

Kant's kosmologische Antinomien und das Problem der Unendlichkeit.

Von

W. Wundt.

1. Die Formulierung der Antinomien.

Anhänger wie Gegner der Kantischen Philosophie sind zumeist darin einig gewesen, in den »kosmologischen Antinomien« Meisterstücke dialektischen Scharfsinns anzuerkennen. Dennoch sind höchstens von einigen Kantianern strengster Observanz sowohl die Formulierungen wie die Lösungen der Antinomien für völlig einwurfsfrei gehalten worden. Dass insbesondere die Formulierungen derselben unter dem gezwungenen Schematismus der Kategorien zu leiden hatten, wird Niemand bestreiten, dem nicht selbst dieser Schematismus als ein Universalmittel für die Lösung aller möglichen erkenntnistheoretischen Probleme gilt. Der Kritik Schopenhauer's¹⁾ wird man hier in allen wesentlichen Punkten beitreten können, auch wenn man nicht mit ihm den ganzen Streit für eine »bloße Spiegelfechtereie« hält. Auf diesem lediglich negirenden Standpunkte wurde selbstverständlich jede Untersuchung darüber, ob und wie etwa die Mängel der Kantischen Darstellung zu verbessern seien, gegenstandslos. Wer dagegen dem von Kant behaupteten Conflict der Vernunft mit sich selbst irgendeine Berechtigung, wenn auch vielleicht in anderem Sinne als Kant selbst, zugesteht, der wird nicht umhin können, sich die Frage vorzulegen, welche Gestalt den Antinomien am zweckmäßigsten zu geben ist, wenn man nicht durch einen von außen an sie herange-

1) Kritik der Kantischen Philosophie, Werke Bd. II. S. 583 ff.

brachten Begriffsschematismus, sondern nur durch die in dem Weltbegriff selbst liegenden Bedingungen sich leiten lässt.

Sehen wir nun von den zwar mit Absicht gewählten, aber für die Sache selbst unwesentlichen speciellen Formulierungen Kant's zunächst noch ab, so beziehen sich bekanntlich die vier Antinomien nach einander auf die Fragen: 1) der zeitlichen und räumlichen Endlichkeit oder Unendlichkeit der Welt, 2) der endlichen oder unendlichen Theilbarkeit der Materie, 3) der endlichen oder unendlichen Causalreihe der Erscheinungen, und 4) der Existenz oder Nichtexistenz eines schlechthin nothwendigen Wesens als Weltursache.

Dass die vierte dieser Antinomien nur eine andere Gestaltung der dritten sei, ist wohl allgemein anerkannt. Durch die Formulierung, die sie gefunden hat, durchbricht sie außerdem die Symmetrie des Systems, da jede der anderen Antinomien die Frage, ob die Welt endlich oder unendlich zu denken sei, in einer bestimmten Beziehung erörtert, während diese vierte dafür plötzlich den ontologischen Begriff des »schlechthin nothwendigen Wesens« einführt, hinter dessen Annahme und Bestreitung aber doch nur wieder die Antinomie der Causalität sich verbirgt.

Beschränken wir uns demnach auf die drei ersten Antinomien, so dreht sich, wie längst bemerkt worden ist, der ganze dialektische Streit um die Anwendung des Unendlichkeitsbegriffs auf das Weltproblem, und zwar beschäftigen sich die beiden ersten, die mathematisch-transscendentalen Antinomien, wie Kant selbst sie nennt, mit der Unendlichkeit der in der Anschauung gleichartig gegebenen Eigenschaften, die dritte dagegen, die dynamisch-transscendentale Antinomie, bezieht sich auf die Unendlichkeit des Zusammenhanges der sich unserer Wahrnehmung ungleichartig darbietenden Erscheinungen. Unter den mathematisch-transscendentalen Antinomien hat die erste wieder den oberen Unendlichkeitsbegriff, das unendlich Große in Zeit und Raum, die zweite den unteren Unendlichkeitsbegriff, das unendlich Kleine der räumlichen Theilung der Materie, zum Gegenstand. Im Ganzen also handelt es sich um drei Richtungen des oberen Grenzbegriffs, nämlich um die Ausdehnung der Welt in Bezug auf Zeit, Raum und Causalität, und nur um eine einzige des unteren, die Theilbarkeit der Materie.

Sind nun hierdurch alle Anwendungen erschöpft, welche die Idee

der Unendlichkeit auf den Weltbegriff finden, und in Bezug auf welche daher die Antinomie des Endlichen und des Unendlichen sich erheben kann? Diese Frage muss ohne Zweifel mit nein beantwortet werden. Die Kantischen Antinomien erschöpfen nicht die möglichen Anwendungen des Begriffs der Unendlichkeit auf das Weltproblem. Außerdem hat Kant zum Theil in eine Antinomie zusammengefasst, was in mehrere zu zerlegen ist. Denn die Gesichtspunkte, von denen aus der Streit über die Endlichkeit oder Unendlichkeit der räumlichen Ausdehnung geführt wird, sind nicht ganz identisch mit denjenigen, von denen aus sich der nämliche Streit in Bezug auf die Zeit erhebt, da die letztere von jedem gegebenen Zeitpunkte aus nur nach einer Richtung, nämlich nach rückwärts, unbegrenzt ist, während der Raum nach allen seinen Richtungen diese Eigenschaft besitzt.

Die hauptsächlichste Lücke der Antinomien besteht aber darin, dass in ihnen auf die Masse der Materie gar keine Rücksicht genommen wird. Diese Lücke ist Kant deshalb entgangen, weil er voraussetzte, dass die Eigenschaften der Masse mit denen des Raumes, in welchem die Materie sich ausdehnt, sowohl nach dem unendlich Großen wie nach dem unendlich Kleinen hin identisch seien. Dass dies in Bezug auf den oberen Unendlichkeitsbegriff nicht zutrifft, folgt aus der Eigenschaft der Dichtigkeit, welche erst zusammengenommen mit der räumlichen Ausdehnung die Masse der Materie constituirt. Darum würde mit der Feststellung der unendlichen Ausdehnung der Materie über die Unendlichkeit der Masse derselben noch nichts ausgemacht sein. Denn wenn man z. B. voraussetzte, dass von einem bestimmten Punkte an die Dichtigkeit nach allen Richtungen im Verhältniss einer höheren Potenz der Entfernung abnehme, so würde zwar die Ausdehnung der Materie unendlich sein, ihre Masse würde aber durch eine Zahl von endlicher Größe dargestellt werden können.¹⁾ Da nun

1) Verstehen wir hier unter der absoluten Dichtigkeit der zwischen den Entfernungen r und r' vom Weltmittelpunkt angehäuften Materie die gesammte kosmische Masse, die zwischen den mit den Radien r und r' beschriebenen Kugelschalen sich befindet, so würde die Reihe der Dichtigkeiten schon dann zu einer Summe von endlicher Größe convergiren, wenn die Abnahme im Verhältniss des Quadrats der Entfernungen vom Mittelpunkte erfolgte. Nimmt man dagegen den Begriff der Dichtigkeit im gewöhnlichen Sinne, bestimmt durch den Quotienten des Volums in die Masse, so wird, da das Volum im Verhältniss des Cubus von r zunimmt, auch die Reihe der Dichtigkeiten erst convergent, wenn ihre Abnahme mindestens der dritten Potenz der Entfernung proportional geht.

eine solche Annahme nicht a priori unzulässig ist, wie man auch sonst über die Constitution der Materie denken möge, so ist es klar, dass in Bezug auf die Endlichkeit oder Unendlichkeit der Masse eine besondere, von der Frage der räumlichen Ausdehnung unabhängige Antinomie aufgestellt werden kann.

Aus ähnlichen Gründen ist die zweite Kantische Antinomie, die sich auf die endliche oder unendliche Theilbarkeit bezieht, dadurch auf einen falschen Boden gestellt, dass sie die den Raum erfüllende Masse wieder nicht von dem Raume selbst trennt, so dass es hier zu einer Antinomie überhaupt nur kommen kann, indem die Thesis, ganz und gar von der Anschauung abstrahirend, sich mit der Reproduction des Leibniz-Wolff'schen ontologischen Schlusses von der Existenz des Zusammengesetzten auf die des Einfachen begnügt. Wenn daher Kant auch diese Antinomie als eine mathematische bezeichnet und sie hiermit, gleich der ersten, auf Schwierigkeiten zurückbezieht, die in den Bedingungen der Anschauung gelegen seien, so ist dies mindestens in Bezug auf die Thesis der zweiten Antinomie, die sich nur auf dem Boden begrifflicher Dialektik bewegt, nicht richtig. Kant selbst hat in der That hier sichtlich die Antithese bevorzugt, wie nicht bloß die später von ihm in den »Metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft« gegebene Continuitätstheorie der Materie zeigt, sondern wie auch aus den Erläuterungen und Auflösungen der kosmologischen Ideen in dem kritischen Hauptwerke schon hervorgeht. Kant macht nämlich, indem er die zweite mit der ersten Antinomie vergleicht, eine Unterscheidung, die lebhaft an den Aristotelischen Gegensatz des Unendlichen durch Hinzufügung und des Unendlichen durch Theilung (*ἄπειρον κατὰ πρόσθεσιν* und *ἄπειρον κατὰ διαίρεσιν*) zurückerinnert.¹⁾ Aristoteles hält die Existenz einer unendlichen Größe im Raum für unmöglich, weil wir, so sehr wir uns auch einen Körper durch Hinzufügung neuer Theile vergrößert denken mögen, doch immer nur endliche Größen erreichen können; das Unendliche in der Theilung dagegen erscheint ihm als wirklich, weil uns der ins Unendliche theilbare Körper unmittelbar als ein Ganzes mit allen seinen Theilen gegeben ist.²⁾ Entsprechend erklärt

1) Arist. Phys. III Cap. 5—8.

2) Die Zeit stellt Aristoteles nicht mit dem Raum, sondern mit dem unend-

Kant, bei der Unendlichkeit der Zeit und des Raumes handle es sich nur um einen »Regressus in indefinitum«, weil beide immer nur empirisch unbegrenzt seien, indem in beiden Beziehungen die Weltreihe uns niemals ganz gegeben sein könne; die unendliche Theilbarkeit eines Körpers dagegen sei ein »Regressus in infinitum«, da uns hier der ganze Körper, wenn auch nicht die ganze unendliche Theilung desselben gegeben sei.¹⁾ Diese Unterscheidung beruht aber, wie die Aristotelische, auf einem falsch gewählten tertium comparationis. Wenn wir die Theilung ins unendlich Kleine mit dem Fortgang ins unendlich Große vergleichen, so ist nicht der ganze Körper, der getheilt werden soll, der ganzen Welt, sondern dem endlichen Theil derselben, mit welchem der Regressus beginnt, analog, und dem nie erreichbaren Universum entspricht dagegen der ebenfalls nie erreichbare unendlich kleine Theil des Ausgedehnten. Beide Arten des Regressus gehen also von einem Endlichen aus, welches gegeben ist, und endigen bei einem Unendlichen, welches niemals gegeben sein kann. Ein Regressus in indefinitum ist es, um ein von Kant selbst gebrauchtes Beispiel zu wählen, wenn man von einem lebenden Menschen in der Reihe seiner Voreltern immer weiter rückwärts geht.²⁾ Aber mit der Annahme eines ersten Menschen ist die Annahme eines absoluten Anfangs der Zeit oder einer absoluten Grenze des Weltraums schlechterdings nicht zu vergleichen. Denn wenn auch der empirische Regressus niemals zu jenem ersten Menschen zurückreichen wird, so ist doch seine Entstehung nicht nur ein empirisch vorstellbares, sondern sogar ein aus empirischen Gründen äußerst wahrscheinliches Ereigniss, wogegen die Vorstellung eines Zeitanfangs und einer Raumgrenze für uns absolut unvollziehbar ist.

Kann nun aber auch der von Kant behauptete Gegensatz zwischen der Antinomie der unendlichen Ausdehnung und derjenigen der unendlichen Theilbarkeit nicht angenommen werden, so existirt doch ein anderer sehr wesentlicher Unterschied zwischen beiden. Die Unmöglichkeit, dem Raum eine Grenze zu setzen, treibt uns an, auch

lich theilbaren Körper in Analogie, weil er die Kreisbewegung, die ebenfalls in ihrer Totalität gegeben ist, als das Substrat der objectiven Zeit betrachtet.

1) Vgl. die Auflösung der ersten und zweiten Antinomie. *Ausg. von Rosenkranz* S. 407 ff.

2) *A. a. O.* S. 403 ff.

die Masse der Materie räumlich unbegrenzt anzunehmen, und umgekehrt: die Unmöglichkeit, einen unendlichen Raum durchzugehen, begründet unsere Neigung, auch für die Masse eine räumliche Begrenzung vorauszusetzen. Bei der Theilbarkeit dagegen kann der Raum als die bloße Form der Beziehung discreter Theile zu einander gedacht werden. Die unendliche Theilbarkeit des Raumes begründet also noch keineswegs eine solche der Masse. In der That hat Kant selbst in seinem früheren kosmologischen Werke gleichzeitig eine unendliche Ausdehnung des Universums und eine atomistische Constitution der Materie angenommen.¹⁾ Die Antinomie der endlichen oder unendlichen Theilbarkeit kann daher, insoweit sie überhaupt bestehen bleibt, nicht auf Widersprüche des Raumbegriffs, sondern nur auf solche des Massebegriffs sich beziehen. Da nun aber die Materie von uns nur vorausgesetzt wird, weil wir eines Trägers der Naturkräfte bedürfen, so rückt dadurch die Frage der endlichen oder unendlichen Theilbarkeit aus der Classe der mathematischen in diejenige der dynamischen Antinomien; und da ferner die Aufsuchung der Eigenschaften der materiellen Masse, insoweit sie nicht von denjenigen des Raumes bestimmt sind, auf die Erwägung ihrer empirischen Wirkungen sich stützen muss, so könnte es sich ereignen, dass das von Kant statuirte Verhältniss völlig sich umkehrt, indem die Unendlichkeit der Ausdehnung auf einen Regressus in infinitum, die unendliche Theilbarkeit aber bloß auf einen Regressus in indefinitum zurückführt.

Sobald die Frage der unendlichen Theilbarkeit nicht mehr als eine mathematische, sondern als eine physikalische oder dynamische Antinomie betrachtet wird, so wird nun zugleich eine Incongruenz aufgehoben, die innerhalb der Kantischen Antinomien zwischen Zeit und Raum besteht: während nämlich beim Raum sowohl der obere wie der untere Unendlichkeitsbegriff zu einem Widerstreite führt, ist dies bei der Zeit nur in Bezug auf den ersteren der Fall. Dennoch hat schon der Eleate Zeno auf die Widersprüche hingewiesen, die aus der unendlichen Theilbarkeit der Zeit, gerade so wie aus der des Raumes, für die Begriffe der Bewegung und Veränderung entspringen. Die Quelle des Ursprungs wie der Lösung dieser Widersprüche liegt in der Stetigkeit beider Anschauungsformen. Eben darum

1) Naturgeschichte des Himmels, 1. und 6. Hauptstück, Ausg. von Rosenkranz S. 93 f. und 151 f.

liegen aber diese dialektischen Schwierigkeiten außerhalb der eigentlich kosmologischen Fragen auf dem rein mathematischen Gebiete des Zahlbegriffs. Hiermit soll freilich nicht gesagt sein, dass nicht eine Voruntersuchung der Formen der Zahlenunendlichkeit auch für die Frage der kosmologischen Antinomien dienlich gewesen wäre. Denn die Formen des Zahlbegriffs passen allen realen Gestaltungen unserer Größenvorstellungen sich an, und sie bieten zugleich den Vortheil dar, die begrifflichen Beziehungen dieser Vorstellungen in einer weit erschöpfenderen Weise festzustellen, als dies die bloß empirische Vergleichung zu leisten vermag. So ist es insbesondere auch für die gegenwärtige Aufgabe von großer Bedeutung, dass zwar keine der allgemeinen Zahlarten dem oberen Unendlichkeitsbegriff sich entziehen kann, dass dagegen der untere nur für die irrationalen Zahlen in Betracht kommt.¹⁾ Darin findet die Thatsache ihren allgemeinen Ausdruck, dass wir zwar den Antrieb empfinden, nach oben hin die Vorstellung der Ausbreitung materieller Massen über jede gegebene Grenze hinaus zu erweitern, dass aber nach unten hin nicht die gleiche Nöthigung existirt, indem hier die Masse ebensowohl in der Form einer stetigen, gleich dem Raum ins Unendliche theilbaren Größe, wie in der Form einer discreten, einer rationalen Zahlenmannigfaltigkeit entsprechenden Punktmenge gedacht werden kann.

Wie der dynamische Begriff der Masse an den mathematischen des Raumes sich anlehnt, indem nach oben hin die Grenzen der Masse nach denen des Raumes, nach unten hin mindestens die Ordnungsverhältnisse der Massenelemente nach den allgemeinen Eigenschaften des Raumes sich richten, so steht der zweite dynamische Begriff, derjenige der Causalität, mit dem mathematischen der Zeit im nächsten Zusammenhang. Dennoch ist auch hier die dynamische keineswegs eine bloße Wiederholung der mathematischen Begriffsform. Denn abgesehen von dem von Kant bereits hervorgehobenen Umstande, dass Ursache und Wirkung stets als nicht-identische zeitliche Erscheinungen von uns gedacht werden, erhebt sich bei der Causalität eine Frage, die für die Zeit völlig gegenstandslos ist. Die letztere erstreckt sich nämlich von jedem Zeitmomente aus unbegrenzt in die Vergangenheit, den gegenwärtigen Zeitmoment aber überschreitet

1) Ueber den Begriff der Zahlart vgl. meine Logik II. S. 118 f.

sie immer nur im unmittelbaren Abflusse der Zeit. Die Frage also, ob die Welt eine endliche oder eine unendliche Zeit existirt, kann von einem gegebenen Zeitpunkte aus direct nie anders als in Bezug auf die vergangene Zeit erhoben werden. Anders verhält es sich mit der Causalität. Da sie ein physikalischer Begriff ist, der uns nicht bloß antreibt, zu gegebenen Wirkungen die weiter zurück liegenden Ursachen zu suchen, sondern auch aus gegebenen Ursachen die in der Zukunft zu erwartenden Wirkungen abzuleiten, so ist sie in gleicher Weise der Vergangenheit wie der Zukunft zugewandt. Von der Causalität aus überträgt sich dann indirect erst die Beziehung zur Zukunft auch auf die Zeit, weil wir die zukünftige Causalität nicht anders als in der Form eines Zeitverlaufes denken können. Darum kann nun hinsichtlich der zukünftigen Entwicklung der Welt zwar eine Antinomie in Bezug auf den Causalbegriff entstehen, indem man den weiteren Fortgang der Causalität des Geschehens als einen begrenzten oder als einen unbegrenzten voraussetzen kann, aber eine hiervon unabhängige Antinomie hinsichtlich der Zukunft der Zeit ist unmöglich. Denn die Widersprüche, welche die unendliche Vergangenheit mit sich führt, fallen bei der Zukunft völlig hinweg, da die unendliche Zukunft erst wirklich durchlaufen sein müsste, wenn sie sich einstellen sollten.

Auf diese Weise ergibt sich uns schließlich ein vollständig symmetrisches System mathematischer und dynamischer Antinomien, indem jeder mathematischen Antinomie je zwei dynamische oder physikalische gegenüberstehen: der Antinomie der räumlich endlichen oder unendlichen Ausdehnung die der endlichen oder unendlichen Größe der Masse und die der endlichen oder unendlichen Theilbarkeit der Materie, der Antinomie der zeitlich endlichen oder unendlichen Dauer die des endlichen oder unendlichen Anfangs und die des endlichen oder unendlichen Fortgangs der Causalität der Erscheinungen. Wir erhalten so die folgende Tafel:

Mathematische Antinomien.

Dynamische Antinomien.

- | | |
|---|---|
| 1. Die Welt ist im Raume endlich oder unendlich ausgedehnt. | 3. Die Welt ist der Masse der Materie nach von endlicher oder von unendlicher Größe. |
| | 4. Die Welt ist in Bezug auf ihre materielle Masse ins Endliche oder ins Unendliche theilbar. |

2. Die Welt besteht seit endlicher oder seit unendlicher Zeit.
5. Der Anfang der Causalität des Geschehens liegt in endlicher oder in unendlicher Vergangenheit.
6. Das Ende der Causalität des Geschehens liegt in endlicher oder in unendlicher Zukunft.

2. Die Beweise der Antinomien.

Kant selbst hat zu den Thesen und Antithesen der kosmologischen Antinomien bemerkt, unter den Behauptungen der Antithesis begegne man einer »vollkommenen Gleichförmigkeit der Denkungsart«, wogegen die Behauptungen der Thesis, da sie innerhalb jeder Reihe der Erscheinungen »intellectuelle Anfänge« zu Grunde legten, nicht einer gleich einfachen Maxime folgten. Man kann diese Bemerkung mit größerem Rechte noch auf die Beweise ausdehnen. Die Beweise der Antithesen verlaufen im wesentlichen vollkommen gleichartig. Der erste schließt aus der Unmöglichkeit, eine leere Zeit und einen leeren Raum zu denken, auf die unendliche Ausdehnung der Welt in Zeit und Raum, der zweite aus der Unmöglichkeit, einen untheilbaren Raum zu denken, auf die Untheilbarkeit der Materie, der dritte und vierte aus der Unmöglichkeit, den absoluten Anfang einer Causalreihe zu denken, ohne für das Entstehen dieses Anfangs selbst eine Causalität vorauszusetzen, auf die Unendlichkeit der Causalität und die Nichtexistenz einer ersten Weltursache.

Dagegen fehlt den Thesen durchaus diese Gleichartigkeit der Beweisführung, und in Folge dessen ist auch die Symmetrie zwischen den Beweisen der Thesen und Antithesen nur eine unvollständige. Eine solche Symmetrie ist in der That allein bei der ersten Antinomie vorhanden, wo, vollkommen entsprechend dem Beweisgang der Antithesis, derjenige der Thesis ausführt, dass eine unendliche Synthesis in Zeit und Raum unmöglich und daher in beiden Beziehungen ein unendlicher Weltbegriff widersprechend sei. Nur eine kleine Abweichung findet sich in dem Beweis gegen die Unendlichkeit der räumlichen Ausdehnung, indem hier aus der Unmöglichkeit, eine Unendlichkeit coexistirender Dinge durchzuzählen, also ebenfalls aus dem Widerspruch, den die Unendlichkeit der Zeit mit sich führt, gegen die räumliche Unendlichkeit argumentirt wird, während, wie dies bei der Antithese geschieht, der Beweisgang aus dem Wesen des Raumes

selbst geführt werden sollte und könnte. Völlig abweichende Gedankengänge kommen nun aber bei den übrigen Thesen zur Geltung. Indess dem Beweis der zweiten Antithese, entsprechend dem der ersten, die anschaulichen Eigenschaften des Raumes zu Grunde liegen, bewegt sich die Argumentation der These mit ihrer Erneuerung des Leibniz-Wolff'schen Schlusses aus der Existenz des Zusammengesetzten auf die des Einfachen auf rein begrifflichem Gebiete. Zugleich wird aber durch diese Uebertragung die Bedeutung des Leibniz'schen Beweises wesentlich verändert. Denn dieser hatte sich nicht auf Gegenstände der Anschauung, sondern auf reine Begriffsobjecte, die Monaden, bezogen, da Leibniz selbst den Raum als Erscheinung betrachtete und den Monaden als realen Wesen keine Existenz im Raume zuschrieb. Bei Kant verwandeln sich dagegen die Monaden in Atome, die im Raum als einfache Substanzen existieren, und es wird auf diese Weise erst ein wirklicher Gegensatz zu der Behauptung der Antithese hergestellt. Aber die Incongruenz der Beweisführungen ist geblieben: während die Atome rein begrifflich bewiesen werden, appellirt der Gegenbeweis an die Anschauung.

Der Beweis der dritten Antithese schließt sich innig an den der ersten an. Denn, wie Kant selbst in der Erläuterung bemerkt, »wenn Ihr kein mathematisch Erstes der Zeit nach in der Welt annehmt, so habt Ihr auch nicht nöthig, ein dynamisch Erstes der Causalität nach zu suchen«. Demgemäß überträgt der Beweis lediglich das früher in Bezug auf die Zeit Ausgeführte auf die Causalität, und das Nämliche wiederholt sich in etwas anderer Form bei der vierten Antithese. Dagegen bewegen sich die Beweise der Thesen auch hier wieder nur auf begrifflichem Boden, indem die dritte aus der Forderung einer vollständigen Causalreihe auf die Existenz einer absolut ersten Ursache, die vierte aus der bedingten Natur jeder einzelnen Erscheinung auf ein Unbedingtes als den absoluten Anfang aller Bedingungen zurückschließt.

Die Symmetrie in den Beweisführungen der ersten Antinomie beruht demnach darauf, dass hier 1) Beweis und Gegenbeweis beide anschaulich geführt werden, und dass 2) die Gegensätze des Endlichen und Unendlichen sowohl in den Formulierungen der Thesis und Antithesis auftreten, wie in den Beweisen derselben festgehalten werden. Die Asymmetrie in den andern Antinomien entspringt dagegen

daraus, dass 1) der Beweis der Thesis durchgängig ontologisch, derjenige der Antithesis anschaulich geführt wird, und dass 2) dem entsprechend auch die Gegensätze der einander gegenüber gestellten Begriffe ihre Natur ändern. In der Antithese sehen wir nämlich immer wieder den Unendlichkeitsbegriff in irgend einer, zumeist nur unter einem negirenden Ausdruck verborgenen Form wiederkehren, zuerst als unendliche Theilbarkeit, dann als unendliche Causalreihe. In der Thesis jedoch verbindet sich mit der Aufhebung dieses Begriffs der Unendlichkeit jedesmal eine andere positive Bestimmung, deren conträrer Gegensatz gar nicht das Unendliche, sondern irgend ein anderer Begriff ist, und deren Hauptbedeutung nicht, wie bei Raum und Zeit, auf der Endlichkeit, sondern auf weiteren Eigenschaften beruht, die zu dieser hinzutreten. Kant selbst bezeichnet daher nicht die Endlichkeit der materiellen Theilung und der Causalität, sondern die Einfachheit der Atome, die Freiheit und die Existenz eines nothwendigen Urwesens als den eigentlichen Inhalt dieser Thesen. Dass diese Begriffe mit einer bestimmten Absicht den einfachen Gegensatzbegriffen der Endlichkeit der Theilung, der Causalität und der Abhängigkeit substituirt worden sind, lässt sich nicht verkennen. Durch die einfachen Substanzen suchte Kant die Beziehung zum metaphysischen Dogmatismus herzustellen, durch die Ideen der Freiheit und des schlechthin nothwendigen Wesens wünschte er außerdem den Uebergang zu den Postulaten der praktischen Vernunft zu gewinnen. Eine solche Beimengung fremdartiger Gesichtspunkte konnte aber auf die kritische Untersuchung des kosmologischen Problems nicht ohne störende Rückwirkung bleiben. Dies zeigt sich, abgesehen von dem übereinstimmenden Inhalte der dritten und vierten Antinomie, insbesondere auch darin, dass in der dritten Antinomie der Begriff der ersten Weltursache mit dem der Freiheit des Willens zusammenfließt, welche letztere doch mit der kosmologischen Frage an und für sich außer aller Beziehung steht.

Nachdem auf diese Weise erst den ursprünglichen Begriffsgegensätzen andere substituirt sind, kann es dann um so leichter geschehen, dass auch sonst die in jeder Antinomie behandelten Begriffe nicht strenge festgehalten werden. Dieser Fehler wird aber z. B. begangen, wenn, wie oben bemerkt, schon bei der ersten These der Beweis gegen die Unendlichkeit des Raums mit Hülfe der Zeit geführt wird,

und wenn ebenso die Beweisführungen für die dritte und vierte Antithese wiederum auf die Unendlichkeit der Zeit sich stützen.

Im Gegensatze hierzu wird es nun als eine unerlässliche Forderung auszusprechen sein, dass jede Antinomie innerhalb des von ihr behandelten Begriffes bleibe. Die Widersprüche hinsichtlich der Zeit werden also nur aus den Eigenschaften der Zeit, diejenigen hinsichtlich des Raumes nur aus den Bedingungen der Raumbestimmung der Objecte zu entwickeln sein. Bei den dynamischen Antinomien werden dann allerdings die Eigenschaften von Raum und Zeit insofern ebenfalls zum Einflusse gelangen, als der Begriff der Masse auf das im Raum Gegebene und der Begriff der Causalität auf das in der Zeit Geschehende sich bezieht. Aber es werden doch auch hier die Widersprüche nicht aus den abstracten mathematischen Eigenschaften dieser Formen abgeleitet werden dürfen, wie dies z. B. von Kant bei dem Beweis der unendlichen Theilbarkeit unter der zweiten Antithese geschieht, sondern sie werden den besonderen Bestimmungen zu entnehmen sein, welche die unter dem Einflusse der Erfahrung entstandenen Begriffe der Masse und der Causalität zu jenen allgemeinen Formen hinzubringen. Das Aehnliche gilt hinsichtlich des Verhältnisses der Begriffe der Masse und der Causalität zu einander. Beide setzen einander voraus, denn wir betrachten die materielle Masse als die Trägerin der Naturcausalität; in jedem dieser Begriffe sind es aber doch wieder andere Momente, welche als die Quellen gewisser Widersprüche auftreten. Bringt man diese Gesichtspunkte zur Anwendung, so nimmt das System der Beweisführungen die folgende Gestalt an.

A. Die Beweise der mathematischen Antinomien.

Thesis.

1. Die Welt ist von endlicher Ausdehnung im Raume.

Denn man nehme an, sie sei unendlich ausgedehnt, so würde es in ihr nirgends einen Mittelpunkt oder einen irgendwie sonst geometrisch ausgezeichneten Punkt geben, auf welchen die Lagen und die etwaigen Ortsveränderungen aller übrigen Punkte bezogen werden könnten.

Antithesis.

1. Die Welt ist von unendlicher Ausdehnung im Raume.

Denn man nehme an, sie sei begrenzt, so müssten wir uns jenseits der Weltgrenzen einen leeren Raum vorstellen. Nun könnte die Welt ein bestimmtes Lageverhältniss zu diesem leeren Raum nur besitzen, wenn in ihm irgend welche Objecte gegeben wären, in Bezug auf welche die

Demnach würden weder Lagebeziehungen noch Bewegungen im unendlichen Raum existiren können. Die Relativität der Lage und der Lageänderungen aller Körper im Raum beweist also, dass die räumliche Ausdehnung der Welt eine endliche Größe besitzen muss.

2. Die Welt besteht seit endlicher Zeit.

Denn man nehme an, sie bestehe seit unendlicher Zeit, so würde, da die unendliche Zeit alle endlichen Zeiten in sich schließt, die Totalität aller endlichen Zeiten durchlaufen, ein Zeitverlauf also überhaupt unmöglich sein. Ebenso würde kein Zeitpunkt vom andern verschieden sein können, da bis zu jedem eine unendliche Zeit verstrichen wäre. Ein Zeitverlauf und eine Unterscheidung einzelner Zeitpunkte in demselben ist also nur möglich, wenn die Welt erst seit endlicher Zeit besteht.

Lage der Theile der Welt bestimmt werden könnte. Ein Raum, der Objecte enthält, ist aber ein erfüllter Raum. Also ist ein leerer Raum, gegen welchen die Welt begrenzt sein sollte, undenkbar.

2. Die Welt besteht seit unendlicher Zeit.

Denn man nehme an, sie bestehe seit endlicher Zeit, so müsste ihr eine leere Zeit vorangegangen sein, in welcher nichts existirte und nichts geschah. Nun ist aber die Entstehung der Welt selbst ein Geschehen. In einer leeren Zeit, in welcher nichts geschieht, ist also auch die Entstehung der Welt unmöglich.

B. Die Beweise der dynamischen Antinomien.

Thesis.

3. Die Masse der in der Welt enthaltenen Materie ist von endlicher Größe.

Denn man nehme an, sie sei von unendlicher Größe, so würde jeder beliebige Punkt einer solchen Masse als deren Schwerpunkt oder Massenzentrum angenommen werden können. Da nun in dem Massenmittelpunkte eines Körpers die ganze Masse desselben vereinigt gedacht werden kann, so würde jeder Punkt der unendlichen Masse Träger unendlicher Kräfte sein. Endliche Kraftwirkungen der Materie von verschiedener Größe, wie sie Mechanik und Physik zur Erklärung der Erscheinungen voraussetzen müssen, würden also unmöglich sein.

Antithesis.

3. Die Masse der in der Welt enthaltenen Materie ist von unendlicher Größe.

Denn man nehme an, sie sei von endlicher Größe, so hätte die Materie, falls man voraussetzt, dass sie seit unendlicher Zeit bestehe, sich längst im unendlichen Raum zerstreuen müssen, da ihre Bewegungen nach allen möglichen Richtungen gehen und daher, so lange ein leerer Raum existirt, vorzugsweise nach diesem gerichtet sein müssen, weil derselbe die Ausbreitung durch keine bereits vorhandenen materiellen Massen hindert. Eine endliche Materie würde sich auf diese Weise im unendlichen Raum ins Unendliche zerstreut haben, eine Materie von endlicher Dichtigkeit würde also überhaupt unmöglich sein.

4. Die Masse der Materie ist nur bis ins Endliche theilbar.

Denn man nehme an, sie sei bis ins Unendliche theilbar, so würde, da die Kraftwirkungen einer materiellen Masse um so kleiner werden, je kleiner sie selbst wird, schließlich nach Vollzug der unendlichen Theilung nichts übrig bleiben, was überhaupt noch eine Wirkung ausüben könnte. Da aber aus elementaren Wirkungen, die sämmtlich gleich Null sind, keine endliche Wirkung hervorgehen kann, so müssen die letzten Elemente der Materie selbst eine endliche Masse besitzen.

5. Der Anfang der Causalität der Welt liegt in endlicher Vergangenheit.

Denn angenommen, er liege in unendlicher Vergangenheit, so würde jeder beliebige Endeffect schon eingetreten sein; es würde also überhaupt keine Causalität mehr wirken können.

6. Das Ende der Causalität der Welt liegt in endlicher Zukunft.

Denn angenommen, dasselbe liege erst in einer unendlich entfernten Zukunft, so würde jede überhaupt denkbare Wirkung, also insbesondere auch ein Zustand vollständigen Gleichgewichts aller Wirkungen vorher eintreten können. Ein solcher Zustand der Compensation aller Wirkungen würde aber jedes weitere causale Geschehen unmöglich machen. Denn da der Begriff der Causalität nur so lange einen Inhalt hat, als gesetzmäßige Veränderungen in der Welt anzutreffen sind, so würde auf eine Welt, in der sich gar nichts veränderte, der Begriff der Causalität überhaupt keine Anwendung mehr finden können.

Man wird vielleicht eine gewisse Incongruenz zwischen diesen dynamischen und den vorangegangenen mathematischen Antinomien

4. Die Masse der Materie ist bis ins Unendliche theilbar.

Denn man nehme an, sie sei bloß bis zu einer bestimmten Grenze theilbar, so würde jeder letzte Theil noch eine gewisse messbare Wirkung ausüben. Da nun jede Wirkung, wie überhaupt jede Größe, nur dadurch messbar ist, dass sie theilbar ist, so kann auch jeder noch so kleine Theil der Materie, so lange er überhaupt eine endliche Größe besitzt, weiter getheilt werden.

5. Der Anfang der Causalität der Welt liegt in unendlicher Vergangenheit.

Denn angenommen, er liege in endlicher Vergangenheit, so würde für ihn selbst, da nichts ohne Ursache geschieht, eine weitere Ursache vorausgesetzt werden müssen, und so fort bis ins Unendliche.

6. Das Ende der Causalität der Welt liegt in unendlicher Zukunft.

Denn angenommen, dasselbe liege in einer endlichen Zukunft, so müssten in einer messbaren Zeit alle Veränderungen in der Natur aufhören. Dies ist aber unter der Voraussetzung eines unendlichen Raumes und einer unendlichen Masse der Materie nicht möglich. Denn selbst ein Zustand des Gleichgewichts aller Wirkungen, welcher künftige Veränderungen ausschliesse, würde hier immer erst nach einer unendlichen, d. h. nach einer niemals erreichbaren Zeit sich einstellen können.

darin sehen, dass diese letzteren außer den allgemein gegebenen Anschauungsformen des Raumes und der Zeit nichts voraussetzen, während in den ersteren außer den allgemeinen Begriffen der materiellen Masse und Causalität immer noch einige speciellere Voraussetzungen zur Anwendung kommen, die der physikalischen Erfahrung entlehnt sind. So finden die Sätze über den Massenmittelpunkt, über die Zerstreuung der Materie im leeren Raum, über einen Endzustand des Gleichgewichts der Bewegung successiv ihre Verwerthung. Dennoch liegt hierin kein Einwand gegen die Aufstellung der genannten Antinomien. Die Begriffe der materiellen Substanz und der Naturcausalität entspringen zwar aus gewissen Forderungen des Denkens, andererseits ist aber die Gestaltung dieser Begriffe so innig gebunden an die naturwissenschaftliche Erfahrung, dass man ohne die Herbeiziehung der letzteren immer nur zu höchst inhaltsleeren Sätzen über dieselben gelangen könnte, und insbesondere müsste ein Versuch, Antinomien hinsichtlich dieser Begriffe ohne jede Rücksicht auf ihren empirischen Inhalt zu gestalten, nothwendig zu leeren Wiederholungen der mathematischen Antinomien zurückführen, wie dies Kant in der That begegnet ist. Auch sind die dynamischen Antinomien in den Formulierungen, die ihnen oben gegeben wurden, ebenso wenig künstlich erfunden wie die mathematischen, sondern sie entsprechen einem Widerstreit gewisser Ansichten und Hypothesen, der in der naturwissenschaftlichen Discussion wirklich zur Geltung gekommen ist. Es braucht in dieser Beziehung nur an die angeblich widersprechenden Folgerungen erinnert zu werden, welche man aus der Annahme einer unendlichen materiellen Masse gezogen hat, sowie an die Schlüsse, welche, unter der stillschweigenden Voraussetzung eines der Masse nach begrenzten Universums, an den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie geknüpft wurden.¹⁾ Dass wir diese Antinomien oben nicht in der concreten Gestalt formulirt haben, in welcher sie in der wissenschaftlichen Debatte aufgetreten sind, wird man wohl um so mehr gerechtfertigt finden, als nicht bloß der allgemeinere logische Zweck dies verlangt, sondern als manchmal auch die in Anlehnung an eine bestimmte Form der Naturcausalität geltend gemachten Widersprüche leicht auf eine andere

1) Vgl. meinen Aufsatz über das kosmologische Problem. Vierteljahrsschr. f. Wiss. Philos. I S. 80 ff.

übertragen werden können. Ebenso wird man es diesen Antinomien nicht zum Vorwurfe machen können, dass zuweilen die Beweisführung einer These oder Antithese den Standpunkt der vorangegangenen These oder Antithese voraussetzt. Denn es herrscht hier wirklich ebenso unter den Thesen wie andererseits unter den Antithesen, um Kant's Ausdruck zu gebrauchen, eine »vollkommen übereinstimmende Sinnesart«, und wenn auch nicht ganz selten kosmologische Hypothesen aufgetreten sind, welche ausdrücklich oder stillschweigend gewisse thetische und antithetische Standpunkte mit einander vereinigen, z. B. die Endlichkeit der Zeit und Causalität mit der Unendlichkeit des Raumes und der Masse, so würde doch eine solche Specialisierung für unsere Zwecke zu weit geführt und zur Aufklärung des Ursprungs der Antinomien nichts beigetragen haben. ¹⁾

3. Die Auflösung der Antinomien.

Der Auflösung der Antinomien hat Kant eine eingehende Untersuchung gewidmet, deren allgemeines Resultat er dahin zusammenfasst, dass die Reihe der Bedingungen immer nur in der regressiven Synthesis selbst, niemals aber in einem vor allem Regressus gegebenen Ding anzutreffen sei. Die Menge der Theile in einer gegebenen Erscheinung sei daher an sich weder endlich noch unendlich. Die eine wie die andere Behauptung setze voraus, dass die Welt als Ding an sich gegeben sei, während der kritische Idealismus vielmehr zu der Einsicht gelange, dass sie immer nur als Erscheinung gegeben sein könne. Die Antinomie der reinen Vernunft werde also dadurch gehoben, dass sie sich als der Widerstreit eines dialektischen Scheins herausstelle, der daraus entspringe, »dass man die Idee der absoluten Totalität, welche nur als eine Bedingung der Dinge an sich selbst gilt, auf Erscheinungen angewandt hat, die nur in der Vorstellung und, wenn sie eine Reihe ausmachen, im successiven Regressus, sonst aber gar nicht existiren«. Ja Kant geht so weit, dass er nicht bloß aus dem transscendentalen Idealismus den dialektischen Schein der Antinomien, sondern umgekehrt auch aus diesem den ersteren erweisen zu können meint. »Der Beweis«, sagt er, »würde in diesem

1) Vgl. meinen Aufsatz über das kosmologische Problem. Vierteljahrsschr. für Wiss. Philos. I S. 101.

Dilemma bestehen. Wenn die Welt ein an sich existirendes Ganze ist: so ist sie entweder endlich oder unendlich; nun ist das erstere sowohl als das zweite falsch (laut den Beweisen der Thesis und Antithesis). Also ist es auch falsch, dass die Welt (der Inbegriff aller Erscheinungen) ein an sich existirendes Ganzes sei.¹⁾

Soll dieser Schluss bindend sein, so muss der Obersatz streng genommen lauten: »Nur wenn die Welt ein an sich existirendes Ganzes ist, u. s. w.« Uebrigens hat Kant den in diesem Dilemma und den zugehörigen Erörterungen für alle Antinomien aufgestellten Standpunkt nachher bloß für die von ihm so genannten mathematischen Antinomien festgehalten, dagegen für die beiden dynamischen die Auffassung geltend gemacht, dass hier gerade umgekehrt die Thesis und die Antithesis gleichzeitig wahr sein könnten. Während also für die mathematischen Antinomien der Satz gilt: die Welt ist weder endlich, noch unendlich, heißt es bei dem dynamischen: sie kann sowohl als das eine wie als das andere gedacht werden. Zwar wird die Vereinbarkeit beider Standpunkte von Kant damit begründet, dass bei Zeit und Raum nur ein Regressus von gleichartigen zu gleichartigen Theilen, bei der Causalität aber ein solcher zu ungleichartigen stattfindet. Doch würde damit höchstens die Denkbarkeit einer endlichen Causalreihe, nicht aber diejenige einer unendlichen ermöglicht sein, wie doch von Kant, um auch hier Thesis und Antithesis in ihren theoretischen Ansprüchen einander gleichzustellen, behauptet wird. Das tiefere Motiv für diese verschiedene Behandlung liegt offenbar wieder in einem dem Weltbegriff selbst heterogenen Motiv, in dem Streben nämlich, einen angemessenen Uebergang zu den praktischen Postulaten zu gewinnen, einem Motiv, das bei Zeit und Raum völlig außer Betracht blieb, und das nun bei der Causalität um so entschiedener sich geltend macht. Hierdurch zerfällt die Kantische Auflösung der einzelnen Antinomien in zwei getrennte Theile, deren jeder seine besondere Betrachtung erheischt. Die Auflösung der mathematischen Antinomien sucht zu zeigen, dass Thesis und Antithesis beide falsch sind; die Auflösung der dynamischen Antinomien sucht umgekehrt darzuthun, dass Thesis und Antithesis beide wahr sein können.

1) A. a. O. S. 389 f.

Den Beweis, dass die Welt in Bezug auf Zeit und Raum weder endlich noch unendlich ausgedehnt, und dass die Materie weder endlich noch unendlich theilbar gedacht werden könne, führt Kant, indem er darauf hinweist, dass in beiden Fällen, da Zeit und Raum Erscheinungen sind, der Regressus lediglich ein empirischer sei. In einem solchen könne aber weder jemals eine absolute Grenze noch eine unendliche Totalität von Theilen angetroffen werden. Es handle sich immer nur um einen »regressus in indefinitum«, niemals um einen solchen in infinitum. Wir sollen also weder behaupten können, dass die Welt eine Grenze nach Zeit und Raum habe, noch dass sie keine habe, dass die Materie aus endlichen Theilen bestehe, noch dass sie ins Unendliche theilbar sei. Die Auflösung des Streites besteht in der Erkenntniss, dass er unlösbar ist.

Ist dies wirklich der Eindruck, den Kant's eigene Beweise der Antinomien und deren Erläuterungen hervorbringen? In Bezug auf die Thesen muss, sofern man bei der zweiten mit Kant der Theilbarkeit der Materie die des Raumes substituirt, unbedingt zugegeben werden, dass der Gedanke einer Grenze von Raum und Zeit hinsichtlich der Ausdehnung wie der Theilbarkeit nicht zu vollziehen ist, und gerade dann nicht zu vollziehen ist, wenn man mit Kant Raum und Zeit nicht für außer uns existirende Dinge, bei denen uns ja die fortschreitende Erfahrung möglicher Weise eines besseren belehren könnte, sondern für Anschauungsformen hält, die wir als solche über jede obere oder untere Grenze des in Raum und Zeit Gegebenen anzuwenden genöthigt sind. Darum ist aber auch hier der Regressus kein bloßer regressus in indefinitum, wie bei dem Zurückverfolgen der Voreltern eines Menschen, sondern ein wahrer regressus in infinitum, d. h. ein Rückgang, den wir nicht nur über irgend eine zufällig gegebene empirische, sondern über jede denkbare Grenze hinaus fortzusetzen genöthigt sind. In der That ist das nun auch ganz und gar der Standpunkt, den die Antithesen in den Beweisführungen sowie in deren Erläuterungen einnehmen. Namentlich in den letzteren betont Kant mehrfach, dass in der Anschauung des Raumes und der Zeit als solcher, gegenüber jedem Versuch, aus bloßen Verstandesbegriffen das Gegentheil zu erweisen, der zwingende Antrieb zu einem derartigen Regressus liege. Aber bei der Auflösung der beiden Antinomien schiebt er plötzlich auch der Antithesis einen Standpunkt

unter, den eigentlich nur die Theses in den Beweisen, durch die sie die Annahme oberer und unterer Weltgrenzen zu rechtfertigen sucht, einnimmt. Der Empirist (oder vielmehr Kritiker) der Antithesen verwandelt sich in einen Dogmatiker, der an die Stelle eines unendlichen Regressus, von dem doch in den Antithesen allein die Rede war, eine unendliche Totalität setzt, die in einem Verstandesbegriff umspannt werden soll, worauf dann freilich nicht mehr bestritten werden kann, dass die Weltidee für einen solchen Verstandesbegriff um ebenso viel zu groß sei, als sie für den Begriff der Theses zu klein ist.¹⁾ Aber dieser ganze Erfolg rührt doch nur davon her, dass die falsche Auffassung des Unendlichkeitsbegriffs, welche die Theses in ihren Beweisen vertritt, nun auf einmal der Antithesis untergeschoben wird, die sich dieses Fehlers gar nicht schuldig gemacht hatte. So liegt die (Kant freilich sehr erwünschte) kritische Ergebnislosigkeit, welche das Resultat der Auflösung der mathematischen Antinomien ist, augenscheinlich darin begründet, dass sich Kant von den verschiedenen Gestaltungen des Unendlichkeitsbegriffs, die hier mit einander in Streit treten, keine Rechenschaft gibt. Dies hat aber zu dem für den Einfluss der Neigungen eines Philosophen auf die Richtungen seines Denkens höchst bezeichnenden Ergebnisse geführt, dass Kant einen bestimmten Unendlichkeitsbegriff jeweils da anwendet, wo er ihm für seine anderweitigen Zwecke am dienlichsten ist. Die Beweise der Theses stützen sich, da es sich hier darum handelt, den Unendlichkeitsbegriff zu widerlegen, auf den für alle kosmologischen Fragen völlig unbrauchbaren Begriff einer unendlichen Totalität; die Beweise der Antithesen, in deren Interesse es liegt, die Einführung des Unendlichkeitsbegriffs thunlichst zu rechtfertigen, greifen zu einem wahren regressus in infinitum, welcher niemals als gegeben, immer aber als aufgegeben betrachtet werden muss. Die Kritik der Antithesen fällt dann aber wieder in den unhaltbaren Unendlichkeitsbegriff der Theses zurück, wobei es schließlich sein Bewenden hat. Wir werden demnach, wenn auch zum Theil aus andern Gründen, Schopenhauer²⁾ Recht geben müssen, der bereits die Antithesen für unwider-

1) A. a. O. S. 374, 385 ff.

2) Schopenhauer a. a. O. S. 555. Schopenhauer findet das Sophisma der ersten These darin, »dass statt der Anfangslosigkeit der Reihe der Zustände, wovon zuerst die Rede, plötzlich die Endlosigkeit (Unendlichkeit) derselben unter-

legt erklärte. Freilich ist aber davon die zweite Antithese auszunehmen, da, wie früher bemerkt, die Eigenschaften der materiellen Masse nicht nothwendig mit denen des Raumes identisch sein müssen.

Auf einen von der Betrachtungsweise der mathematischen Antinomien wesentlich abweichenden Standpunkt begibt sich Kant bei der Auflösung seiner dynamischen Antinomien, von denen die eine direct, die andere indirect aus der Anwendung des Causalbegriffs auf das Weltproblem hervorgeht. Auch hier genügt es daher für unsere Zwecke, die Auflösung der dritten Antinomie zu berücksichtigen. Causalität ist nach Kant, im Unterschiede von Zeit und Raum, eine Synthesis des Ungleichartigen. Während demnach eine Synthesis gleichartiger sinnlicher Erscheinungen niemals zu einem Gliede ge-

geschoben und nun bewiesen wird, was Niemand bezweifelt, dass dieser das Vollendetsein logisch widerspreche und demnach jede Gegenwart das Ende der Vergangenheit sei.« Cohen (Kant's Theorie der Erfahrung, S. 260) bemerkt hiergegen, von einer solchen Unterschiebung sei nicht die Rede, sondern zu allererst sei die als vollendet gesetzte Welt da. »Von dieser wird dann die Anfangslosigkeit gesetzt, welche zweite Prämisse der ersten im Begriff des Unendlichen schnurstracks widerstreitet.« Aber der Fehler besteht eben darin, dass die Welt als vollendet gesetzt wird. Wenn das letztere geschieht, kann dann freilich auch beliebig der Anfangslosigkeit im Sinne Schopenhauer's die Endlosigkeit substituiert werden, während, wenn nicht die vollendete Unendlichkeit, sondern nur ein Regressus ins Unendliche gestattet ist, man nicht beliebig statt des Rückgangs von der Gegenwart bis zum unendlich entfernten Anfang den Fortschritt von diesem bis zu jener setzen darf, wie es in der That in der Beweisführung der ersten These geschieht. Schopenhauer hat also eine Folge des falschen Unendlichkeitsbegriffs richtig erkannt, die eigentliche Quelle der Antinomie ist ihm aber entgangen. Trendelenburg's Einwände gegen die erste Antinomie (Historische Beiträge III S. 234) fallen in Bezug auf die Thesis im Wesentlichen mit Schopenhauer's Bemerkung zusammen. Er hält aber auch den Beweis der Antithese für fehlerhaft. »Da die Zeit als solche, abgesehen von ihrem Inhalt, unterschiedslos verfließt, so kommt«, wie er meint, »das der leeren Zeit entnommene Argument nicht zu Stande.« Ebenso lasse sich, wenn man den Raum nicht für eine Sache nimmt, die Welt zu ihm in kein Verhältniss setzen, und das Ungereimte falle hinweg. Diese Einwände sind nicht zutreffend. Denn das Ungereimte sieht Kant mit Recht gerade darin, dass Zeit und Raum Formen der Erscheinungen sind, dass also eine leere Zeit und ein leerer, d. h. von allen Erscheinungen entblößter Raum keine Bestimmungen darbieten, durch welche die erfüllte Zeit und der erfüllte Raum zu ihnen in Beziehung treten könnten, wie es doch der Fall sein müsste, wenn die Welt zu irgend einer Zeit entstanden oder irgendwie im Raum begrenzt wäre.

langen kann, welches selbst übersinnlicher Art ist, soll dies bei einer Reihe ungleichartiger Bedingungen sehr wohl möglich sein, indem hier irgendwo die Ungleichartigkeit des hinzukommenden Gliedes eben darin besteht, dass dasselbe überhaupt nicht mehr zu den sinnlichen Erscheinungen gehört, sondern, als ein bloß intelligibler Gegenstand, außerhalb der Reihe liegt, also selbst der Causalität, als der Form der Abhängigkeit sinnlicher Erscheinungen von einander, nicht mehr unterworfen ist. Dadurch soll es dann geschehen, dass die Thesis, welche die Endlichkeit der Causalität der Welt, und die Antithesis, welche deren Unendlichkeit behauptet, beide wahr sein können, indem die erstere für den intelligibeln Ursprung, die zweite für den empirischen Regressus innerhalb der Weltcausalität Kraft behält. Nachdem aber erst ein intelligibler Ursprung für den allerersten Anfang der letzteren als möglich nachgewiesen ist, soll ein ähnlicher für eine beliebige einzelne Causalreihe nicht minder statthaft sein. Darum stellt Kant die beiden in seiner dritten Antinomie vertretenen Standpunkte als den der Causalität aus Freiheit und den der Causalität der Natur einander gegenüber, indem er damit schon hier auf die wichtige Anwendung dieser Lösung der Causalitätsantinomie im Postulat der Willensfreiheit hinweist.

Wenn es nun schon befremdlich erscheinen muss, dass von zwei einander entgegengesetzten Behauptungen beide falsch sind, so ist es sicherlich noch viel merkwürdiger, dass beide wahr sein sollen. Kant hat freilich den nahe liegenden logischen Einwand gegen eine solche Lösung des Streites dadurch von vornherein abzuwehren gesucht, dass er hervorhebt, es handle sich hier nicht um einen contradictorischen, sondern um einen dialektischen Widerspruch, bei welchem letzteren das eine Urtheil nicht bloß dem andern widerspreche, sondern etwas mehr sage, als zum Widerspruch erforderlich sei. Der contradictorische Widerspruch würde nach Kant lauten: »die Welt ist entweder unendlich, oder sie ist nicht unendlich«, und hier würde in der That, wenn der erste Satz falsch ist, der zweite wahr sein. Wenn ich aber dem Widerspruch die Form gebe: »die Welt ist entweder unendlich, oder sie ist endlich«, so habe ich in der zweiten Behauptung nicht bloß die Unendlichkeit aufgehoben, sondern die Endlichkeit gesetzt, während die Wahrheit der aufgehobenen Unendlichkeit sehr wohl darin bestehen könnte, dass die Welt über-

haupt als Ding an sich nicht existirt, weder als eine endliche, noch als eine unendliche¹⁾.

Die Sophistik dieser Auseinandersetzung liegt klar zu Tage. Kant substituirt dem Satz: ich habe die Welt als eine endliche gesetzt, ohne weiteres den anderen: ich habe sie als ein endliches Ding an sich gesetzt, während doch der Sinn der Antinomie ebenso gut sein kann: die Welt als Erscheinung muss unendlich oder endlich gedacht werden. In Wahrheit handelt es sich in den Antinomien um einen conträren Gegensatz, aber um einen jener Fälle des conträren Gegensatzes, wo derselbe seinem Inhalte nach mit dem contradictorischen übereinstimmt. Die beiden Sätze: »die Welt ist entweder unendlich oder nicht unendlich« und »die Welt ist entweder unendlich oder endlich« haben schlechterdings den nämlichen Inhalt. Denn der Fall, dass die Welt überhaupt nicht existirt, steht außer Frage; auch Kant hat ihre Nichtexistenz nicht behauptet. Entweder wird sie in der Antinomie als Ding an sich oder als Erscheinung gedacht. Im ersteren Fall sind selbstverständlich auch Raum, Zeit und Causalität als Dinge an sich anzusehen, im zweiten Fall verwandeln sie sich in Formen der Erscheinung. Das eine wie das andere ist auf die Existenz der Antinomien und darum auch auf ihre Lösungen ohne Einfluss.

Ogleich nun aber Kant, da über Dinge an sich nichts ausgesagt werden kann, die dynamischen Antinomien ebenso für einen bloß dialektischen Schein erklären müsste wie die mathematischen, so sollen nun doch in diesem Fall Thesis und Antithesis beide Recht behalten, die Thesis, weil sie mit Recht die Handlung unter dem Gesichtspunkte des Dinges an sich betrachtet, die Antithesis, weil sie ebenfalls mit Recht die Welt nur als Natur oder mundus phaenomenon im Auge hat. In doppelter Beziehung weicht also hier Kant's Standpunkt von demjenigen gegenüber den mathematischen Antinomien ab: erstens sollen sich hier nicht beide Sätze auf die Welt als Ding an sich beziehen, sondern bloß die Behauptung der These, und zweitens soll in diesem Falle über das Ding an sich etwas ausgesagt werden können. Diese Aussage besteht darin, dass der intelligible Charakter als Ursache des empirischen, selbst aber als unbedingt,

1) A. a. O. S. 397 ff.

demnach nicht abhängig von weiteren Ursachen anzusehen sei. Kant begründet letzteres damit, dass Causalität als Verstandesbegriff nur auf Erscheinungen, nicht aber auf das Ding an sich angewandt werden könne. Doch ist es offenbar, dass er selbst die eine Seite des Causalbegriffs auf dasselbe anwendet, indem er das Intelligible als Ursache des Empirischen statuirt, und nur die zweite Seite, wonach jede Ursache wiederum als Wirkung einer weiter zurückliegenden Ursache gedacht werden muss, bei demselben aufgehoben denkt. Der Kant eigenthümliche Begriff einer »Causalität durch Freiheit« besteht also in dem Begriff einer Ursache, von welcher das empirische Geschehen abhängig sein soll, welche aber selbst nie als Wirkung gedacht werden könne. Damit fällt dieser Begriff mit dem älteren der »causa sui« zusammen, dem er auch durch sein Transscendenz entspricht.

Der specifische Unterschied dieser Kantischen *causa sui* von den früheren metaphysischen Gestaltungen des nämlichen Begriffs besteht nur darin, dass dieselbe in dem menschlichen Willen in die empirische Wirklichkeit übertritt, so dass hier der Wille als der eigentliche Coincidenzpunkt des Transscendenten und Empirischen erscheint. Aber auch dieser Unterschied trifft bloß die Einzelausführung des metaphysischen Grundgedankens. Die *causa sui* sucht in jeder ihrer Formen nach einer solchen Verbindung mit den wirklichen Dingen. Nur wird dieselbe meist weit umfassender vorausgesetzt. Bei Spinoza erstreckt sie sich über die gesammte empirische Wirklichkeit, und es war daher eine nahe liegende Conception, dass Schopenhauer den Kantischen Willen in ein der Spinozischen Substanz gleichendes Weltprincip umzuwandeln suchte, was dann freilich ohne phantastische Analogien und bodenlose Hypothesen nicht abging. Kant würde sich von diesen Früchten seiner intelligibeln Freiheitslehre sicherlich missbilligend abgewandt haben. Bei ihm bleibt der Wille die einzige schmale Brücke, die aus der Welt der Erscheinungen in das Reich des Uebersinnlichen hinüberführt. Diese Beschränkung verleiht den übrigen Theilen seiner Erkenntnisslehre den Charakter kritischer Vorsicht, freilich nur, um bei diesem Punkte die Willkür einer solchen Einführung der *causa sui* um so augenfälliger zu machen. Wer von vornherein die gesammte Sinnenwelt als die Wirkung einer transscendenten Ursache zu begreifen sucht, dem wird man diesen Gebrauch des empirischen Begriffs der Ursache nicht son-

derlich verdenken können: er bewegt sich damit auf dem Boden unabänderlich festgehaltener Postulate. Wer aber wie Kant die Anwendung von Erfahrungsbegriffen auf das Transscendente beharrlich ablehnt, der widerstreitet, indem er an diesem einen Punkt das Sinnliche mit dem Uebersinnlichen doch auch nur mittelst des empirischen Begriffs der Wirkung verbindet, seinen eigenen Voraussetzungen. Man kann füglich zweifelhaft sein, ob Kant im Rechte war, als er den Gebrauch der Kategorie der Causalität jenseits des Erfahrungsgebietes ablehnte. Aber nach dem Standpunkt, den er nun einmal in dieser Frage einnahm, kann man nicht zweifelhaft sein, dass seine Entscheidung der dynamischen Antinomien derjenigen der mathematischen hätte entsprechen müssen. Wenn uns in Bezug auf Zeit und Raum bloß ein Regressus in indefinitum gestattet ist, so kann hinsichtlich der Causalität erst recht nur von einem solchen die Rede sein. Bei Raum und Zeit haben wir wenigstens vermöge der gegebenen Eigenschaften dieser Anschauungsformen eine bestimmte Vorstellung, wie wir uns über jede gegebene Grenze hinaus den weiteren Fortschritt denken sollen. Da aber die Causalreihe, wie Kant sagt, zwischen ungleichartigen Gliedern verläuft, so wird der in uns liegende Causalbegriff immer nur die unbestimmte Forderung begründen, dass wir über jedes gegebene Glied die Reihe fortsetzen, hinsichtlich der Frage, wie wir sie fortsetzen sollen, werden wir aber auf die Grenzen unserer Erfahrung eingeschränkt bleiben.

Man kann hinzufügen: Kant hätte auch aus ethischen Gründen nicht nöthig gehabt, vor dieser Lösung zurückzuschrecken. Seine Scheu, den sittlichen Willen der Causalität zu unterwerfen, ist sichtlich daraus entsprungen, dass er nur jenen naturalistischen Causalbegriff vor Augen hatte, welcher den besonderen Bedingungen, die der Begriff der materiellen Substanz mit sich führt, seinen Ursprung verdankt. Hätte er sich darüber Rechenschaft gegeben, dass die Uebertragung der Constanz der Kraft oder des Satzes »*causa aequat effectum*« auf das geistige Gebiet gar keinen Sinn hat, so würde er eine bessere Vereinigung des ethischen und des kosmologischen Standpunktes gefunden haben, als sie seine merkwürdige Vorschrift enthält, man solle eine und dieselbe Begebenheit doppelt betrachten, einmal nämlich als Ausfluss des empirischen Charakters der unbeschränkten Gültigkeit der Causalität unterworfen, und sodann als Ausfluss des intelligiblen

Charakters als eine freie, jener Causalität nicht unterworfenen Handlung.¹⁾

Aber wenn gleich die rein negative, die dynamischen mit den mathematischen Antinomien gleichstellende Lösung der positiven, die Kant hier gegeben hat, vorzuziehen wäre, so müsste sie doch auch in diesem Fall aus den nämlichen Gründen wie dort abgelehnt werden. Der contradictorische Widerstreit fordert überall eine bestimmte Antwort. Indem wir nunmehr nach einer solchen suchen, wollen wir uns aber wiederum von Kant's Kategorienschema und den Unzulänglichkeiten, die demselben entsprungen sind, emancipiren, um die in den beiden vorigen Capiteln gegebenen neuen Formulierungen der Antinomien und ihrer Beweise der Besprechung zu Grunde zu legen.

A. Die Auflösung der mathematischen Antinomien.

Die Thesen dieser Antinomien behaupten die Endlichkeit der Welt, die Antithesen ihre Unendlichkeit nach Raum und Zeit. Die Beweise der Thesen wie der Antithesen operiren aber mit dem Unendlichkeitsbegriff: jene, indem sie von der Voraussetzung der Unendlichkeit ausgehen, diese, indem sie auf eine solche Voraussetzung zurückkommen. Wäre nun der Unendlichkeitsbegriff in beiderlei Beweisen der nämliche, so würde bei der contradictorischen Form des Widerspruchs nothwendig entweder die Thesis oder die Antithesis Recht behalten müssen; es würde dann also ein Fehler in einer der Beweisformen, wenn nicht in beiden, voraussetzen sein. Umgekehrt, wenn die Beweisformen beide richtig sind, so wird der Unendlichkeitsbegriff nicht der nämliche sein können. In diesem Fall wird aber nicht ohne weiteres der Thesis oder Antithesis Recht zu geben, sondern zuvor eine Untersuchung darüber nothwendig sein, welcher der zur Anwendung gekommenen Unendlichkeitsbegriffe der rechtmäßige ist.

In der That lässt nun der Beweisgang leicht erkennen, dass der letztere Fall vorliegt. Die Argumentation der Thesen hat den Begriff einer gegebenen unendlichen Totalität im Auge oder den Begriff des Ueberendlichen (Transfiniten), wie ich ihn anderwärts bezeichnet habe.²⁾ Es wird ihr leicht zu zeigen, dass die Anwendung

1) Vgl. hierzu meine Logik I S. 375, II S. 502 ff.

2) Logik II S. 128.

dieses Begriffs auf die empirische Auffassung der Welt zu Widersprüchen führt. Erwägt man, dass das Transfinite ein schlechthin transcendenten Begriff ist, so erweisen sich diese Widersprüche als selbstverständlich. Das Empirische lässt niemals Beziehungen zu dem Transscendenten zu. Die Beweise veranschaulichen dies in Bezug auf die beiden Fälle eines in seiner Totalität als gegeben vorausgesetzten unendlichen Raumes und einer ebensolchen unendlichen Zeit.

Die Unendlichkeitsbegriffe, auf welche die Beweisführungen der Antithesen hinauskommen, entsprechen aber keineswegs einer solchen absoluten unendlichen Totalität, sondern das Endliche wird hier nur aufgehoben durch die Forderung eines regressus in infinitum, welcher, da er eben niemals vollendet werden kann, die als gegeben vorausgesetzte unendliche Totalität von vornherein ausschließt. Die Antithesen beziehen sich also auf den Begriff des Endlosen oder Infiniten, welcher sehr wohl mit der empirischen Auffassung der Welt verträglich ist, weil er nur einen Fortschritt über eine jede gegebene Grenze, nicht aber das Unendliche selbst als gegeben voraussetzt.

Hiernach behalten zunächst die Antithesen den Thesen gegenüber Recht. Der Standpunkt der ersteren wird durch die Beweise der letzteren nicht widerlegt, weil diese sich auf einen ganz anderen Unendlichkeitsbegriff beziehen, als auf denjenigen, der überhaupt bei den Antithesen in Frage kommt. Gleichwohl behalten auch die Beweise der Thesen ihren positiven Werth, insofern sie nämlich die Anwendung des transfiniten Unendlichkeitsbegriffs auf das Weltproblem als widersprechend darthun. In diesem Sinne könnte man sogar Kant's Auffassung vom Endergebniss der dynamischen Antinomien geradezu auf diese mathematischen anwenden: die Beweise der Thesis und der Antithesis sind beide richtig; und wenn die Behauptung der Thesis, dass die Welt endlich sei, bloß den Sinn in sich schlosse, dass sie nie als eine in ihrer Totalität gegebene Unendlichkeit vorausgesetzt werden dürfe, so würde nichts gegen sie einzuwenden sein. Sobald wir aber den Begriff des Endlichen im gewöhnlichen Sinne nehmen, so wird die Behauptung der Thesis falsch. Der Widerspruch zwischen Thesis und Antithesis ließe sich demnach als ein contradictorischer nur aufrecht erhalten; wenn man das Infinite als ein Endliches, aber Unbegrenztes dem Transfiniten gegenüberstellte, was Hegel's Unter-

scheidung der falschen und wahren Unendlichkeit oder G. Cantor's uneigentlich und eigentlich Unendlichem entsprechen würde. Diese Auffassung leidet aber an dem Uebelstande, dass sie den transfiniten auf den infiniten Unendlichkeitsbegriff anwendet. Da das Transfinite als ein Gegebenes vorausgesetzt wird, so berücksichtigt sie auch bei dem Infiniten nur das jeweils Gegebene, welches selbstverständlich ein endliches ist. Nun besteht aber das Wesen des Infiniten gerade darin, dass es niemals gegeben sein kann. Die Auflösung der mathematischen Antinomien wird also vielmehr darin gesucht werden müssen, dass die Beweise dem allgemeinen contradictorischen Widerspruch der Thesis und Antithesis zwei speciellere contradictorische Gegensätze substituiren. Dem einen lässt sich die Form geben: »die Welt ist entweder nach Zeit und Raum eine gegebene endliche Größe, oder sie ist es nicht«; dem andern: »die Welt ist entweder nach Zeit und Raum eine gegebene unendliche Größe, oder sie ist es nicht«. Der Beweis, dass die Welt keine gegebene endliche Größe sein kann, schließt nicht ein, dass sie eine gegebene unendliche ist, und umgekehrt. Vielmehr ist die Negation des ersten Satzes mit der des zweiten vereinbar: »die Welt ist weder eine gegebene endliche noch eine gegebene unendliche Größe«, und diese doppelte Verneinung ist es gerade, die den infiniten Unendlichkeitsbegriff definirt.

B. Die Auflösung der dynamischen Antinomien.

Kant hat den in den dynamischen Antinomien auftretenden Regressus, speciell mit Rücksicht auf die Causalität, eine »Synthese des Ungleichartigen« genannt, ein Ausdruck, der besser zu vermeiden sein dürfte, theils weil er bestreitbar ist, theils aber und namentlich weil er zu unzulässigen Anwendungen herausfordert. Er ist bestreitbar, denn die Glieder einer Causalreihe, z. B. die Bewegung einer Masse und der durch sie in einer andern Masse hervorgebrachte Bewegungseffect, sind im gewöhnlichen Sinne des Worts gleichartige Vorgänge. Er fordert zu unzulässigen Anwendungen heraus, weil der Begriff des Ungleichartigen auch die Verbindung solcher Glieder möglich erscheinen lässt, die niemals verbunden werden dürfen. In der That hat ja Kant selbst kein Bedenken getragen das Transscendente als Ursache des Empirischen zu statuiren. Richtig aber bleibt an jener Unter-

scheidung, dass es sich hier um eine wesentlich andere Art der Synthese handelt als bei Raum und Zeit, die als bloße Formen der Ordnung eines gegebenen Inhalts niemals ihre Beschaffenheit ändern können, und bei denen es daher auch niemals zweifelhaft sein kann, wie über eine gegebene Grenze hinaus der Regressus weiter fortgesetzt werden soll. Bei den Begriffen der materiellen Masse und der Causalität verhält sich dies anders, weil hier die Synthese an einen empirischen Inhalt geknüpft ist, so dass, wenn der Regressus bei einer bestimmten Grenze angelangt ist, er immer nur unter der Bedingung weiter fortgesetzt werden kann, dass uns von den zuletzt aufgefundenen empirischen Thatsachen ein Schluss auf die ferneren Glieder erlaubt ist. Es handelt sich also hier um eine Synthese von empirisch gegebenen Daten aus, ein Vorgang, der übrigens immerhin von einer Synthese des empirisch Gegebenen verschieden ist, da die letztere nur dasjenige umfassen würde, was thatsächlich unserer Erfahrung zugänglich ist, während jene erstere Synthese auch das mitumfasst, worauf wir aus den in der Erfahrung gegebenen Thatsachen zurückschließen können. In der That verdanken die dynamischen Antinomien nur unserem logischen Streben, von der Erfahrung aus Rückschlüsse zu machen auf das nicht direct der Erfahrung Zugängliche, ihre Existenz; sie würden nicht vorhanden sein, wenn unser Denken sich dabei beruhigen könnte, nur unsere wirklichen Erfahrungen zu verbinden. Aber letzteres ist schon deshalb nicht möglich, weil eine solche Verbindung der unmittelbar gegebenen empirischen Thatsachen gar nicht möglich ist, ohne Voraussetzungen zu machen, die auf ein nicht direct Gegebenes zurückgehen.

Wenn nun damit den Behauptungen der dynamischen Antinomien engere Schranken gesetzt sind, so ersetzen sie dies aber reichlich durch ihren Inhalt. Mit der unbestimmten Forderung, dass wir die räumliche und zeitliche Ausdehnung der Welt über jede gegebene Grenze hinaus fortgesetzt denken sollen, ist uns wenig geholfen; wir wollen wissen, wie wir in Bezug auf die Anordnung der Massen und den causal Zusammenhang diesen Fortschritt vollziehen sollen. Am deutlichsten tritt dieser Vorzug darin hervor, dass die Zukunft des Universums an sich ein völlig inhaltsleerer Begriff ist, der erst eine Bedeutung gewinnt, wenn wir vermittelst des Causalprincips aus dem gegebenen Verlauf des Geschehens auf den zukünftigen Schlüsse ziehen. Hier werden dann

aber Vergangenheit und Zukunft logisch einander völlig gleichwerthig: wir sagen mit der nämlichen Sicherheit voraus, was aus den gegebenen Bedingungen nach mechanischen Gesetzen hervorgehen muss, wie wir diese Bedingungen selbst aus weiter zurückliegenden nach den nämlichen Gesetzen ableiten.

Was nun die einzelnen Antinomien betrifft, so erkennt man sofort, dass der Standpunkt der Thesen auch in den Beweisführungen demjenigen der mathematischen Antinomien durchaus entspricht. Die in diesen in Bezug auf die Unendlichkeit des Raumes und der Zeit zur Geltung gebrachten Schwierigkeiten werden auf die im Raume enthaltene Masse und die in der Zeit wirkende Causalität übertragen. Nur insofern tritt eine in der physikalischen Natur der Begriffe begründete Erweiterung ein, als bei der Masse der Begriff eines letzten untheilbaren Massetheilchens und bei der Causalität der Ausblick auf den zukünftigen Causalverlauf hinzukommt. In allen diesen Beziehungen schließen aber die Thesen auf eine endliche Begrenzung der Dinge, indem sie sich in den indirecten Beweisführungen wieder des Begriffs einer abgeschlossenen Unendlichkeit bedienen. Wenn nun dieser Begriff schon auf die mathematischen Eigenschaften des Raumes und der Zeit in ihrer Beziehung auf das Weltproblem nicht anwendbar ist, so ist er es selbstverständlich um so viel weniger auf die physikalischen der Masse und Causalität, deren Feststellung überall von den Bedingungen der Erfahrung abhängt. Konnte bei jenen ersteren die Möglichkeit, in dem abstract mathematischen Gebrauch namentlich des Raumbegriffs unter Umständen eine vollendete Unendlichkeit zu statuiren, zwar nicht als eine Rechtfertigung, aber doch als eine Art von Entschuldigung für den kosmologischen Gebrauch des nämlichen Unendlichkeitsbegriffs dienen, so fällt hier auch eine solche Entschuldigung fort.

Dagegen lassen sich die Beweisführungen der dynamischen Antithesen nicht ganz mit denjenigen der entsprechenden mathematischen auf eine Linie stellen. Vergleicht man zunächst die dritte mit der ersten und die sechste mit der zweiten Antithese, so tritt hier ein wichtiger Unterschied darin hervor, dass bei den mathematischen Antinomien kein Beweis die Grenzen des jeweils behandelten Begriffs überschreitet. Die Unendlichkeit der räumlichen oder zeitlichen Ausdehnung wird nur aus der Unmöglichkeit, sich eine räumliche oder

zeitliche Grenze zu denken, erwiesen. Ganz anders verhält sich dies bei der Masse und der zukünftigen Causalität. Hier kann die Unmöglichkeit einer endlichen Masse sowie einer endlichen Begrenzung der zukünftigen Causalität nur erwiesen werden, indem man zeigt, dass dieselben unter der Voraussetzung eines unendlichen Weltraumes zu Widersprüchen führen würden. Vergegenwärtigt man sich aber, was für eine Art der Unendlichkeit hierbei vorausgesetzt ist, so ergibt sich das merkwürdige Resultat, dass dies keineswegs diejenige Unendlichkeit ist, welche der Argumentation der ersten und zweiten Antithese zu Grunde liegt, sondern jene absolute und transfinite Unendlichkeit, deren sich die entsprechenden Thesen bedient hatten. Nur wenn die Welt als ein unendliches räumliches und zeitliches Ganze gegeben ist, bleibt es richtig, dass sich ihre Masse bereits ins Unendliche zerstreut haben müsste. Die sechste Antithese bedarf zwar keiner absoluten Unendlichkeit der Zeit, um so mehr stützt auch sie sich auf die unendliche Totalität des Raumes, der sie, um ihren Gründen mehr Gewicht zu geben, auch noch die Totalität einer unendlichen Masse hinzufügt.

Die dritte und sechste Antithese stützen sich demnach nicht, wie die erste und zweite, auf einen contradictorischen Widerspruch, der einem conträren gleichbedeutend ist, sondern einzig und allein auf einen conträren, der sich überdies zwischen zusammengesetzteren Begriffen bewegt. Er lautet: »Die Welt ist entweder eine endliche Masse in einem gegebenen unendlichen Raum seit gegebener unendlicher Zeit, oder sie ist eine unendliche Masse in einem gegebenen unendlichen Raum seit gegebener unendlicher Zeit«, und: »die Causalität der Welt ist entweder eine endliche in einem gegebenen unendlichen Raum bei gegebener unendlicher Masse, oder sie ist eine unendliche in einem gegebenen unendlichen Raum bei gegebener unendlicher Masse«. Das Charakteristische dieser Widersprüche besteht darin, dass jeder den Unendlichkeitsbegriff zweimal in abweichendem Sinne enthält, der erste die infinite Unendlichkeit der Masse verbunden mit der transfinite des Raumes und der Zeit, der zweite die infinite Unendlichkeit der Causalität verbunden mit der transfinite des Raumes und der Masse. Es ist klar, dass hier beide Glieder des Widerspruchs falsch sein können und es in der That sind, weil uns eine unendliche Totalität von Raum, Zeit und Masse niemals gegeben

sein kann. Auch hier heißt also die Lösung: die Welt ist weder das eine, noch das andere, weil Raum und Zeit uns immer nur als eine endliche, in Wirklichkeit niemals vollendbare Unendlichkeit aufgegeben sein können.

Wesentlich anders verhält es sich mit der vierten und fünften Antithese. Jene beweist die unendliche Theilbarkeit der Materie aus der Nothwendigkeit, dass jeder noch so kleine Theil uns durch eine messbare Wirkung gegeben, insofern also noch theilbar gedacht werden müsse. Diese beweist einen in unendlicher Vergangenheit liegenden Anfang der Causalität, indem sie zeigt, dass jedes noch so weit entfernte Glied vermöge der Eigenschaft des Causalprincips, ein Postulat unseres Denkens zu sein, eine weiter zurückliegende Ursache voraussetze. Dort wird also aus dem Begriff der materiellen Masse als des Substrats zu jeder gegebenen Wirkung, hier aus dem Begriff der Causalität als der Form der Verknüpfung alles Geschehens in einen durchgängigen Zusammenhang von Ursachen und Wirkungen auf die Unbegrenztheit des Regressus geschlossen.

Nun verdankt jeder der genannten Begriffe einer Wechselwirkung des Denkens und des empirischen Vorstellungsinhaltes seinen Ursprung, welcher von den Entstehungsbedingungen der allgemeinen Anschauungsformen des Raumes und der Zeit wesentlich abweicht. Alles Vorstellen setzt nämlich ein empirisches Substrat voraus. Eine Aussage darüber, wie dieses beschaffen sei, ist daher nur innerhalb der Grenzen möglich, in denen sich unsere unmittelbaren Erfahrungen sowie die Schlussfolgerungen, die uns dieselben gestatten, bewegen. Während also die einmal vollzogene Bildung der Raum- und Zeitanschauung uns berechtigt, die räumliche und zeitliche Ordnung des Gegebenen über jede beliebige durch die Erfahrung gegebene Grenze hinaus auszudehnen, können wir immer nur sagen, dass, wo wir uns auch ein vorstellendes Wesen denken mögen, ein Substrat gegeben sein müsse, welches dasselbe seinen Vorstellungen zu Grunde legt, und auf welches von ihm das Princip der causalen Verknüpfung der Erscheinungen angewandt wird. Ueber den Inhalt dieses Substrats und über die Beschaffenheit der causalen Verknüpfung, insofern sie von diesem Inhalte abhängig ist, vermögen wir aber schlechterdings nichts auszusagen. Hierdurch geschieht es, dass der Regressus in Bezug auf Masse und Causalität nicht über jede gegebene Grenze hinaus

in gleichartiger Weise fortgesetzt werden kann wie der des Raumes und der Zeit, sondern immer bei denjenigen Endpunkten stehen bleiben muss, bis zu welchen unsere Schlussfolgerung aus den Daten der Erfahrung zurückreicht. Ueber diese Grenzen hinaus geht dieser Regressus in den bloß räumlichen und zeitlichen über, d. h. wir postuliren eine weitere räumliche Ausbreitung oder Theilbarkeit der kosmischen Masse und eine weitere zeitliche Erstreckung der kosmischen Causalität in die Vergangenheit und Zukunft der Zeit; diese Postulate besitzen aber keinen bestimmten Inhalt mehr, sie fügen also zu den in den Antithesen der beiden mathematischen Antinomien ausgesprochenen Forderungen nichts Neues hinzu. Sonach ist der logische Regressus in Bezug auf Masse und Causalität ein von dem räumlichen und zeitlichen wesentlich abweichender. Sein Wesen besteht darin, dass er keineswegs über jede denkbare Grenze hinaus fortgesetzt werden kann, sondern vielmehr stets bei bestimmten Grenzen stehen zu bleiben genöthigt ist, womit sich aber zugleich die allgemeine Forderung verbindet, diese Grenzen bloß als relative zu betrachten, die in der Begrenzung unserer Erfahrungserkenntniss nothwendig begründet sind, und die daher ein fernerer Fortschritt dieser Erkenntniss möglicher Weise zu erweitern im Stande ist. Einen derartigen Regressus können wir füglich mit dem Kantischen Ausdruck eines »Regressus in indefinitum« bezeichnen, wobei wir als den wesentlichen Unterschied desselben von dem Regressus in infinitum den festhalten, dass bei dem letzteren über jede gegebene Grenze hinaus der Fortschritt in einer durch die vorangegangene Synthese fest bestimmten Weise fortgesetzt werden kann, während bei dem ersteren der Regressus stets bei einer bestimmten Grenze anlangt, über die hinaus zwar der weitere Fortschritt als im allgemeinen möglich, aber als unbestimmt in Bezug auf seine Art und Weise anerkannt werden muss.

Wenden wir diese Gesichtspunkte auf die Argumente der vierten und fünften Antithese an, so tritt sofort der Fehler, dessen sich dieselben schuldig machen, an's Licht. Es wird hier nämlich offenbar jener Regressus in infinitum, der in Bezug auf die räumlichen und zeitlichen Eigenschaften der Welt gefordert ist, auch den Begriffen der Masse und Causalität zu Grunde gelegt, für die an sich nur ein Regressus in indefinitum möglich ist. In abstracto können wir uns

freilich jedes materielle Theilchen weiter getheilt denken, weil der Raum, den es durch seine Wirkungen erfüllt, ins Unendliche theilbar ist; aber unsere Erfahrungserkenntniss wird immer nur auf gewisse letzte Elemente zurückschließen können, über die hinaus der Regressus für uns zu einem völlig unbestimmten wird, weil wir erst von jenen Elementen an die empirische Synthesis der Erscheinungen beginnen können. Ebenso können wir nicht nur, sondern müssen wir uns über jeden beliebigen Anfangspunkt hinaus den Weltprocess fortgesetzt denken, weil wir uns keinen absoluten Anfangspunkt der Zeit denken können. Aber hinsichtlich der Causalität des Geschehens werden wir mit unseren Schlussfolgerungen und Hypothesen immer bei gewissen relativen Anfangszuständen stehen bleiben, über die hinaus die Causalreihe völlig ins Unbestimmte verläuft.

Die vierte und fünfte Antithese stützen sich demnach auf einen conträren Widerspruch zwischen dem Endlichen und Endlosen, welche Begriffe sie von dem Raum und der Zeit auf die Masse und Causalität übertragen. Nun bringt es aber die Abhängigkeit dieser beiden letzteren von der Erfahrungserkenntniss mit sich, dass auf sie selbst jene Gegensätze gar nicht angewandt werden können, sondern dass sie unrechtmäßiger Weise den Gegensätzen des Begrenzten und des Unbegrenzten oder, wie die Bezeichnung auch lauten könnte, des bestimmt Begrenzten und des unbestimmt Begrenzten (definitum und indefinitum) substituirt werden¹⁾. Die Materie besitzt eine unbestimmt begrenzte, eben darum aber weder eine endliche noch eine unendliche Theilbarkeit im gewöhnlichen Sinne, und ebenso

1) Die Ausdrücke begrenzt und unbegrenzt sind allerdings bis jetzt wohl zumeist anders als in dem hier und im Folgenden gebrauchten Sinne angewandt worden. So nennt Riemann eine Kreislinie endlich aber unbegrenzt, weil in ihr keine bestimmte Grenze angetroffen wird. Aber da hier das Fehlen der Grenze darauf beruht, dass in der Kreislinie ein endloser Fortschritt möglich ist, so wird sie von unserem logischen Standpunkte aus dem Begriff des Endlosen (Infiniten) zufallen, das in seiner Totalität gedacht ebensowohl ein Endliches wie ein Ueberendliches sein kann (vgl. hierüber unten Nr. 4). Als unbegrenzt bezeichne ich demnach hier, was keine bestimmte Grenze hat. Darin liegt, dass es bei einer unbegrenzten Größe immer einen bestimmten endlichen Werth gibt, der, im Unterschiede von der infiniten Größe, nicht überschritten werden kann, ohne dass aber, wie bei der endlichen und begrenzten Größe, durch diesen Werth die Größe selbst absolut bestimmt wird.

ist die zurücklaufende Causalreihe lediglich eine unbestimmt begrenzte, keine unendliche wie die Zeitreihe.

Die nämlichen Gesichtspunkte, die hier in Bezug auf die vierte und fünfte Antithese geltend gemacht worden sind, kommen nun aber selbstverständlich hinsichtlich der dritten und sechsten zur Anwendung, so dass bei ihnen eine doppelte Vertauschung vorliegt, nämlich neben der früher hervorgehobenen Einführung des Transfiniten für das Infinite in Bezug auf Zeit und Raum auch noch die Einführung des Infiniten für das Indefinite in Bezug auf Masse und Causalität. Dass in der That in den vier Beziehungen, in welchen die dynamischen Antinomien das kosmologische Problem behandeln, ein solcher Regressus in indefinitum in dem oben festgestellten Sinne gefordert ist, bestätigt sich an den thatsächlich existirenden naturwissenschaftlichen Voraussetzungen. Die unendliche Ausdehnung der materiellen Masse verflüchtigt sich jenseits der Grenzen der unseren astronomischen Hilfsmitteln sichtbaren Welt ins Unbestimmte, und zahlreiche Voraussetzungen, z. B. auch, wie früher bemerkt, eine solche, bei der die ins Unendliche ausgedehnte Masse der Materie eine endliche Größe besitzt, sind hier gleich berechtigt. Die unendliche Theilbarkeit der Materie fristet heut zu Tage nur noch in jenen philosophischen Speculationen, welche die Materie mit dem Raum verwechseln, ihr Dasein. Physik und Chemie bedürfen letzter, für unsere Hilfsmittel nicht mehr theilbarer Elemente, mögen sie nun Atome oder, wie zuweilen in den Betrachtungen der mathematischen Physik, materielle Punkte, Kraftcentren u. dgl. genannt werden. Aber kein besonnener Physiker oder Chemiker wird behaupten, dass die Atome in abstracto untheilbar seien. Das einzige, was in Frage steht, ist, dass sie thatsächlich, d. h. für unseren empirischen Regressus untheilbar sind. Ein Rückgang in der Reihe causaler Veränderungen wird ferner für jedes kosmische System — und für andere als begrenzte Systeme ist der Process undurchführbar — auf irgend einen Anfangszustand zurückkommen, wie für unser Sonnensystem z. B. in den Hypothesen von Kant und Laplace ein solcher vorausgesetzt wird. Niemand wird glauben, dass vor diesem Anfangszustand keine Causalität existirt habe. Im Gegentheil, wir werden sogar voraussetzen, dass die Materie zuvor die nämlichen Eigenschaften besessen habe und den nämlichen mechanischen Gesetzen unterworfen

gewesen sei wie jetzt, aber unser empirischer Regressus endigt auch hier wieder nothwendig bei einer bestimmten Grenze. Gesetzt, wir wären irgend einmal im Stande, dieselbe zu überschreiten, so würde dies doch nur geschehen, um bei einer anderen ebenso fest bestimmten Grenze Halt zu machen. Nicht anders verhält es sich aber schließlich mit der Verfolgung der Causalität in die Zukunft der Zeiten. Auch hier sind unsere Voraussagen selbstverständlich wieder nur für begrenzte Systeme möglich. Wenn nun in Bezug auf diese, z. B. in Bezug auf unser Sonnensystem, die mechanische Wärmetheorie auf einen Stillstand der causalen Veränderungen als auf einen Grenzzustand kommt, dem der Verlauf des Geschehens asymptotisch zustrebt, so ist, selbst wenn — was an sich nicht unmöglich ist — der Zeitpunkt des Eintritts dieses Zustandes für das Sonnensystem vorausberechnet werden könnte, damit ebenso wenig ein absolutes Weltende wie mit dem Kant'schen Nebelball ein absoluter Weltanfang gesetzt, schon deshalb nicht, weil solche Voraussagen immer nur auf einzelne Systeme sich beziehen können und also nicht nur den Verlauf des Geschehens in andern Systemen, sondern auch die aus einem unberechenbaren Herüberwirken der letzteren etwa entstehenden Abänderungen des angenommenen Processes ganz außer Betracht lassen müssen. Hier ist ja nicht zu vergessen, dass in Bezug auf Raum und Zeit die Unendlichkeit der Welt für uns ein wirklicher Regressus in infinitum, eben deshalb aber auch die Bedeutung solcher aus dem empirischen Regressus sich ergebender Anfangs- und Endzustände eine bloß relative ist.

Die Lösung der vier dynamischen Antinomien besteht sonach darin, dass hinsichtlich der Begriffe von Masse und Causalität unsere Erfahrung dem Regressus in der Reihe der Theile und der Bedingungen stets eine bestimmte endliche Grenze anweist, dass aber diese Grenze vermöge der unendlichen Ausdehnung und Theilbarkeit des Raumes und des unendlichen Zeitverlaufs von uns nie als eine letzte Grenze im absoluten Sinne betrachtet werden kann. In der Endlichkeit der so zu Stande kommenden Synthese, zusammengenommen mit der aus der mathematischen Natur der Anschauungsformen entsprungenen unbestimmten Forderung eines an sich möglichen Ueberschreitens der erreichten Grenzen. besteht aber das Wesen des Regressus in indefinitum.

4. Die Formen des Endlichen und des Unendlichen.

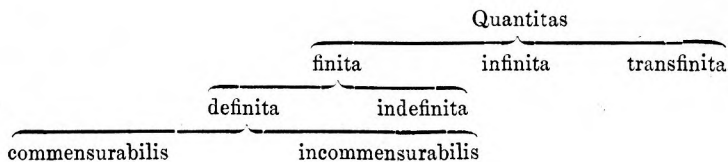
Die Auflösung der Antinomien hat ergeben, dass die einander widerstreitenden Beweisführungen derselben auf verschiedenen Gestaltungen oder Anwendungen des Unendlichkeitsbegriffs beruhen, und bei einigen dieser Anwendungen liegt die Bemerkung nahe, dass bei ihnen gar kein wahrer Unendlichkeitsbegriff vorliegt, sondern ein Endliches, das, durch irgend welche Umstände begünstigt, in dem täuschenden Gewand des Unendlichen auftritt. So ist jener Regressus in indefinitum, auf welchen die Lösung der dynamischen Antinomien hinausführt, offenbar an sich ein endlicher Regressus, der aber leicht als ein unendlicher erscheint, weil sich mit ihm das Bewusstsein verbindet, die erreichte endliche Grenze sei nur eine relative, über die hinaus daher an sich ein weiterer Fortschritt möglich ist. So können wir überhaupt die indefinite Größe als eine endliche Größe mit der hinzugefügten unbestimmten Forderung einer endlosen Zunahme definiren. In ähnlicher Weise, aber mit noch minderem Rechte, werden in den physikalischen Anwendungen der mathematischen Begriffe das unmessbar Große und das unmessbar Kleine, z. B. die Entfernung eines Fixsterns oder die Größe eines Molecüls, ohne weiteres dem Unendlichkeitsbegriff subsumirt, obgleich es sich hier nicht einmal um eine indefinite, sondern nur um eine incommensurable endliche Größe handelt, d. h. um eine solche, die für unsere Messungshilfsmittel zu groß oder zu klein ist.

Wesentlich anders verhält es sich dagegen mit denjenigen Formen des Unendlichen, die wir oben als das Infinite und Transfinite bezeichnethaben. Beide stehen im innigsten Zusammenhange mit einander und zwar so, dass das Infinite stets die unendliche Größe in Bezug auf ihre Entstehung, das Transfinite aber in Bezug auf ihr Sein bezeichnet. So ist die Reihe der ganzen Zahlen endlos, wenn wir uns ihr wirkliches Durchzählen denken, sie ist überendlich, wenn wir uns ihre Summe in einen Begriff zusammengefasst denken. Zwei Parallellinien können endlos verlängert werden, ohne sich zu schneiden, aber ihr Durchschnittspunkt liegt im Ueberendlichen. Es lässt sich keine Anwendung des letzteren Begriffs denken, wo nicht auch Gelegenheit zur Bildung des ersten gegeben wäre. Dagegen trifft das Umgekehrte nicht überall zu. Vielmehr gibt es zahlreiche Fälle

endlosen Fortschritts, in denen der Werth, welchem eine Größe zustrebt, ein endlicher bleibt. So erreicht die unendliche Reihe $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \dots$, wenn man sich dieselbe vollendet denkt, nur den endlichen Werth 1. Eine Kreislinie kehrt ins Unendliche in sich selber zurück, ohne den Werth $2 \pi r$ jemals zu überschreiten. Aehnlich verhalten sich die unendlichen oscillirenden Reihen, wie $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 \dots$, die sich immer nur zwischen gewissen endlichen Maximal- und Minimalwerthen hin- und herbewegen. Der Begriff des Infiniten umfasst also allgemein zwei Fälle: einen, in welchem der unendliche Fortschritt vollendet gedacht zu einer überendlichen, und einen, in welchem derselbe zu einer endlichen Größe führt.

Wenn es nun im ersten dieser Fälle der abstracten mathematischen Behandlung der Begriffe immer frei steht, vom Infiniten zum Transfiniten überzugehen, so ist das Gleiche bei den concreten physikalischen Anwendungen der mathematischen Begriffe keineswegs gestattet. Denn die Erfahrung ist nur dann im Stande, die Größe, die aus einem unendlichen Progressus entsteht, in einen Begriff zusammenzufassen, wenn dieselbe einen endlichen Werth besitzt, wenn also der zweite der oben unterschiedenen Fälle vorliegt. Im ersten dagegen kann sie immer nur zur Forderung eines regressus in infinitum gelangen, und auch dies nur in dem speciellen Fall, wo es sich um die reine Form der Erfahrung handelt, also um den räumlichen und zeitlichen Fortschritt ohne jede Rücksicht auf die im Raume gegebenen Objecte und auf die in der Zeit verlaufenden Ereignisse. Sobald dagegen dieser Inhalt der Erfahrung in Frage kommt, so ist selbst dieser infinite Unendlichkeitsbegriff nicht mehr zulässig, sondern es können überall nur endliche Größen auftreten. Diese verwandeln sich aber, sobald die Grenzen der Erfahrung erreicht werden, in scheinbare Unendlichkeiten, deren sich wieder zwei unterscheiden lassen: das Indefinite (Unbegrenzte) und das Incommensurable (Unmessbare).

Das vollständige System der Größenbegriffe lässt hiernach mit Rücksicht auf diese Verhältnisse in folgender Tafel sich darstellen:



Die erste Reihe dieser Tafel enthält einen dreifachen conträren Gegensatz, nämlich: 1) das Endliche und das Endlose, 2) das Endlose und das Ueberendliche oder die unvollendbare und die vollendet gedachte Unendlichkeit, und 3) das Endliche und das Ueberendliche oder die vollendet gedachte endliche und die vollendet gedachte unendliche Größe. Nun ist das vollendet Denken einer wirklichen Unendlichkeit immer nur in der Form einer begrifflichen Fiction möglich. Schon hieraus ergibt sich also die Unmöglichkeit einer Anwendung des Transfiniten auf das empirische Gebiet. Zugleich besteht diese Fiction in der Anwendung gerade derjenigen Eigenschaft einer Größe, welche bei dem Endlichen vorausgesetzt, bei dem Infiniten aber aufgehoben gedacht wird, nämlich des Vollendetseins. Der mathematische Begriff des Transfiniten entsteht also, indem der Begriff des Endlichen in das Unendliche herübergenommen, das Infinite als ein Finites gedacht wird. Dadurch geschieht es eben, dass sich das Transfinite in einem doppelten conträren Gegensatze befindet, zu dem Finiten, insofern es aus einem Infiniten entstanden ist, zu dem Infiniten, insofern es als ein Finites gedacht wird. Aus diesem innigen Zusammenhang der beiden Gestalten des Unendlichkeitsbegriffes ergibt sich aber zugleich, dass es nicht zweckmäßig ist, das Infinite als eine falsche Unendlichkeit oder mit G. Cantor als ein uneigentlich Unendliches zu bezeichnen. Mit größerem Rechte könnte man ja vielleicht das Transfinite ein uneigentlich Unendliches nennen, da es den Begriff des Vollendeteten sicherlich vom Endlichen entlehnt hat.

Dagegen wird man das Prädicat einer scheinbaren Unendlichkeit mit Recht auf das Indefinite und das Incommensurable anwenden können, welcher letztere Ausdruck übrigens hier in einem von der gewöhnlichen arithmetischen Bedeutung abweichenden allgemeineren Sinne genommen ist, indem er das unmessbar Große und das unmessbar Kleine bezeichnen soll. Beide sind ein In-

commensurables, insofern sie sich unsern von bestimmten empirischen Bedingungen abhängigen Messungshilfsmitteln entziehen. Das Indefinite wird immer zugleich für uns ein Incommensurables sein, obgleich an sich beide Eigenschaften von einander unabhängig sind, und daher streng genommen in unserer Tafel die indefinite Größe, gleich der definiten, noch einmal in eine messbare und eine unmessbare eingetheilt werden könnte. Dagegen gehören die gewöhnlichen Fälle des Incommensurabeln durchaus dem Gebiet begrenzter Größen an. Von einem Fixstern z. B., dessen Entfernung wir unmessbar groß nennen, würden wir nicht sagen können, er sei in unbegrenzter Ferne, wogegen wir irgend einen Anfangszustand unseres Weltsystems als einen der Causalität nach unbegrenzten voraussetzen, weil es uns nicht möglich ist, über einen ihm vorausgegangenen Zustand irgend etwas auszusagen. Ebenso werden wir die Atome nicht nur unmessbar klein, sondern unbegrenzt klein nennen können, weil wir von weiter zurückliegenden materiellen Elementen gar keine Kenntniss besitzen.

Vergegenwärtigt man sich nun unter Festhaltung dieser Gesichtspunkte die Fälle, in denen einerseits die beiden wahren Unendlichkeiten, das Infinite und Transfinite, und andererseits die beiden scheinbaren, das Indefinite und Incommensurable, vorkommen, so ergibt sich leicht, dass das einzige Gebiet der beiden ersteren Begriffe das rein mathematische, und dass das ebenso ausschließliche Gebiet der beiden letzteren Begriffe das physische ist. Der Begriff des Infiniten reicht genau so weit in das physische Gebiet herüber, als hier die mathematischen Formen des Raumes und der Zeit zur Geltung kommen. Andererseits haben aber auch die Begriffe des Indefiniten und Incommensurabeln in der reinen Mathematik keine Stätte; das Incommensurable im mathematischen Sinne führt in Wahrheit auf den Begriff des Infiniten zurück. Doch wie vermittelt der Raum- und Zeitform der mathematische Unendlichkeitsbegriff auf das Physikalische herüberwirkt, so gewinnt andererseits vermöge der physikalischen Anwendungen der Mathematik das Indefinite und Incommensurable seinen Einfluss auf die mathematische Untersuchung. Gerade die Infinitesimalmethode hat ihre wichtigsten Impulse von der Bearbeitung physikalischer Probleme empfangen, bei denen es sich lediglich um solche scheinbare Unendlichkeiten handelt. Trotzdem wird

durch diese Einwirkungen die Natur der mathematischen Unendlichkeitsbegriffe in keiner Weise alterirt. Denn die Mathematik vermag jene physikalischen Scheinbegriffe des Unendlichen nur zu assimiliren, indem sie dieselben in wahre Unendlichkeitsbegriffe umwandelt. So viel es also auch die Differentialrechnung in ihren physikalischen Anwendungen mit unbegrenzten und namentlich mit unmessbaren, aber darum doch endlichen Größen zu thun hat, sie wendet auf sie alle den nämlichen Begriff des Infiniten an, dessen sie sich für mathematische Probleme, bei denen es sich um wahre Unendlichkeiten handelt, bedient.

Hat aber auch diese Wechselwirkung auf den Geist der mathematischen Methode keinen Einfluss gewinnen können, so hat sich ein solcher um so mehr in der Darstellungsweise geltend gemacht. Noch heute sind uns mathematische Anwendungen und selbst Begründungen der Differentialrechnung geläufig, in denen die Infinitesimalgrößen wie endliche, aber unmessbar oder unbegrenzt kleine Größen behandelt werden. Darin liegt eine völlige Umkehrung der thatsächlichen Verhältnisse. Während in Wirklichkeit die mathematische Behandlung jene der Physik entlehnten scheinbaren Unendlichkeitsbegriffe in wahre umwandelt, werden hier gelegentlich den wahren Unendlichkeitsbegriffen der Geometrie und Arithmetik bloß scheinbare substituiert. Die Quelle dieser Vertauschungen liegt aber nicht bloß in den physikalischen Anwendungen des Calcüls, sondern wahrscheinlich in nicht geringerem Grade in den Wechselbeziehungen der beiden wahren Unendlichkeitsbegriffe zu einander und in der Verwandtschaft, welche, wie oben bemerkt, das Transfinite mit dem Endlichen besitzt. Die Infinitesimalmethode kann den Begriff des Infiniten nur zum Behuf der Rechnung fixiren, indem sie den infiniten Process als vollendet betrachtet, also streng genommen dem Infiniten das Transfinite substituiert. Wir sind in diesem Fall nur deshalb geneigt diese Substitution zu übersehen, weil sie vorzugsweise im Gebiet des unteren Unendlichkeitsbegriffs stattfindet, wo das Infinitesimalsymbol ebenso gut im Sinne einer unendlich zu denkenden Abnahme einer gegebenen Größe wie im Sinne des bereits vollzogenen Processes dieser Abnahme gedacht werden kann. Hier fällt nämlich ein wesentlicher Unterschied des Infiniten und Transfiniten, der beim oberen Unendlichkeitsbegriff stattfindet, völlig hinweg. Er besteht darin, dass das

unendlich Große im Sinne des Infiniten keine von seinem eigenen Wachsthum unabhängige Zunahme gestattet, während zu der abgeschlossenen Unendlichkeit beliebige weitere endliche oder unendliche Größen hinzugefügt werden können. Aber schon die Fixirung des Grenzbegriffs in einem bestimmten Symbol schließt eigentlich die Thatsache in sich, dass man sich den Process vollendet denkt, und insofern kann man also die Infinitesimalmethode überhaupt auf diesen Kunstgriff der Substitution des vollendeten an Stelle des unvollendbaren Unendlichkeitsbegriffs zurückführen. Da nun der Begriff des Vollendetseins nirgend anders als von der endlichen Größe hergenommen ist, so ist dadurch jene Verwechslung des Endlichen mit der vollendeten Unendlichkeit, welche die gewöhnlichen Darstellungen der Infinitesimalmethode begehen, nahe gelegt.

Die Schwierigkeiten, welche die Existenz der verschiedenen Unendlichkeitsbegriffe in ihrer Anwendung auf das kosmologische Problem mit sich führen, hat man bekanntlich dadurch zuweilen zu umgehen gesucht, dass man die Voraussetzungen über die Form des Raumes und eventuell auch der Zeit im Sinne der so genannten nicht-euklidischen Geometrie änderte, indem ein positives constantes Krümmungsmaß desselben, welches aber erst jenseits der uns zugänglichen Beobachtungsgrenzen merkbar werde, angenommen wurde. Da jene Schwierigkeiten, wie die Discussion der kosmologischen Antinomien gezeigt hat, lediglich in der Einführung des hier nicht zulässigen transfiniten Unendlichkeitsbegriffs ihre Quelle haben, so wird damit jener Aushülfversuch an sich zwecklos. Sobald wir uns auf den Boden des infiniten Unendlichkeitsbegriffes begeben, wird der Schluss auf irgend welche unendliche Endeffecte, den man aus der Unendlichkeit des Raumes ziehen möchte, deshalb hinfällig, weil zur Herbeiführung solcher Effecte eine unendliche, d. h. nie zu durchlaufende Zeit erforderlich sein würde; und der Schluss auf irgend welche den Verlauf des Geschehens unmöglich machende Endzustände, den man aus der Unendlichkeit der Zeit ziehen möchte, wird dadurch beseitigt, dass die Unendlichkeit des Raumes solche Enderfolge abermals über jede wirklich zu erreichende Grenze hinausrückt. Der infinite Unendlichkeitsbegriff führt also nur dann zu Schwierigkeiten, wenn man bei unendlichem Zeitverlauf den Raum endlich annimmt, wie dies gerade

von Seiten jener transcendenten Hypothese geschieht. Der Haupteinwand gegen dieselbe liegt aber weder hierin noch in den physikalischen Schwierigkeiten, in die sie verwickelt. ¹⁾ Der entscheidende Punkt ist vielmehr der, dass sie auf einer unhaltbaren Auffassung über das Wesen des Raumes beruht. Der Raum ist die Form, in welche unser Bewusstsein die Objecte der Außenwelt ordnet. Die Gerade ist kein außer uns liegender Gegenstand, den wir als Maßstab an die Dinge anlegen können, sondern eine Constructionslinie, die wir selbst ziehen, die in der abstracten und exacten Form, in der wir sie als Messungshilfsmittel verwenden, in gar keiner äußeren Erfahrung vorkommt, ja die nicht einmal als Abstraction von äußeren Objecten möglich ist, weil keine Abstraction Eigenschaften zurückbehalten kann, die in

1) Ich habe in meinem früheren Aufsätze über das kosmologische Problem namentlich zwei solche Schwierigkeiten hervorgehoben: Erstens würde im sphärischen Raum zwar ebenso wie im Euklidischen nach Riemann's Bemerkung Unabhängigkeit der Körper vom Ort existiren, aber es würden auf sehr große Entfernungen hin zwei Punkte eines in einfachster Richtung bewegten Körpers nicht mehr einander parallele Linien beschreiben, die Lichtstrahlen würden nicht mehr geradlinig, sondern in gekrümmten Bahnen sich fortpflanzen u. dgl. Ich habe hiergegen eingewandt, dass, so lange unsere eigene Raumschauung ungeändert bleibe, wir solche Veränderungen immer nur auf die Materie im Raum, also auf Veränderungen in den physikalischen Eigenschaften der Körper, in den Gesetzen der Lichtfortpflanzung, nicht aber auf den Raum selbst beziehen könnten. Darauf ist verschiedentlich bemerkt worden, unsere Raumschauung müsse selbstverständlich an den Veränderungen des äußeren Raumes Theil nehmen. Hierin aber finde ich gerade das Ungeheuerliche und eben darum, wenn man will, das Unwiderlegbare dieser Annahme. Denn wenn Jemand behauptet, wir könnten unter Umständen dazu veranlasst werden, die Gerade nicht mehr als Hilfsmittel der Messung von Entfernungen im Raum zu verwenden, so lässt sich dagegen ungefähr ebenso wenig sagen als gegen die Hypothese, dass in irgend welchen Theilen der Welt möglicher Weise der Satz $A = A$ seine Gültigkeit verliere. Zweitens habe ich darauf hingewiesen, dass das Streben, die wirkliche Welt zum Restphänomen einer transcendenten unerfahrbaren Welt zu stempeln, insbesondere auch in der nothwendig werdenden Annahme von unendlichen Gravitationswirkungen eines Körpers auf sich selbst seinen Ausdruck finde, die sich übrigens compensiren, da sie nach allen möglichen Richtungen gehen. Hiergegen hat K urd L a s s w i t z bemerkt, nach dem N e w t o n'schen Gesetz entsprächen diese Wirkungen einer convergirenden Reihe, seien also mindestens nicht unendlich. Unter der Voraussetzung, dass im sphärischen Raum das N e w t o n'sche Gesetz gilt, habe ich hiergegen nichts einzuwenden; aber diese Voraussetzung finde ich mindestens willkürlich. Denn wir haben allen Grund, anzunehmen, dass die Fortpflanzung der Kräftewirkungen im Raum von der Beschaffenheit des Raumes abhängt, und dass also das N e w t o n'sche Gesetz, ähnlich wie die analoge Fortpflanzung von Licht, Schall u. s. w., an den dreidimensionalen ebenen Raum gebunden ist.

keinem der Objecte, auf die sie sich bezieht, verwirklicht sind. Hierin verräth sich eben der subjective, lediglich die Einwirkung von Empfindungen auf unser Bewusstsein voraussetzende Ursprung des Raumes wie der Zeit, in welchem zugleich der Grund liegt, dass in Bezug auf diese Anschauungsformen das kosmologische Problem auf einen endlosen, nicht bloß auf einen unbegrenzten Regressus zurückführt.

Hierin verhält es sich wesentlich anders mit dem Begriff der Materie. Er ist nicht an die Form, sondern an den specifischen Inhalt unserer Erfahrung gebunden, und nur deshalb, weil nach den Gesetzen unserer Anschauung die Vorstellung einer Weltgrenze unvollziehbar ist, wird uns auch eine endlich begrenzte Ausdehnung der Welt undenkbar. Würde aber das Gesetz der Vertheilung der Massen uns zu dem Schlusse führen, die Menge der Materie im unendlichen Weltraum sei von endlicher Größe, so würde dies an sich nicht im geringsten undenkbar sein. Damit soll selbstverständlich eine solche Hypothese nicht als die wahrscheinlichste empfohlen, sondern es soll an dieser Consequenz nur der wesentliche Unterschied des indefiniten vom infiniten Regressus, wie er ähnlich auch in Bezug auf die causalen Anfangs- und Endzustände des Universums besteht, verdeutlicht werden.¹⁾ Wahrscheinlich werden uns immer die Hülfsmittel fehlen, um zwischen dieser und irgend einer anderen der möglichen Hypothesen zu entscheiden. Denn sobald entweder ein festes Gesetz der Vertheilung der Massen nicht existirt oder aber ein solches erst

1) Von *Kurd Lasswitz* (Vierteljahrsschr. f. wiss. Phil. I S. 314) ist behauptet worden, eine derartige Annahme über die Masse der Materie schließe eine vollendete Unendlichkeit ein. Dies beruht, wie ich glaube, auf einem Missverständniss. Ich behaupte selbstverständlich nicht, dass es für uns möglich sei, den räumlichen Regressus in infinitum, der erforderlich wäre, damit ein solches Gesetz als Thatsache der Beobachtung gelte, zu vollenden, sondern ich behaupte nur, dass möglicher Weise in den unserer Beobachtung zugänglichen Grenzen ein Gesetz der Vertheilung sich herausstellen könnte, welches, unter Voraussetzung seiner Gültigkeit, über diese Grenzen hinaus eine endliche Masse im unendlichen Raume ergeben würde. Es würde dann ein solches Gesetz auf einer ähnlichen Schlussfolgerung beruhen, wie die Folgerungen in Bezug auf den causalen Anfangs- und Endzustand der Welt. Natürlich gebe ich zu, dass ein solcher Schluss auch insofern immer hypothetisch bleiben würde, als er den Fortschritt jenseits der Erfahrungsgrenzen nach dem nämlichen Gesetz denkt wie innerhalb derselben. Aber *mutatis mutandis* können solche hypothetische Elemente auch bei jenen Voraussetzungen über die Anfangs- und Endzustände nicht entbehrt werden.

in einer die Grenzen unserer Beobachtung weit übersteigenden Entfernung nachweisbar sein würde, so wird die Grenze für unseren indefiniten materiellen Weltbegriff lediglich mit der durch die directen astronomischen Hülfsmittel erreichbaren Grenze zusammenfallen. Ein Argument zu Gunsten einer endlichen Masse der Materie oder mindestens einer Vertheilung derselben, falls sie unendlich sein sollte, um einen Punkt der größten Dichte, ließe sich allerdings aus dem in der Thesis der dritten Antinomie betonten Erforderniss eines Massenmittelpunktes hernehmen. Aber es lässt sich dem Begriff der Gravitation, selbst ohne seinen heute gültigen empirischen Inhalt zu ändern, leicht eine Form geben, bei welcher der in der gewöhnlichen Formulirung des Gravitationsgesetzes liegende Widerspruch verschwindet. Wir sind nämlich offenbar nicht berechtigt zu sagen, dass die Gravitation keine Zeit zu ihrer Fortpflanzung bedürfe, sondern nur, dass diese Zeit für den unserer Beobachtung zugänglichen Theil der Welt verschwindend klein sei. Geben wir dem Begriff diese Form, so verschwindet einerseits aus ihm der empirisch unvollziehbare Gedanke der vollendeten Unendlichkeit, und andererseits ist damit zugleich die Forderung, nach einem Massenmittelpunkt auch der unserer Beobachtung entrückten Materie zu suchen, beseitigt, da wir nicht wissen können, ob hier die Fortpflanzungszeit der Gravitation nicht endliche oder schließlich selbst relativ unendliche Werthe erreicht.
