte nicht

Ein zweiter Vorwurf, den Mill der Lehre vom quantificirten Prädicat macht, besteht darin, dass, wie er meint, das durchgehends quantificirte Urtheil nun nicht mehr eine, sondern zwei Aussagen enthält, dass also durch Quantification des Prädicats an seinem Inhalt geändert wird. »Wenn wir, sagt derselbe, eine Behauptung aufstellen in der gezwungenen und unnatürlichen Form »Alle Menschen sind alle vernünftige Wesen«, ist Etwas einleuchtender und klarer, als dass, um das Ganze dieser Behauptung zu umfassen, zwei Urtheile erforderlich sind: nämlich erstens, dass jeder Mensch das Attribut Vernunft besitzt, und zweitens, dass Nichts, was nicht Mensch ist, dieses Attribut besitzt, oder (was dasselbe ist) dass jedes vernünftige Wesen die Attribute von Mensch hat. Wie ist es möglich, bloß ein Urtheil zu bilden aus einer Behauptung, die in zwei Theile zerfällt, wovon der eine unbekannt, der andere bekannt, der eine nicht gedacht, der andere gedacht, der eine falsch, der andere richtig sein kann¹⁾. Mill sieht also in dem Urtheile, dessen Prädicat quantificirt wird, nicht mehr ein, sondern eigentlich zwei Urtheile²⁾, und auch andere Logiker wie Trendelenburg³⁾ und De Morgan⁴⁾ haben behauptet, dass im durchgehends quantificirten Urtheile zwei Aussagen zu einem Urtheile verbunden werden, bezw., dass zu dem unquantificirten Urtheile durch Quantification ein neues hinzutritt. So wird dadurch, gerade entgegengesetzt dem Hamilton'schen Postulat, explicite zu setzen, was implicite gedacht wird, wie Mill es ausdrückt, »implicite gesetzt, was explicite gedacht wird«⁵⁾.

vermengt werden. Die Entscheidung der Frage aber, ob das Prädicat quantificirt gedacht wird, oder nicht, ebenso wie die daran sich eng anschließende von der Auffassung des Urtheils als logischer Gleichung, steht dem Logiker, keineswegs aber auch dem Psychologen zu.

1) An examination p. 440.

2) So nennt er a. a. O. p. 441 das allgemein quantificirte Urtheil »einen abgekürzten Ausdruck zweier Urtheile«, und ebda. an einer anderen Stelle fragt er: »ist das Urtheil, Alle gleichseitigen Dreiecke sind alle gleichwinkligen Dreiecke« nur ein Urtheil, was ist dann die Behauptung, dass alle gleichseitigen Dreiecke gleichwinklige sind? — Wohl ein halbes?«

3) »Jene Urtheile sind eigentlich zwei, in einen Ausdruck zusammengeschweißt.« Logische Unters. 2. Aufl. Leipz. Bd. II. p. 304 und ebda weiter. »Man nimmt bei der sogenannten Quantificirung des Prädicats aus dem Urtheil heraus, was der Gedanke gar nicht hineinlegte.«

4) Vgl. Bain, Logic Vol. I. Deduction Lond. 1873. p. 88.

5) An examination p. 442.

Auch diesen Einwand können wir nicht als einen stichhaltigen bezeichnen. Ist das quantificirte Urtheil wirklich so wesentlich verschieden von dem quantitativ nicht bestimmten, dass dieses durch bloße Quantification in ein Doppelurtheil verwandelt wird? Und wenn dies in der That der Fall ist, genügt diese Thatsache, das quantificirte Prädicat aus der Logik zu verbannen? — Vor Allem ist in Bezug auf letztere Frage hervorzuheben, dass, sollte sich bei der Untersuchung auch herausstellen, dass durch Quantification des Prädicats in der That Form und Inhalt des Urtheils verändert werden, indem dasselbe mehr aussagt, als in seiner ursprünglichen unquantificirten Form, doch damit nicht der Stab gebrochen ist über die Quantification. Es könnte wohl sein, dass, wenn wir urtheilen, wir von der Quantität des Prädicats absehen und dass so durch eine Quantification desselben das ursprüngliche Urtheil modificirt wird, in einer Weise, in der es der Absicht, in welcher es gestellt wird, weniger entspricht. Wir wollen gerne zugeben, dass Jemand, der z. B. urtheilt »Alle Menschen sind vernünftige Wesen«, damit nichts weiteres als die Vernünftigkeit aller Menschen hervorheben will, und dass in Folge dessen die quantificirte Form desselben Urtheils »Alle Menschen sind alle vernünftigen Wesen«, die neben der beabsichtigten noch eine andere Aussage in sich schließt, eine seinen Zwecken weniger entsprechende ist. Das unquantificirte Urtheil hat ja im Allgemeinen den Character der Unbestimmtheit, der, wo auch das Denken unbestimmt ist, diesem entspricht. »Alle Menschen sind vernünftige Wesen« kann heißen »Alle Menschen sind alle vernünftigen Wesen« und »Alle Menschen sind einige vernünftige Wesen«. Der logische Nutzen der Quantification besteht darin, dass sie diese Unbestimmtheit des Denkens beseitigt. Hier entscheidet indessen nur eine Betrachtung darüber, ob das Urtheil nach Interpretirung seines Inhalts nicht auch bei unquantificirter Form ein quantitativ bestimmt gedachtes Prädicat enthält. Abgesehen davon, dass ein Urtheil als Denkact nothwendig einheitlich ist und schon deshalb nicht mehr als eine Aussage enthalten kann, beruht die Mill'sche Kritik auf einer verkehrten Interpretation des allgemein quantificirten Urtheils. Jene beiden Aussagen, in die er das Urtheil »Alle Menschen sind alle vernünftigen Wesen« zerlegt, sind in Wahrheit nicht Bestandtheile dieses Urtheils; das quantificirte Urtheil enthält wie jedes andere stets nur eine

Aussage, und was Mill als eine zweite mit in demselben enthaltene Aussage betrachtet, ist nur eine Folgerung, ein unmittelbarer Schluss aus der ersten (und einzigen) der eben in Folge der Unmittelbarkeit, mit der er sich aus derselben ergibt, leicht zu der Annahme verleitet, er gehörte nothwendig mit zum Urtheil. Dass jene angebliche zweite Aussage wirklich nur eine Folgerung ist aus dem eigentlichen Urtheil, erhellt schon daraus, dass man jenes Urtheil »Alle Menschen sind alle vernünftigen Wesen« nicht nothwendig in die beiden Aussagen »Alle Menschen haben das Attribut Vernunft« und »Nichts, was nicht Mensch ist, hat das Attribut Vernunft« zerlegen muss, da man, wie es auch von Mill geschieht, dieser zweiten Aussage die andere substituiren kann »Alles Vernünftige hat die Attribute von Mensch«. —

Das also, woraus Mill dem quantificirten Urtheil einen Vorwurf macht, es bestände aus zwei Aussagen, trifft nicht nur dieses, sondern auch das unquantificirte Urtheil, oder vielmehr es trifft keines von beiden. Auch von dem unquantificirten Urtheil könnte man unter Umständen behaupten, es enthielte zwei Aussagen, freilich wieder auf die Gefahr hin, einen unmittelbaren Schluss aus demselben als dessen nothwendigen Bestandtheil zu nehmen. Ebenso wie man das Urtheil »Alle Menschen sind alle vernünftigen Wesen« in jene zwei »halben« zerlegen konnte, ließe sich ein Urtheil von der üblichen Form, ohne quantificirtes Prädicat, etwa »Einige Menschen sind glücklich« als noch ein zweites »Einige Menschen sind nicht glücklich« mit aussagend betrachten. Freilich haben wir es in beiden Fällen nur mit unmittelbaren Schlüssen zu thun. Es ist eben unmöglich, in einem Urtheile zwei, und wären es auch nur »halbe«, zusammenzufassen, da ein solches Doppelurtheil der Natur des Urtheils widerspricht. So ist auch dieser Mill'sche Einwand als ein unberechtigter zurückzuweisen.

Indem wir nun in der Darstellung der Lehre von der Quantification fortfahren, haben wir zunächst die neue Eintheilung, die sich bei einer Mitberücksichtigung des Prädicats ergibt, zu berühren. Bekanntlich werden die Urtheile von der alten Logik, die das Prädicat nicht quantificirte, in Bezug auf Qualitäts- und Quantitätsverhältnisse in die vier herkömmlichen Arten der bejahenden und verneinenden allgemeinen und particulären eingetheilt, die man mit den bekannten Symbolen

A, E, I, O bezeichnet. Diese Eintheilung ist jedoch eine einseitige, indem sie bloß der Quantität des Subjects Rechnung trägt, die des Prädicats aber „völlig außer Acht lässt. Es ergeben sich an Stelle der vier Arten von Urtheilen in Bezug auf deren Quantität und Qualität, die man gewinnt, wenn bloß die Quantität des Subjects berücksichtigt wird, deren eine doppelte Anzahl, wenn auch die Quantität des Prädicats mit in Betracht gezogen wird¹⁾.

Diese acht Formen von Urtheilen sind nun :

Bejahende:

- (1) $[A f A] C: \text{—} : \Gamma$ Alle Dreiecke sind alles Gleichseitige.
 (II) $[A f I] C: \text{—}, \Gamma$ Alle Dreiecke sind einige Figuren.
 (3) $[I f A] A, \text{—} : C$ Einige Figur ist alles Dreieckige.
 (IV) $[I f I] C, \text{—}, B$ Einiges Dreieck ist einiges Gleichseitige.

Verneinende:

- (V) $[E n E] C: \text{+—} : D$ Irgend ein Dreieck ist nicht irgend ein Rechteck.
 (6) $[E n O] C: \text{+—}, B$ Irgend ein Dreieck ist nicht ein Gleichseitiges.
 (VII) $[O n E] B, \text{+—} : C$ Einiges Gleichseitige ist nicht irgend ein Dreieck.
 (8) $[O n O] C, \text{+—}, B$ Einige Dreiecke sind nicht alles Gleichseitige²⁾. Oder

Bejahende :

- (I.) toto-total = $A F A =$ Alles — ist Alles —³⁾.

1) Hamilton, Lectures. Vol. IV. p. 279.

2) »In der obigen Tafel bedeutet Comma (,) einige, Doppelpunkt (:) alle, irgend welche; — die bejahende Copula, während ein senkrechter Strich durch dasselbe Zeichen +— die Verneinung ausdrückt; das verdickte Ende bezeichnet das Subject, das dünnere das Prädicat der Extension. In der Intension bezeichnet das dünnere Ende das Subject, das verdickte aber das Prädicat. So z. B., $C: \text{—}$, A heißt Alles C ist einiges A , $C: \text{+—} : D$. Kein C ist irgend ein D .« S. Hamilton, Lectures Vol. IV. p. 280 Anm.

3) Dieses toto-totale Urtheil ist es, das Mill im Auge hatte, als er gegen die Quantification des Prädicats einwandte, es würde dadurch das ursprüngliche Urtheil, das nur eine Aussage enthält, in eines verwandelt, das zwei solche in sich schließt; so sagt er (An examination p. 349): »Alles A ist einiges B « ist zulässig, weil es eine Quantification darstellt, die wirklich in »Alle A 's sind B 's« enthalten ist; »Alles A ist alles B « jedoch ist unstatthaft, da es keinem einfachen Urtheil entspricht, das dieses in unquantificirter Form aussagen könnte.« Vgl. übrigens oben p. 17. — Wir

(II.) toto-partial = $A F I$ = Alles — ist einiges — (A).

(3.) parti-total = $I F A$ = Einiges — ist alles —¹⁾.

(IV.) parti-partial = $I F I$ = Einiges — ist einiges — (I).

Verneinende:

(V.) toto-total = $A N A$ = Irgend ein — ist nicht irgend ein (kein) — (E).

(6.) toto-partial = $A N I$ = Irgend ein — ist nicht ein —

(VII.) parti-total = $I N A$ = Einiges — ist nicht irgend ein —

(8.) parti-partial = $I N I$ = Einiges — ist nicht einiges — (O)²⁾.

b. Das quantificirte Prädicat und die Lehre vom Syllogismus.

Es erübrigt noch, auf die Lehre vom Syllogismus, wie sich dieselbe bei einer Quantification des Prädicats gestaltet, einzugehen, um damit unsere Darstellung der Lehre von der Quantification abzuschließen. Obwohl gerade hier die eigentliche Bedeutung derselben liegen soll, können wir uns dabei kurz fassen. Jene subsumtionssyllogistische Technik hat für die heutige logische Wissenschaft fast jegliche Bedeutung verloren, und wir können der Reform derselben unmöglich jene Tragweite beimessen, die ihr Urheber für dieselbe beanspruchte. — Die alte Lehre vom Syllogismus ist, nach Hamilton, fehlerhaft. »Indem dieselbe jenes logische Postulat, Alles, was implicite gedacht wird, auch explicite zu setzen, nicht beachtete, nahm sie an, dass erstens in bejahenden Urtheilen das Prädicat stets particular oder unbestimmt genommen wird, während es als bestimmt und

wollen hier auch erwähnen, dass dieses toto-totale Urtheil von Thomson mit U , von Spalding aber mit A^2 bezeichnet wird. S. Bain, Logic Vol. I. Deduction 2nd ed. London 1873 p. 89. Nach Bain ist eine universale Quantification des Prädicats von der Form »Alle X sind alle Y « nur in Ausnahmefällen gestattet, wie in dem Urtheil »Natriumchlorid ist Kochsalz« wo beide Begriffe synonym sind, oder wie in »Quecksilber ist ein flüssiges Metall«, wo sie coextensiv sind. Hier läuft aber jede solche Quantification auf einen logischen Pleonasmus hinaus.

1) Thomson hat dafür Y , Spalding I^2 . S. Bain Logic Vol. I. a. a. O.

2) Man hat der Hamilton'schen Doctrin von der Quantification auch den Vorwurf gemacht, dieselbe sei ein Abfall vom formalen Standpunkte (Trendelenburg, Log. Unters. 2. Aufl. Bd. II. Leipzig 1862, p. 307); man könne es einem Urtheil nicht ohne Weiteres ansehen, »ob dasselbe ein toto-totales, oder ein toto-partiales« sei, ohne den Stoff desselben zu kennen. Daran leidet aber jede, auch unquantificirte Urtheilsform; es ist eben die formale Betrachtung selbst, die von dem concreten Inhalt der Urtheile absieht und es so ermöglicht, dieselben in bestimmte Classen zu ordnen.

universal gedacht wird, und zweitens, dass in verneinenden Urtheilen dasselbe Prädicat universell oder bestimmt genommen wird, ausgeschlossen aus dem Umfange des Subjects. Um die daraus entspringenden Mängel zu berichtigen, waren viele verwickelte Regeln des Syllogismus nöthig. Quantificiren wir aber jenem Postulat gemäß das Prädicat, wie es im Denken stets geschieht, so verschwinden jene Specialregeln des Syllogismus, die Figuren desselben werden abgeschafft und auf unwesentliche Modificationen zurückgeführt; und während die modi desselben vermehrt werden, ist die Lehre vom Syllogismus selbst auf die Einfachheit eines einzigen kurzen Gesetzes (canon) gebracht¹⁾. Dieses eine allgemeine Gesetz lautet aber: »Das Verhältniss, welches besteht zwischen Subject oder Prädicat und einem gemeinschaftlichen dritten Begriff, zu dem sie beide, mindestens aber einer von ihnen, in einem positiven Verhältnisse stehen, besteht zwischen diesen beiden Begriffen selbst«²⁾.

IV. Schlussbemerkungen.

Wir haben in Obigem versucht, die Lehre von der Quantification in ihren wesentlichsten Momenten zu entwickeln, wobei wir diejenigen, die ein mehr theoretisches Interesse bieten, in den Vordergrund unserer Darstellung brachten; die technischen Fortschritte, die sich an die Quantification des Prädicats knüpfen, wurden nur soweit berührt, als es die Vollständigkeit der Darstellung nothwendig machte, da wir diesen, wie überhaupt allen technischen Bestrebungen in der logischen Wissenschaft nur eine sehr untergeordnete Bedeutung beimessen können. Einzelne Einwände, die von verschiedenen Seiten gegen die Quantification des Prädicats erhoben worden, haben wir im Verlaufe der Darstellung selbst auf ihre Richtigkeit zu prüfen versucht. Es erübrigt nun noch, einen Blick zu werfen auf das Ganze der hier dargestellten Lehre, um zum Schlusse einige Worte über die Bedeutung derselben hinzuzufügen.

Wir haben bereits gesehen, dass sich die Lehre von der Quantification des Prädicats die Aufgabe stellte, die alte Aristotelische Logik durch eine »Neue Analytik« der Denkformen, wenn nicht zu ersetzen,

1) Vgl. Hamilton, Lectures. Vol. IV. p. 352.

2) Ebda. p. 290.

so doch in wesentlichen Punkten zu ergänzen. Der Stagirite, wie Hamilton den Vater der formalen Logik mit Vorliebe nennt, kannte die Wahrheit, aber nur die halbe Wahrheit, er blieb auf halbem Wege stehen, und sein Versuch musste unvollständig ausfallen. Er übersah, dass auch das Prädicat im Denken bestimmte Quantität besitzt, und darum blieb seine Lehre vom Urtheil, besonders von der Umkehrung desselben so verworren, seine Eintheilung der Urtheile so unvollständig; indem er ebenso der zweifachen Natur des Syllogismus nicht Rechnung trug, musste auch seine Lehre vom Schlusse mangelhaft ausfallen. Allen diesen Mängeln sollte die Neue Analytik abhelfen. Sie quantificirte das Prädicat und wies das wahre Verhältniss der im Urtheil verbundenen Begriffe nach; sie führte die verwickelten Regeln der Umkehrung der Urtheile auf die eine der einfachen Umkehrung zurück und ergänzte die alte Lehre vom Syllogismus, indem sie denselben auch extensiv betrachtete, was eine wesentliche Vereinfachung der Gesetze desselben mit sich brachte. Die neue Analytik hat also, obwohl sie nicht zu systematischem Abschluss gekommen, doch die Aufgabe, die sie sich gestellt, bis zu einem gewissen Grade gelöst.

Worin besteht nun der Dienst, den die Lehre von der Quantification der logischen Wissenschaft erwiesen? Als Sir W. Hamilton behauptete, auch das Prädicat sei im Denken quantitativ bestimmt, und als er für dasselbe die explicite Betonung dieser Quantität beanspruchte, die dem Subject von jeher zu Theil geworden, hatte er dabei vorzugsweise die technischen Vortheile einer solchen Bestimmung im Auge. Darauf weist seine ganze logische Richtung überhaupt hin, und auch sein Postulat, dass Alles, was implicite gedacht wird, explicite zu setzen ist, bestätigt die Annahme, dass er durch die ausdrückliche Quantification des Prädicats die logische Kunst fördern wollte. Obwohl er die Logik als die Wissenschaft von den Denkgesetzen bezeichnete, war sie ihm doch mehr eine Kunst des Schließens, und dieser Kunst sollte die Quantification zu Gute kommen. Um zu einer wissenschaftlichen Würdigung der Lehre Hamilton's zu gelangen, müssen wir dieselbe unabhängig von ihren praktischen Anwendungen betrachten. Einige Vorbemerkungen jedoch über Quantification der Begriffe überhaupt und die mit denselben engverwandten logischen Begriffsoperationen müssen hier vorangeschickt werden.

Unter logischen Begriffsoperationen verstehen wir bekanntlich »diejenigen Veränderungen, die mit gegebenen Begriffen vorgenommen werden können, um aus ihnen neue Begriffe zu bilden«¹⁾. Neben der Summation und der Negation der Begriffe repräsentirt die Determination derselben eine der fundamentalen Operationen dieser Art. Diese letztere ist es, mit der die Quantification der Begriffe nahe zusammenhängt, und um diese richtig zu verstehen, müssen wir also jene allgemeine Begriffsoperation etwas näher in's Auge fassen. Die Determination ist eine der algebraischen Multiplication analoge, logische Operation; wie in dieser jedes Element der einen Größe innig verknüpft ist mit jedem der anderen, die mit ihr in das multiplicative Verhältniss eingeht, so sind auch alle Elemente, in die wir den einen determinirten Hauptbegriff zerlegen können, auf's Innigste verknüpft mit dem anderen ihn determinirenden Nebenbegriff²⁾. Dabei ist der determinirte Begriff, oder Determinand, stets ein einziger Begriff, während der ihn determinirende, der Determinator, nicht nothwendig aus nur einem Begriffe besteht, sondern sich auch aus mehreren zusammensetzen kann. In diesem letzteren Falle können entweder alle Determinatoren unmittelbar sich mit dem determinirten Hauptbegriff verknüpfen, oder aber, es können einzelne Determinatoren zu einander in demselben Verhältniss des Nebenbegriffs zum Hauptbegriff stehen, wie sie in ihrer Gesamtheit zum eigentlichen Hauptbegriff stehen, und so Determinatoren zweiten Grades darstellen³⁾.

Als eine Specialform nun der Determination lässt sich, wie bereits angedeutet, die Quantification der Begriffe betrachten, die man deshalb auch als quantitative Determination bezeichnen kann⁴⁾. Sie

1) S. W und t, Logik Bd. I. Stuttgart 1880, p. 222.

2) Es ist jedoch zu bemerken, dass die Analogie keine vollkommene ist, denn während die algebraische Multiplication eine commutative, ist die logische Determination eine incommutative Operation, d. h. in jener sind die einzelnen Factoren in keinem fixen Verhältniss zu einander, derart, dass einer als der Hauptfactor, die anderen aber als ihm untergeordnete zu betrachten wären, während bei der Determination es stets ein Begriff ist, der als Hauptbegriff fungirt, dem sich die anderen, ihn determinirenden, unterordnen.

3) Vgl. das Nähere hierüber bei W und t, Logik Bd. I. p. 223 ff., wovon dieses ein Auszug ist.

4) S. Ebda. p. 229.

bezieht sich auf die Angabe des Umfanges, in dem ein Begriff gedacht wird. Diese sowohl wie jede andere Art der Determination aber bezieht sich, wenn es sich um Begriffe in comprehensiven Urtheilen (nach Hamilton's Terminologie) handelt, stets nur auf das Subject, d. h. sie beschränkt sich auf die Angabe des Umfanges, mit dem dieses in das Urtheil eingeht, lässt aber das Prädicat in dieser Beziehung völlig unbestimmt. Und es ist dies durchaus entsprechend jener von uns oben hervorgehobenen Thatsache, dass es das Subject ist, das als der bevorzugte, gewissermaßen als der Hauptbegriff des Urtheils fungirt, während das Prädicat in seiner attributiven Eigenschaft sich demselben unterordnet, und als der Nebenbegriff betrachtet werden kann, der bloß dazu da ist, das Subject näher zu bestimmen. Das Urtheil ist eben für denjenigen, der urtheilt, wie Mill mit Recht hervorhebt, eine Aussage vom Subject, und das Prädicat spielt dabei bloß die Rolle eines Determinators desselben. Dass unter diesen Umständen die Quantification des Prädicats zu der größeren Bestimmtheit des Subjects nicht beiträgt, ist klar nach dem, was bereits über Determination im Allgemeinen gesagt worden; in dem Urtheil »*A* ist *B*« ist das Subject *A* durch das unquantificirte Prädicat *B* ebenso determinirt, wie durch das quantificirte in dem Urtheile »*A* ist einiges *B*«, da in beiden Fällen *B* als Attribut von *A* gedacht wird. Die Quantität des Prädicats kommt also bei dem comprehensiven Urtheile, in dem es bloß als Attribut des Subjects fungirt, nicht in Betracht. Ja man kann das comprehensive Urtheil selbst als eine Art Determinationsvorgang auffassen, indem hier das Prädicat als ein aus der Sphäre der übrigen Merkmale des Subjects herausgegriffenes Merkmal nur eben die von ihm bezeichnete Eigenschaft des Subjects darstellt. So sagt das Urtheil »Schafe sind weiß«, wenn man in demselben das Prädicat attributiv nimmt, dasselbe aus, was durch das einfach determinirte Subject »weiße Schafe« ausgedrückt wird, indem wir hier wie dort an die durch das Adjectivum bezeichnete Eigenschaft von Schaf denken.

Wesentlich anders verhält sich die Sache in dem extensiven Urtheil, in dem das Prädicat nicht als bloßes Merkmal des Subjects betrachtet, sondern als Classe, dasselbe mit umfassend, gedacht wird. Hier sind Subject und Prädicat gleich selbständige Begriffe und nur hier haben wir es, streng genommen, mit einem eigentlichen Subsum-

tionsurtheil zu thun; in dem comprehensiven Urtheil haben wir allerdings auch Subject und Prädicat, verbunden durch die Copula, jedoch ist dieselbe hier nur ein formeller Bestandtheil des Urtheils, das eigentlich nur eine Determination des Subjects darstellt. In dem extensiven Urtheile erst wird sie zu einem unerlässlichen Bestandtheil desselben; ihre Bedeutung besteht darin, dass sie die ursprüngliche verbale Form des Prädicats in die Kategorie der Gegenstandsbegriffe überführt und dadurch einen Vergleich zwischen Subject und Prädicat ermöglicht. In dem eigentlichen Subsumtionsurtheil werden die beiden durch dieselbe verbundenen Begriffe als Classen genommen, und in Bezug auf ihr Umfungsverhältniss, also auf Quantität, mit einander verglichen; sie stehen in demselben in einem Verhältnisse der Ueber- und Unterordnung zu einander. Worin besteht nun dieses Verhältniss der Ueber- und Unterordnung, was heisst » A ist B untergeordnet«? Offenbar, dass B weiteren Umfangs ist als A , dass also A in die Sphäre von B fällt, oder, mit anderen Worten, dass ein Theil von B sich deckt mit dem ganzen Umfange von A . Das von dem Subsumtionsurtheil ausgedrückte Verhältniss ist also das der relativen Größe zweier Begriffe zu einander, die eben deshalb nothwendig als quantitativ bestimmt gedacht werden müssen. Die Quantification ist hier also nicht Etwas, das etwa zu dem einen, oder dem anderen Begriff hinzukommen könnte, sie ist in dem Urtheile als solchem eo ipso enthalten. Das Subsumtionsurtheil ist daher nothwendig »durchgehends« quantificirt. Dass aber in der Regel nur das Subject de facto quantificirt wird, ist, wie bereits vielfach hervorgehoben wurde, nur eine Folge davon, dass wir für gewöhnlich beim Urtheilen unser Hauptaugenmerk dem Subject zuwenden und der Copula einen mehrdeutigen Sinn beilegen, das Prädicat aber nur als Attribut desselben nehmen, nicht aber als Classe für sich betrachten, dass wir also, wie Mill sagt, *comprehensiv prädiciren*.

Das Subsumtionsurtheil stellt also das Quantitätsverhältniss zweier Begriffe dar, und in Folge dessen ist in demselben Subject sowohl als Prädicat quantitativ bestimmt; indem es aber dieses Verhältniss als eines der Gleichheit zum Ausdrucke bringt, ist das Subsumtionsurtheil auch als logische Gleichung zu betrachten. Dadurch, dass hierbei eine Verlegung des ursprünglich in der Copula gedachten Begriffsverhältnisses in das Prädicat stattfindet, wird dieselbe mit dem

mathematischen Gleichheitszeichen identisch, durch welches sie deshalb auch ersetzt werden kann, wie das bei der mathematischen Behandlung logischer Probleme geschieht¹⁾. In dieser Auffassung des Subsumtionsurtheils als einer Gleichung liegt nun, wie bereits hervorgehoben wurde, die wahre, bahnbrechende Bedeutung der Lehre von der Quantification. Nur bei einer solchen Auffassung der Begriffe als logischer Quantitäten konnte sich die zu so hoher Bedeutung gelangte mathematische Behandlung der Logik entwickeln. Bekanntlich war es, abgesehen von einigen früheren Anläufen, George Boole, der zuerst eine solche versuchte. Einige Bemerkungen über das Verhältniss seines Systems zu der hier dargestellten Doctrin mögen zum Schluss hinzugefügt werden. Es ist zwar von einem Schüler Boole's und Gegner der Quantification des Prädicats, Venn²⁾, behauptet worden, die mathematische Logik Boole's stehe in durchaus keinem inneren Zusammenhange mit der Hamilton'schen Doctrin, doch muss diese Behauptung entschieden zurückgewiesen werden, da sie auf eine einseitige Auffassung der Lehre von der Quantification sich gründet. Venn fasst diese folgendermaßen zusammen: »Während die üblichen Formen der Urtheile es unbestimmt lassen, ob wir von dem Ganzen des Prädicats, oder nur von einem Theil desselben bejahend sprechen, und entscheiden, dass wir vom Ganzen nur negativ aussagen können, werden vier Möglichkeiten nicht berücksichtigt: dass wir das Prädicat denken mögen als Ganzes, oder als Theil, und dass wir es denken müssen als eines von diesen, bejahend, oder verneinend. Und da noch, was im Denken enthalten ist, auch wörtlich auszudrücken ist, so erfordert ein wirklich erschöpfendes Schema der Urtheile acht Formen. Es kann keinem Zweifel unterliegen, dass Hamilton und sein autorisirter Ausleger Baynes die Lehre in

1) Von diesem Gesichtspunkte dürfte das Hamilton'sche Prädicatszeichen \dashv für bejahende und $\dashv\vdash$ für verneinende Subsumtionsurtheile kein entsprechendes sein, da es bloß das absolute Größersein des einen Begriffs gegen den anderen andeutet, nicht aber ihrer relativen Gleichheit, die das Urtheil darstellt, Ausdruck gibt. Die Boole'sche Notation ist hier entschieden die zweckmäßigere. Boole braucht statt desselben das algebraische Gleichheitszeichen und führt zur Bezeichnung der Quantification des weiteren Begriffs das Symbol v als besonderes Quantificationszeichen ein.

2) Symbolic logic, London 1877, pp. 173—75.

diesem Sinne verstanden«¹⁾. Der Kern der Lehre vom quantificirten Prädicat soll also nach Venn darin liegen, dass es statt vier Arten von Urtheilen in Bezug auf Qualität und Quantität deren acht gibt. »Könnte aber Menschenwitz, wenn [er nach einem Ausdrucke suchte, der unzweifelhafter diese unglückliche Lehre widerlegt, dazu einen geeigneteren finden als $X = \frac{o}{o} Y$? Weit entfernt davon, das Prädicat zu quantificiren, indem angegeben wird, ob nur etwas, oder alles genommen wird, wählen wir eine Form, die den gewöhnlichen Logiker stutzig macht durch die ungewohnte Sprache, durch die sie erklärt, dass es ihr gar nicht beifällt, zu bestimmen, ob nur einiges oder alles, ja nicht einmal, ob keines zu nehmen ist — — — —. Es ist schwer einzusehen, wie diese symbolische Form in Einklang zu bringen ist mit der Hamilton'schen Lehre, — es sei denn durch einen übereilten Schluss aus der Thatsache, dass beide Systeme die Form der Gleichung adoptiren.«²⁾

Es ist klar, dass Venn unmöglich der hier dargestellten Lehre gerecht werden konnte, wenn er als Ergebniss derselben bloß die Bereicherung der Formen der Urtheile um vier Arten ansieht. Dass es bei einer Quantification des Prädicats deren acht gibt, ist ein Corrolar, keineswegs aber der Kern der Lehre von der Quantification. Gewiss war es nicht die neue Eintheilung derselben, an die Boole anknüpfte; die Anzahl der Urtheilsformen ist ja für eine symbolische Darstellung und Behandlung logischer Operationen durchaus gleichgültig. Wir wollen auch nicht mit Venn darüber rechten, ob Urtheile so, wie sie durch den gewöhnlichen Sprachgebrauch gegeben werden, einer solchen Behandlungsweise entsprechender sind als in der exacten Form, die ihnen die Quantification auferlegt. Worauf es ankommt, ist, zu untersuchen, ob die Hamilton'sche Lehre Punkte aufzuweisen hat, an die ein System wie das Boole'sche anknüpfen konnte. Um dieses entscheiden zu können, dürfen nicht bloß einige unwesentliche Momente derselben herbeigezogen werden, wie das von Venn geschieht,

1) Ebda. p. 174.

2) Ebda.

sondern es muss das Ganze der einen und der anderen Lehre in seinem wahren Kern erfasst werden ¹⁾).

Als den Kern der Lehre von der Quantification aber haben wir bezeichnet, dass durch ausdrückliche Hervorhebung der Quantität beider im Urtheile enthaltenen Begriffe, die sich dadurch als Quantitäten darstellen, das Urtheil selbst als Ausdruck eines Gleichheitsverhältnisses zwischen den beiden Quantitäten Subject und Prädicat, also als logische Gleichung aufzufassen ist. Worin besteht nun das Boole'sche System? Dasselbe wird oft, freilich mit Unrecht, als ein Versuch bezeichnet, die Logik auf Mathematik zurückzuführen, eine Auffassung, zu der man offenbar durch die an mathematische Zeichen erinnernde Symbolik desselben veranlasst worden. Was Boole in Wahrheit anstrebte, war, für die Logik eine ähnliche Behandlungsweise ihrer Probleme zu begründen, wie sie in der Mathematik seit undenklichen Zeiten üblich ist. Boole war von Haus aus Mathematiker, und da das logische Denken, wie vielfach angenommen wird, in der Mathematik seinen schärfsten Ausdruck findet, so glaubte er, dass ein Verfahren, das in dieser Wissenschaft so fruchtbringend gewesen, auch für die logischen Operationen als ein nutzbringendes sich erweisen dürfte. Das Ziel, das er sich gesetzt hatte, war, nicht Logik zur Mathematik zu machen, sondern für dieselbe einen dem mathematischen ähnlichen Calcul zu begründen. Als das Kennzeichen eines wahren Calculs bezeichnet er aber »den Gebrauch von Symbolen, deren Gesetze der Combination bekannt und allgemein sind und deren Resultate eine widerspruchslöse Interpretation zulassen« ²⁾. Ein solcher logischer Calcul setzt aber nothwendig voraus, dass man Begriffe als logische Quantitäten, also als Größen betrachtet, und ist überhaupt

1) So könnte man, sich an Aeußerlichkeiten haltend, eine Beziehung der Hamilton'schen Doctrin zum System von Boole nachzuweisen glauben etwa durch einen Hinweis darauf, dass auch Hamilton, vielleicht eine ähnliche Weiterentwicklung seiner Lehre ahnend, bestrebt war, eine symbolische Notation zu begründen, und doch würde das keine innere Verwandtschaft beider bekunden, da es Hamilton auf eine bloße Veranschaulichung der verschiedenen Begriffsverhältnisse ankam, Boole aber auf Symbolik seine ganze Lehre gründete.

2) S. The mathematical analysis of logic. Cambr. 1847. p. 4. Es ist charakteristisch, dass sich das an das Boole'sche sich eng anschließende System von Venn als »symbolische Logik« bezeichnet.

nur möglich, wenn Urtheile als Gleichungen zwischen diesen begrifflichen Quantitäten aufgefasst werden. Eine solche Auffassung der Urtheile ergibt sich aber nur bei einer durchgehenden Quantification derselben, und sie angebahnt und begründet zu haben, wird ein unvergängliches Verdienst Hamilton's und seiner Lehre bleiben.
