

Ueber die Anwendung der Methode der mittleren Abstufungen auf den Lichtsinn.

Von

Dr. Alfr. Lehmann

aus Kopenhagen.

Mit Tafel IV und 1 Holzschnitt.

1. Einleitung.

Es gibt meines Wissens bis jetzt keine anderen Untersuchungen¹⁾ über den Lichtsinn nach der Methode der mittleren Abstufungen als die Arbeit von Delboeuf, in welcher die Möglichkeit der Methode zum ersten Mal dargethan worden ist.²⁾ Bei diesen Versuchen constatirte Delboeuf bekanntlich die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes innerhalb ziemlich weiter Grenzen.³⁾ Nun hat aber Aubert mittelst der Methode der eben merklichen Unterschiede gezeigt, dass das Weber'sche Gesetz streng genommen für den Lichtsinn gar nicht gültig ist, und es entsteht daher die Frage, ob diese verschiedenen Resultate sich nicht durch die Verschiedenheit der angewandten Methoden erklären lassen. Da besonders die praktische Brauchbarkeit und Genauigkeit der Delboeuf'schen Methode, wie schon gesagt, noch nicht untersucht worden ist, so liegt es nahe, diese einer kritischen Prüfung zu unterziehen. Nach der Aufforderung des Herrn

1) Die Versuche Breton's können nur als eine Demonstration der Methode, nicht als eine Untersuchung angesehen werden. (Vgl. Müller: Zur Grundlegung der Psychophysik p. 164.)

2) Etude psychophysique, Bruxelles 1873.

3) loc. cit. p. 46.

Prof. Wundt übernahm ich deshalb im Herbste 1885 in seinem psychophysischen Laboratorium die Ausführung einer Reihe von Untersuchungen, welche den Zweck hatten, die Brauchbarkeit der Methode der mittleren Abstufungen für den Lichtsinn zu bestimmen.

Die einleitenden Versuche zeigten sofort, dass die von Delboeuf getroffene Anordnung unmöglich genaue Resultate geben konnte. Wenn man, wie es Delboeuf gemacht hatte, die drei Flächen, deren Helligkeit verglichen werden soll, als drei unmittelbar an einander grenzende concentrische Ringe darstellt, so entsteht an den Berührungslinien ein starker successiv-simultaner Contrast. Man sieht in Folge dessen nicht drei, sondern sechs bis acht Ringe verschiedener Helligkeit. Diese Schwierigkeit ließe sich möglicher Weise überwinden, indem die Breite der drei Ringe hinreichend groß genommen würde. Bei einer Breite aber von 5 cm für jeden Ring — größere Radien konnten wir wegen der Construction unserer Rotationsapparate nicht prüfen — war es uns noch unmöglich sicher zu schätzen, wenn der Beobachter 2 m Entfernung vom Apparate hatte. Es bildete sich dann nur ein ganz schmaler, scheinbar contrastfreier Ring, welcher die vom Grenzcontraste herrührenden Ringe von einander trennte, indem die Breite der letzteren ungefähr 2 cm war. Vorausgesetzt, dass der Grenzcontrast immer eine solche Ausdehnung hat, dass er unter einem bestimmten Gesichtswinkel gesehen wird, so musste er sich also bei den Delboeuf'schen Versuchen, bei welchen der Beobachter wahrscheinlich 1 m vom Apparate entfernt war, ¹⁾ 1 cm von beiden Seiten über die Ringe hineinziehen. Die Delboeuf'schen Ringe waren aber nur 2,3 cm breit, ²⁾ und sind also vollständig vom Grenzcontraste gedeckt worden. Wie es unter solchen Umständen den Beobachtern möglich gewesen ist, sicher zu schätzen, ist mir eigentlich ein Räthsel. ³⁾

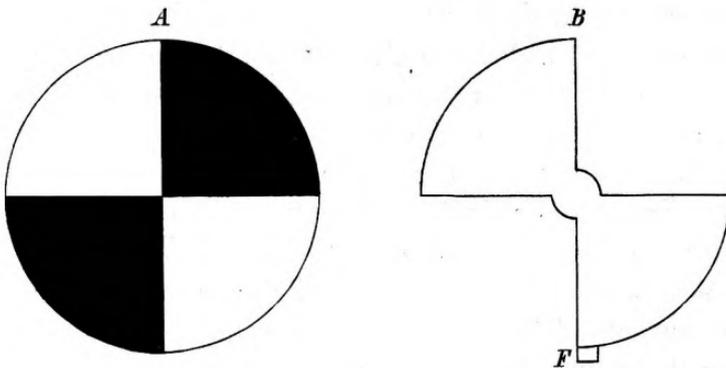
Zu der Schwierigkeit, die der Grenzcontrast immer, selbst bei einer hinreichenden Breite der Ringe, bereiten muss, kam noch ein

1) Die Entfernungen der Beobachter sind durchgängig nicht angegeben, nur pag. 70 der angeführten Schrift ist eine solche hervorgehoben, welche für die meisten Fälle Gültigkeit zu haben scheint.

2) Étude psychophysique pag. 53.

3) Ich werde jedoch gelegentlich unten eine Erfahrung hervorheben, welche möglicher Weise die Sache erklären kann.

anderer Umstand, welcher uns dazu nöthigte die Delboeuf'sche Versuchsanordnung aufzugeben. Die räumliche Ordnung spielt bekanntlich bei allen psychophysischen Versuchen eine große Rolle. Wenn man es daher, wie Delboeuf, so einrichtet, dass der dunklere Ring immer der äußere, der hellere der innere ist, so führt man dabei möglicher Weise in die Resultate einen constanten Fehler ein, der sich dadurch eliminiren lässt, dass die drei Ringe abwechselnd alle möglichen Stellungen zu einander einnehmen. Jedenfalls muss man, wenn man sich die Aufgabe stellt, die Methode einer kritischen Prüfung zu unterziehen, auch seine Aufmerksamkeit auf diese Verhältnisse lenken. Solche Versuche mittels concentrischer Ringe auszuführen, würde aber nicht allein praktische Schwierigkeiten haben, sondern auch wegen der großen Zahl von Combinationen, welche durchgeprüft werden müssten, sehr zeitraubend sein. Nach dem Vorschlage des Herrn Prof. Wundt wurde deshalb die Delboeuf'sche Anordnung gleich aufgegeben und folgendes unseren Bedürfnissen entsprechendes Verfahren durchgeführt.



Als Objecte dienten drei kreisförmige Scheiben, deren jede für sich mittelst eines Uhrwerkes in schnelle Rotation um eine Achse gesetzt werden konnte. Der Radius der Scheiben war 10 cm, und übrigens waren alle drei gleich, aus starkem weißen Cartonpapier gemacht und von zwei auf einander rechtwinkligen Diametern in vier Sectoren getheilt. Von diesen Sectoren waren die beiden diametral entgegengesetzten schwarz gemacht, während die zwei anderen die natürliche Farbe des weißen Papiers hatten. Fig. A zeigt eine solche Scheibe. Zu

jeder Scheibe wurde ein Paar Doppelsectoren aus derselben Art Cartonpapier mit dem Radius = 10 cm und dem Centriwinkel von 90° hergestellt (Fig. B). Von solchen zwei Doppelsectoren war der eine ungefärbt, während der andere mit demselben schwarzen Farbstoffe, welcher für die Scheiben benutzt worden, angestrichen war. Wenn nun z. B. ein schwarzer Doppelsector vor einer Scheibe an dieselbe Achse aufgesetzt wurde, so ließ sich also die Helligkeit der rotirenden Scheibe innerhalb der Grenzen 360° schwarz und 180° schwarz + 180° weiß verändern, je nachdem man denselben größere oder kleinere Theile des weißen bedecken ließ. Und auf dieselbe Weise konnte man alle möglichen Combinationen innerhalb 180° schwarz + 180° weiß und 360° weiß dadurch hervorbringen, dass der weiße Doppelsector ganz oder zum Theil die schwarzen Sectoren der Scheibe bedeckte. Auf der Rückseite der Scheiben war eine Gradeintheilung angebracht, die eine einfache und genaue Einstellung einer jeden geforderten Combination von weiß und schwarz zuließ. Um von hinten die Stellung des Doppelsectors sehen und so die entsprechende Zahl der Grade ablesen zu können, war dieser mit einem kleinen Vorsprung versehen, der über die Scheibe hinausragte (F, Fig. B). Die Gradeintheilung war natürlich mit der möglichst großen Genauigkeit ausgeführt, und da 1° eines Cirkels mit 10 cm Radius, linear gemessen, ungefähr 1,7 mm ist, so ließen sich auch noch leicht halbe Grade ablesen.

Um uns vor Veränderung der Beleuchtung von Tag zu Tag zu sichern, wurden die Versuche im Dunkelzimmer bei künstlicher Beleuchtung, deren Wahl uns indessen Schwierigkeiten machte, ausgeführt. Von Normkerzen kann vielleicht angenommen werden, dass sie eine constante Lichtstärke besitzen, wenn die Luft vollständig ruhig ist; eine Bewegung aber, welche die Flamme zum Flackern bringt, muss nothwendig eine unebene Schmelzung des Stearins und damit eine Veränderung der Lichtstärke hervorrufen. Diese Beleuchtung musste deshalb ohne nähere Prüfung gleich aufgegeben werden. Die Moderaturlampen (Oellampen), welche bei früheren Versuchen im Laboratorium gute Dienste geleistet hatten, waren leider untauglich geworden, und da also neue angeschafft werden mussten, zog ich Petroleumlampen vor, die leichter als die Oellampen in Ordnung gehalten und regulirt werden können. Für unsere besonderen Zwecke ließ ich zwei cylindrische blecherne Behälter 10 cm hoch und 12 cm im

Durchmesser machen, auf welche in gewöhnlicher Weise Rundbrenner von den möglichst großen Dimensionen (Diameter des Brenners oben 2,5 cm, auswendig gemessen) festgeschraubt wurden. Der große Diameter der Behälter sollte ein bedeutendes Sinken des Petroleums in der kurzen Zeit von ca. 2 Stunden, die wir gewöhnlich arbeiteten, verhindern; es zeigte sich übrigens, dass eine Aenderung des Niveaus keinen nachweislichen Einfluss auf die Lichtstärke hatte. Die Höhe der Flamme, vom oberen Rande des Brenners bis zur Flammenspitze gemessen, schien allein für die Lichtstärke maßgebend zu sein. Wenn man die Flammen so regulirt hatte, dass sie gleiche Höhe hatten, ließ sich photometrisch kein Unterschied der Lichtstärke nachweisen. Es wurde daher ein für alle Mal ein bestimmtes Maß, 7 cm, für die Höhe der Flamme bei sämtlichen Versuchen festgesetzt, und eine Aenderung dieser Größe wegen des Sinkens der Flüssigkeit konnte, wie gesagt, in einigen Stunden nicht constatirt werden.

Die drei Rotationsapparate, welche die Scheiben in Bewegung versetzten, wurden so aufgestellt, dass die Scheiben in derselben senkrechten Ebene möglichst nahe an einander standen. In 170 cm Entfernung wurden die Lampen angebracht. Hierbei ist jedoch zu bemerken, dass die Stellung der Lampen gar nicht gleichgültig ist. Werden sie beide der mittleren Scheibe gegenüber gestellt, so sieht man leicht ein, dass diese, deren Abstand von der Lichtquelle jetzt kleiner als derjenige der beiden anderen Scheiben ist, und welche zudem durch senkrecht einfallendes Licht beleuchtet wird, dadurch stärker als die zwei anderen beleuchtet sein muss. Wird nun jede der beiden Lampen von der Symmetrielinie, d. h. von der auf der Ebene der Scheiben und zwar im Centrum der mittleren Scheibe rechtwinkelig stehenden Linie, zur Seite gerückt, dabei aber der Abstand von der Ebene der Scheiben unverändert gelassen, so wird die Beleuchtung der mittleren Scheibe kleiner, während sie für die zwei anderen wächst, und es muss also eine Stellung der Lampen geben, wo alle drei Scheiben gleichförmig beleuchtet sind. Ein Versuch, das Problem auf theoretischem Wege zu lösen, misslang insofern, als man, sowohl die Entfernungen der Lampen als auch die Einfallswinkel des Lichtes berücksichtigend, eine sehr complicirte Gleichung fand, deren Lösung eine zu große, dem praktischen Werthe nicht entsprechende Zeit in Anspruch zu nehmen schien.

Es lässt sich indessen rein experimentell mit einer für das praktische Bedürfniss hinreichenden Genauigkeit die erforderliche Stellung der Lampen ausfindig machen. Die drei Scheiben werden genau auf dieselbe Gradzahl gestellt, in Rotation versetzt und die Lampen von der mittleren Stellung aus seitwärts, eine jede in ihrer Richtung verschoben, bis ein Unterschied zwischen den drei Scheiben nicht mehr wahrgenommen werden kann. Dies trat bei unseren Versuchen in einer Entfernung von 55 cm von der Symmetrielinie ein, und diese Stellung behielten die Lampen also bei allen Versuchen mit drei Scheiben bei. Es bedarf übrigens keiner näheren Erwähnung, dass die Lampen mit einem Mantel von schwarzem Papier, der alles überflüssige Licht von dem unmittelbar hinter den Lampen sitzenden Beobachter zurückhielt, umgeben waren.

Indem ich jetzt zur Beschreibung der Versuche und deren Resultate übergehe, bemerke ich nur, dass Herr Mag. H. Neiglick aus Helsingfors sich an sämtlichen folgenden Versuchen beteiligt hat. Ich verdanke es wesentlich seinem Eifer und der Bereitwilligkeit, mit welcher er seine Zeit zur Verfügung stellte, dass es mir überhaupt gelungen ist die Untersuchungen durchzuführen.

2. Vorläufige Versuche und deren Resultate.

Das erste Ziel unserer Untersuchungen war, die Bedeutung der räumlichen und zeitlichen Verhältnisse für die Methode zu bestimmen. In Betreff der letzteren ist Folgendes zu bemerken. Da man darauf ausgeht, diejenige Größe des weißen Sectors der variablen Scheibe ausfindig zu machen, bei welcher die Helligkeit der Scheibe subjectiv als die Mitte zwischen der dunklen und der hellen Scheibe geschätzt wird, so kann man bei einer rationellen Bestimmung zwei verschiedene Wege einschlagen. Entweder kann man anfangs einen so kleinen Sector einstellen, dass die Scheibe entschieden zu dunkel ist, und dann langsam die Helligkeit bis zu dem Punkte steigern, wo die Aehnlichkeit mit der dunklen Scheibe nicht mehr überwiegt und womit also eine untere Grenze der Mitte erreicht ist; indem man dann weiter geht, findet man eine obere Grenze der Mitte da, wo die Scheibe eben zu hell zu werden anfängt. Oder aber man kann den entgegengesetzten Weg gehen, indem die variable Scheibe anfangs zu hell ge-

nommen wird. Es versteht sich von selbst, dass man auf diesen beiden Wegen, von welchen wir den ersten den aufsteigenden \uparrow , den zweiten den absteigenden \downarrow nennen wollen, nicht nothwendig zu denselben Resultaten kommen wird. Um also keinen Fehler einzuführen, muss man immer in beiden Richtungen die Versuche anstellen und den mittleren Werth der so gefundenen Sectorgrößen nehmen. Bei allen unseren Versuchen haben wir, um Zufälligkeiten so weit wie möglich auszuschließen, die Bestimmungen zweimal und zwar gewöhnlich an verschiedenen Tagen gemacht. Wir haben so acht Grenzwerte für die Mitte erhalten, und von dem mittleren Werthe dieser Größen kann man wohl annehmen, dass er von den meisten, von zeitlichen Zufälligkeiten herrührenden Fehlern frei ist. Zur näheren Beleuchtung des Gesagten werde ich eine vollständige Versuchsreihe hier geben, die ich unseren ersten Versuchen entnehme, und in welcher daher die Unsicherheit der Schätzung noch deutlich hervortritt, während in den späteren Versuchen in Folge der Uebung die Abweichungen geringer werden.

Tabelle I.

x	\uparrow	M	x	\downarrow	M	x	\downarrow	M	x	\uparrow	M
22	d	} 34	56	h	} 40	56	h	} 40	22	d	} 36
24	d		52	h		52	h		26	d	
26	d		48	h		48	h		28	d	
28	d		46	h		46	h		30	d	
30	md		44	mh		44	mh		32	md	
32	md		42	m		42	mh		34	md	
34	m		40	m		40	mh		36	m	
36	mh		38	md		38	m		38	mh	
38	mh		36	md		36	md		40	mh	
40	h		34	d		34	d		42	h	

Von diesen vier Versuchsreihen sind, wie man sieht, zwei aufsteigend, die beiden anderen absteigend. In den ersten mit x bezeichneten Columnen ist die Größe des weißen Sectors in Graden angegeben; S enthält die Schätzungen (d = dunkel, m = Mitte, h = hell); M endlich die mittleren Werthe derjenigen Grenzen, wo das Urtheil eben unsicher zu werden anfängt. Diese kleine Tafel zeigt deutlich den Einfluss der zeitlichen Verhältnisse auf die Schätzung: man schätzt

stets die Mitte zu früh, so dass die Werthe der aufsteigenden Reihen, in welchen man vom Dunkel zum Hell geht, verhältnissmäßig kleiner sind als diejenigen der absteigenden Reihen, wo die Bewegung in entgegengesetzter Richtung fortschreitet. Bei fortgesetzter Uebung wird man wohl erreichen, dass die mittleren Werthe der auf- und absteigenden Reihen sich viel mehr einander nähern, als es hier der Fall ist; so zeigen einige unserer letzten Versuche, wie gesagt, nur ausnahmsweise solche Abweichungen. Dessen ungeachtet verräth sich doch die Tendenz, die Grenze zu früh zu setzen, denn wo Abweichungen vorkommen, gehen sie gewöhnlich in dieser Richtung vor sich. ¹⁾ Hiermit ist es also bewiesen, dass die zeitlichen Verhältnisse einen nachweisbaren Einfluss auf die Schätzung haben, und hieraus geht dann die Nothwendigkeit eines systematischen Verfahrens hervor.

Wir gehen jetzt zu einer näheren Untersuchung der räumlichen Verhältnisse über, welche insofern das größere Interesse beanspruchen können, als sie für die vorliegende Arbeit hauptsächlich bestimmend geworden sind. In dieser Beziehung ist schon erwähnt worden, dass man in Analogie mit dem, was man bei anderen psychophysischen Methoden gefunden hat, annehmen muss, dass die gegenseitige Stellung der Scheiben einen Einfluss ausüben wird. Nennen wir die drei Scheiben d , v , h (dunkel, variabel, hell), so können diese auf folgende drei Weisen geordnet werden: d, v, h — v, d, h — v, h, d — und es ist äußerst wahrscheinlich, dass constanten Werthen von d und h in den drei Fällen verschiedene Werthe von v entsprechen werden. Bei den Delboeuf'schen Ringen würde das Verhältniss übrigens noch complicirter sein, indem daselbst nicht nur die gegenseitige Stellung, sondern auch die verschiedene Größe der Ringe berücksichtigt werden müsste. Mit anderen Worten: die Combination d, v, h hat in diesem Falle nicht dieselbe Bedeutung wie h, v, d , denn nehmen wir die Richtung von links nach rechts als die Richtung von der Peripherie nach dem Centrum an, so wird bei der Stellung d, v, h d der äussere

1) Es kommen natürlich auch Ausnahmen vor, wie die später gegebenen Versuchsreihen zeigen. Es ist hier ja auch gar keine Rede von einem unveränderlichen Gesetz, sondern nur von einer allgemeinen Tendenz, die sich psychologisch leicht erklären lässt. Man erwartet, dass eine Erscheinung eintreten wird, die Aufmerksamkeit ist in dieser Richtung gespannt, und man glaubt daher die Erscheinung wahrzunehmen, ehe sie wirklich eingetroffen ist.

und h der innere Ring sein; bei der Stellung h, v, d wird aber das Verhältniss umgekehrt, und diese zwei Stellungen können wegen der ungleichen Größe der Ringe sehr wohl verschiedene Resultate geben. Bei der Delboeuf'schen Anordnung würden daher 6 Combinationen zu untersuchen sein; unsere Scheiben geben uns wegen ihrer gleichen Größe nur 3 Combinationen, indem die Ordnung d, v, h mit h, v, d identisch ist u. s. w.

Ich werde nun die Resultate zweier Versuchsreihen geben, in welchen die drei Stellungen berücksichtigt worden sind.

Tabelle II.

d	h	d, v, h						v, h, d						v, d, h					
		N			L			N			L			N			L		
		↑	↓	M	↑	↓	M	↑	↓	M	↑	↓	M	↑	↓	M	↑	↓	M
90° W + 270° S	180° W + 180° S	123	126	125,5	122	127	126	114	114	115,5	118	119	119	110	115	116	115	121	117
		124	129		127	128		115	119		118	121		118	121		116	116	
90° W + 180° S	360° W + 0° S	274	274	270	268	270	266	258	266	263,5	268	270	268,5	242	240	241	244	244	243
		268	264		262	264		266	264		268	268		238	244		240	244	

Diese Tabelle wird ohne weitläufige Erklärungen verständlich sein. Unter d und h ist die Zusammensetzung resp. der dunklen und hellen Scheibe angegeben. Die Tabelle zerfällt übrigens in drei Hauptabtheilungen, den drei möglichen Stellungen der Scheiben entsprechend. In jeder dieser Gruppen sind die Resultate für beide Beobachter, N und L , angegeben, d. h. die mittleren Werthe der in zwei aufsteigenden und zwei absteigenden Versuchsreihen gefundenen Zahlen. Diese Zahlen geben wie früher die Größe des weißen Sectors in Graden an. Endlich findet sich unter M für jeden Beobachter der mittlere Werth dieser vier Zahlen. Wird nun die Aufmerksamkeit auf diese letzten Größen gelenkt, so sieht man, dass sie recht bedeutend von dem abweichen, was man zu finden a priori erwartete. Es lässt sich nämlich nicht wohl denken, dass die räumliche Ordnung der Scheiben

in anderer Weise als eben dadurch einen Einfluss auf die Resultate haben kann, dass sie die Contrastverhältnisse der Scheiben verändert. Wenn die variable Scheibe der dunklen näher steht (v, d, h), muss ihr Contrast gegen diese größer sein als der Contrast gegen die entferntere helle. Die variable Scheibe muss also verhältnissmäßig hell erscheinen, woraus folgt, dass man eine relativ geringe Gradzahl für ihren weißen Sector zu finden erwarten muss. Das Entgegengesetzte wird bei der Stellung v, h, d stattfinden. Hier wird die variable Scheibe vom Contraste verdunkelt werden, und ihre objective Helligkeit muss also verhältnissmäßig groß sein, ehe sie subjectiv als die Mitte zwischen d und h geschätzt wird. Endlich müssen bei der Stellung d, v, h Werthe von mittlerer Größe erwartet werden, da der Contrast der variablen Scheibe gegen h und d hier in entgegengesetzter Richtung wirkt und sich also wahrscheinlich von selbst eliminiren wird. Die Versuche zeigen indessen, dass diese theoretischen Erwägungen nur zum Theil stichhaltig sind. Während nämlich die Stellung v, d, h in beiden Versuchsreihen entschieden kleinere Werthe als die Stellung d, v, h — was mit der Theorie übereinstimmt — gegeben hat, so zeigt die Stellung v, h, d bei weitem nicht größere Werthe als d, v, h , sie hat vielmehr eine Tendenz kleinere Werthe zu geben. Es ist also unzweifelhaft, dass hier andere Verhältnisse als der Contrast der Scheiben maßgebend gewesen sind.

Die Ursache der Abweichungen liegt auch auf der Hand. Die drei Scheiben wurden gegen die schwarze Wand des Zimmers als Hintergrund gesehen. Der dadurch entstehende Contrast muss auf alle drei eingewirkt haben; wir sind aber nicht im Stande, diesen Einfluss des Hintergrundes auf jede der Scheiben anzugeben. Dies hat auch keine wesentliche Bedeutung; das hauptsächlichste ist, dass wir durch diesen Contrast, welcher unzweifelhaft stattgefunden hat, die Abweichungen der Versuchsergebnisse von der Theorie erklären können. Bei der Stellung v, h, d müssen die Contraste der variablen Scheibe gegen die helle Scheibe und den dunklen Hintergrund einander entgegenwirken, das Ergebniss wird also davon abhängig sein, ob der eine oder der andere Contrast überwiegt, jedenfalls aber muss der Contrast gegen die dunkle Wand die Wirkung haben, dass man eine kleinere Gradzahl findet als es der Fall sein würde, wenn die Wand keinen Einfluss ausgeübt hätte. Es wird nun verständlich

sein, warum die für die Combination v , h , d gefundenen Werthe sich in dem einen Falle denjenigen für v , d , h , in dem anderen den für d , v , h gefundenen nähern: die verschiedenen Resultate werden vom ungleichen Einfluss des Hintergrundes in den zwei Fällen hervorgerufen. Auf der anderen Seite werden die Contraste der variablen Scheibe gegen die dunkle Scheibe und Wand bei der Stellung v , d , h einander gegenseitig verstärken, deshalb werden die Werthe hier sehr verkleinert. — Aus diesen zwei Versuchsreihen lernen wir also, dass unsere Methode über die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes keine Auskunft zu geben im Stande ist, wenn nicht entweder der Contrast gegen den Hintergrund ganz aufgehoben, oder sein Einfluss aus den Resultaten eliminirt werden kann. Das erste Verfahren aber fordert als nothwendige Bedingung, dass jede der drei Scheiben gegen einen Hintergrund von ihrer eigenen Helligkeit gesehen wird. Für die Scheiben d und h ließ sich dies leicht erreichen, weil sie in jeder Versuchsreihe constant sind; in Betreff der variablen Scheibe dagegen würde es sicher mit großen praktischen Schwierigkeiten verbunden sein, da man den Hintergrund immer ganz wie die Scheibe variiren müsste. Um dieser Schwierigkeit zu entgehen, schlug ich einen anderen Weg ein, von welchem ich annehmen durfte, die nöthigen Mittel für die Elimination der Contrastwirkung aus den Resultaten erreichen zu können. Wenn jede der Scheiben d und h gegen einen Hintergrund von ihrer eigenen Helligkeit gesehen wird, so ist für sie der Contrast aufgehoben. Und wenn dann die variable Scheibe in einer Versuchsreihe mit d , in einer anderen mit h einen gemeinschaftlichen Hintergrund hat, so darf man vermuthen, dass sie in letzterem Falle eben so viel zu dunkel als sie in ersterem Falle zu hell erscheinen wird. Aus dem mittleren Werthe zweier solcher Versuchsreihen wird also wahrscheinlich die Contrastwirkung des Hintergrundes eliminirt sein.

Diese Versuchsanordnung würde zugleich den Vortheil haben, dass eine Untersuchung der drei verschiedenen Stellungen der Scheiben überflüssig würde; es würde genügen, die Combination d , v , h zu berücksichtigen. Denn die Möglichkeit einer Elimination des Contrastes in der angegebenen Art fußt auf der Voraussetzung, dass die variable Scheibe gleich große Contraste mit den beiden Hintergründen bildet, gegen welche sie gesehen wird. In wiefern diese Voraussetzung richtig ist, wissen wir natürlich nicht; erst eine genauere Untersu-

chung wird es uns lehren können. Die Gültigkeit dieser Annahme aber vorausgesetzt, wird die variable Scheibe auch gleich große Contraste mit den beiden Scheiben d und h bilden, weil diese eben die Helligkeit der Hintergründe haben. Bei der Combination d , v , h kann der Contrast also als vollständig aufgehoben betrachtet werden, und es wird daher kein Grund vorhanden sein, auch die zwei anderen Stellungen zu untersuchen, wo die Verhältnisse nur complicirter sein können.

Von dieser Erwägung ausgehend haben wir einige Versuche angestellt. Als Hintergründe wurden mehrere uns gerade zur Verfügung stehende Papiere von verschiedener Helligkeit angewandt, welche hinter den Scheiben in solchen Entfernungen von den Lampen angebracht wurden, dass sie wegen ihrer geringeren Beleuchtung eben die Helligkeit der Scheiben hatten. Hierbei zeigte sich indessen die Schwierigkeit, dass die Scheiben deutlichen und deshalb sehr störenden Schatten auf die Hintergründe warfen. Diese wurden nun dadurch beseitigt, dass die Lampen höher gestellt wurden, indem sie auf eine große, quer über den Tisch gelegte Kiste zu stehen kamen. Die Schatten kamen jetzt unter den oberen Rand der Scheiben zu liegen, und wenn der Beobachter so hinter der Kiste visirte, dass die untere Hälfte der Scheiben von derselben verdeckt wurde, waren die Schatten vollständig unsichtbar. — Ich gebe jetzt die Resultate von vier in dieser Weise ausgeführten Versuchsreihen.

Tabelle III.

d	h	v gegen d						v gegen h					
		N			L			N			L		
		↑	↓	M	↑	↓	M	↑	↓	M	↑	↓	M
$0^\circ W$ $+ 360^\circ S$	$90^\circ W$ $+ 270^\circ S$	13	14	13,25	12	12	12,5	20	22	21,25	19	21	21
		12	14		12	14		21	22		22	22	
$0^\circ W$ $+ 360^\circ S$	$180^\circ W$ $+ 180^\circ S$	23	25	22,5	22	25	22,5	31	32	32,75	29	33	33
		20	22		21	22		34	34		35	35	

d	h	v gegen d						v gegen h					
		N			L			N			L		
		↑	↓	M	↑	↓	M	↑	↓	M	↑	↓	M
$90^\circ W$ $+ 270^\circ S$	$180^\circ W$ $+ 180^\circ S$	127	126	126,25	127	127	126,5	136	135	133,25	134	132	132,25
		125	127		125	127		130	132		130	133	
$180^\circ W$ $+ 180^\circ S$	$360^\circ W$ $+ 0^\circ S$	233	238	236,75	232	236	235,25	286	285	285,75	285	285	285,25
		237	239		237	236		286	286		285	286	

In den Columnen, die mit d und h überschrieben sind, ist die Zusammensetzung der dunklen resp. hellen Scheiben angegeben, und die Tabelle zerfällt übrigens in zwei Haupttheile, je nachdem v gegen einen Hintergrund von der Helligkeit der dunklen (v gegen d) oder der hellen Scheibe (v gegen h) gesehen ist. Für jedes d und h sind die Resultate von vier Versuchsreihen für jeden Beobachter und daneben, unter M, die mittleren Werthe dieser vier Zahlen angegeben. Wie man sieht, bestätigt die Tabelle deutlich unsere Vermuthungen von dem Einflusse des Contrastes: überall wo v gegen den dunklen Hintergrund gesehen ist, sind die Werthe viel kleiner als die denselben entsprechenden beim hellen Hintergrund. Es fragt sich also jetzt nur, ob wir den Einfluss des Contrastes vollständig eliminiren können, indem wir die mittleren Werthe der zusammengehörigen Zahlen nehmen. Besondere Garantie hierfür haben wir, wie schon gesagt, gar nicht. Wenn es sich aber zeigen würde, dass die mittleren Werthe sehr nahe mit den Werthen, welche unter der Voraussetzung der vollständigen Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes berechnet werden können, zusammentreffen, so wäre es doch wahrscheinlich, dass der Einfluss des Contrastes wirklich eliminirt worden ist, und die möglichen Abweichungen zwischen den auf theoretischem und experimentellem Wege gefundenen Zahlen könnten dann als ein Beweis dafür gelten, dass das Weber'sche Gesetz nicht streng gültig ist. Diese Erwägung ist insofern nicht unanfechtbar, als eine eventuelle Uebereinstimmung oder Nichtübereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung auch

auf verschiedene andere Weisen erklärt werden kann. Ehe wir aber näher darauf eingehen, wird es zweckmäßig sein, die schon gefundenen Resultate mit der Theorie zu vergleichen.

Wenn das Weber'sche Gesetz gültig ist, hat man bei den hier gebrauchten Bezeichnungen:

$$\frac{d}{v} = \frac{v}{h}, \text{ also: } v^2 = dh,$$

woraus v berechnet werden kann, da h und d bekannte Größen sind. Bei dieser Berechnung tritt uns indessen die Schwierigkeit entgegen, dass unsere schwarzen Sektoren nicht absolut dunkel sind; wir können also für d und h nicht ohne weiteres die Gradzahl der weißen Sektoren setzen. Nehmen wir aber an, dass das weiße Papier k mal so viel Licht reflectirt als das schwarze, so wird eine Scheibe von a° weiß und $360 - a^\circ$ schwarz die Helligkeit haben:

$$H = \frac{ak + 360 - a}{360} \dots \dots \dots (1)$$

Setzen wir also:

$$d = \frac{ak + 360 - a}{360} \text{ und } h = \frac{bk + 360 - b}{360},$$

wo a und b die Gradzahlen der resp. weißen Sektoren sind, und nennen wir die unbekannt GröÙe des weißen Sectors der variablen Scheibe x , so wird dem Weber'schen Gesetze zufolge:

$$\left[\frac{xk + 360 - x}{360} \right]^2 = \frac{ak + 360 - a}{360} \cdot \frac{bk + 360 - b}{360}.$$

Wird diese Gleichung in Bezug auf x aufgelöst, so erhält man:

$$x^2 + \frac{2 \cdot 360}{k-1} x - \frac{360(a+b)}{k-1} - ab = 0,$$

also

$$x = \frac{-360 \left(\frac{+}{-} \right) \sqrt{360^2 + 360(a+b)(k-1) + ab(k-1)^2}}{k-1} \dots (2)$$

Soll diese Gleichung zur Bestimmung von x für verschiedene Werthe von d und h benutzt werden, so gilt es zuerst, k , das Verhältniss der Helligkeiten des angewandten Schwarz und Weiß, zu finden. Als mittleren Werth von 16 Versuchen, die nach der von Aubert angegebenen Methode¹⁾ ausgeführt wurden, haben wir für unsere Papiere

1) Aubert, Physiologie der Netzhaut p. 72.

$k = 68$ gefunden. Wird also diese Größe mit den zusammengehörigen Werthen von a und b , d. h. den in Tabelle III angegebenen Gradzahlen der weißen Sektoren von d und h , eingesetzt, so findet man die Zahl (x) der Grade weiß, welche die variable Scheibe in jedem Falle haben würde, wenn das Weber'sche Gesetz streng gültig wäre. In der Tabelle IV gebe ich die so berechneten Größen an, zusammengestellt mit den Mittelzahlen der in Tabelle III verzeichneten Werthe für jeden Beobachter. Außerdem zeigen die Spalten, die mit f überschrieben sind, die Abweichungen der gefundenen Werthe von den berechneten.

Tabelle IV.

d	h	ber. v	N		L	
			v	f	v	f
$0^\circ W + 360^\circ S$	$90^\circ W + 270^\circ S$	16,7	17,25	+ 0,55	16,75	+ 0,05
$0^\circ W + 360^\circ S$	$180^\circ W + 180^\circ S$	26,2	27,6	+ 1,4	27,75	+ 1,55
$90^\circ W + 270^\circ S$	$180^\circ W + 180^\circ S$	127,5	129,75	+ 2,25	129,4	+ 1,9
$180^\circ W + 180^\circ S$	$360^\circ W + 0^\circ S$	254,7	261,3	+ 6,6	260,3	+ 5,6

Wie man sieht, weichen die gefundenen Werthe alle in einer Richtung von den berechneten ab; sie sind alle zu groß. Diese Abweichungen können daher kaum von Zufälligkeiten herrühren. Gehen wir nun vorläufig von der Annahme aus, dass es uns bei der angewandten Methode gelungen sei, den Einfluss des Contrastes zu eliminieren, so würden die gefundenen Abweichungen zeigen, dass das Weber'sche Gesetz nicht streng gültig ist, und zwar, in vollständiger Uebereinstimmung mit den Versuchen Aubert's, dass die Unterschiedsempfindlichkeit mit steigender Intensität des Lichtes wächst. Nach dem Weber'schen Gesetze ist nämlich: $v^2 = dh$. Wir aber haben gefunden $v^2 > dh$, woraus folgt:

$$\frac{v}{d} > \frac{h}{v} \text{ oder } \frac{v}{d} - 1 > \frac{h}{v} - 1 \text{ also } \frac{v-d}{d} > \frac{h-v}{v},$$

was eben zu beweisen war, denn $v > d$ und die Unterschiedsempfind-

lichkeit wird durch die reciproken Werthe der angegebenen Brüche gemessen.

Wenngleich dies Resultat wegen seiner genauen Uebereinstimmung mit den Aubert'schen Versuchen an Wahrscheinlichkeit gewinnt, so leiden unsere Versuche doch an der Schwierigkeit, dass auch eine ganz andere Deutung möglich ist. Nimmt man nämlich an, dass die variable Scheibe mehr vom Contraste gegen den hellen als gegen den dunklen Hintergrund verändert wird, so würden die kleineren Werthe, welche die Versuche beim Contraste der variablen Scheibe gegen den dunklen Hintergrund ergeben, nicht vollständig die höheren Werthe, die der Contrast gegen den hellen Hintergrund hervorbringt, compensiren können. Die mittleren Werthe beider Versuchsreihen werden also zu groß, oder mit anderen Worten: das Weber'sche Gesetz kann die strengste Gültigkeit haben, und nichtsdestoweniger wird man wegen der Versuchsumstände eben solche Abweichungen finden, wie sie hier gefunden sind. Sich für die eine oder die andere dieser beiden Auffassungen zu entscheiden, wird natürlich nur auf Grundlage bestimmter Versuche über den Lichtcontrast möglich sein; solche Versuche liegen aber meines Wissens noch nicht vor. Wenn wir also bei dieser doppelten Möglichkeit nicht stehen bleiben wollen, müssen wir den Lichtcontrast einer quantitativen Bestimmung unterziehen. Diese Untersuchung wird der Inhalt des folgenden Abschnittes sein.

Ehe wir dazu übergehen, will ich nur kurz erwähnen, dass die in Tab. III und IV verzeichneten Versuche wahrscheinlich nicht ganz genau sind, weil die Hintergründe, gegen welche die Scheiben gesehen wurden, kaum immer die Helligkeit der entsprechenden Scheiben hatten. Ursprünglich nahm ich nämlich an, dass kleine Unterschiede, die wegen der Verhältnisse schwer zu vermeiden waren, keinen wesentlichen Einfluss haben würden. Es wäre also die Möglichkeit vorhanden, dass die besprochenen Abweichungen zwischen Theorie und Erfahrung ganz einfach von Ungenauigkeiten herrühren könnten. Um diese Möglichkeit zu prüfen, wurde die dritte Versuchsreihe der Tab. III mit der möglichst großen Genauigkeit wiederholt. Das Resultat fiel dadurch auch anders aus, aber nicht eben zum Vortheil des Weber'schen Gesetzes. Es wurde nämlich gefunden:

Tabelle V.

d	h	ber. v	N		L	
			v	f	v	f
$90^\circ W + 270^\circ S$	$180^\circ W + 180^\circ S$	127,5	133,75	+ 6,25	133,6	+ 6,1

Die Abweichungen sind also ungefähr drei Mal so groß wie früher geworden, und es ist deshalb, wie es unsere späteren Untersuchungen auch bestätigen werden, kein Grund vorhanden anzunehmen, dass die Abweichungen zwischen Theorie und Erfahrung nur von kleinen zufälligen Ungenauigkeiten herrühren.

Eine Betrachtung der Delboeuf'schen Versuchsergebnisse gibt einen ferneren Beweis hierfür. Der Einfluss des Contrastes muss nämlich derselbe werden, sei es dass man sich derjenigen Versuchsanordnung bediene, welche wir angewandt haben, oder dass man drei concentrische Ringe betrachte, von welchen der äußere der dunkelste, der innere der hellste ist, natürlich nur mit dem Unterschiede, dass bei der ersten Anordnung der Grenzcontrast und die daraus folgende Unsicherheit der Schätzung ausgeschlossen ist. Denn der mittlere Ring wird immer in entgegengesetzten Richtungen von den beiden anderen beeinflusst, und deshalb muss man annehmen, dass in dem mittleren Werthe einer größeren Reihe von Versuchen die Wirkung des simultanen Contrastes in derselben Ausdehnung wie bei unseren Versuchen aufgehoben ist, indem je nach der Richtung der Aufmerksamkeit bald der eine bald der andere Contrast vorherrschend gewesen ist. Die außerordentlich großen, gegenseitigen Abweichungen der einzelnen Bestimmungen, welche die Delboeuf'schen Versuche zeigen, deuten auch darauf, dass bald der Contrast gegen den hellen, bald der Contrast gegen den dunklen Ring hervorgetreten ist; vorausgesetzt nämlich, dass die Beleuchtung während einer Versuchsreihe sich constant gehalten hat, können sie kaum in irgend einer anderen Weise erklärt werden. Wir müssen daher im voraus erwarten, dass die Versuche Delboeuf's dasselbe Resultat wie die unsrigen ergeben werden, d. h. dass die Werthe des mittleren Ringes größer sind, als sie dem Weber'schen Gesetze zufolge sein sollten. Diese Erwartung wird auch von der Erfahrung vollständig bestätigt. In der unten angegebenen Tabelle

haben wir die Resultate zweier Delboeuf'schen Versuchsreihen mit den nach dem Weber'schen Gesetze berechneten Werthen zusammengestellt. Hierbei ist indessen zu bemerken, dass Delboeuf den dunklen und den mittleren Ring als constant genommen und den hellen variirt hat, während wir immer die zwei Grenzen constant gehalten und diejenige Helligkeit hervorzubringen gesucht haben, welche für die subjective Schätzung in der Mitte zwischen den beiden anderen liegt. Es ist also unser h bei den Delboeuf'schen Versuchen die variable Größe gewesen. Da wir nun $v^2 > dh$ gefunden haben, woraus folgt: $h < \frac{v^2}{d}$, so müssen die Versuche Delboeuf's, wenn sie dasselbe Resultat wie die unsrigen ergeben sollen, $h < \frac{v^2}{d}$ zeigen, oder mit anderen Worten: das gefundene h muss kleiner als das nach dem Weber'schen Gesetze berechnete sein. Dies ist in der That der Fall, wie die Tabelle zeigt.

Tabelle VI.

gegeb. d	gegeben. v	ber. $h = \frac{v^2}{d}$	Delboeuf's Tabelle I			Delboeuf's Tabelle III		
			gefund. h	mittlere Fehler	$\frac{v^2}{d} - h$	gefund. h	mittlere Fehler	$\frac{v^2}{d} - h$
9	47	245,4	237,6	37,3	+ 7,8	243,4	14,3	+ 2,0
13	27	56,1	54,4	0,9	+ 1,7	55,2	3,4	+ 0,9
13	36	99,7	93,8	6,6	+ 0,9	94,8	1,4	+ 4,9
13	41	129,3	129,2	13,4	+ 0,1	123,4	5,3	+ 5,9
13	56	241,2	247,8	27,2	- 6,6	235,8	13,1	+ 5,4
21	60	171,4	169,4	7,3	+ 2,0	157	6,8	+ 14,4
21	64	195,0	200,0	8	- 5,0	175,8	17,9	+ 19,2
22	36	58,9	57,6	2,1	+ 1,3	56,8	1,8	+ 2,1
22	51	118,2	119,8	11,8	- 1,6	107,4	7,4	+ 10,8
22	58	152,9	153,2	5	- 0,3	139,2	15,9	+ 13,7
22	66	198,0	194,8	27	+ 3,2	183,2	9,4	+ 14,8
43	64	95,3	97,4	3,9	- 2,1	94	5,2	+ 1,3
43	72	120,5	130,0	12,4	- 9,5	119,8	4,6	+ 0,7
43	87	176,0	176,8	16,6	- 0,8	168,8	9,3	+ 7,2

In den ersten drei Columnen sind die Werthe von d , v und die daraus unter Voraussetzung der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes berechneten Werthe von h aufgezeichnet. Die Tabelle zerfällt übrigens in zwei Hauptabtheilungen, die erste und dritte Versuchsreihe Delboeuf's enthaltend. Der Unterschied zwischen diesen beiden Gruppen besteht nur darin, dass die erste bei Tageslicht, die andere bei der Beleuchtung einer Kerze, in 25 cm Entfernung vom Apparate aufgestellt, ausgeführt worden ist; der Beobachter ist in beiden Fällen dieselbe Person. In jeder der Gruppen sind die mittleren Werthe der experimentell gefundenen Werthe von h aufgezeichnet; diese mittleren Werthe sind indessen nicht die in den Originaltabellen Delboeuf's angegebenen, sondern die von Müller angeführten, in Bezug auf Rechnungsversehen corrigirten Zahlen.¹⁾ Ferner ist für jede Versuchsgruppe der mittlere Fehler der gegebenen Werthe von h angeführt, d. h. der mittlere Werth derjenigen Größen, um welche die innerhalb der betreffenden Versuchsreihe erhaltenen Einzelwerthe von h von ihrem in der Tabelle angeführten Mittelwerthe abwichen. Endlich sind in der dritten Spalte der beiden Hauptgruppen die Größen $\frac{v^2}{d} - h$, d. h. die Differenzen zwischen den berechneten und den gefundenen Werthen von h angegeben. Betrachten wir jetzt diese Differenzen, so zeigt es sich, dass dieselben in der zweiten Gruppe alle positiv sind, was also anzeigt, dass die berechneten Werthe von h größer als die gefundenen sind — ganz mit unseren Erwartungen übereinstimmend. In der ersten Gruppe dagegen gibt es eben so viele negative wie positive Differenzen, so dass unsere theoretischen Erwägungen hier nicht stichhaltig zu sein scheinen. Nun ist indessen die erste Gruppe durchgängig ungenauer als die zweite, welches daraus ersehen wird, dass in jener die mittleren Fehler größer als in dieser Gruppe sind, und außerdem muss die Beleuchtung im ersten Falle (Tageslicht) nicht unbedeutend von derjenigen des zweiten Falles abgewichen sein. Die größere Ungenauigkeit führt natürlich mit sich, dass man nicht dasselbe Gewicht auf die Resultate der ersten wie auf diejenigen der zweiten Gruppe legen kann, und in Betreff der Intensität der Beleuchtung hat Del-

1) Grundlegung der Psychophysik p. 96.

boeuf selbst gezeigt, dass sie einen wesentlichen Einfluss auf die Resultate ausübt. Da nun die von Delboeuf in der hier aufgeführten zweiten Versuchsgruppe angewandte Beleuchtung sehr nahe dieselbe Intensität wie die unsrige gehabt hat, so wird es also ganz unzweifelhaft, dass die Delboeuf'schen Versuche dieselben Abweichungen vom Weber'schen Gesetze wie die unsrigen zeigen, insofern sie unter beinahe denselben Versuchsumständen ausgeführt sind. Hieraus folgt aber ferner, dass man annehmen muss, dass die Ursachen, welche bei unseren Versuchen die Abweichungen hervorgerufen haben, auch bei den Delboeuf'schen gewirkt haben. Und indem es sich später zeigen wird, dass die besprochenen Abweichungen größtentheils, wenn auch nicht vollständig, vom Contraste zwischen den drei Flächen verursacht sind, so scheint die ganze Theorie unhaltbar zu werden, welche Delboeuf auf seine Versuche stützt.

3. Die quantitative Bestimmung des Lichtcontrastes.

Die Möglichkeit einer quantitativen Bestimmung des Lichtcontrastes zeigte sich zufällig bei einigen der obigen Versuche. Es wurde nämlich zuweilen wahrgenommen, dass die variable Scheibe beim Contraste gegen den hellen Hintergrund viel dunkler als die dunkle Scheibe schien, obwohl ihre objective Helligkeit bedeutend größer als diejenige der dunklen Scheibe war. Und indem der weiße Sector der variablen Scheibe nach und nach größer gemacht wurde, wurde zuletzt ein Punkt erreicht, wo die zwei Scheiben dieselbe Helligkeit zu haben schienen, während sie objectiv einen bedeutenden Unterschied darboten. Da nun diese objective Differenz, welche sich bei derselben subjectiven Helligkeit der Scheiben zeigt, ein Maß für die Größe des Contrastes geben muss, so wird man also im Stande sein, in einer systematisch durchgeführten Versuchsreihe die Abhängigkeit des Contrastes vom Verhältniss zwischen der inducirenden und reagirenden Helligkeit zu finden. Eine solche Untersuchung liegt noch nicht vor, und da sie unzweifelhaft auch für andere Fälle als den besonderen, welcher uns dazu geführt hat, von Bedeutung sein wird, so entschlossen wir uns zu einer möglichst vollständigen Durchführung.

Die Versuchsanordnung ist in dem schon Gesagten gegeben. Eine Scheibe, deren Helligkeit wir i nennen wollen, wird gegen einen Hintergrund gesehen, mit dem sie vollständig übereinstimmt. Gegen einen anderen Hintergrund von der Helligkeit J contrastirt eine Scheibe, welche so lange variirt wird, bis man die objective Helligkeit r gefunden hat, bei welcher die Scheibe wegen des Contrastes dieselbe subjective Helligkeit wie die Scheibe i hat. Der Hintergrund J hat also die inducirende, die Scheibe r die reagirende und die Scheibe i die inducirte, d. h. die wegen des Contrastes entstandene Helligkeit. Der Unterschied $i - r$ gibt die vom Contraste hervorgebrachte absolute Veränderung an, und die relative Veränderung wird daher durch $i - r$ dividirt durch die Größe, welche die Veränderung erlitten hat, gemessen. Im Bruche $\frac{i - r}{r}$ haben wir also das Maß der subjectiven Größe des Contrastes. Wenn nun der Hintergrund J constant ist, während i in der möglichst großen Ausdehnung variirt wird, so wird man eine, einem jeden neuen Werthe von i entsprechende Größe von r finden, und in den daraus berechneten Brüchen $\frac{i - r}{r}$ hat man dann ein Maß der Variationen des Contrastes mit r , indem J constant ist. Wird nun eine solche Versuchsreihe für verschiedene Werthe von J wiederholt, so findet man die Größe des Contrastes für beliebige gegebene Werthe von J und r .

Für die praktische Ausführung dieser Versuche muss man sich vor allen Dingen die möglichst große Zahl verschiedener Hintergründe verschaffen. Da die käuflichen gefärbten Papiere nur sehr wenige Schattirungen von grau darbieten, habe ich selbst zehn solche mittelst des schon früher besprochenen schwarzen Farbstoffes (Pariser-schwarz) hergestellt. Ein solches Malen mit sehr verdünnten Farben ist bekanntlich nicht leicht, und es ist mir natürlich auch nicht gelungen, die Pinselstriche vollständig zu entfernen, in der Entfernung aber (2—3 m), aus welcher die Papiere betrachtet wurden, waren sie scheinbar ganz gleichförmig. Die zehn Schattirungen von grau in Verbindung mit schwarz und weiß bildeten also eine Reihe von 12 Hintergründen, welche genügten ein Bild der Variationen des Contrastes unter verschiedenen Verhältnissen zu geben. Um uns vollständig gleiche Bedingungen sämmtlicher Versuche zu sichern, wurde ein vier-

eckiger Rahmen, in welchem die gemalten Hintergründe aufgehängt werden konnten, am Ende des Tisches befestigt, wo die Rotationsapparate mit den Scheiben standen. Die Apparate wurden nun so aufgestellt, dass die Scheiben in kaum 1 cm Entfernung von den Hintergründen rotirten. Der Abstand zwischen den Centren der beiden Scheiben wurde gleich 32 cm gesetzt, wobei die Entfernung ihrer Ränder gleich 12 cm wurde; wegen der großen Entfernung des Beobachters war es noch in dieser Stellung sehr leicht die Scheiben zu vergleichen, und ein Contrast der beiden Scheiben, welcher nur die Verhältnisse verwirrt hätte, war dabei ausgeschlossen. Die beiden Hintergründe stießen in einer geraden Linie zusammen, welche in der Mitte zwischen den beiden Scheiben verlief, und umgaben übrigens diese in einer bedeutenden Breite auf allen Seiten. Nur unten erstreckten sie sich wegen der Construction der Apparate kaum einige Centimeter unterhalb des Centrums; da aber die Beobachter immer die früher erwähnte Stellung einnahmen, bei welcher die untere Hälfte der Scheiben verdeckt war, so haben fremde Contrastwirkungen überhaupt nicht stattfinden können. Endlich muss noch erwähnt werden, dass die Lampen bei diesen Versuchen den zwei Scheiben gerade gegenüber standen, so dass sie von rechtwinkelig einfallendem Lichte beleuchtet wurden. Dadurch wurden die Schatten der Scheiben auf den Hintergründen unsichtbar für den Beobachter, der natürlich wie früher hinter den Lampen saß.

Unsere ersten Versuche gingen darauf aus, die Helligkeit der verschiedenen Hintergründe zu bestimmen. Wenn ein solcher Hintergrund in dem Rahmen hinter einer Scheibe angebracht wurde, so war es leicht möglich, die Größe des weißen Sectors zu finden, bei welcher die Scheibe und der Hintergrund verschmolzen. Um auch hier alle Fehlerquellen zu beseitigen, wurden die Versuche systematisch, durch auf- und absteigende Reihen, ausgeführt und die mittleren Werthe der so gefundenen Größen als die richtigen betrachtet. In Tab. VII gebe ich diese mittleren Werthe an und zugleich die daraus berechneten Helligkeiten mit schwarz als Einheit. Da wir nämlich nicht direct mit den gefundenen Gradzahlen operiren können, weil wir auch das vom Schwarzen reflectirte Licht berücksichtigen müssen, so werde ich hier und ebenso später die mittelst Gleichung (1) berechneten Helligkeiten angeben. Wo also nicht eben von Gradzahlen die Rede ist, sondern

nur reine Zahlen angeführt sind, da geben diese die Helligkeiten an, berechnet aus der Gleichung: $H = \frac{68a + 360 - a}{360}$, wo a die Gradzahl des weißen Sectors ist. — Für die 12 Hintergründe haben wir folgende Werthe gefunden:

Tabelle VII.

I. 0°	$W + 360°$	$S = 1,00$	VII. 130°	$W + 230°$	$S = 25,19$
II. 11,5°	$W + 348,5°$	$S = 3,14$	VIII. 166°	$W + 194°$	$S = 31,89$
III. 27°	$W + 333°$	$S = 6,03$	IX. 204°	$W + 156°$	$S = 38,97$
IV. 40°	$W + 320°$	$S = 8,44$	X. 253°	$W + 107°$	$S = 48,09$
V. 76°	$W + 284°$	$S = 15,14$	XI. 300°	$W + 60°$	$S = 56,83$
VI. 106°	$W + 254°$	$S = 20,73$	XII. 360°	$W + 0°$	$S = 68,00$

Gehen wir nunmehr zu den eigentlichen Contrastversuchen über, so sind hier nur noch Einzelheiten zu besprechen, da die Versuchsanordnung schon früher auseinandergesetzt worden ist. Natürlich war es auch hier nothwendig systematisch zu verfahren, da die vollständige Gleichheit der zwei Scheiben, welche verglichen werden sollen, nicht bei einer bestimmten Gradzahl erreicht wird, sondern wegen der Schwierigkeit der subjectiven Schätzung immer innerhalb gewisser Grenzen schwankt, die in verschiedenen Versuchen mehr oder weniger variiren können. Leider gestattete uns die kurze Zeit nicht, zur Bestimmung einer jeden Größe so viele Versuchsreihen auszuführen, als eigentlich nöthig gewesen wären, um alle Fehler eliminiren zu können. Es kann, wie es die unten angegebenen Tabellen zeigen werden, kein Zweifel daran sein, dass eine größere Zahl von Versuchen in einzelnen Fällen übereinstimmendere Werthe ergeben hätte. Anfangs war es aber nur unsere Absicht, die Größe des Contrastes in so vielen Fällen wie möglich zu untersuchen, um uns einen Ueberblick über die allgemeinen Gesetze des Contrastes zu verschaffen, und diese Aufgabe konnte ohne vollständig genaue Werthe gelöst werden. Erst später zeigte es sich aus anderen Gründen wünschenswerth, möglichst genaue Bestimmungen zu haben.

Das merkwürdigste Resultat, welches sämmtliche Contrastversuche ergeben haben, scheint mir dies zu sein, dass sich zwischen Herrn Neiglick und mir keine Spur von individuellen Differenzen gezeigt hat. Anfangs, als wir noch im Schätzen der Gleichheit und Ungleichheit der Scheiben ungeübt waren, kamen sehr kleine Abweichungen

gelegentlich vor; später aber haben sie sich gar nicht gezeigt. Dies scheint mir nur durch die Annahme erklärt werden zu können, dass die Contrasterscheinungen unter gegebenen Umständen für alle, wenigstens für alle normalen Augen gleich sind. Denn die entgegengesetzte Annahme, dass diese Erscheinungen durchgängig individuell verschieden seien, dass aber das Schicksal zwei Menschen aus zwei verschiedenen Himmelsgegenden zusammengeführt hätte, welchen zufällig die Verhältnisse bis zu den feinsten quantitativen Einzelheiten gleich erschienen, hat a priori eine zu geringe Wahrscheinlichkeit, um angenommen werden zu können. Indessen sprechen doch bei weitem nicht alle Erfahrungen für eine solche Unabhängigkeit von der Individualität. Bei qualitativen Versuchen über Farbencontrast, die ich früher in großer Ausdehnung in Kopenhagen angestellt habe, zeigte es sich häufig, dass zufällige Beobachter keinen Contrast da entdecken konnten, wo er für mich sehr deutlich hervortrat, und ihr Farbensinn war trotzdem ganz normal, wie durch eine nähere Prüfung constatirt wurde. Und eben dasselbe hat sich bei den hier besprochenen quantitativen Bestimmungen ergeben. Zufällige Beobachter haben den Contrast selbst da, wo er sehr kräftig hervortrat, so undeutlich wahrgenommen, dass seine Größe für sie kaum messbar war. Auf der anderen Seite haben indessen andere gelegentlich Anwesende den Contrast eben so wie Herr *N.* und ich wahrgenommen. Nun hat es sich wohl immer gezeigt, dass diejenigen, für welche der Contrast deutlich hervortrat, geübte Beobachter derartiger subjectiver Erscheinungen, die anderen aber stets ungeübt waren; trotzdem scheint die Uebung hier nicht die Verhältnisse zu erklären. Denn weder für Herrn *N.* noch für meinen Bruder, *can. jur. O. L.*, der mir bei den Versuchen über Farbencontrast behülflich war, hat ein Zunehmen der subjectiven Stärke der Erscheinungen constatirt werden können. Herr *N.* war, als wir mit einander zu arbeiten anfangen, ganz ungeübt, und dessen ungeachtet schätzte er gleich anfangs so wie ich. Diese Verhältnisse dürften wahrscheinlich eine nähere Untersuchung verdienen, welche auch leicht mittelst der quantitativen Methode durchgeführt werden kann. Wenn ich auf die eben besprochenen unvollständigen That-sachen eine wahrscheinliche Erklärung bauen wollte, so könnte es nur folgende sein. Es gibt bekanntlich Abbildungen von Bäumen, deren Stämme oder Aeste in ihren Linien Bildnisse historischer Persönlich-

keiten, thierischer Gestalten u. dergl. enthalten. Diese verdeckten Bildnisse als solche wahrzunehmen, ist nicht leicht; hat man sie aber erst einmal entdeckt, so treten sie bei jeder späteren Betrachtung gleich hervor. In derselben Weise scheint es mit den Contrasterscheinungen zu gehen. Wenn man sie einmal entdeckt hat, so wird man sie später da wahrnehmen, wo sie hervortreten können, und außerdem wahrscheinlich mit einer von individuellen Verschiedenheiten unabhängigen Stärke; derjenige aber, der sie noch nicht gewahr geworden ist, wird ihre Gegenwart kaum ahnen. Diese Hypothese, anders kann man sie wohl vorläufig nicht nennen, kann vielleicht auch erklären, wie es den Beobachtern Delboeuf's möglich gewesen ist, das Verhältniss zwischen den Helligkeiten der drei Ringe unter solchen Umständen zu schätzen, wo geübtere Beobachter kaum eine sichere Meinung ausgesprochen hätten.

Dem Obigen zufolge wird also nur eine einzige für beide Beobachter gemeinschaftliche Reihe von Werthen anzugeben sein. Diese Werthe zerfallen natürlich in 12 Gruppen, den 12 verschiedenen Hintergründen entsprechend, welche den Contrast hervorgerufen haben, und in jeder Gruppe sind so viele Versuche ausgeführt, als die Zeit zuließ, oder aber es uns nöthig schien, um die verschiedenen Gesetze deutlich nachweisen zu können. Ueber jeder Gruppe ist die Helligkeit des inducirenden Hintergrundes angegeben. Der Genauigkeit wegen sind übrigens in den mit r überschriebenen Columnen die bei den Versuchen gefundenen Gradzahlen des weißen Sectors mit den daraus berechneten Helligkeiten verzeichnet; um aber nicht die Tabellen mit Zahlen zu überladen, ist überall die ergänzende Zahl der Grade schwarz weggelassen. Wenn so z. B. gleich in der ersten Reihe der ersten Gruppe $0^\circ W = 1,00$ steht, so erhält dies augenscheinlich erst dann einen Sinn, wenn man zu $0^\circ W$ die Gradzahl des schwarzen Sectors hinzugefügt und $0^\circ W + 360^\circ S = 1,00$ liest u. s. w.

Tabelle VIII.

 $J = 1,00$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
0° $W= 1,00$	1,00	0,00	0,000
$10,5^\circ$	2,95	3,14 + 0,19	+ 0,064
$21,25^\circ$	4,95	6,03	1,08 0,218
32°	6,96	8,44	1,48 0,213
62°	12,54	15,14	2,60 0,208
87°	17,19	20,73	3,54 0,206
107°	20,91	25,19	4,28 0,204
138°	26,68	31,89	5,21 0,195
170°	32,64	38,97	6,33 0,194
215°	41,01	48,09	7,08 0,172
259°	49,20	56,83	7,63 0,155
312°	59,07	68,00 + 8,93	+ 0,151

 $J = 3,14$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
$11,5^\circ$ $W= 3,14$	3,14	0,00	0,000
23°	5,28	6,03 + 0,75	+ 0,142
34°	7,33	8,44	1,11 0,151
$62,5^\circ$	12,63	15,14	2,51 0,200
87°	17,19	20,73	3,54 0,206
107°	20,91	25,19	4,28 0,204
137°	26,50	31,89	5,58 0,203
170°	32,64	38,97	6,33 0,194
215°	41,01	48,09	7,08 0,172
259°	49,20	56,83	7,63 0,155
312°	59,07	68,00 + 8,93	+ 0,151

 $J = 6,03$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
27° $W= 6,03$	6,03	0,00	0,000
37°	7,89	8,44 + 0,55	+ 0,070
70°	14,03	15,14	1,11 0,080
93°	17,57	20,73	3,16 0,180
108°	21,10	25,19	4,09 0,194
137°	26,50	31,89	5,39 0,203
169°	32,45	38,97	6,52 0,201
218°	41,57	48,09	6,52 0,157
260°	49,39	56,83	7,44 0,151
314°	59,44	68,00 + 8,56	+ 0,144

 $J = 8,44$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
$14,5^\circ$ $W= 3,70$	3,14	- 0,56	- 0,178
29°	6,40	6,03 - 0,37	- 0,058
40°	8,44	8,44	0,00 0,000
$70,5^\circ$	14,12	15,14 + 1,02	+ 0,067
93°	17,57	20,73	3,16 0,180
109°	21,29	25,19	3,90 0,183
138°	26,68	31,89	5,21 0,195
169°	32,45	38,97	6,52 0,201
218°	41,57	48,09	6,52 0,157
260°	49,39	56,83	7,44 0,151
314°	59,44	68,00 + 8,56	+ 0,144

 $J = 15,14$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
17° $W= 4,16$	3,14	- 1,02	- 0,245
33°	7,14	6,03 - 1,11	- 0,156
$46,5^\circ$	9,65	8,44 - 1,21	- 0,125
76°	15,14	15,14	0,00 0,000
$99,5^\circ$	19,52	20,73 + 1,21	+ 0,062
120°	23,33	25,19	1,86 0,080
153°	29,48	31,89	2,41 0,082
184°	35,24	38,97	3,73 0,106
228°	43,43	48,09	4,66 0,107
267°	50,69	56,83	6,14 0,121
317°	60,00	68,00 + 8,00	+ 0,133

 $J = 20,73$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
106° $W= 20,73$	20,73	0,00	0,000
121°	23,52	25,19 + 1,67	+ 0,071
152°	29,29	31,89 + 2,60	+ 0,088

$J = 25,19$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
$17,5^\circ W = 4,26$	3,14	-1,12	-0,263
$37,5^\circ = 7,98$	6,03	1,95	0,244
$53,5^\circ = 10,96$	8,44	2,52	0,230
$98^\circ = 19,24$	15,14	4,10	0,213
$115^\circ = 22,40$	20,73	-1,67	-0,075
$130^\circ = 25,19$	25,19	0,00	0,000
$161^\circ = 30,96$	31,89	+0,93	+0,030
$189^\circ = 36,17$	38,97	2,80	0,077
$234^\circ = 44,55$	48,09	3,54	0,080
$277^\circ = 52,56$	56,83	4,27	0,081
$321^\circ = 60,74$	68,00	+7,26	+0,120

$J = 31,89$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
$18^\circ W = 4,35$	3,14	-1,21	-0,278
$39,5^\circ = 8,35$	6,03	2,32	0,278
$56,5^\circ = 11,51$	8,44	3,07	0,267
$98^\circ = 19,24$	15,14	4,10	0,213
$123^\circ = 23,89$	20,73	3,16	0,132
$140^\circ = 27,06$	25,19	-1,87	-0,069
$166^\circ = 31,89$	31,89	0,00	0,000
$195^\circ = 37,29$	38,97	+1,68	+0,045
$237^\circ = 45,11$	48,09	2,98	0,066
$278^\circ = 52,74$	56,83	4,09	0,077
$322^\circ = 60,98$	68,00	+7,02	+0,155

$J = 38,97$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
$18^\circ W = 4,35$	3,14	-1,21	-0,278
$40^\circ = 8,44$	6,03	2,41	0,286
$58^\circ = 11,80$	8,44	3,36	0,284
$98^\circ = 19,24$	15,14	4,10	0,213
$130^\circ = 25,20$	20,73	4,47	0,177
$151^\circ = 29,10$	25,19	3,91	0,134
$184^\circ = 35,24$	31,89	-3,35	-0,095
$204^\circ = 38,97$	38,97	0,00	0,000

$J = 48,09$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
$18^\circ W = 4,35$	3,14	-1,21	-0,278
$42^\circ = 8,82$	6,03	2,79	0,316
$61^\circ = 12,36$	8,44	3,92	0,317
$98^\circ = 19,24$	15,14	4,10	0,213
$133^\circ = 25,75$	20,73	5,02	0,195
$155^\circ = 29,85$	25,19	4,66	0,156
$197^\circ = 37,66$	31,89	5,77	0,153
$222^\circ = 42,32$	38,97	-3,35	-0,079
$253^\circ = 48,09$	48,09	0,00	0,000

$J = 56,83$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
$18,5^\circ W = 4,44$	3,14	-1,30	-0,293
$45,5^\circ = 9,47$	6,03	3,44	0,362
$64^\circ = 12,91$	8,44	4,47	0,346
$103^\circ = 20,17$	15,14	5,03	0,249
$135^\circ = 26,12$	20,73	5,39	0,206
$159^\circ = 30,59$	25,19	5,40	0,176
$200^\circ = 38,22$	31,89	6,33	0,166
$234^\circ = 44,55$	38,97	5,58	0,125
$265^\circ = 50,32$	48,09	-2,23	-0,044
$300^\circ = 56,83$	56,83	0,00	0,000

$J = 68,00$

r	i	$i-r$	$\frac{i-r}{r}$
$18,5^\circ W = 4,44$	3,14	-1,30	-0,293
$46^\circ = 9,56$	6,03	3,53	0,379
$69,5^\circ = 13,93$	8,44	5,49	0,394
$111^\circ = 21,66$	15,14	6,52	0,301
$152^\circ = 29,29$	20,73	8,56	0,292
$180^\circ = 34,51$	25,19	9,32	0,270
$223^\circ = 42,50$	31,89	10,61	0,250
$270^\circ = 51,25$	38,97	12,28	0,240
$299^\circ = 56,64$	48,09	8,55	0,151
$342^\circ = 64,65$	56,83	-7,82	-0,121
$360^\circ = 68,00$	68,00	0,00	0,000

Da aller Contrast von einer Vergleichung verschiedener Größen abhängt, so muss die Größe des Contrastes gleich Null werden, wenn die inducirende und reagirende Fläche dieselbe Helligkeit hat; dies geht auch deutlich aus den Tabellen hervor, indem $\frac{i-r}{r} = 0$ für $r = J$. Ferner ist es auch wohl bekannt, dass eine helle Fläche beim Contrast gegen eine dunklere heller erscheint. Wenn also $r > J$, so wird $i > r$, also $i - r$ positiv, woraus folgt, dass $\frac{i-r}{r}$ positiv wird. Auf der anderen Seite wird eine dunkle Fläche beim Contrast gegen eine helle selbst dunkler, d. h. also: für $r < J$ ist $i < r$, deshalb $i - r$ negativ und folglich $\frac{i-r}{r}$ negativ. Hierdurch wird die Bedeutung der in den Tabellen vorkommenden Zeichen $+$ und $-$ verständlich. Und da, dem Entwickelten zufolge, der Contrast einer Fläche, welche dunkler wird, durch eine negative Größe, einer solchen dagegen, die heller wird, durch eine positive Größe gemessen wird, so können wir also im Folgenden für die beiden Verhältnisse die Ausdrücke negativer resp. positiver Contrast benutzen.

Um einen deutlichen Ueberblick über die Versuchsergebnisse zu geben, habe ich diese graphisch (s. Tafel IV) dargestellt. Nimmt man als Abscissen die gefundenen Werthe von r , als Ordinaten die entsprechenden Werthe von $\frac{i-r}{r}$, so kann man für jeden Werth von J eine Curve zeichnen, welche also die Variationen des Contrastes mit r für den gegebenen inducirenden Hintergrund veranschaulicht. In dieser Weise sind die 12 Curven der Tafel IV construirt worden. Wie schon früher bemerkt, können diese Curven nicht vollständig sein, weil wir wegen der Kürze der Zeit nur die nothwendigsten Bestimmungen ausgeführt haben. — Wir gehen jetzt dazu über, die verschiedenen Gesetze zu entwickeln, welche sich aus einer Betrachtung der Curven ergeben und mittelst der gefundenen Zahlen constatirt werden können. Uebrigens ist es gar nicht meine Absicht, im Folgenden alle Gesetze zu suchen, die möglicherweise aus unseren Versuchen abgeleitet werden können; ich hebe einerseits nur solche hervor, die von selbst in die Augen fallen, andererseits solche, die für unser Hauptproblem: die Anwendung der Methode der mittleren Abstufungen, Bedeutung haben.

1) Der Contrast gegen einen gegebenen Hintergrund ist nicht für alle reagirenden Helligkeiten gleich stark. Er ist, wie früher erwähnt, gleich Null, wenn die inducirende und reagirende Fläche dieselbe Helligkeit hat ($J=r$), und von da aus wächst er, wie die Curven zeigen, bis zu einem gewissen Maximum, um dann wieder abzunehmen. Dies gilt sowohl für den positiven als den negativen Contrast. Ferner dürfen wir annehmen, dass die Curven, welche die Variationen des Contrastes mit wachsendem r darstellen, regelmäßig verlaufen. Dennoch aber zeigen unsere Curven viele Unregelmäßigkeiten; da aber die Versuche nicht so oft wiederholt werden konnten, wie es für eine Elimination aller Zufälligkeiten nöthig gewesen wäre, so ist es wahrscheinlich, dass größere Genauigkeit auch zu regelmäßigeren Curven geführt hätte.

2) Das Maximum sowohl des positiven als negativen Contrastes scheint bei einem constanten Verhältniss zwischen r und J einzutreten. Einen directen Beweis hierfür können wir natürlich nicht führen, da wir für einen gegebenen Werth von J die Größe des Contrastes nur für einzelne, willkürlich gewählte Werthe von r kennen. Es ist also höchst unwahrscheinlich, dass diejenigen Werthe von r , für welche die Versuche Maxima des Contrastes gegeben haben, wirklich die richtigen sind; wir müssen vielmehr annehmen, dass die eigentlichen Contrastmaxima sich irgendwo zwischen den gefundenen Maximis und den beiden nächsten Werthen befinden. Gehen wir aber hiervon aus, so zeigt es sich eben sehr wahrscheinlich, dass die eigentlichen Contrastmaxima für solche Werthe von r eintreten, für welche $\frac{r}{J}$ eine constante Größe ist. Dies geht aus der unten angegebenen Tabelle hervor.

Tabelle IX.

J	1,00	3,14	6,03	8,44	15,14	25,19	31,89	38,97	48,09	56,83	68,00
r_m	4,95	17,19	26,50	32,45				8,44	12,36	9,47	13,93
$r_m : J$	4,95	5,48	4,40	3,84				4,62	3,90	6,00	4,90
ber. r_m	4,76	14,95	28,70	40,17	3,18	5,29	6,70	8,19	10,10	11,94	14,29

Die Reihe J enthält hier die Helligkeiten der verschiedenen inducirenden Hintergründe; die Reihe r_m gibt denjenigen, jedem obigen Werthe von J entsprechenden Werth von r an, für welchen bei den Versuchen ein Maximum des Contrastes gefunden ist. In diese Reihe können natürlich nicht ohne weiteres alle diejenigen Werthe von r , für welche die Versuche zufällig die größten gefundenen Werthe des Contrastes gegeben haben, eingeführt werden. Unsere Curven bieten zahlreiche, theils positive theils negative Aeste dar, die so früh abbrechen, dass wir gar nicht wissen können, wo ihre Maxima liegen; wir kennen also für diese Aeste die Größe r_m nicht. Nur da, wo die Curven durch eine Biegung gegen die Abscissenlinie deutlich zu erkennen geben, dass ein Maximum überschritten worden ist, dürfen wir annehmen, das r_m , d. h. der dem gefundenen Maximum entsprechende Werth von r , unweit eines wirklichen Contrastmaximums liegt, und nur für solche Fälle sind die Größen anzuführen. — Die dritte Reihe enthält das Verhältniss der zusammengehörigen Werthe r_m und J . Diese Quotienten sind so berechnet, dass sie in allen Fällen unechte Brüche werden, für $r_m > J$ ist also $\frac{r_m}{J}$ berechnet, für $r_m < J$ dagegen $\frac{J}{r_m}$. Wird nun die Aufmerksamkeit auf diese Quotienten gelenkt, so sieht man, dass sie zwar von einander abweichen, kaum aber weiter, als man aus den oben angeführten Gründen erwarten musste. Ihr mittlerer Werth ist also der wahrscheinliche Werth des Verhältnisses zwischen r_m und J ; diese Größe ist 4,76. Berechnen wir nun die Größen $4,76 J$ oder $\frac{J}{4,76}$, so finden wir die in der Reihe ber. r_m verzeichneten Zahlen, welche uns also die Lage der verschiedenen Contrastmaxima, unter der Voraussetzung eines constanten Verhältnisses = 4,76 zwischen r_m und J , angeben. Es fragt sich jetzt nur, ob diese Lagen der berechneten Maxima auch wahrscheinlich sind. Um dies entscheiden zu können, haben wir die Lagen der betreffenden Maxima in die Curven durch einen verticalen Strich eingezeichnet, und man sieht, dass dieser mit einer einzigen Ausnahme (für $J = 8,44$) außerordentlich nahe an den gefundenen Maximis liegt. Und selbst in dem besprochenen ungünstigen Falle ist die Lage durchaus nicht unmöglich, weil sie zwischen dem gefundenen Maximum und einem der nächsten kleineren Werthe liegt.

Das Resultat dieser Erwägung ist also folgendes. Es ist außerordentlich wahrscheinlich, dass die Maxima sowohl des positiven als negativen Contrastes bei demselben constanten Verhältniss zwischen den Helligkeiten der inducirenden und reagirenden Fläche eintreten. Und dies Verhältniss ist etwa 4,76, indem man für $r < J$ das Verhältniss $\frac{J}{r}$, für $r > J$ dagegen $\frac{r}{J}$ nimmt.

3) Die Versuche zeigen, dass die Maximalwerthe des Contrastes, d. h. Max. $\frac{i-r}{r}$, mit J nach folgendem Gesetze variiren. Für den positiven Contrast nimmt Max. $\frac{i-r}{r}$ mit wachsenden Werthen von J ab, für den negativen Contrast dagegen wächst Max. $\frac{i-r}{r}$ mit wachsendem J . Um den Ueberblick zu erleichtern, sind die gefundenen Maximalwerthe hier unter den zugehörigen Werthen von J angegeben.

Tabelle X.

J	10,0	3,14	6,03	8,44	15,14	25,19	31,89	38,97	48,09	56,83	68,00
Max. $\frac{i-r}{r}$	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-
	0,218	0,206	0,203	0,201	0,245	0,263	0,278	0,256	0,317	0,362	0,394

Zwar ist das Gesetz hier nur für die gefundenen Maximalwerthe dargethan, da aber die wahren Maxima, dem constanten Verhältniss 4,76 entsprechend, der allgemeinen Form der Curven zufolge nicht sehr weit von den hier gegebenen Werthen abweichen können, so darf man wohl das Gesetz auch für sie als gültig annehmen.

4) Es geht aus den Versuchen hervor, dass der negative Contrast bei der angewandten Beleuchtung durchgängig stärker als der positive ist. Die Maximalwerthe des ersteren sind, wie es Tab. X zeigt, bedeutend größer als diejenigen der letzteren, und daraus folgt, dass auch alle anderen Werthe verhältnissmäßig größer sein müssen. Dies Verhältniss aber kann nicht in allen Fällen statt haben. Denn es ist eben dargethan worden, dass die Maximalwerthe des positiven Contrastes wachsen und diejenigen des negativen Contrastes abnehmen, wenn J abnimmt. Also haben die hier gefundenen Werthe des Contrastes nur

für die angewandte Beleuchtung Gültigkeit, denn indem die Beleuchtung variirt, wird auch die Größe von J verändert, während übrigens sämtliche Verhältnisse constant bleiben. Bei einer geringeren Beleuchtung würden die Maximalwerthe des positiven und negativen Contrastes sich einander mehr genähert, bei höherer Beleuchtung mehr von einander entfernt haben. Hieraus lernen wir also, dass man den absoluten Größen des Contrastes (durch $\frac{i-r}{r}$ gemessen) keine besondere Bedeutung zuschreiben darf, weil diese Größen von der willkürlich gewählten Beleuchtung abhängig sind; die oben dargestellten Gesetze dagegen können wohl allgemeine Gültigkeit beanspruchen, da sie nicht die absolute Größe von $\frac{i-r}{r}$, sondern nur deren Variationen mit J und r betreffen.

Wir werden uns bei diesen Contrastgesetzen nicht länger aufhalten, weil sie zu unserer Hauptaufgabe in einem ziemlich entfernten Verhältniss stehen und außerdem auf Grundlage der hier vorliegenden Untersuchungen keiner erschöpfenden Darstellung unterzogen werden können. Dagegen werden wir den unterbrochenen Faden der Untersuchungen jetzt wieder aufnehmen, da wir die nöthigen Mittel gefunden haben, um die Frage zu beantworten, bei welcher wir stehen blieben.

4. Die Elimination des Contrastes.

Die Versuche über die Methode der mittleren Abstufungen hatten bestimmte Abweichungen vom Weber'schen Gesetze ergeben, und es fragte sich, ob diese Abweichungen auf eine nicht strenge Gültigkeit des Gesetzes deuteten, oder aber ob sie möglicherweise von der Versuchsanordnung herrühren könnten. Wenn nämlich der positive und negative Contrast unter den gegebenen Verhältnissen nicht gleich stark wäre, so mussten Abweichungen vom Weber'schen Gesetze nothwendig hervortreten, selbst unter der Voraussetzung der vollständigen Gültigkeit desselben, und wenn besonders der negative Contrast der stärkere wäre, musste man zu große Zahlen finden, eben so wie unsere Versuche sie ergeben haben. Die Bestimmungen des Contrastes zeigen nun, dass diese letztere Erklärung im höchsten Grade wahrscheinlich ist. Denn die bei den beiden Untersuchungen ange-

wandte Beleuchtung ist immer dieselbe gewesen, und da die Contrastversuche zeigen, dass der negative Contrast unter den gegebenen Verhältnissen durchgängig stärker als der positive war, so können die gefundenen Abweichungen dadurch erklärt werden. Hieraus folgt aber, dass jene Versuche uns direct keine Auskunft über die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes geben können. Denn wenngleich die Abweichungen durch das Uebergewicht des negativen Contrastes erklärt werden können, so ist damit nicht gesagt, dass dies die einzige wirkende Ursache gewesen sei. Erst wenn es uns in irgend einer Weise gelungen ist, den Contrast vollständig zu eliminiren, wird es sich zeigen, ob die besprochenen Abweichungen allein vom Contraste herühren, oder ob vielleicht noch Reste übrig bleiben, die auf eine nicht unbedingte Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes deuten.

Eine Elimination des Contrastes muss mittelst unserer Bestimmungen in folgender Weise ausgeführt werden können. Wir nennen wie früher die Helligkeit der dunklen und hellen Scheibe resp. d und h , und die gefundenen Werthe der variablen Scheibe v_1 , wenn diese gegen einen dunklen, v_2 , wenn sie gegen einen hellen Hintergrund gesehen wird. Das gefundene v_1 wird nun, da es gegen einen dunklen Grund contrastirt, heller erscheinen als es objectiv, d. h. ohne Contrast, ist; welche Helligkeit es aber dabei erreicht, wissen wir nicht. Es gilt indessen eben diese unbekannte Helligkeit x zu bestimmen, weil sie als die Mitte zwischen d und h geschätzt wird. Denn v_1 ist die reagirende, x die inducirte Helligkeit; hieraus folgt aber: $\frac{x - v_1}{v_1} = k_1$, wo k_1 die Größe des Contrastes von v_1 gegen d , den dunklen Hintergrund bedeutet. Wenn wir also in den besonderen Contrastversuchen k_1 bestimmt haben, so kann x aus der Gleichung gefunden werden:

$$x - v_1 = k_1 v_1; \quad x = v_1 (k_1 + 1). \quad (3)$$

In ganz analoger Weise können wir aus v_2 , der objectiven Helligkeit der variablen Scheibe, wenn sie gegen hellen Hintergrund gesehen wird, eine neue Bestimmung für die Mitte erreichen. Da v_2 verdunkelt wird, muss man setzen:

$$\frac{x - v_2}{v_2} = \div k_2, \text{ also } x - v_2 = \div v_2 k_2; \quad x = v_2 (1 - k_2). \quad . (4)$$

Hier bezeichnet also k_2 die Größe des Contrastes von v_2 gegen h , den hellen Hintergrund, ohne Vorzeichen genommen. Bei diesen beiden

Bestimmungen von x sollte natürlich derselbe Werth herauskommen; da aber die vier experimentell gefundenen Größen v_1 , v_2 , k_1 und k_2 mit kleinen Beobachtungsfehlern behaftet sein können, so wird man wahrscheinlich verschiedene Größen finden, deren mittlerer Werth M als der richtige genommen werden kann. Wenn nun das Weber'sche Gesetz streng gültig ist, muss man finden:

$$M = \sqrt{d \cdot h}.$$

Gehen wir jetzt dazu über, den Contrast mittelst dieser Methode zu eliminiren, so zeigen sich unsere früheren Versuche leider unbrauchbar. Erstens sind sie, wie schon bemerkt worden ist, nicht ganz zuverlässig. Zweitens kennen wir nicht genau die Größe des Contrastes gegen die Hintergründe, welche bei jenen Versuchen angewandt worden sind. Diese Schwierigkeit kann zwar beseitigt werden, indem man auf Grundlage der in Tab. VIII angegebenen Werthe mittelst Construction oder Berechnung die Größe des Contrastes auch für andere Werthe von J bestimmt, jedoch nur unter der Voraussetzung, dass der Contrast für ein gegebenes r proportional mit J variirt. Da diese Voraussetzung kaum richtig ist, so wird dadurch ein Fehler eingeführt, welcher einen bedeutenden Einfluss auf die Resultate haben kann. Wir haben daher vorgezogen, eine neue Versuchsreihe durchzuführen, mit Anwendung von denselben Hintergründen, die zur Bestimmung des Contrastes angewandt worden waren. Dadurch wurden wir also in den Stand gesetzt, diesen genau zu eliminiren.

Diese neue Reihe von Versuchen wurde ebenso ausgeführt wie die früheren, deren Resultate in Tab. III u. IV verzeichnet sind, nur mit dem Unterschiede, dass die Hintergründe nun in dem Rahmen angebracht wurden, welcher für diesen Zweck bei den Contrastversuchen aufgestellt war, so dass die Scheiben unmittelbar vor den Gründen rotirten. Die Zeit ließ es nur zu, drei Versuchsreihen anzustellen, diese genügen aber, um darzuthun, dass auf diesem Wege kein zuverlässiges Resultat erreicht werden kann. Die gefundenen Werthe sind in Tab. XI verzeichnet, die in derselben Weise wie Tab. III geordnet ist; während die letztere aber die Werthe von d und h in Graden enthält, sind sie in Tab. XI als relative Helligkeiten angegeben. Alle übrigen Zahlen aber geben hier wie früher die Gradzahlen des weißen Sectors an. Ferner sind in Tab. XI die die mittleren Werthe der vier zusammengehörigen Versuche enthaltenden Columnen mit v_1 und v_2

überschrieben, den Bezeichnungen entsprechend, welche wir in der obigen mathematischen Betrachtung eingeführt haben.

Tabelle XI.

<i>d</i>	<i>h</i>	<i>v</i> gegen <i>d</i>						<i>v</i> gegen <i>h</i>					
		<i>N</i>			<i>L</i>			<i>N</i>			<i>L</i>		
		↑	↓	<i>v</i> ₁	↑	↓	<i>v</i> ₁	↑	↓	<i>v</i> ₂	↑	↓	<i>v</i> ₂
100,	25,19	20	21	21	20	21	21	32	32	32	32	32	32,25
		21	22		21	22		32	32		32	33	
15,14	38,97	109	111	110,25	110	110	110,25	150	151	151,25	150	151	151,25
		110	111		110	111		152	152		152	152	
31,89	68,00	226	228	227,5	226	227	227,25	301	302	301,25	301	303	301,5
		228	228		228	228		301	301		301	301	

Diese Werthe weichen, wie man sieht, für die beiden Beobachter sehr wenig von einander ab. Es wird also kein Grund vorhanden sein, die Berechnungen in beiden Fällen durchzuführen. Unten gebe ich deshalb nur die für den Beobachter *L* berechneten Werthe an.

Tabelle XII.

<i>d</i>	<i>h</i>	$\sqrt{d \cdot h}$	<i>v</i> ₁	<i>k</i> ₁	<i>x</i>	<i>v</i> ₂	<i>k</i> ₂	<i>x</i>	<i>M</i>	<i>f</i>
1,00	25,19	5,01	21° = 4,91	+0,215	5,97	32,25° = 7,00	-0,250	5,25	5,61	+0,60
15,14	38,97	24,29	110,25° = 21,52	+0,07	23,03	151,25° = 29,15	-0,134	25,24	24,14	-0,15
31,89	68,00	46,56	227,25° = 43,29	+0,061	45,93	301,5° = 57,11	-0,15	48,54	47,24	+0,68

In den mit *d* und *h* bezeichneten Columnen sind hier wie früher die Helligkeiten der dunklen resp. hellen Scheibe angegeben; $\sqrt{d \cdot h}$

ist die Mitte unter der Voraussetzung der Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes. Unter v_1 und v_2 sind mit den gefundenen Gradzahlen des weißen Sectors zugleich die daraus berechneten relativen Helligkeiten angeführt; k_1 und k_2 geben die Größen des Contrastes von v_1 und v_2 gegen d und h an, welche Größen aus unseren Curven abgelesen werden können. In den beiden mit x bezeichneten Spalten finden sich die mittelst Gleichung 3 und 4 berechneten Helligkeiten, die subjectiv als die Mitte aufgefasst werden; M ist der mittlere Werth solcher zwei zusammengehörigen Größen, und schließlich ist $f = M - \sqrt{d h}$, d. h. die Abweichungen der gefundenen Werthe von den berechneten. Diese Fehler sind, wie man sieht, theils positiv theils negativ, und es scheint also, dass sie zufällig seien, oder mit anderen Worten, die Versuche deuten nicht auf eine bestimmte Abweichung vom Weber'schen Gesetze. Zwar sind die Abweichungen in positiver Richtung bedeutend größer als die in negativer Richtung, die Versuche sind aber nicht so zahlreich, dass man sichere Schlüsse daraus ziehen kann. Dies hat indessen keine Bedeutung, denn wenden wir uns zu einer näheren Betrachtung der zusammengehörigen Werthe von x , so zeigt es sich, dass die ganze scheinbare Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung zufällig und illusorisch ist. Die zwei Werthe von x , welche resp. mittelst Gleichung 3 und 4 berechnet sind, sollten nämlich gleich groß sein, die Tabelle zeigt aber, dass sie sehr bedeutend von einander abweichen, indem alle von v_1 berechneten Werthe mit einer einzigen Ausnahme zu klein, sämmtliche von v_2 berechneten dagegen zu groß sind. Dies deutet darauf hin, dass es uns nicht gelungen ist, den Contrast vollständig zu eliminiren, indem er bei diesen Versuchen stärker gewesen sein muss, als die Größen k_1 und k_2 angeben. Wenn diese letzteren nämlich durchgängig einen größeren numerischen Werth gehabt hätten, so würden die zusammengehörigen Werthe von x sich einander mehr genähert haben. Es darf also als unzweifelhaft angesehen werden, dass der Contrast bei diesen Versuchen eine andere und zwar größere Wirkung gehabt hat, als diejenige, welche bei den eigentlichen Contrastversuchen gemessen worden ist. Warum er hier eben größer gewesen ist, scheint mir nicht ganz erklärlich — es ließen sich gewiss verschiedene Hypothesen darüber aufstellen. Dass aber seine Stärke überhaupt von der bei den Contrastversuchen gemessenen abweicht, ist natürlich darin begründet, dass die Versuchsverhältnisse so

außerordentlich verschieden waren. Im einen Falle wird die variable Scheibe nämlich nur mit einer solchen verglichen, die dieselbe Helligkeit hat, in dem anderen Falle dagegen wird sie mit zwei von sehr verschiedenen Helligkeiten verglichen. Man kann sich also nicht darüber wundern, dass der Contrast in beiden Fällen verschiedene Stärke annimmt, wengleich alle übrigen Verhältnisse gleich sind. Hieraus folgt aber, dass der Weg, auf welchem wir gesucht haben den Contrast zu eliminiren, nicht zum Ziele führt. Denn man muss die Größe des Contrastes, k_1 und k_2 , genau kennen, damit die Elimination mittelst Gleichung 3 und 4 ausgeführt werden kann. Diese Werthe können aber, wie gesagt, nur annähernd gefunden werden, weil die Versuchsanordnung, welche bei der Methode der mittleren Abstufungen Anwendung findet, nicht unverändert zur Bestimmung der Größe des Contrastes gebraucht werden kann, und werden die nöthigen Aenderungen gemacht, so verändert sich auch die Größe des Contrastes.

Unser Resultat, die Brauchbarkeit der Methode der mittleren Abstufungen betreffend, ist also ein vollständig negatives. Es ist dargethan worden, dass der Contrast bei dieser Methode einen wesentlichen Einfluss ausübt, und dass er nicht in irgend einer Weise aus den Versuchsergebnissen eliminirt werden kann, woraus folgt, dass diese keine sichere Auskunft über die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes geben können. Es bleibt also nur der einzige, schon früher erwähnte Ausweg übrig, mittelst der Versuchsanordnung den Contrast auszuscheiden, indem auch die variable Scheibe gegen einen Hintergrund gesehen wird, welcher immer dieselbe Helligkeit wie die Scheibe selbst hat. Und zugleich müssen die drei Scheiben eine solche Entfernung von einander haben, dass ein gegenseitiger Contrast ausgeschlossen ist. Inwiefern man auf diesem Wege das Ziel erreichen kann, oder ob man auch hier auf unerwartete Schwierigkeiten stößt, wird eine spätere Untersuchung zeigen.

