

## Berichtigung.

Von

**Karl Marbe.**

---

Auf S. 116 f. des vorliegenden Bandes der »Philosophischen Studien« hat G. F. Lipps einige Bemerkungen über meine Schrift »Naturphilosophische Untersuchungen zur Wahrscheinlichkeitslehre« (Leipzig 1899) mitgetheilt, welche geeignet sind, über den Inhalt derselben gänzlich verkehrte Anschauungen zu verbreiten. Dieser Umstand bestimmt mich, die Lipps'schen Ausführungen zu berichtigen.

Wenn man eine Münze einmal in die Höhe wirft, so sind zwei (2<sup>1</sup>) Ergebnisse denkbar: entweder fällt Wappen oder Zahl. Wirft man zweimal, so sind vier (2<sup>2</sup>) Ergebnissgruppen (Wappen, Wappen oder Wappen, Zahl oder Zahl, Wappen oder Zahl, Zahl) denkbar. Wirft man  $n$  mal nacheinander, so sind 2 <sup>$n$</sup>  Gruppen denkbar. Unter diesen 2 <sup>$n$</sup>  Gruppen besteht eine aus lauter Wappen und eine aus lauter Zahlen. Solche aus gleichen Elementen bestehende Gruppen nenne ich, um was für Elemente und um wieviel es sich auch handeln mag, reine Gruppen. Ich habe nun im Gegensatz zu der allgemein verbreiteten, vom rein mathematischen Standpunkt aus übrigens durchaus richtigen Ansicht (auf S. 7 f. meiner Schrift, nicht auf S. 71, wie Lipps infolge eines Druckfehlers angibt) behauptet, dass in den Fällen, wo man die Wahrscheinlichkeitsrechnung anzuwenden pflegt, reine Gruppen nicht vorkommen, wenn  $n$  eine gewisse Anzahl übersteigt. Zu dieser Ansicht wurde ich durch logische Ueberlegungen (S. 7 ff.) geführt. Diese haben sich, nachdem von mir angestellte Experimente zu keinem Ergebniss geführt hatten, bei den Roulette-spielresultaten (S. 15 ff.) bestätigt und wurden durch theoretische Ueberlegungen naturphilosophischer Art (S. 30 ff.) von mir begründet.

Lipps sagt nun zunächst, ich stützte mich auf Behauptungen d'Alembert's. Demgegenüber ist zu bemerken, dass ich mich ganz und gar nicht auf d'Alembert »stütze«, sondern vielmehr (S. 10) d'Alembert vorgeworfen habe, dass er seine, übrigens werthvollen Behauptungen nicht zu begründen versucht hat. Ich stütze mich auf meine logischen Ueberlegungen, den Ausfall der Roulettespielresultate und ganz besonders auf meine naturphilosophischen Ausführungen, in denen ich eine überzeugende Begründung (S. 30 oben) meiner Ansichten sehe.

Lipps behauptet weiterhin, ich stellte zu strenge Anforderungen hinsichtlich der Uebereinstimmung zwischen theoretisch berechneten und empirisch gefundenen Wahrscheinlichkeitswerthen. Er finde daher im Gegensatz zu mir in meinen eigenen Versuchen eine hinreichende Bestätigung der üblichen Auffassungsweise, da man doch nicht mehr verlangen könne, als dass die beobachtete Anzahl reiner Gruppen einmal kleiner, ein andermal größer sei als die theoretisch bestimmte Anzahl. Durch diese Bemerkungen wird der Anschein erweckt, als hätte ich auch auf Grund meiner Experimente meine theoretischen Anschauungen zu stützen versucht. Dies ist aber durchaus nicht der Fall. Ich habe aus meinen (3 · 400) Experimenten weiter nichts geschlossen, als dass die Zahl von je 400 Versuchen für den Zweck meiner Untersuchung zu klein ist (S. 14), und ich habe nach einigen weiteren Erwägungen das Experimentiren gänzlich aufgegeben (S. 15). — Wenn hingegen Lipps in meinen Versuchen eine Bestätigung der üblichen Anschauungen zu finden glaubt, so ist seine Ansicht durchaus falsch. Wenn man Untersuchungen darüber anstellen will, ob gewisse Ereignisse oder Ereignissgruppen in dem auf Grund der Wahrscheinlichkeitsrechnung am meisten wahrscheinlichen Verhältniss auftreten oder ob sie häufiger oder seltener vorkommen, so ist es bekanntlich erforderlich, das empirische Material in eine größere Anzahl sogenannter Fractionen einzutheilen und für die einzelnen Fractionen zu untersuchen, wie sie sich zu den Ergebnissen der Rechnung verhalten. Erst wenn sich eine Abweichung von der Rechnung oder eine Uebereinstimmung mit derselben in der überwiegenden Mehrzahl der Fractionen nachweisen lässt, darf man einen Schluss über das Verhältniss von Erfahrung und Rechnung ziehen. Wenn man demnach nur 3 · 400

Versuche angestellt hat und wenn sich dabei zeigt, dass in einer Fraction à 400 die reinen Gruppen seltener und dass sie in den zwei anderen Fractionen à 400 häufiger vorkommen, als man auf Grund der Rechnung erwarten müsste, so kann man hieraus keineswegs schließen, dass bei den fraglichen Versuchen die reinen Gruppen häufiger vorkommen, als die Rechnung erwarten lässt, und man kann noch viel weniger, wie Lipps will, schließen, dass bei solchen Versuchen Rechnung und Erfahrung im Einklang stehen.

Der Mangel an Berücksichtigung der Principien, welche im Gebiet des Wahrscheinlichen für den Vergleich von Erfahrung und Rechnung maßgebend sein müssen, veranlasst Lipps, auch meine Schlüsse aus den Spielresultaten in ungerechtfertigter Weise zu kritisiren. Er sagt nämlich, um meine Ansicht über das Ausbleiben der reinen Gruppen bei einer gewissen Größe von  $n$  zu erschüttern, die Differenz zwischen Theorie und Erfahrung beim Roulettespiel sei einzeln betrachtet (d. h. wenn man jede der Fractionen, in welche ich das Gesamtmaterial eintheilte, für sich untersucht) gar nicht ungünstig. Aber nicht auf die Abweichungen zwischen Erfahrung und Rechnung, die jede Fraction für sich aufweist, kommt es an, sondern vielmehr auf das allgemeine Verhalten der Gesamtheit dieser Abweichungen. Dieses Verhalten lehrt, wie Lipps zugibt, dass beim Roulettespiel die beobachteten reinen Gruppen hinter den theoretisch zu fordernden zurückbleiben. Uebrigens ist es, wie eine sehr elementare Betrachtung lehrt, zweckmäßig und daher sachlich begründet, den Vergleich zwischen der wirklichen und der wahrscheinlichen Anzahl der reinen Gruppen auf deren Quotienten und nicht, wie Lipps will, auf deren Differenz zu gründen. Denn die Quotienten, nicht aber die Differenzen sind unabhängig von der Größe der untersuchten Fractionen und der Anzahl der benützten Gruppen.

Lipps tadelt weiterhin meine Verallgemeinerung der Resultate des Roulettespiels. Dass reine Gruppen von einer gewissen Größe überhaupt nicht mehr vorkommen, folge aus ihnen nicht. Dabei stellt er die ganze Sache so dar, als hätte ich weiter nichts gethan, als, gestützt auf Behauptungen d'Alembert's, Experimente angestellt und Spielresultate untersucht und als hätte ich aus diesen Ergebnissen den allgemeinen Schluss gezogen, dass die d'Alembert'schen Behauptungen zutreffen. Dass ich zunächst ohne die d'Alembert'schen

Darlegungen zu kennen auf Grund logischer Erwägungen zu denselben Ansichten gelangt bin wie er, dass sich diese Ansichten bei der Untersuchung des Roulettespiels bewährt haben und dass ich sie infolge der Uebereinstimmung der logischen Erwägungen und der Spielresultate (vergl. S. 26) verallgemeinern zu können glaubte, sagt Lipps nicht. Endlich verschweigt er, dass ich die Hauptstütze meiner Ansichten in meinen naturphilosophischen Ausführungen sehe.

Eine ganz falsche Vorstellung über den Zweck meiner Schrift erweckt Lipps' letzte Bemerkung. Er meint, die Unmöglichkeit eines Beweises für meine Ansichten erhelle aus folgendem Beispiel: »Es sind zwei Varietäten einer Pflanzenspecies denkbar, deren relative Häufigkeiten oder Wahrscheinlichkeiten für einen gewissen Landstrich bestimmt werden sollen. Die beiden Varietäten können nun gleichmäßig gemischt sein; dann wird man keine reinen Gruppen finden. Es kann aber auch eine Varietät bloß auf den Bergen und die andere bloß in der Ebene vorkommen; dann wird man beliebig große reine Gruppen finden, falls man ausschließlich auf den Bergen oder in der Ebene botanisirt; man kann ferner eine beliebige Mischung der beiden Varietäten erhalten, wenn man die Pflanzen den verschiedenartigen Standorten entnimmt.« Nun bin ich aber doch niemals auf die Idee verfallen, zu behaupten, es sei unmöglich, Beispiele zu fingiren, in denen beliebig große reine Gruppen vorkommen können. Ich habe lediglich behauptet, dass in den Fällen, in welchen man die Wahrscheinlichkeitsrechnung anzuwenden pflegt, reine Gruppen von einer gewissen Größe an nicht mehr vorkommen, und ich habe die Fälle, die ich in erster Linie im Auge hatte, der Reihe nach behandelt: es sind die Glücksspiele, die Massenerscheinungen der menschlichen Gesellschaft und die Beobachtungsfehler. Schon im Vorwort meiner Schrift habe ich darauf hingewiesen, dass ich nicht über mathematische Probleme, sondern über thatsächliche Fragen geschrieben habe, über den thatsächlichen Verlauf der Vorgänge nämlich, auf welche man die Wahrscheinlichkeitsrechnung anzuwenden pflegt. Will man über diesen Verlauf Aussagen machen, so muss man ihn untersuchen, nicht aber Beispiele fingiren, deren Uebereinstimmung mit der Rechnung man von vornherein voraussetzt.

---

